

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО
КАФЕДРА ТЕОРИИ И ТЕХНОЛОГИЙ ПРЕПОДАВАНИЯ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Направление: 01.04.01 – «Математика»

Профиль: Анализ на многообразиях

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ОРГАНИЗАЦИИ
СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПО ГЕОМЕТРИИ**

Работа завершена:

«__» _____ 2020 г. _____ (А.Э. Дюпина)

Работа допущена к защите:

Научный руководитель

к.п.н., доцент

«__» _____ 2020 г. _____ (М.В. Фалилеева)

Заведующий кафедрой

д.п.н., профессор

«__» _____ 2020 г. _____ (Л.Р. Шакирова)

Казань – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ	6
1.1. Организация смешанного обучения в системах среднего и высшего образования.....	6
1.2. Особенности организации смешанного обучения математике в школе и вузе.....	12
1.3. Проектирование модели перевернутого обучения математике в вузе	21
Выводы по Главе 1	27
ГЛАВА 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА	28
2.1. Особенности обучения планиметрии студентов педагогического отделения	28
2.2. Проектирование модели смешанного обучения планиметрии	31
Особенности проектирования электронного курса по планиметрии	31
Методика проведения аудиторных занятий по планиметрии	42
Модель организации смешанного обучения	44
Выводы по Главе 2	47
ГЛАВА 3. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ОРГАНИЗАЦИИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ	48
3.1. Методика исследования уровня геометрического мышления студентов педагогического отделения.....	48
3.2. Проведение опытно-экспериментальной работы	53
3.3. Результаты опытно-экспериментальной работы	59
Выводы по Главе 3	66
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	67
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	69
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	80

ВВЕДЕНИЕ

Одним из приоритетных направлений государственной политики является повышение качества математического образования [52]. Указом Президента Российской Федерации от 7 мая 2018 года одной из стратегически важных задач стало «создание научных центров мирового уровня, включая сеть международных математических центров...» [68]. «Математический центр в Казани позволит закрепить превосходство отечественной математической школы», – отметил В.В. Путин во время Церемонии оглашения Послания Президента Федеральному Собранию 1 марта 2018 года [49].

Между тем, преподаватели вузов отмечают недостаточный уровень знаний по математике у абитуриентов, обсуждение путей повышения качества математического образования становится главным вопросом конференций [45], [46], [62] и др. Особую обеспокоенность вызывает качество подготовки по геометрии: несмотря на близость предмета к реальной жизни школьники и студенты испытывают трудности при решении задач продуктивного уровня [13], [18].

Одним из признанных средств повышения качества математического образования являются возможности компьютерной математики [44]. За последние годы произошел качественный переход от применения элементов компьютерных технологий к активному внедрению цифровых технологий на всех ступенях образования, от трансляции и визуализации к полноценной организации и управлению процессом обучения.

Возможность применения электронного обучения и дистанционных технологий при организации учебного процесса закреплена Федеральным Законом от 29 декабря 2012 года №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»: «При реализации образовательных программ независимо от форм получения образования могут применяться электронное обучение, дистанционные образовательные технологии» [73, Ст.13].

Большую популярность в России и в мире приобрела технология смешанного обучения, сочетающая в себе электронное и традиционное обучение. Наиболее активно ее применяют в системах среднего и высшего образования.

В области интеграции цифровых образовательных ресурсов в образовательный процесс накоплен достаточный опыт, однако исследователи отмечают отсутствие общих дидактических основ цифровой педагогики [23], [24], [26]. Становится недостаточным создание простых форм образовательных ресурсов и встраивание их в процесс обучения.

Для математического образования важно создать ресурс, учитывающий психолого-педагогические аспекты электронного обучения, принципы и формы организации образовательного процесса в аудиторно-дистанционном формате (смешанное обучение), а также особенности самого предмета математики. Проблемы высокого уровня абстракции вузовской математики, непонимания взаимосвязи с реальной жизнью могут быть решены средствами визуализации, встраивания дополнительных материалов в электронный образовательный ресурс, создания качественной системы проверки знаний.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью создания методических основ организации смешанного обучения, определения условий проектирования цифровых образовательных ресурсов и их реализации в обучении с целью повышения качества подготовки студентов по геометрии.

Проблемой исследования является повышение качества подготовки студентов по геометрии студентов педагогического отделения средствами разработанного электронного ресурса и систем компьютерной математики.

Объект исследования – процесс обучения студентов педагогического отделения или педагогического вуза.

Предмет исследования – модель организации смешанного обучения геометрии студентов педагогического отделения.

Цель исследования – проектирование модели смешанного обучения студентов по геометрии путем разработки электронного образовательного ресурса и технологии аудиторного обучения с применением теории геометрического мышления ван Хиле.

Задачи исследования:

1. Изучить теоретические основы организации смешанного обучения в системах школьного и вузовского образования.

2. Выделить подходы, методы, приемы обучения планиметрии и способы организации учебного курса в вузе.

3. Разработать модель смешанного обучения планиметрии с использованием SPOC-курса и программы компьютерной математики GeoGebra.

4. Спроектировать опытно-экспериментальную работу по повышению качества подготовки по геометрии студентов педагогического отделения Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ в формате смешанного обучения.

5. Проанализировать результаты опытно-экспериментальной работы, сформулировать выводы по методике организации занятий по курсу «Элементарная математика: планиметрия» для студентов педагогического отделения ИММ КФУ.

Для решения поставленных цели и задач исследования использовались теоретические (анализ литературы и Интернет-источников) и эмпирические (наблюдение, анализ, эксперимент, сравнение и обобщение) методы исследования.

Работа состоит из введения, трех глав, детализированных в подпунктах, заключения и приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ

Глава посвящена вопросам применения смешанного обучения в подготовке школьников и студентов. В пункте 1.1. приведены формулировки определений, выделены основные компоненты, описаны наиболее популярные модели. В пункте 1.2. раскрываются особенности внедрения технологии в процесс обучения математике, выделены и проанализированы модели смешанного обучения, позволяющие организовать процесс обучения математике в школе и вузе. В пункте 1.3. предложена модель реализации перевернутого обучения математике студентов вуза с использованием LMS Moodle.

1.1. Организация смешанного обучения в системах среднего и высшего образования

Цифровизация образования привела широкому распространению технологии смешанного обучения (Blended learning) по всему миру. Технология стала новым вектором в развитии образования и позволила объединить традиционное очное обучение с онлайн обучением.

История термина уходит к 1960-м годам, большинство известных определений были неоднозначными и расплывчатыми. Наиболее ранние определения смешанного обучения принадлежат зарубежным исследователям: «Смешанное обучение относится к учебной среде, которая включает в себя различные стили преподавания, средства доставки информации, медиаформаты или их комбинацию»¹. Наиболее точную формулировку предложили в Руководстве по смешанному обучению в 2006 году и определили «смешанные системы обучения» как системы обучения,

¹ Morgan. K.R. (2002). Blended Learning: A Strategic Action Plan for a New Campus. Seminole, FL: University of Central Florida.

которые «сочетают непосредственное обучение с компьютерным обучением»².

К настоящему времени предложено множество различных подходов к определению термина [37], [43], [47], но все они объединены следующими компонентами:

- обучение с участием учителя (лицом к лицу);
- онлайн-обучение с возможностью самостоятельного контроля учеником траектории, времени, места и темпа обучения;
- интеграция опыта обучения с учителем и онлайн.

Английский вариант термина *Blended learning* содержит слово *learning*, образованное от глагола *learn* – учить, изучать, что еще раз подчеркивает активную роль ученика в процессе обучения. По мнению отечественных исследователей, смешанное обучение «позволяет рационально перераспределить виды образовательной активности в аудиторной и электронной среде» [50], способно «более эффективно использовать преимущества как очного, так и электронного обучения и нивелировать или взаимно компенсировать недостатки каждого из них» [51], существенно выигрывает на фоне электронного и дистанционного обучения, которые имеют недостатки, связанные с нехваткой времени на разработку электронных обучающих ресурсов, несоответствием курсов стандартам качества, недостаточным техническим и программным оснащением обучаемых, нехваткой кадров, способных вести качественное обучение в онлайн-сфере [47].

За последнее десятилетие смешанное обучение заняло отдельную нишу в российской системе образования, активно внедряется в деятельность школ и вузов. Так, Скоробогатов Я.О. в своей статье описывает опыт реализации технологии смешанного обучения в рамках курса по программированию для

² Bonk, C.J. & Graham, C.R. (2006). The handbook of blended learning environments: Global perspectives, local designs. San Francisco: Jossey-Bass/Pfeiffer. p. 5.

учащихся 7–11 классов и подтверждает эффективность технологии в сравнении с традиционной классно-урочной и дистанционной формами. По мнению автора, смешанная форма позволила учащимся лучше усвоить учебный материал, выполнить большую часть заданий, а также стимулировать развитие навыков коммуникативности, самоорганизации и информационной компетентности [64]. Коллектив авторов под руководством ординарного профессора НИУ ВШЭ Любомирской Н.В. отмечает возможность вовлечения в учебный процесс всех обучающихся, что трудно (иногда невозможно) сделать при классно-урочной системе обучения, темпы обучения конкретного ученика перестают быть привязанными ко всему коллективу [43].

Наибольшую популярность технология смешанного обучения приобрела в высшем образовании, где в последние годы значительно сокращается количество аудиторных часов в пользу самостоятельной работы, традиционное обучение в формате лекций теряет свою эффективность. В этом случае смешанное обучение позволяет часть материала перенести на электронный курс. При этом смешанная модель обучения позволяет проектировать курс постепенно, так как для этой модели не нужны полностью интерактивные и мультимедийные курсы, достаточно создать текстовые материалы, форум, чат, тестирования, ресурс для сбора файлов [47]. Зарубежные исследователи отмечают эффективность смешанного обучения студентов с применением различных моделей [9], [14], [15], экспериментально доказано улучшение успеваемости и повышение мотивации при обучении девятиклассников науке [9].

В настоящее время известно несколько десятков различных моделей смешанного обучения (по данным Википедии – более 40 моделей). При этом все модели отличаются преобладанием одного из компонентов смешанного обучения – личное общение, общение посредством ИКТ и самообучение. По

мнению отечественных исследователей [37], [41], [43], [47] и др., наиболее популярными являются следующие модели:

1. *Лицом к лицу* – основная часть учебной программы осваивается в аудитории при личном взаимодействии с обучающимися, в формате электронного обучения изучается дополнительная программа.

2. *Перевернутый класс* – модель, при которой новый материал преимущественно изучается в онлайн-курсе, на аудиторных занятиях осуществляются актуализация и закрепление материала, устранение пробелов.

3. *Ротация станций (смена рабочих зон)* подразумевает разделение на микрогруппы и чередование электронного, группового и индивидуального обучения с преподавателем. Во время занятий происходит переход групп по станциям, состав групп может меняться.

4. *Ротация лабораторий (смена классов)* – модель, предполагающая проведение основной части занятия в аудитории, индивидуальные занятия проходят в оборудованных кабинетах в онлайн-среде по данному заданию.

Все перечисленные модели предполагают активную роль преподавателя в качестве координатора учебного процесса. Однако существует модель *Личный выбор (гибкий план)*, при которой ответственность за изучение материала, выполнение заданий и их результаты полностью возлагается на обучающегося. Данная модель может быть эффективна при обучении старшеклассников и студентов, имеющих высокую мотивацию к обучению и хорошие знания в области ИКТ [42].

За рубежом в обучении также активно используются перечисленные выше модели *flipped classroom, station rotation, lab rotation, individual rotation*. Помимо них популярны модели *flex, a la carte, enriched virtual* [1].

Flex модель близка к модели *Личный выбор*, но отличается свободой в выборе образовательной траектории всеми учащимися, обучение происходит в онлайн-среде и сопровождается консультациями учителя.

Модель *a la carte* позволяет проходить онлайн-курсы в дополнение к обычным очным курсам, когда школа не может предоставить определенные возможности для продвинутых или факультативных занятий.

Enriched Virtual обычно не требует ежедневного посещения школы, позволяет учащимся завершить большую часть курсовых работ онлайн дома или вне школы.

Применение смешанного обучения имеет существенные различия в средней и высшей школе ввиду специфики возраста учащихся, содержания и подходов к обучению, но можно выделить некоторые общие для двух ступеней преимущества (Табл. 1.).

Таблица 1. Преимущества смешанного обучения

Для учащихся	Для преподавателя	Для организации
Персонализация образовательного контента, гибкость темпа и ритма усвоения материала	Переход от трансляции знаний к взаимодействию с обучающимися	Привлечение дополнительного контингента учащихся
Реализация индивидуальных образовательных траекторий	Упрощение (автоматизация) процедуры оценивания	Решение проблемы дефицита педагогических кадров
Стимулирование самостоятельности и социальной активности	Соответствие результатов обучения ФГОС нового поколения	Решение проблемы сокращения количества аудиторных часов
Получение индивидуальных консультаций для устранения пробелов в знаниях	Использование дополнительных способов контроля и коммуникации	Возможность экономии средств

Получение объективных оценок по результатам работы	Приобретение новых компетенций, возможность повышения квалификации
Независимость от темпа усвоения материала остальными участниками учебного процесса	

1.2. Особенности организации смешанного обучения математике в школе и вузе

Применение смешанного обучения на уроках математики, алгебры или геометрии в школе, а также при изучении математических дисциплин в вузе имеет свои отличительные особенности; не все известные на сегодняшний день модели смешанного обучения способны эффективно выстроить процесс обучения предмету на определенном этапе. В отличие от предметов гуманитарного цикла, где учащийся может самостоятельно и вполне успешно изучить материал, прочитав текст, посмотрев видеоролик и т.д., предмет математики в большинстве случаев требует помощи преподавателя для разъяснения материала.

В настоящее время смешанное обучение активно применяются учителями математики средней школы, о своих успехах они делятся в сети Интернет, записывая видеоролики, публикуя статьи и планы-конспекты уроков. Анализ таких материалов позволил выделить наиболее часто применяемые модели смешанного обучения при обучении математике в школе: перевернутый класс, ротация станций, гибкая модель [1], [14], [15], [20], [27], [38], [39], [60]. Рассмотрим эти модели подробнее при помощи созданных нами схем.

Перевернутый класс

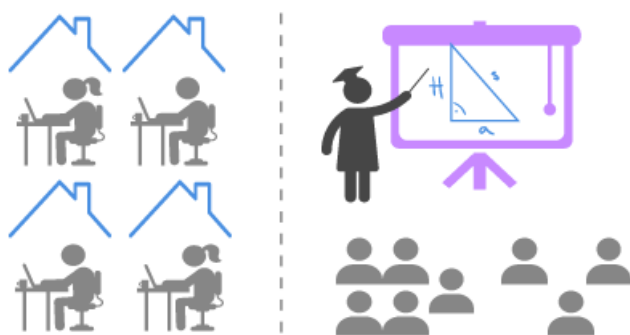


Рис. 1.2-1

Перевернутый класс (рис. 1.2-1) является разновидностью перевернутого обучения. Модель изменяет традиционное распределение времени между классной работой и домашним заданием: объяснение теории в

классе переносится на самостоятельное изучение учащимися дома.

Высвободившееся на уроках математики время позволяет трансформировать учебный процесс от трансляции знаний к решению задач продуктивного уровня, выполнению проектов. Насыщенность предмета математики формулами и чертежами перестает быть проблемой для учащихся и учителей: заранее подготовленные учителем онлайн-материалы для домашнего изучения не «сотрутся с доски» и будут доступны для повторения в любое время.

Перевернутый класс может быть на уроке усилен другими моделями смешанного обучения (ротация станций, гибкий план).

Ротация станций

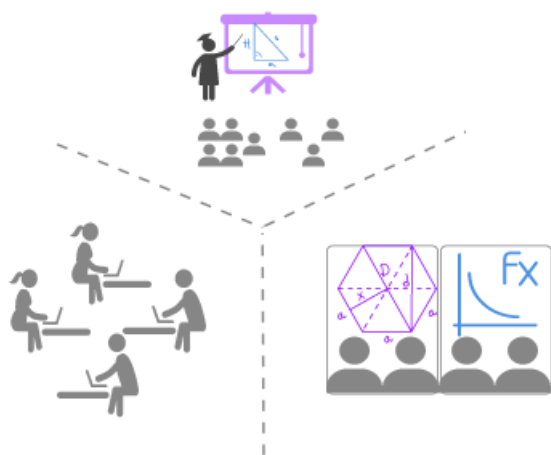


Рис. 1.2-2

Реализация данной модели (рис. 1.2-2) требует в первую очередь наличия компьютерной техники в классе в минимальном количестве для организации работы малой группы, а также выделения нескольких рабочих зон для групповой, индивидуальной или работы с учителем. В ходе урока группы учащихся переходят по станциям в

соответствии с разработанным учителем графиком.

Учителя математики отмечают быструю потерю концентрации и внимания на уроках математики, модель «ротация станций» позволяет поддерживать интерес к предмету на протяжении всего занятия за счет смены видов деятельности.

Гибкая модель

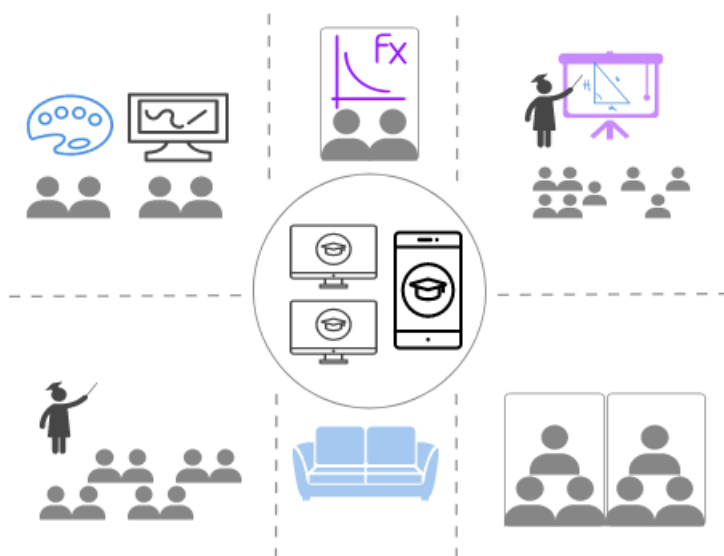


Рис. 1.2-3

При помощи гибкой модели (рис. 1.2-3) учащиеся могут самостоятельно и независимо от других учащихся передвигаться по станциям, не нарушая временной график, разработанный учителем.

Основу составляет онлайн-обучение, в процессе

которого ученик может изучать теорию, находить новые материалы по теме, выполнять тренировочные задания. При возникновении трудностей возможно обратиться к учителю с вопросами или присоединиться к группе, в которой будет объясняться материал.

При обучении математике модель особенно эффективна, если в классе есть ученики, которые легко усваивают материал и готовы выполнять более сложные задачи. В то же время у учителя остается больше времени для занятия с менее преуспевающими.

Важным компонентом смешанного обучения является обучение при помощи компьютера, поэтому возникает необходимость в поиске инструментов для реализации онлайн-обучения. В настоящее время разработаны в достаточном количестве ресурсы, позволяющие качественно организовать обучение в школе и вузе [51], [75].

С целью выявления ресурсов, подходящих для обучения математике в школе или вузе, было проведено исследование некоторых популярных площадок для онлайн-обучения и составлены их краткие описания.

Все отраженные в таблице сайты и площадки позволяют реализовать смешанное обучение математике в школе и вузе в различных форматах: от

демонстрации знаний до создания собственного курса и возможностью управления процессом обучения.

Таблица 2. Ресурсы для организации онлайн-обучения

Название ресурса	Краткое описание
KhanAcademy	Сайт содержит курсы по различным разделам математики (на английском языке), обучающие видео, интерактивные задания для школьников и студентов. Имеется бесплатная регистрация в роли ученика, учителя, родителя. Учителю доступен просмотр статистики по каждому ученику. Русская версия сайта содержит только 1 курс по математике (статистика для средней школы).
Coursera	Сайт содержит более 20 курсов на русском языке по различным разделам вузовской математики от ведущих университетов. Курсы оснащены видео лекциями и системой тестирования. Имеется возможность получения сертификата по итогам обучения. Приложение доступно для скачивания в GooglePlay и AppStore.
Stepic	Популярная бесплатная отечественная площадка с MOOC-курсами по различным школьным и вузовским дисциплинам. В настоящий момент содержит более 25 курсов по разделам математики с возможностью приглашения учеников в выбранный курс и создания собственного MOOC или SPOC курса. Доступна выдача сертификатов. Есть платный контент для расширения возможностей разработчиков курсов. Приложение доступно для скачивания в GooglePlay и AppStore.
Открытое образование	Образовательная платформа, предлагающая онлайн-курсы по базовым дисциплинам российских университетов, созданные с учетом образовательных стандартов. Возможно получение сертификата после прохождения контрольных мероприятий. Доступны курсы по 11 математическим направлениям бакалавриата и магистратуры. Приложение доступно для скачивания в GooglePlay и AppStore.

<u>Мобильное Электронное Образование</u>	Сайт содержит курсы, позволяющие реализовать полноценное обучение по всем предметам с 1 по 11 класс (в том числе математике). В системе учитель имеет возможность управления образовательным процессом в режиме реального времени, создавать индивидуальные образовательные маршруты. Сайт доступен после оплаты в интернет-магазине или по логинам и паролям образовательной организации.
<u>Облако знаний</u>	Онлайн-платформа содержит цифровой образовательный контент для школ, колледжей и вузов (в т.ч. по математике), позволяет вести полноценное дистанционное обучение. Комплекс включает учебник, рабочую тетрадь, практикум, задачник и подготовку к экзаменам. Имеется возможность управления образовательным процессом, создания собственного обучающего контента. Ресурс доступен физическим лицам после оплаты или по подписке от образовательной организации.
<u>Веримаг</u>	Отечественная разработка является интерактивной платформой для мобильных устройств с оффлайн-доступом к образовательному контенту и возможностью создания собственных ресурсов. Позволяет связать несколько десятков устройств, совместно перелистывать страницы учебника, выполнять задания, поддерживать групповое взаимодействие и многое другое. Объем функций зависит от приобретенной (купленной) версии приложения. Приобрести версию для преподавателя можно только через AppStore.
<u>Открытая школа</u>	Содержит короткие интерактивные уроки, созданные на основе школьной программы для применения как в классе, так и в смешанной модели обучения.
<u>ЯКласс</u>	Наиболее популярная площадка для реализации дистанционного обучения в школе (50 000 школ, 450 000 учителей уже используют). Благодаря данному сервису участники могут создавать и проводить обучающие мероприятия в интересной форме [51]. Поддерживает интеграцию электронного журнала.

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	<p>На сайте размещены наборы цифровых ресурсов к учебникам, методические презентации, поурочные планирования, инновационные учебные материалы, электронные издания и др. по всем предметам школьного курса. Сервис является бесплатным и предполагает скачивание интерактивных презентаций по выбранным разделам.</p>
ПроеКТОрия	<p>Сайт, разработанный с целью профориентации школьников. Позволяет «примерить профессию», задать вопросы, принять участие в проектных задачах. Платформа содержит игры, конкурсы, опросы, флешмобы, видеоуроки. Многие профориентационные онлайн-мероприятия проводятся совместно Министерством просвещения Российской Федерации».</p>

Помимо сайтов и мобильных приложений в настоящее время в мире существуют системы управления обучением Learning Management Systems (LMS), например, зарубежные iSpring Learn, Mirapolis, MOODLE, отечественные Прометей, Батисфера, ИнтраЗнание и другие. Проведенные обзоры по набору критериев [36], [53], [54] отдают предпочтение системе LMS Moodle, наиболее подходящей для обучения школьников и студентов.

Наличие собственного электронного образовательного ресурса (ЭОР) по математике предоставляет участникам образовательного процесса дополнительные возможности:

- индивидуализация учебного контента в соответствии с потребностями конкретной группы учащихся;
- возможность отслеживания активности каждого ученика;
- перенос части самостоятельных и контрольных работ в ЭОР с возможностью автоматической генерации тестов, проверки и оценивания (сокращение времени на проверку и обработку результатов) и др.

При обучении математике студентов вузов наибольшую популярность приобрела модель *перевернутого обучения*. Это может быть обусловлено следующими предпосылками:

- сокращение лекционных часов за счет увеличения часов для самостоятельной работы по учебному плану;
- достаточная степень самостоятельности студентов в онлайн-среде и способность усваивать новый материал в индивидуальном темпе;
- недостаточное количество аудиторий, оснащенных персональными компьютерами или ноутбуками для реализации обучения с применением ИКТ;
- средний уровень подготовки абитуриентов по математике;
- сложность предмета требует продуктивной отработки теоретического материала на практике и др.

Еще одним преимуществом перевернутого обучения является такой психологический аспект, как желание студентов оставить домашнюю работу на последний момент. При традиционной форме обучения данная привычка имеет негативный эффект. Изученный в аудитории материал большинством студентов не закрепляется домашним заданием должным образом непосредственно после занятия, поэтому быстро забывается или усваивается малая его часть. Приступая к домашнему заданию накануне следующего занятия, студенты испытывают трудности. При перевернутом же обучении такая стратегия имеет обратный положительный эффект: изучив лекционный материал накануне занятия, студенты имеют возможность в аудитории актуализировать знания, задать вопросы и получить больше времени на практическую работу.

Перевернутое обучение может быть организовано различными способами, еще в 2012 году проект EducationDive.com предложил 16 форм [16], среди них: стандартный, дискуссионно- и демонстрационно-ориентированный, фальшивый, групповой, виртуальный, перевернутый учитель и другие. Стандартный перевернутый класс уже был подробно рассмотрен выше. Остальные формы рассмотрим подробнее (Табл. 3.).

Таблица 3. Примеры перевернутого обучения

Вид перевернутого обучения	Краткое описание
Дискуссионно-ориентированный перевернутый класс	Предполагает самостоятельное изучение лекционного материала, просмотр видео-лекций, затем на занятии происходит совместное обсуждение материала. Подходит для предметов гуманитарного цикла, а также для выполнения проектов по предметам физико-математического цикла.
Демонстрационно-ориентированный перевернутый класс	Закрепление материала происходит путем выполнения заданий в собственном темпе, что достигается при помощи использования дополнительного программного обеспечения для записи и/или демонстрации действий учителя. Подходит для изучения предметов, требующих точного запоминания и повторения алгоритмов, например, при проведении лабораторных работ.
Фальшивый перевернутый класс	Модель предлагается для обучающихся, не имеющих возможность самостоятельно заниматься дома. Лекционный материал просматривается в аудитории в индивидуальном темпе, преподаватель консультирует каждого в отдельности в течении занятия.
Групповой перевернутый класс	Отличается от стандартного перевернутого класса тем, что в аудитории учащиеся объединяются в группы и учатся друг у друга. Роль преподавателя сведена к минимуму, он является скорее наблюдателем и организатором, при необходимости консультирует.
Виртуальный перевернутый класс	Является альтернативой дистанционного обучения, исключая личное общение с преподавателем в аудитории. Лекционный и практический материал также осваивается самостоятельно, консультации проходят в онлайн-режиме по видеосвязи, все задания собираются и оцениваются при помощи онлайн-систем управления обучением.

Перевернутый
учитель

Довольно необычная форма перевернутого обучения, предполагающая смену ролей преподавателя и обучающегося. Подходит для старшеклассников и студентов и позволяет погрузиться в предмет более глубоко. Материал для работы в аудитории создают сами учащиеся, а затем объясняют его преподавателю, демонстрируя свои знания и умения.

Выбор формы перевернутого обучения зависит от потребностей и возможностей учащихся и образовательной организации, психологического климата в коллективе, количества занятий, сложности содержания предмета. Все приведенные примеры при правильной организации могут обеспечить высокий уровень подготовки по математике в сочетании с традиционными формами и другими моделями смешанного обучения. Чередование различных способов представления информации и ее проверки способствует поддержанию интереса к предмету как на протяжении занятия, так и на протяжении всего курса изучения предмета (дисциплины).

Для организации простейшей формы смешанного обучения в школе и вузе достаточно иметь облачное хранилище с размещенными в нем:

- лекционными материалами и учебной литературой или ссылками на них;
- папками для сбора домашних заданий и/или ссылками на формы для проведения тестовых опросов, электронные таблицы или сайты, имеющие функционал для проверки знаний;
- форму для обратной связи.

Преимуществами такой формы является простота организации и бесплатный доступ ко многим известным облачным хранилищам. Среди минусов можно выделить невозможность отслеживания времени изучения материалов, отсутствие автоматической системы оценивания результатов по итогам выполнения тестовых заданий.

1.3. Проектирование модели перевернутого обучения математике в вузе

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего образования требует достижения таких метапредметных результатов как «формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий» [72]. Выпускник бакалавриата педагогического направления должен обладать «способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики» [72]. Концепция развития математического образования подчеркивает важность модернизации учебных программ с использованием ИКТ [52].

К настоящему времени уже накоплен богатый опыт применения цифровых ресурсов на всех ступенях образования, созданы инструменты обучения и контроля за образовательной деятельностью. Понимание того, что компьютерная техника стала неотъемлемой частью учебного процесса, требует знания технологий, максимально учитывающих все требования к процессу обучению, к педагогу и к обучающемуся [51]. Цифровизация становится важным условием реализации современного математического образования, а цифровые технологии играют роль не отдельных компонентов обучения, а порой определяющим условием при проектировании курса [74]. Выработка дидактических основ обучения математике в виртуальном пространстве становится необходимым условием реализации учебной программы с применением технологии смешанного обучения.

Традиционные модели обучения математике

При обучении математике универсальными взаимодополняющими моделями являются таксономия образовательных целей Б. Блума и уровни усвоения деятельности В.П. Беспалько [3], [21], [22], [67].

Согласно образовательной технологии Блума³ цели образования разделяются на три области: когнитивную, психомоторную и аффективную. Требования, предъявляемые к освоению содержания предмета в соответствии с когнитивной областью, отражены на схеме (рис. 1.3-1).

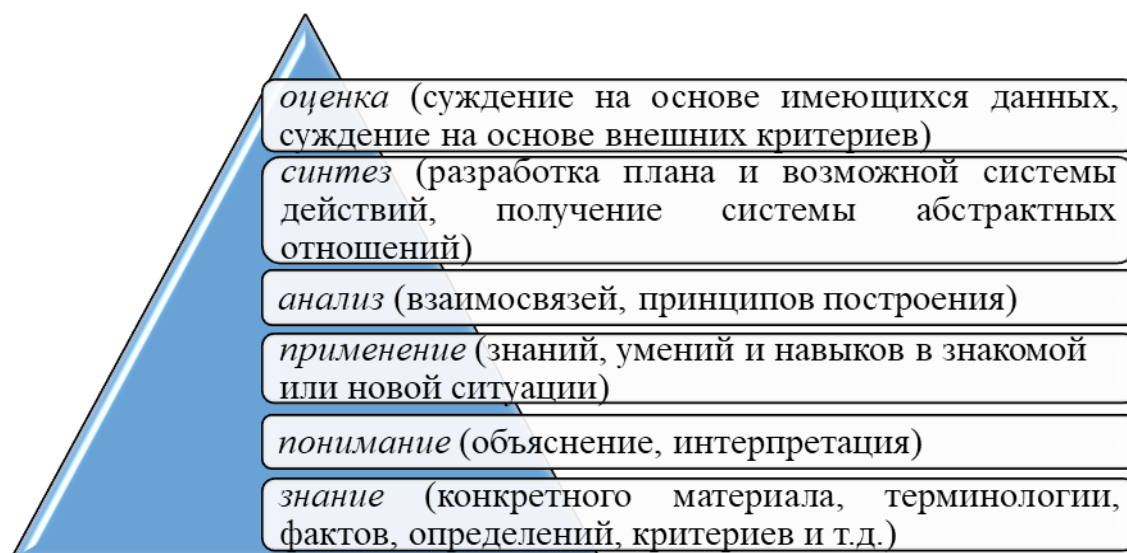


Рис. 1.3-1

Для каждого уровня Бершадским Б.Е. и Гузеевым В.В. разработана система типовых задач⁴ для школьников с примерами из различных областей знаний, позволяющая определить уровни обученности.

Если таксономия образовательных целей Блума определяет, что следует знать и уметь обучаемому, то уровни усвоения Беспалько позволяют определить, как достигнуть цели. Согласно идеям В.П. Беспалько, задачи можно разделить на 4 уровня сложности: *ученический*, *алгоритмический*, *эвристический* и *творческий* (табл. 4).

³ Bloom, B. S., Englehart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). The Taxonomy of educational objectives, handbook I: The Cognitive domain. New York: David McKay Co., Inc.

⁴ Бершадский Б.Е., Гузеев В.В. Дидактические и психологические основания образовательной технологии. М.,2003. С. 144-146.

Таблица 4. Уровни сложности задач по Беспалько

Уровень	Тип деятельности	Вид деятельности	Характеристика
Ученический	Репродуктивный	Распознавание (узнавание, припоминание)	Помощь извне (подсказки, наводящие вопросы)
Алгоритмический	Репродуктивный	Воспроизведение (повторение, применение)	Деятельность по памяти
Эвристический	Продуктивный	Эвристическая (комбинаторная)	Комбинирование известных приемов, методик
Творческий	Продуктивный	Творческая	Создание качественно нового

Наиболее современными подходами к определению результатов математического образования являются исследования, проводимые международными программами оценки знаний учащихся.

Международная ассоциация по оценке учебных достижений (IEA) один раз в четыре года проводит Международное мониторинговое исследование качества школьного математического и естественнонаучного образования TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study). В рамках программы исследуются следующие виды учебно-познавательной деятельности по математике учащихся 4-х и 8-х классов [18]:

– Знание фактов и процедур. Способность воспроизведения языка математики, математических фактов и свойств; проведение вычислений с использованием соответствующих инструментов.

– Применение понятий. Умение классифицировать математические объекты; формулировать проблемы и распознавать информацию, необходимую для их решения.

– Решение стандартных задач. Умение работать с математическими выражениями, выбирать методы решения, составлять математические модели.

– Рассуждения (объяснения). Проведение интуитивных и индуктивных рассуждений, базирующихся на рассмотрении последовательностей и зависимостей для решения нестандартных задач.

Результаты Международной программы по оценке образовательных достижений учащихся (Programme for International Student Assessment, PISA) за 2018 год [13] показывают хороший уровень российских школьников в возрасте 15 лет умения формулировать математически поставленную проблему и применять знания математики для ее решения (*знание, понимание, применение* по Блуму), но менее успешно способны интерпретировать полученные математические решения и их отражение в рамках поставленной проблемы (*анализ, синтез, оценка* по Блуму).

Таким образом, компетенции, проверяемые TIMSS и PISA, в полной мере соотносятся с таксономией Блума и уровнями Беспалько. Опыт подготовки школьников в соответствии с рассмотренными универсальными моделями и результатами оценки знаний по математике могут и должны учитываться при подготовке студентов вузов, планирующих стать учителями математики.

Модель смешанного обучения математике в вузе

Организация смешанного обучения математике в вузе способна реализовать образовательные цели Блума с применением уровней усвоения деятельности Беспалько. С этой целью мы используем в учебном процессе LMS Moodle. Система Moodle в настоящее время применяется во всем мире, переведена на десятки языков и в течение многих лет успешно используется и совершенствуется в Казанском университете, поскольку имеет открытый исходный код. Moodle открывает широкие возможности как для студентов

при изучении дисциплины, так и для преподавателя для отслеживания и оценивания результатов обучения каждого участника курса [33].

Рассмотрим варианты проведения «перевернутых» занятий по математике со студентами с использованием LMS Moodle при помощи ориентированного графа (рис.1.3-2). На графе синим цветом обозначена деятельность в электронном курсе, желтым – на аудиторном занятии.

Начинается изучение с чтения лекции, после которой можно предложить студентам изучить видеоматериалы, просмотреть информацию на предложенных внешних ресурсах или сразу перейти к прохождению тестирования, если оно предусмотрено планом. Наиболее коротким путем реализации смешанного обучения с применением Moodle является последовательность лекция – практическое занятие – контроль знаний (или тестирование). Данная модель характеризуется простотой реализации, но может оказаться наименее эффективной.

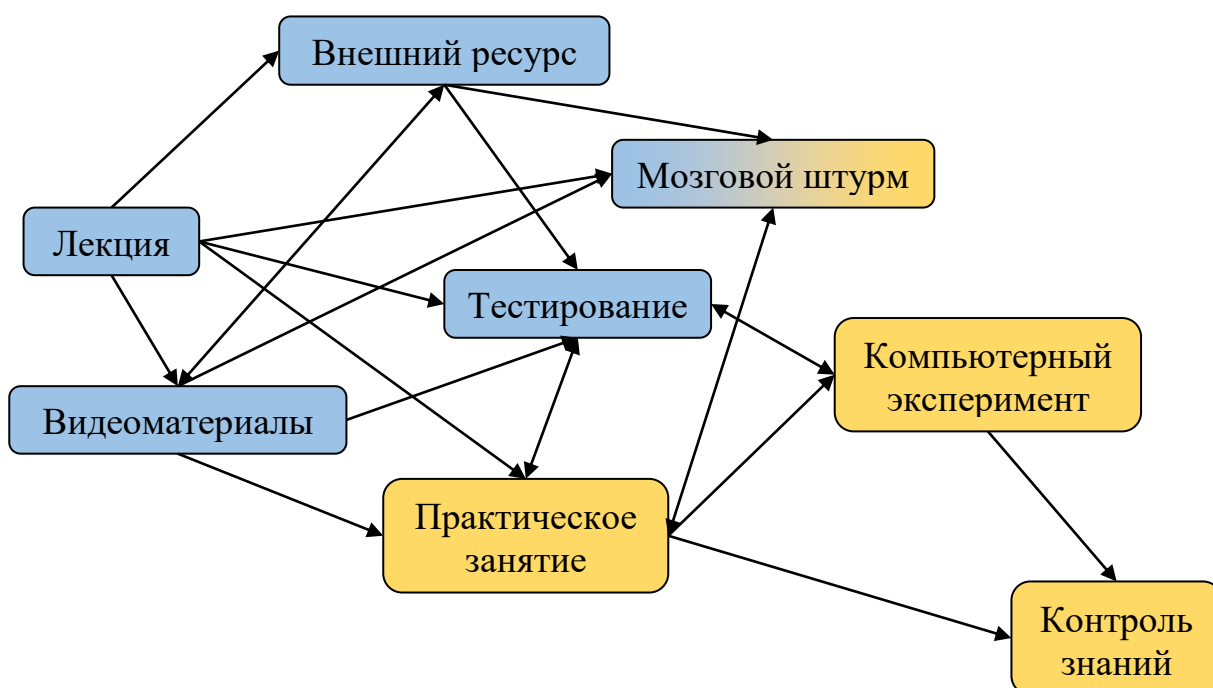


Рис. 1.3-2

Для достижения более высоких образовательных целей (*анализ, синтез, оценка*) необходимо привлечение дополнительных средств, например, компьютерного эксперимента на аудиторных занятиях и/или мозгового штурма, который можно реализовать как в ЭОРе (задания *исследовательского уровня*), так и в аудитории (выдвижение и обсуждение гипотез).

Выбор модели во многом зависит от учебного плана по дисциплине: работа, выполняемая студентами дома, должна быть соразмерна количеству часов, отведенных на самостоятельную работу. Кроме того, при выборе стратегии в обучении математике необходимо учитывать следующие факторы:

– возможность учащихся выполнять задания при отсутствии компьютера. Чтение лекции и прохождение тестирований в LMS Moodle адаптировано для мобильных устройств, однако такие математические задания, как ввод формул, создание интеллект-карт, таблиц и др. может вызвать технические затруднения;

– наличие времени для создания и поддержания ЭОР у преподавателя. Создание качественных интерактивных лекций, чертежей и пополнение банка вопросов требует колоссальных временных затрат;

– возможность поддержания обратной связи. При переносе большей части заданий в электронный курс за неимением достаточного времени в аудитории учащиеся должны иметь возможность получения консультаций от преподавателя в режиме онлайн.

Выводы по Главе 1

Смешанное обучение представляет собой популярную методику организации образовательного процесса и активно применяется на любых ступенях образования по всему миру.

В обучении математике смешанное обучение позволяет чередовать виды деятельности для лучшей концентрации внимания без потери качества обучения.

Выбор образовательного ресурса может быть обусловлен целями, которые ставит организатор учебного процесса (учитель, преподаватель). Для размещения информационных материалов (лекций, видео) подойдут облачные технологии. Для организации же более насыщенных форм работы, позволяющих следить за результатами, организовывать обратную связь, автоматически проверять часть работ, лучше всего использовать сайты, позволяющие создавать курсы, или LMS – системы управления обучением.

ГЛАВА 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОДЕЛИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА

В пункте 2.1. описывается теория геометрического мышления ван Хиле, взятая за основу в обучении студентов курсу планиметрии. Пункт 2.2. содержит подробное описание модели смешанного обучения курсу планиметрии: рассмотрены особенности проектирования SPOC-курса, изложена методика проведения занятий в аудитории с применением компьютерного эксперимента.

2.1. Особенности обучения планиметрии студентов педагогического отделения

Успех в обучении геометрии на всех этапах образования напрямую связан с развитием геометрического мышления. Наличие определенной градации уровней в соответствии с достигнутыми на них результатами позволяет формулировать выводы об усвоении предмета учащимися.

Во второй половине XX века голландские ученые супруги ван Хиле разработали теорию, которая позволила не только описать и объяснить природу геометрического мышления учащихся, но и измерить [12]. На основе анализа работ учащихся были выделены пять стадий развития геометрического мышления: визуальный, аналитический, абстрактный, дедуктивный и строгий. Перечисленные уровни имеют строгую иерархию и помогают прогнозировать достижения в освоении предмета. Рассмотрим характеристику каждого из уровней более подробно [34].

На 1 уровне – *визуальном* – учащиеся способны давать названия объектам, узнают геометрические фигуры по внешнему виду на основании сходства с уже известными (прямоугольник – стол, круг – тарелка и т.д.), свойства фигур не воспринимаются. Учащиеся принимают решения на

основе восприятия объекта органами чувств, стадия рассуждения отсутствует.

На 2 уровне – *аналитическом* – учащиеся воспринимают геометрические фигуры как объекты, имеющие набор качественных характеристик (свойств), распознают и перечисляют свойства фигур, но пока не выделяют связь между названными свойствами. Описывая объекты, учащиеся перечисляют свойства фигуры, не осознавая их необходимость и (или) достаточность для однозначного описания объекта.

На 3 уровне – *неформальной дедукции (абстрактном)* – учащиеся знают отношения между фигурами и набором свойств, формулируют определения, аргументируя свои рассуждения. Способность к установлению логических связей позволяет осознать принадлежность фигуры к определенному классу (четыреугольник – это вид многоугольника).

На 4 уровне – *дедуктивном* – учащиеся проводят доказательства (в том числе самостоятельно), понимание роли аксиом и определений, осознание важности необходимых и достаточных условий являются основными характеристиками.

На 5 уровне – *строгом* – учащиеся сравнивают различные аксиоматики, формулируют теоремы и проводят доказательства, мышление перестает быть привязанным к реальным объектам и образам, становится высокой степени абстрактным. Данный уровень может быть достигнут только студентами, школьники ограничены уровнями с 1 по 4.

Важно понимать, уровни не являются дискретными, они наслаиваются друг на друга таким образом, что каждый предыдущий уровень является фундаментом для следующего.

Уровни ван Хиле также имеют набор свойств [7].

Иерархичность. Невозможно перейти на следующий уровень, не овладев полностью текущим.

Смежность. Важные свойства фигур на одном уровне могут быть отодвинуты на второй план на другом уровне.

Различие. Каждый уровень имеет свои лингвистические символы и набор отношений.

Разделение. Для достижения успеха учитель должен объяснять на том же уровне, на котором находится ученик.

Достижение. Для перехода на новый уровень необходимо пройти через 5 этапов: знакомство с материалом, выполнение заданий под руководством преподавателя, понимание (объяснение студентами материала), свободное выполнение заданий и интеграция (обобщение и запоминание).

С 2017 года в Институте математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ ведется подготовка студентов – будущих учителей математики в соответствии с теорией ван Хиле на занятиях по Элементарной математике (планиметрия) на втором курсе обучения.

Особенностью предлагаемого студентам курса планиметрии является применение технологии смешанного обучения и компьютерного эксперимента, на котором студенты проходят через первые 4 уровня геометрического мышления. Теория позволяет проследить стадии обучения геометрии, понять трудности, которые испытывают студенты, поэтому она была взята за основу и наложена на уже использовавшиеся ранее модели образовательных целей Б. Блума и уровни В. Беспалько.

Эффективность применения рассматриваемого подхода подтверждается экспериментальными данными, представленными в Главе 3 настоящего исследования.

2.2. Проектирование модели смешанного обучения планиметрии

Смешанное обучение по планиметрии включает в себя проведение аудиторных занятий и работу в электронном курсе, расположенном на сайте Дистанционного образования КФУ [30], под управлением LMS Moodle. Рассмотрим подробнее организацию электронного курса, аудиторных занятий и целостную модель смешанного обучения студентов курсу планиметрии.

Особенности проектирования электронного курса по планиметрии

Университет предъявляет определенные требования к электронным образовательным ресурсам (ЭОР) используемым в учебном процессе. Основным регулирующим документом является Регламент [61]. Согласно документу, обязательными элементами открытой части ЭОР являются рабочая программа дисциплины, метаданные и краткий конспект. Основными составными частями ресурса являются вводная часть, тема или модуль (не менее 1), итоговый контрольный блок. Полный перечень материалов, которые должен содержать ЭОР, размещен в Приложениях 1, 2 к Регламенту.

Электронный курс «Элементарная математика: планиметрия» [76] для студентов 2 курса педагогического направления впервые был спроектирован в 2012 году М.В. Фалилеевой. Ввиду нехватки аудиторных часов и плохого качества подготовки студентов по геометрии курс работал в формате «перевернутой лекции». Студенты до занятия самостоятельно изучали лекцию, в аудитории проводилось осмысление и закрепление материала. Также на начальном этапе (2013 год) курс содержал систему тестирований по темам в соответствии с таксономией образовательных целей Блума. К настоящему времени SPOC-курс (small private online course) претерпел

значительные изменения, выработана концепция построения курса, изложения материала в лекциях, система тестирования и оценки результатов.

Разработанный курс содержит в вводной части следующие элементы (рис. 2.2-1):

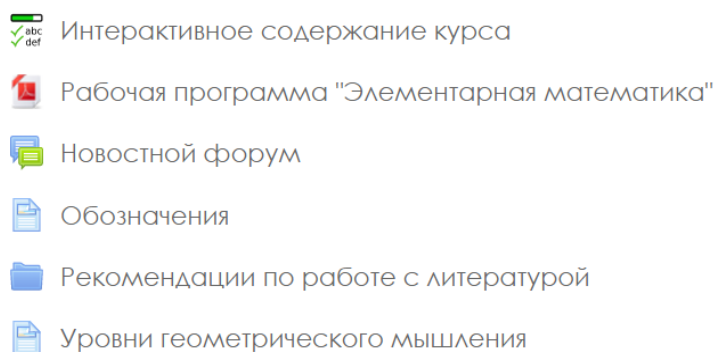


Рис. 2.2-1

В основной части курса представлены 9 тем – 9 лекций в соответствии с Учебным планом (лекционное занятие 1 раз в две недели, 1 практическое занятие 1 раз в неделю) [69]:

1. Введение. Евклидова геометрия
2. Отношение, подобие
- 2*. Геометрические построения циркулем и линейкой пропорциональных отрезков
3. Геометрические преобразования на плоскости
4. Треугольник
5. Четырехугольник
6. Окружность
7. Вписанные и описанные многоугольники
8. Аксиоматическое построение геометрии

Данная последовательность изучения учебного материала соответствует теории развития геометрического мышления ван Хиле и применяется в обучении студентов с 2017 года. Главным отличием от используемой ранее последовательности является отказ от аксиоматического подхода в обучении планиметрии. Лекция «Аксиоматическое построение

геометрии» перенесена с первого места на заключительное. Согласно теории ван Хиле, способность анализировать различные аксиоматики достигается учащимися при переходе на 5 уровень геометрического мышления.

В соответствии с градацией уровней ГМ выстроено и содержание самих интерактивных лекций. Первая лекция в курсе является наиболее простой, содержит исторический материал, метод геометрических мест точек (визуальный уровень) актуализирует школьные знания задач и теорем, связанных с методом ГМТ, где последовательно реализуются уровни с первого по четвертый. Последующие лекции также усложняются в соответствии с уровнями.

Каждая тема в курсе представляет собой модуль, содержащий общие для всех тем элементы: интерактивную лекцию, перечень вопросов, рассматриваемых в модуле, список литературы и контрольное тестирование (рис.2.2-2)

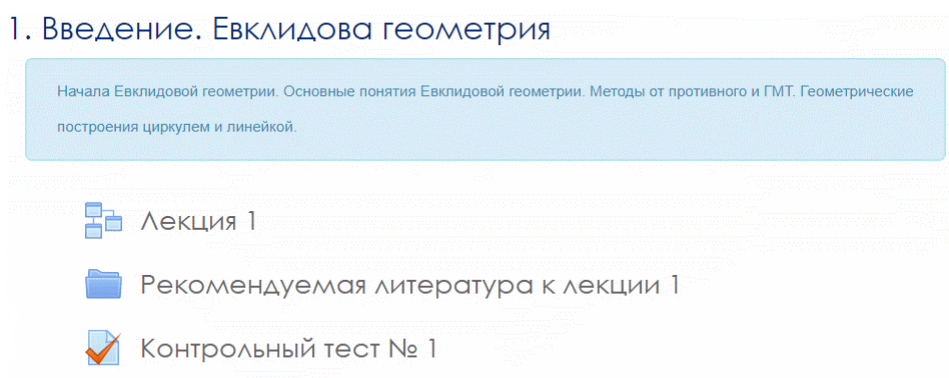


Рис. 2.2-2

В качестве дополнительных информационных и проверочных ресурсов с 2017 года в модули курса встраиваются учебные видеоматериалы (5-12 мин), ссылки на электронные энциклопедии и математические сайты с интерактивным сопровождением, добавлены задания на дополнительные баллы, требующие создания интеллект-карт, динамических чертежей с использованием ИКТ (рис.2.2-3).

6. Окружность

Углы и секущие окружности. Степень точки относительно окружности. Радикальная ось. Построения циркулем. Теорема Маскерони.

- Лекция 6
- Рекомендуемая литература к лекции 6
- Видео "Наглядная геометрия: вписанный угол"
- Видео "Степень точки, радикальные ось и центр" (Д.А.Терешин, МФТИ)
- Контрольный тест № 6
- Творческое задание "СОЗДАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТ-КАРТЫ" (дополнительные баллы)

Рис. 2.2-3

Основным информационным элементом любого образовательного ресурса является лекция. С 2018 года весь лекционный материал в каждом модуле разбивается на небольшие теоретические блоки (средний объем 200-300 символов) (рис.2.2-4).

Лекция 3

Геометрические преобразования

Движение плоскости – это отображение плоскости на себя сохраняющее расстояния.

Известными для нас являются центральная и осевая симметрии, параллельный перенос и поворот.

Посмотрите видео



и вспомните главное свойство движения.

Тождественное отображение – преобразование плоскости, сопоставляющее каждой точке плоскости саму эту точку.

Последовательно выполненные преобразования называют *суммой* или *композицией преобразований*.

1. Параллельный перенос

2. Поворот

3. Симметрия

4. Симметрия и параллельный перенос

5. Гомотетия

Выход из лекции

Рис. 2.2-4

вычисляемых вопросов, позволяющие генерировать новые вопросы в объеме равному количеству чисел в заданном настройками диапазоне. На примере ниже число 21 сгенерировано автоматически из диапазона 2-30 (рис.2.2-7).

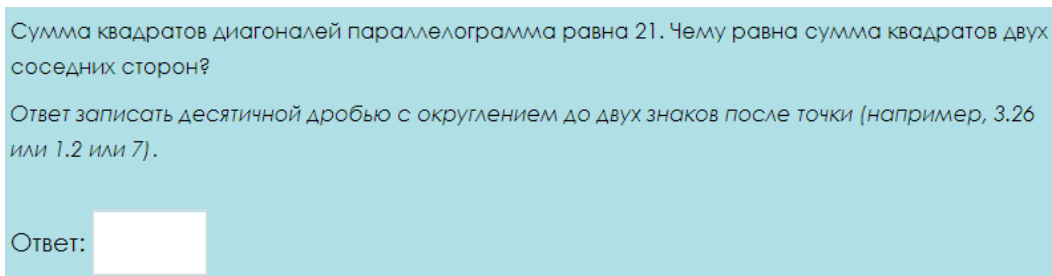


Рис. 2.2-7

Основной целью при работе с банком вопросов является проектирование системы заданий в соответствии с уровнями усвоения Беспалько, обеспечивающих реализацию образовательных целей таксономии Блума с учетом теории геометрического мышления ван Хиле.

На *ученическом уровне* учащиеся способны выполнять задания при помощи подсказок, поэтому типичными для этого уровня являются вопросы с выбором вариантов ответа, так как предложенные варианты являются подсказками, а деятельность заключается в *узнавании, припоминании*. В LMS Moodle соответствующими заданиями являются вопросы типа «верно / неверно», «на соответствие», «всё или ничего», «выбор пропущенных слов».

Для *алгоритмического уровня* подойдут задания типа «множественный выбор», «выбор пропущенных слов», все виды числовых ответов, «короткий ответ», вопросы всех видов на соответствие и перетаскивание, в которых учащиеся демонстрируют навыки применения усвоенных *одношаговых алгоритмов, воспроизводить по памяти*.

Эвристический уровень характеризуется способностью *комбинировать* известную информацию для решения ранее неизвестных задач. Здесь целесообразно использовать те же виды вопросов, что и для алгоритмического уровня, за исключением всевозможных вопросов с

выбором ответов, а также с качественными изменениями содержания самих вопросов.

Творческий уровень предполагает *создание* качественно нового продукта. Для этой цели подойдут типы заданий «Эссе», «GeoGebra», «Записи PoodLL». Также можно использовать элемент курса «Mindmap», позволяющий создавать интеллект-карты с произвольным содержанием. Отличительной особенностью заданий, выбранных для творческого уровня, является необходимость их проверки вручную, поэтому мы не ставим цель использования данного типа вопросов в контрольных тестах. Проверка заданий творческого уровня осуществляется при личном контакте со студентами на занятиях и на экзамене, а также при помощи необязательных заданий на дополнительные баллы.

Для распределения заданий в контрольных тестах разработана матрица типов вопросов (Табл.5). В ней представлены следующие типы вопросов, представленные в LMS Moodle. Описание для всех видов предложенных вопросов представлено в Приложение 1.



























- | | |
|--|---|
|  Верно / неверно |  На соответствие с |
|  Множественный выбор | перетаскиванием |
|  Всё или ничего |  Случайный вопрос на |
|  Выбор пропущенных слов | соответствие |
|  Короткий ответ |  Перетаскивание в текст |
|  Числовой ответ |  Перетаскивание маркеров |
|  Несколько числовых ответов |  Перетащить на изображение |
|  Вычисляемый |  Эссе |
|  Простой Вычисляемый |  GeoGebra |
|  Множественный вычисляемый |  Записи PoodLL |
|  На соответствие | |

Таблица 5. Матрица вопросов в соответствии с уровнями усвоения Беспалько и уровнями геометрического мышления ван Хиле

Уровни усвоения Беспалько	Творческий	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	4.5.	  
	Придумать, разработать, нарисовать	Изображение или описание объектов с опорой на воображение, фантазию	Умение разработать простейший алгоритм решения задачи	Умение придумать задачу на вычисление	Умение придумать задачу на доказательство, найти новый способ доказательства	Умение создать систему аксиом и построить непротиворечивую теорию	
	Решить задачу с неполными данными	Дорисовать недостающий элемент на рисунке геометрической фигуры	–	Решение задач на вычисление	Решение задач на доказательство	Решение задач в различных аксиоматиках	
	Провести исследование	Описание особенностей фигуры (ранее неизвестной)	Нахождение опытным путем свойств фигуры (напр., найти центр тяжести)	Исследование общих свойств и отношений нескольких фигур	Исследование свойств фигур, формулирование гипотез, их проверка и доказательство	Исследовать геометрическую фигуру (способ решения) в альтернативной аксиоматике	
	Эвристический (создание новой комбинации действий для решения задачи)	–	–	3.3. Решение задач на вычисление	3.4. Решение задач на доказательство и на геометрические построения на плоскости	3.5. Решение задач в различных аксиоматиках	   и др.
	Алгоритмический (выполнить 1 алгоритмическое известное действие)	–	2.2. Знание основных свойств фигуры без ее изображения	2.3. Понимание отношений между классами фигур при решении задач	2.4. Доказательство несложных утверждений	2.5. Решение простых задач в различных аксиоматиках планиметрии	   и др.
	Ученический (правильный ответ, решение заложены в вопросе)	1.1. Различение, узнавание по рисунку геометрической фигуры	1.2. Понимание простейших свойств фигуры	1.3. Знание определений, свойств и отличий классов геометрических фигур	1.4. Понимание необходимых и достаточных условий в теоремах и задачах	1.5. Знание и сравнение различных аксиоматик планиметрии	 
	Визуальный	Аналитический	Неформальная дедукция	Абстрактный	Строгий	Тип вопроса	

Уровни геометрического мышления ван Хиле

В таблице ячейки, выделенные голубым цветом, содержат задания, посильные для младших школьников, зеленым – для средней школы, желтым – для продвинутых школьников и студентов. В обучении студентов на занятиях по элементарной математике (планиметрии) применяются задания «зеленого» и «желтого» уровней.

Примеры задач из матрицы вопросов

1.1. Какие фигуры являются треугольниками?



1.2. Полуправильный многоугольник имеет ... (четное / нечетное) число вершин и сторон.

1.3. Геометрическим местом точек называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, обладающих определенным свойством.

- Верно
- Неверно

1.4. В геометрии некоторые термины должны быть взяты без определения и необходимо некоторые утверждения принять как истинные.

- Верно
- Неверно

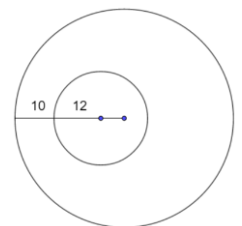
1.5. Существует треугольник, сумма углов которого может быть меньше двух прямых.


- Верно
- Неверно

2.2. Ромб – это фигура, у которой все четыре стороны равны. Какое из следующих утверждений неверно для любого ромба?


- Имеет две диагонали, которые равны
- Каждая диагональ делит пополам два угла ромба
- Диагонали перпендикулярны
- Противоположные углы равны


2.3. Одна окружность находится внутри другой. Их радиусы равны 28 и 12, а кратчайшее расстояние между точками этих окружностей равно 10. Найдите расстояние между центрами.



2.4.  Установите соответствие между известными задачами на построение циркулем и линейкой и идей ее доказательства...

- | | |
|-------------------------|---|
| • квадратура круга | • неразрешимость кубического уравнения в квадратных радикалах |
| • трисекция любого угла | • невозможность построения отрезка длины $2\pi R$ |
| • спрямление окружности | • наличие хотя бы одного рационального корня кубического уравнения, зависящего от меры исходного угла |
| • удвоение куба | • невозможность построения отрезка длины $\sqrt{\pi}$ с помощью циркуля и линейки |

3.3.  Точка С делит внешним образом отрезок АВ в отношении 2 : 7. В каком отношении точка А делит отрезок ВС?

3.4.  Докажите, что равносторонний треугольник является правильным. Выберите из представленных выражений, те, с которых можно начинать доказывать данное утверждение методом от противного.

- Пусть равносторонний треугольник не является правильным многоугольником.
- Пусть треугольник не равносторонний, и является правильным.
- Пусть треугольник не является правильным и его стороны неравны.

3.5.  Какая кривая в модели Пуанкаре изображает прямую?

Предлагать студентам задачи творческого уровня в рамках контрольных тестов не представляется возможным, поскольку решение таких задач требует колоссальных временных затрат, а также большого количества времени на проверку. Тем не менее, у студентов есть возможность проявить свои «творческие» способности в рамках исследовательских заданий на дополнительные баллы: решить олимпиадную задачу, написать мини-исследование, создать интеллект-карту и др.

Следить за выполнением заданий в SPOC-курсе студентам помогает Интерактивное содержание курса (Контрольный список в LMS Moodle), в котором фиксируется прогресс. На рис.2.2-8 можно видеть шкалу прогресса после изучения первой лекции.

Интерактивное содержание курса

Здесь вы видите список заданий, которые вам предстоит выполнить в течении семестра.

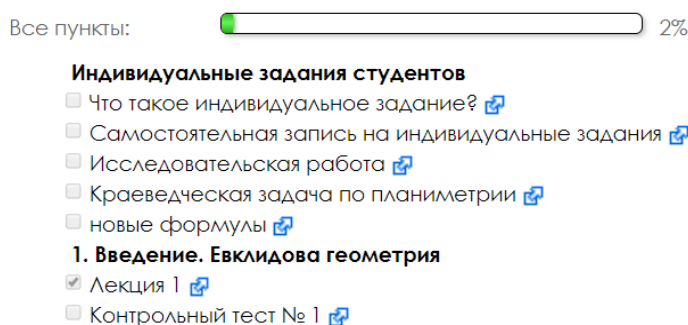


Рис. 2.2-8

Для повышения мотивации при работе в ЭОРе и для изучения дополнительных материалов с 2019 года апробируется система поощрения учащихся при помощи рейтинга (рис. 2.2-9).

Система Moodle позволяет преподавателю (при наличии роли администратора курса) настраивать рейтинг:

- определить количество опыта за выполнение действий в ЭОРе;
- назначить максимальное количество действий за промежуток времени
- задать минимальное время между одинаковыми действиями;
- менять настройки приватности.

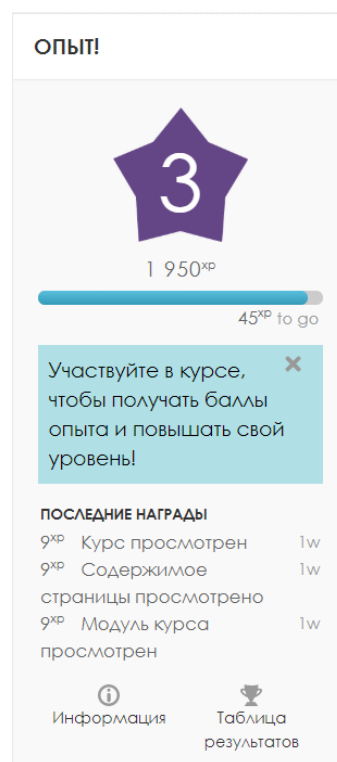


Рис. 2.2-9

Методика проведения аудиторных занятий по планиметрии

В соответствии с учебным планом по направлению 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями подготовки (год поступления 2018) студенты изучают элементарную математику (раздел планиметрии) в количестве 18 лекционных и 36 лабораторных часов (72 часа отведены на самостоятельную работу) [69].

На лекционных и лабораторных занятиях со студентами применяется компьютерный эксперимент в программе для динамической математики GeoGebra [6]. Эффективность применения программы в обучении проверена временем: проект получил 16 наград с 2002 по 2016 годы [6], написано большое количество статей о повышении качества подготовки учащихся на всех ступенях образования по всему миру [11], [40], [56]. Основными преимуществами являются доступность (бесплатное ПО) и понятный интерфейс, наличие оффлайн версий для iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook and Linux, а также web-версии.

Любое занятие в аудитории начинается с актуализации знаний, полученных при изучении лекции. По характеру действий лекционное и лабораторное занятия схожи: происходит работа в программе GeoGebra (рабочее место каждого студента имеет ноутбук), совместное обсуждение, работа студентов в парах или группах приветствуется. Содержание лекционных и лабораторных занятий отражено в Таблице 6. Курсивом выделены когнитивные образовательные цели Б. Блума.

Как правило, на занятиях со студентами возможно решение задач ученического, алгоритмического и эвристического уровней по Беспалько. Соотношение времени, необходимое для достижения уровней, выражается пропорцией квадратов номеров уровней усвоения:

$$B_1 : B_2 : B_3 : B_4 = 1 : 4 : 9 : 16.$$

Очевидно, временные затраты на 4 уровень несоизмеримы с количеством отведенного времени на занятия в аудитории.

Таблица 6. Содержание аудиторных занятий с использованием компьютерного эксперимента

	Содержание деятельности	Деятельность преподавателя
Лекционное занятие	<ul style="list-style-type: none"> – Качественный <i>анализ</i> изученной лекции, – <i>синтез</i> представленных в ней понятий и теорем (выявление взаимосвязей), – <i>оценка</i> проделанных действий. <p>Занятие направлено на более прочное усвоение теории.</p>	Преподаватель является участником и организатором процесса обучения, направляет, консультирует, помогает, объясняет.
Лабораторное занятие	<ul style="list-style-type: none"> – <i>Анализ</i> задачи для применения «нужной» теоремы, – решение задачи или доказательство (опровержение) утверждения (<i>синтез</i> выявленных фактов). <p>Занятие направлено на применение сложной теории при решении даже простых задач.</p>	Позиция преподавателя смещается на второй план, он по-прежнему является организатором и консультантом, но степень самостоятельности студентов повышается.

При работе с теоремами на лекционных занятиях и задачами на лабораторных занятиях с использованием программы GeoGebra студенты проходят через несколько этапов, соответствующих первым четырем уровням геометрического мышления ван Хиле:

I этап (*визуальный уровень*): построение динамического чертежа по инструкции преподавателя;

II этап (*аналитический уровень*): анализ построенного чертежа. Студентам предлагается выяснить, какие дополнительные построения или

обозначения могут помочь в решении задачи, вводятся градусные меры углов, измерения отрезков для выявления закономерностей;

III этап (*неформальная дедукция*): работа с динамическим чертежом, включающая изменение положения объектов, нахождение инвариантов, закономерностей, выдвижение гипотез, их совместное обсуждение и проверка;

IV этап (*формальная дедукция*): доказательство сформулированных теорем или задач, выявление дополнительных свойств, проведение обобщения.

При данном виде работы исключается возможность возникновения экспериментально-теоретического разрыва, поскольку на занятии компьютерный эксперимент не является обоснованием, проводится полноценное теоретическое доказательство выдвинутых утверждений.

Модель организации смешанного обучения

На первом вводном занятии в начале семестра со студентами проводится подробный инструктаж о методике проведения занятий, о работе в ЭОРе, деятельности в аудитории, системе оценивания и других возникающих вопросах. Далее в рамках каждой темы курса студенты проходят цикл, предложенный на рис. 2.2-10. Синим цветом на схеме обозначена работа в электронном образовательном ресурсе, желтым – работа в аудитории.

Самостоятельная (домашняя) работа студентов начинается с изучения *лекции*. В ней размещен основной учебный материал, сопровождающийся чертежами и анимированными изображениями. Разработанная система анимаций позволяет изображать различные положения чертежа (элементов на чертеже) в условиях изменения значений параметров для лучшего понимания студентами наиболее сложного лекционного материала.

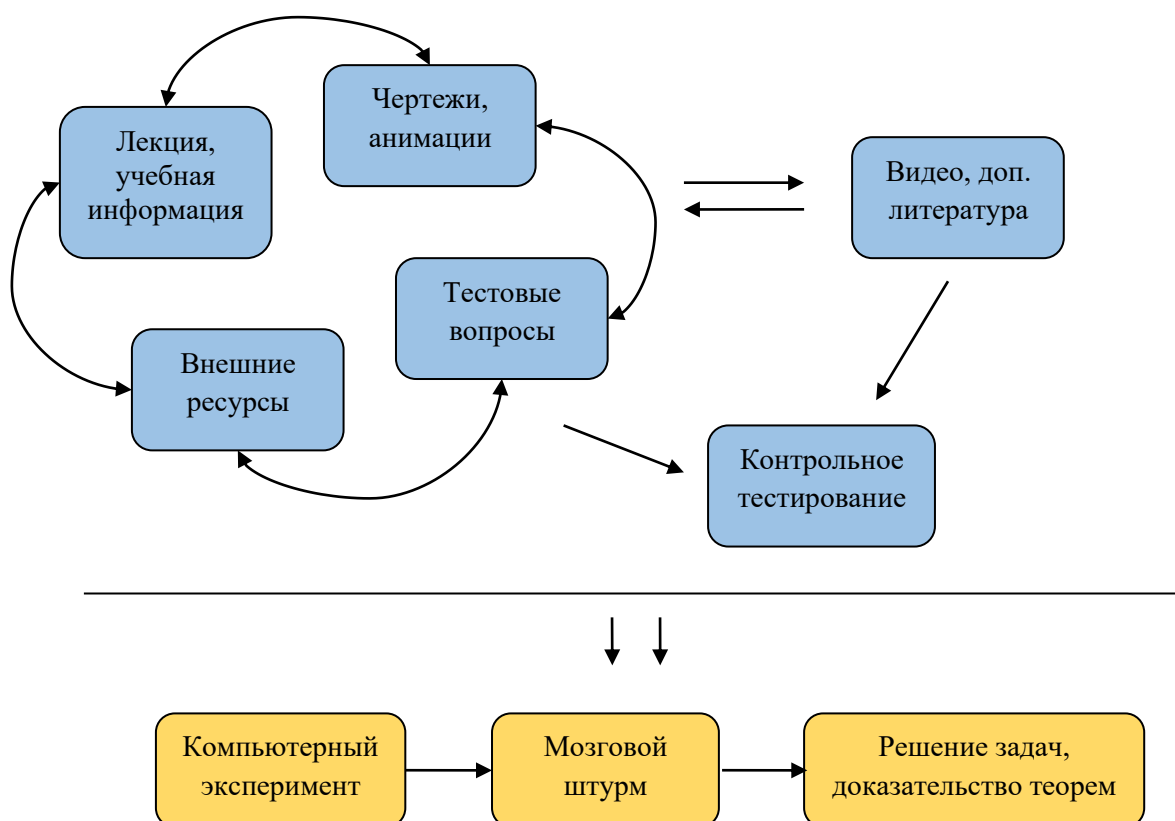


Рис. 2.2-10

Лекции разбиты на короткие блоки (рис. 2.2-4), каждый из которых завершается небольшим *проверочным тестированием*, в который входят вопросы ученического уровня по Беспалько типа «верно-неверно», «множественный выбор» (не оцениваются).

В лекционных блоках имеются также ссылки на *внешние ресурсы*, которые могут содержать web-страницы или файлы для скачивания. После работы с лекцией студенты могут перейти к прохождению *контрольного тестирования* (попытка № 1), содержащего 10 вопросов по изученной лекции (оценивается). Каждый из десяти вопросов генерируется случайным образом из заданного набора, вопросы усложняются содержательно (согласно уровням ван Хиле) и организационно (согласно уровням Беспалько).

До прохождения контрольного тестирования можно также ознакомиться с дополнительными видеоматериалами и литературой, размещенными в информационном блоке лекционного модуля (рис 2.2.3).

После самостоятельной работы в ЭОРе проводится аудиторное занятие, методика которого описана в предыдущем пункте. Таким образом, в рамках одного лекционного модуля студенты проходят следующие этапы:

1. Изучение интерактивной лекции в ЭОРе;
2. Прохождение контрольного теста (попытка №1) в ЭОРе;
3. Лекционное занятие (раз в две недели) с программой GeoGebra в соответствии с теорией ван Хиле согласно методике на занятии с преподавателем;
4. Лабораторное занятие № 1 (неделя 1);
5. Лабораторное занятие № 2 (неделя 2);
6. Повторное прохождение группы контрольных тестов (попытка №2) по желанию студентов после занятия с программой спустя половину семестра.

Выводы по Главе 2

Смешанное обучение, включающее в себя самостоятельное изучение учебных материалов, представленных в электронном образовательном ресурсе, и аудиторное обучение с применением компьютерного эксперимента (на лекционных и лабораторных занятиях), исключает возможность возникновения экспериментально-теоретического разрыва.

Отличие данной методики от традиционного способа изложения материала путем прочтения лекций и последующего решения задач состоит в том, что студенты являются активными участниками процесса познания, преподаватель не дает знания в чистом виде, а играет роль координатора, что является необходимым условием организации обучения в соответствии ФГОС ВО.

ГЛАВА 3. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ОРГАНИЗАЦИИ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИИ

Глава посвящена практической части исследования. В первом пункте изложена методика измерения уровня геометрического мышления, приведены примеры вопросов из оригинального и разработанного на его основе тестов. Во втором пункте подробно изложена методика организации лекционного и лабораторного занятий с применением программы GeoGebra. Эффективность предложенного подхода в обучении подтверждена экспериментальными данными, представленными в заключительном пункте.

3.1. Методика исследования уровня геометрического мышления студентов педагогического отделения

Согласно теории ван Хиле геометрическое мышление можно измерить. Последователем данной теории, директором Чикагского математического проекта, педагогом З. Узискиным был предложен тест [19], позволяющий определить уровень ГМ школьников и студентов.

Впервые уровень геометрического мышления был проверен у студентов в рамках исследования по выявлению эффективности применения компьютерного эксперимента на занятиях по геометрии в 2017–2018 учебном году [34]. Кроме того, в результате исследования был сформулирован вывод о том, что для развития геометрического мышления целесообразно развивать логическое, пространственное и понятийное виды мышления. Данные компоненты были выделены путем анализа предложенных современными исследователями формулировок определения ГМ и анализа теста З. Узискина.

Для проведения эксперимента по измерению уровня ГМ тест был переведен на русский язык. Тестирование состоит из 25 вопросов с выбором ответа, которые условно делятся на пять частей (по пять вопросов). Каждая

из пяти частей содержит вопросы, соответствующие пяти уровням мышления. Автор теста предлагает интерпретировать результаты теста следующим образом: если верны ответы по крайней мере на 3 из 5 вопросов (авторы также допускают более «жесткий» критерий 4 из 5)

- 1 балл для первой группы (с 1 по 5 вопросы);
- 2 балла для второй группы (с 6 по 10 вопросы);
- 4 балла для третьей группы (с 11 по 15 вопросы);
- 8 баллов для четвертой группы (с 16 по 20 вопросы);
- 16 баллов для пятой группы (с 21 по 25 вопросы).

При меньшем количестве правильных ответов в рамках одной группы уровень мышления считается не освоенным. Согласно инструкции к тесту, уровни ГМ соответствуют следующим итоговым суммам полученных баллов:

- 1 уровень – от 0 до 16 баллов;
- 2 уровень – от 1 до 17 баллов;
- 3 уровень – от 3 до 19 баллов;
- 4 уровень – от 7 до 23 баллов;
- 5 уровень – от 15 до 31 баллов.

Поскольку уровни геометрического мышления не являются дискретными, «наслаиваются» друг на друга, то тест определяет количество уровней, развитых у испытуемых. Также отмечается, что если студент дал правильные ответы на вопросы 1, 2 и 5 группы, то сумма баллов $1 + 2 + 16 = 19$ соответствует пятому уровню ГМ, а только уровню 3. Следующие уровни считаются не освоенными.

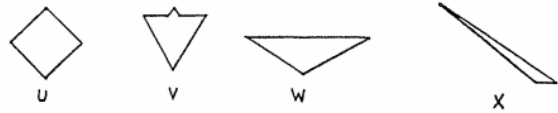
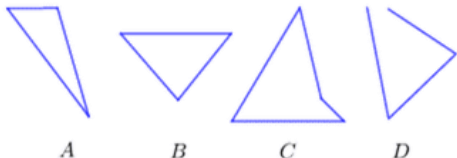
Авторы теории, Пьер и Дина ван Хиле, считают, что развитие геометрического мышления может быть ускорено с помощью специальных инструкций (алгоритмов, инструментов). Проведенные исследования [4], [5], [10] сторонников данной теории подтвердили предположение супругов ван

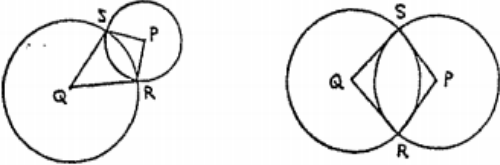
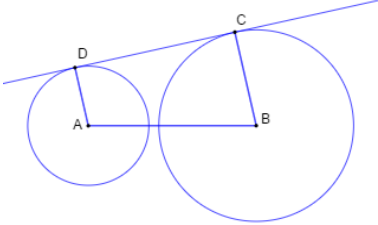
Хиле. Мы применяем на занятиях компьютерный эксперимент в программе GeoGebra.


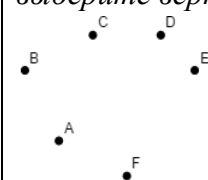
Данный тест необходимо проводить дважды: до и после изучения курса геометрии. С 2017 по 2018 годы две группы студентов были протестированы этим тестом в начале семестра до изучения курса планиметрии и по окончании семестра. Результаты обеих групп показали повышение уровня геометрического мышления студентов.

С целью наиболее объективной проверки уровня геометрического мышления в 2019–2020 учебном году студенты были протестированы двумя разными тестами: в начале семестра тестом З. Узискина, в конце семестра – разработанным нами на основе оригинального теста. При создании теста учитывались все структурные и содержательные особенности вопросов и вариантов ответов оригинального теста. Все чертежи для нового теста выполнены в программе GeoGebra. Для упрощения процедуры тестирования и ускорения обработки данных тестирование проводится в ЭОРе, варианты ответов перемешиваются автоматически. Стоит отметить, что новый тест стал немного сложнее. Примеры вопросов теста, стоящих под одинаковыми номерами, можно увидеть в Таблице 7. Номера от 1 до 5 соответствуют группе вопросов.

Таблица 7. Примеры вопросов оригинального и разработанного тестов

№	Тест З. Узискина	Разработанный тест
1	<p data-bbox="288 1585 874 1621"><i>Какие фигуры являются треугольниками?</i></p> <div data-bbox="288 1644 847 1756">  </div> <p data-bbox="288 1778 719 2024"> А) Ни одна фигура не является треугольником Б) Только V В) Только W Г) W и X Д) V и W </p>	<p data-bbox="906 1585 1246 1666"><i>Какие фигуры являются треугольниками?</i></p> <div data-bbox="927 1666 1385 1823">  </div> <p data-bbox="906 1845 1337 2047"> А) Ни одна фигура не является треугольником Б) Только A В) Только C Г) A, B и D </p>

<p>2</p> <p>Две окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках S и R. Какое из утверждений не всегда является верным?</p>  <p>А) $PRQS$ имеет две пары равных сторон. Б) $PRQS$ имеет как минимум два равных угла. В) Отрезки PQ и RS перпендикулярны. Г) Углы P и Q равны. Д) Все утверждения всегда верны.</p>		<p>Д) А и В</p> <p>Две окружности с центрами в точках A и B касаются в точке O внешним образом. CD – касательная к окружности с центром A. Какое из утверждений не всегда является верным?</p>  <p>А) Четырехугольник $ABCD$ – прямоугольная трапеция или прямоугольник Б) Четырехугольник $ABCD$ имеет как минимум два равных угла В) Отрезки AD и BC параллельны Г) AD меньше BC Д) Все утверждения всегда верны</p>
<p>3</p> <p>Даны два утверждения. А – $\triangle ABC$ имеет три равные стороны. Б – в $\triangle ABC$ $\angle B = \angle C$. Какое из следующих высказываний является верным?</p> <p>А) А и Б не могут быть верными одновременно Б) Если А верно, то Б верно В) Если Б верно, то А верно Г) Если А неверно, то Б неверно Д) Все варианты неверны</p>		<p>Даны два утверждения. А – Четырехугольник $ABCD$ – ромб. Б – Четырехугольник $ABCD$ – квадрат. Какое из следующих высказываний является верным?</p> <p>А) А и Б не могут быть верными одновременно Б) Если А верно, то Б верно В) Если Б верно, то А верно Г) Если А неверно, то Б неверно Д) Все варианты неверны</p>
<p>4</p> <p>Даны два утверждения:</p> <ol style="list-style-type: none"> Если четырехугольник является прямоугольником, то диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то эта фигура – прямоугольник. <p>Какое утверждение является верным?</p> <p>А) Чтобы доказать 1, достаточно доказать 2. Б) Чтобы доказать 2, достаточно доказать 1.</p>		<p>Даны два утверждения:</p> <ol style="list-style-type: none"> Если четырехугольник является ромбом, то диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то эта фигура – ромб. <p>Какое утверждение является верным?</p> <p>А) Чтобы доказать 1, достаточно доказать 2. Б) Чтобы доказать 2, достаточно доказать 1. В) Для доказательства 2 достаточно найти один ромб, диагонали которого</p>

	<p>В) Для доказательства 2 достаточно найти один прямоугольник, диагонали которого делят друг друга пополам.</p> <p>Г) Чтобы доказать, что 2 неверно, достаточно найти фигуру, не являющуюся ромбом, в которой диагонали точкой пересечения делят друг друга пополам.</p> <p>Д) Нет верного утверждения.</p>
<p>5) В F-геометрии, отличной от той, что мы используем, даны ровно 4 точки и 6 прямых. Каждая прямая содержит по две точки. Если даны точки P, Q, R, S, то из них можно получить прямые PQ, PR, PS, QR, QS, RS. Слова «пересекаются» и «параллельны» определяются следующим образом в F-геометрии. Прямые PQ и PR пересекаются в точке P, потому что P – их общая точка. Прямые PQ и RS параллельны, потому что они не имеют общей точки.</p> <p>Исходя из предложенной теории, выберите верное утверждение.</p>  <p>А) PR и QS пересекаются. Б) PR и QS параллельны. В) QR и RS параллельны. Г) PS и QR пересекаются. Д) Ни один вариант не является верным.</p>	<p>В O-геометрии, отличной от той, что мы используем, даны ровно 6 точек. Прямыми являются окружности, проходящие через три точки. Если даны точки A, B, C, D, E, F, то из них, можно получить прямые ABC, ABD, CDE и др. Слова «пересекаются» и «параллельны» определяются следующим образом в O-геометрии. Прямые ABC, CEF пересекаются в точке C, потому что C – их общая точка. Прямые AFE и BCE параллельны, потому что они не имеют общей точки.</p> <p>Исходя из предложенной теории, выберите верное утверждение.</p>  <p>А) ACF и BDE пересекаются. Б) CDE и ABF параллельны. В) BDE и ADF параллельны. Г) ADE и BCF пересекаются. Д) Ни один вариант не является верным.</p>

Также в 2019–2020 учебном году результаты опытно-экспериментальной работы по измерению уровня геометрического мышления студентов были пересмотрены дважды. Если ранее баллы по каждому из 5 уровней начислялись за 3 из 5 верных ответов, то в настоящем исследовании результаты были оценены также по более строгой методике за 4 из 5 верных ответов.

3.2. Проведение опытно-экспериментальной работы

Этапами экспериментальной работы стали:

1. Тестирование по определению уровня геометрического мышления студентов двух групп 2 курса (сентябрь 2019) по тесту З. Узискина.

2. Смешанное обучение студентов курсу «Элементарная математика: планиметрия» в течение 3 семестра (1 лекция каждые две недели, 1 лабораторная работа в неделю).

3. На экзамене (январь 2020):

– тестирование студентов двух групп 2 курса по тесту измерения уровня геометрического мышления (по желанию студента за дополнительные баллы);

– предметное итоговое тестирование (обязательно);

– устная часть экзамена (по желанию студента).

Основным этапом всей работы стало смешанное обучение студентов курсу «Элементарная математика: планиметрия». Рассмотрим примеры фрагментов лекционного и лабораторного занятий по теме «Вписанные и описанные многоугольники: треугольники и окружности», проведенных Дюпиной А.Э. в соответствии с разработанной моделью обучения. Лекционный материал по данной теме студенты изучили до занятия и прошли проверочный тест в ЭОРе [76]. На рис. 3.2-1 представлено содержание модуля и перечислены основные понятия, представленные к изучению в лекции.

Некоторые доказательства теорем и свойств представлены в лекции (теорема Торичелли, теорема Птолемея и др.), наиболее простые теоремы студентам предлагается доказать самостоятельно на основе указаний, например, теорему о точке Микеля.

7. Вписанные и описанные многоугольники

Точка Торричелли и обобщения. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников. Теорема Птолемея. Вписанные и описанные многоугольники.






-  Лекция 7
-  Анимированное изображение точки Микеля
-  Теоремы о вписанных окружностях (дополнительно)
-  Рекомендуемая литература к лекции 7
-  Контрольный тест № 7

Рис. 3.2-1

На лекционном занятии в аудитории были рассмотрены следующие понятия: прямая Симпсона, окружности Сальмона и точка Микеля. Цель занятия – исследование взаимосвязи перечисленных объектов с помощью программы GeoGebra и проведение обобщений.

Работа со студентами в программе GeoGebra осуществляется при помощи специального алгоритма. Теоремы формулируются и доказываются после *анализа* динамического чертеж и *выдвижения гипотез*.

На примере теоремы Сим(п)сона⁵ рассмотрим цикл заданий (инструкцию) для работы с чертежом в соответствии с теорией ван Хиле. Здесь важно отметить, данная лекция является 7, и студенты уже многие вещи делают самостоятельно без наводящих вопросов, а также владеют набором необходимых для построений инструментов в GeoGebra.

I этап. Визуальный уровень:

- построить произвольный треугольник и описать около него окружность;
- отметить точку на окружности (произвольно);
- из этой точки на стороны (или продолжения) треугольника опустить перпендикуляры.

Результат I этапа представлен на рис. 3.2-2.

⁵ Теорема Сим(п)сона. Основания перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника (или их продолжениям) из произвольной точки описанной окружности, лежат на одной прямой (прямой Симпсона).

II этап. Аналитический уровень:

- изучить чертеж, при необходимости провести дополнительные построения или ввести обозначения;
- отметить основания перпендикуляров на сторонах треугольника (или их продолжениях) (рис. 3.2-3);

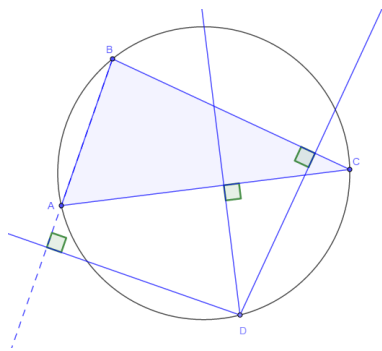


Рис. 3.2-2

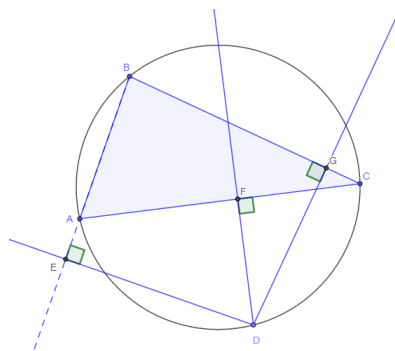


Рис. 3.2-3

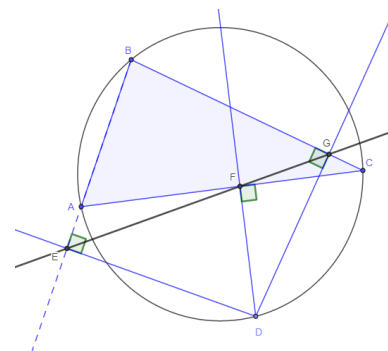


Рис. 3.2-4

III этап. Неформальная дедукция:

- изменить положение элементов треугольника, понаблюдать за чертежом (положение зависимых объектов изменяется автоматически при движении независимых элементов);
- рассмотреть остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние треугольники;
- попытаться определить взаимосвязь объектов;
- после выявления взаимосвязи проверить гипотезу, осуществив дополнительное построение, которое будет являться инвариантом. В данной задаче необходимо провести прямую через основания перпендикуляров (рис.3.2-4);
- сформулировать гипотезу (которая будет являться теоремой) о взаимном расположении точек.

IV этап. Формальная дедукция:

- проверка гипотезы (теоремы) и ее доказательство.

На заключительном этапе работы с задачей осуществляется закрепление материала путем устного повторения алгоритма проделанных действий, актуализации понятий и свойств объектов, присутствующих на чертеже, выявление взаимосвязей с ранее изученными фактами.

Далее студентам предлагается работа с теоремой Сальмона⁶ по вышеописанному алгоритму. В результате проделанной работы получается чертеж, представленный на рис.3.2-5.

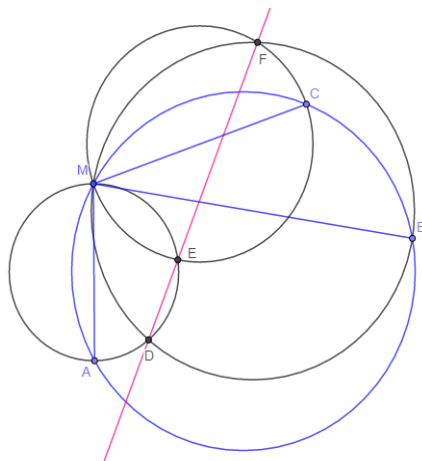


Рис. 3.2-5

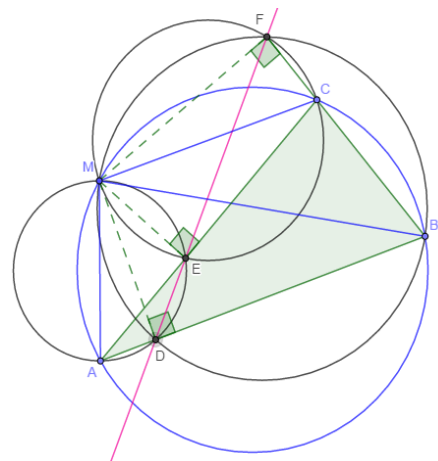


Рис. 3.2-6

Затем выявляются дополнительные свойства, исследуется взаимосвязь с прямой Симпсона. Выясняется, что точки A, B и C (см. рис.3.2-6) – вершины треугольника, к сторонам (или продолжениям) которого из т. М (см. рис. 3.2-4) можно опустить перпендикуляры MD, ME, MF. Формулируется вывод о том, что попарные точки пересечения окружностей Сальмона являются принадлежат прямой Симпсона. На заключительном этапе занятия рассматривается теорема о точке Микеля⁷ (рис. 3.2-7), исследуется взаимосвязь с окружностями Сальмона (рис. 3.2-8), проводятся обобщения.

⁶ Теорема Сальмона. Если через точку, взятую на окружности, проведены три произвольные хорды и на каждой из них, как на диаметре, построена окружность, то эти окружности попарно пересекаются в трех точках, лежащих на одной прямой

⁷ Теорема о точке Микеля. Окружности, описанные около четырех треугольников, образованных четырьмя прямыми общего положения (не проходящими через одну точку), пересекаются в одной точке – точке Микеля

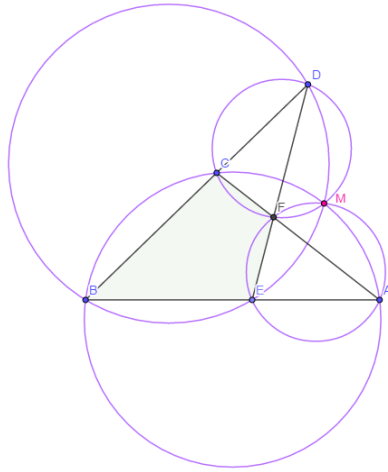


Рис. 3.2-7

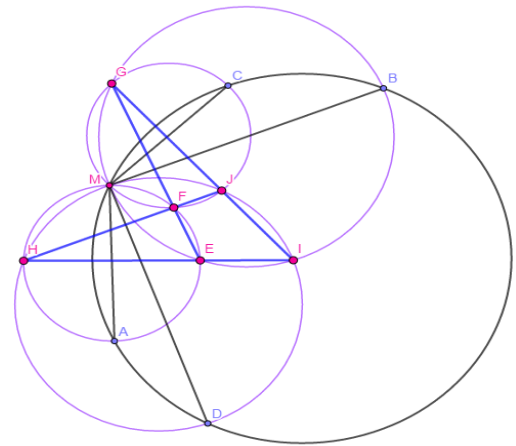


Рис. 3.2-8

Рассмотрим пример задачи, которую можно предложить учащимся на лабораторном занятии.

Задача. Треугольник ABC вписан в окружность. Для какой точки этой окружности прямая AB является прямой Симпсона? [28].

Для решения задачи выполним чертеж (рис.3.2-9) в программе GeoGebra.

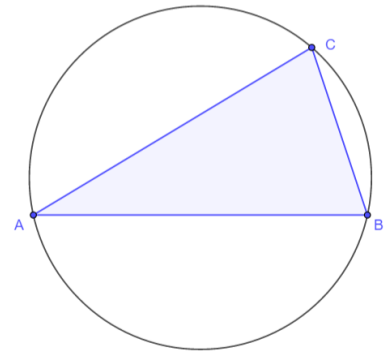


Рис. 3.2-9

Очевидно, глядя на рисунок, довольно затруднительно ответить на вопрос к задаче. Трех данных точек недостаточно, необходимы дополнительные построения. Попытаться восстановить перпендикуляры и найти их точку пересечения также невозможно, поскольку неизвестно, какие точки будут их основаниями.

Согласно разработанному алгоритму для работы с задачей предлагается выполнить уже известные шаги при помощи компьютерного эксперимента в соответствии с теорией ван Хиле. Также дифференцируем шаги в соответствии с уровнями усвоения Беспалько.

Ученический (по инструкции) или *Алгоритмический* (по памяти). Строим чертеж, на котором уже изображена прямая Симпсона (рис. 3.2-10).

Эвристический уровень. На данном этапе перед студентами стоит задача исследования чертежа и применения известных знаний для «открытия» нового (ответа на вопрос).

Большинство студентов уже способны самостоятельно найти ответ после проведения компьютерного эксперимента. В данном случае они приходят к выводу, что достаточно подвигать точку D и достигнуть положения, при котором прямая АВ совмещается с прямой Симпсона (рис. 3.2-11), точка G переходит в т. А, точка Е переходит в т. В.

Положение искомой точки D на конкретном чертеже определено, однако для ответа на вопрос необходимо выяснить точное положение точки (принадлежность объекту или способ построения).

После проведения исследования, для данной задачи, введения измерений углов (рис. 3.2-12) определяется точное положение точки D для любого описанного треугольника.

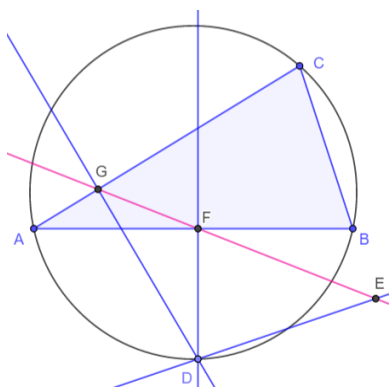


Рис. 3.2-10

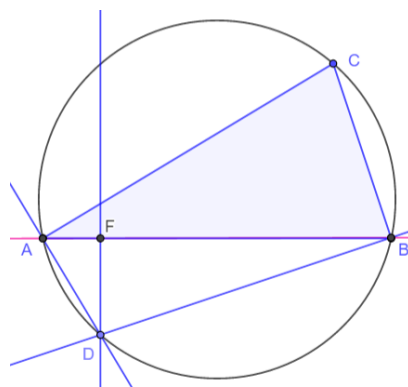


Рис. 3.2-11

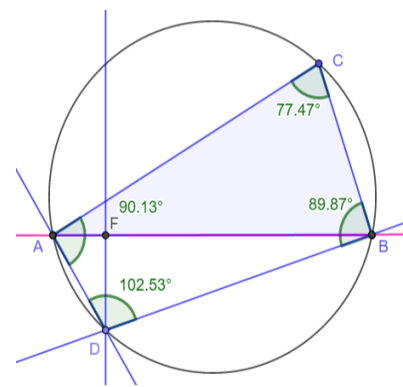


Рис. 3.2-12

Искомая точка – четвертая вершина вписанного в окружность четырехугольника. Из школьного курса геометрии известно, что вокруг четырехугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов равны 180° .

Последним этапом происходит доказательство выдвинутой гипотезы (*четвертый уровень* геометрического мышления ван Хиле).

3.3. Результаты опытно-экспериментальной работы

Организованная опытно-экспериментальная работа по реализации технологии смешанного обучения геометрии при подготовке студентов педагогического отделения показала повышение качества знаний по предмету. Самостоятельная работа студентов в электронном образовательном ресурсе позволила качественно перераспределить высвободившееся на занятиях время, уделить больше внимания сложному лекционному материалу и отработке изученного на лабораторных занятиях.

Результаты предметных тестирований

Об эффективности предложенной методики проведения занятий с применением компьютерного эксперимента свидетельствуют результаты контрольных тестов и итоги экзамена в конце семестра.

Напомним, контрольные тесты студенты имели возможность пройти дважды: после изучения лекции в ЭОРе до аудиторного занятия и через несколько недель после лекционных и лабораторных занятий. Повторное тестирование студенты проходили по желанию в качестве проверки остаточных знаний при подготовке к экзамену, а также имели возможность повысить баллы за семестр (в итоговую оценку включался высший балл). Средние баллы по двум попыткам каждого из 9 контрольных тестов можно увидеть в Таблице 8 (максимальный балл по каждому тесту равен 10).

Таблица 8. Средние баллы по попыткам контрольных тестов

	КТ-1	КТ-2	КТ-2*	КТ-3	КТ-4	КТ-5	КТ-6	КТ-7	КТ-8
1 попытка	8,07	6,14	6,42	6,61	7,46	7,84	7,14	6,96	7,97
2 попытка	8,90	6,91	6,79	7,31	7,57	8,58	7,19	7,15	8,25

По таблице видно, что средний балл по группе для каждого теста увеличился. Итоги КТ показывают твердый «хороший» результат

успеваемости, несмотря на усложнение материала и тестовых вопросов в соответствии с уровнями геометрического мышления ван Хиле.

Кроме того, для получения объективных результатов были проанализированы попытки прохождения тестов каждого студента. Из результатов обеих попыток исключены баллы студентов, подошедших к тестированию наименее ответственно, пропустивших вопросы с открытым ответом и затратившие на тестирование менее 5 минут (из 60 возможных). Также исключены незавершенные попытки.

Благодаря использованию LMS Moodle возможно отслеживать результаты по каждому студенту, выявить среди них наиболее мотивированных к обучению. На диаграмме (рис. 3.3-1) отражены результаты двух попыток студентов по КТ-7 (Вписанные и описанные многоугольники), показывающая динамику конкретного студента.

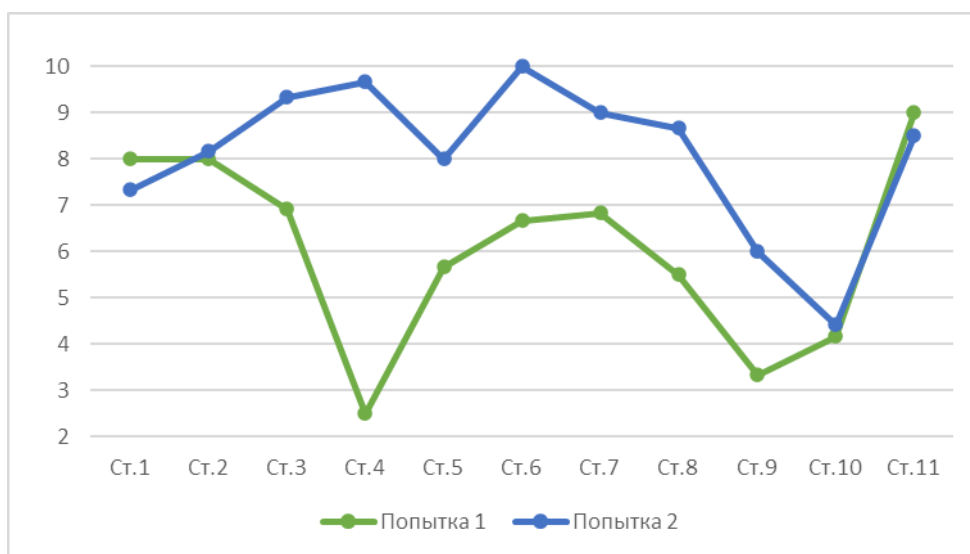


Рис. 3.3-1

Всего в КТ-7 приняли участие 24 студента для 1 попытки и 21 студент для 2 попытки. Из них 11 студентов приняли участие в тестировании дважды, их результаты включены в диаграмму. Из 11 студентов 7 значительно повысили свой результат, 4 подтвердили предыдущий (с максимальным отклонением $\pm 0,5$ б.).

Заключительным этапом экспериментальной работы стал день экзамена в конце семестра. Обязательным этапом было прохождение экзаменационного теста в ЭОРе в присутствии преподавателя.

В итоговом тестировании приняли участие 29 студентов. В экзаменационный тест вошли 12 вопросов, сгенерированных случайным образом для каждого студента из числа вопросов для контрольных тестов. Максимальный балл – 25. На гистограмме (рис. 3.3-2) представлены результаты (на основании протокола, см. Приложение 2). 28 студентов успешно справились с экзаменационным тестированием.

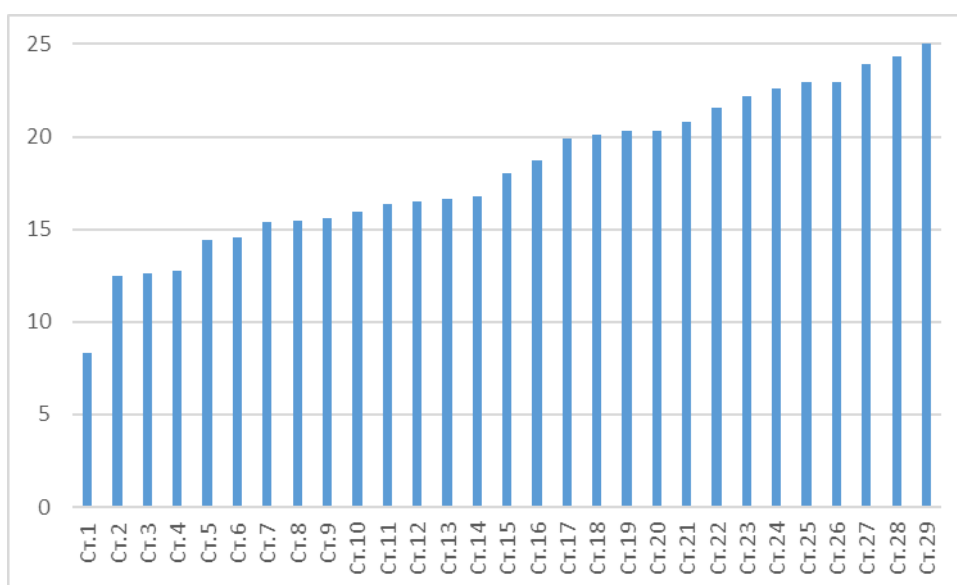


Рис. 3.3-2

Согласно балльно-рейтинговой системе, применяемой в КФУ, в течение семестра студенты могли получить не более 50 баллов. По итогам экзамена – добрать до 100 баллов.

После тестирования 20 студентов по желанию приняли участие в устном экзамене. Из них 9 студентов получили по итогам всего экзамена отметки «хорошо» (4 студента) и «отлично» (5 студентов). Среди отказавшихся от устного экзамена были 6 студентов, уже набравших по итогам всех испытаний достаточное для отметки «хорошо» количество баллов. Все 29 студентов сдали экзамен по предмету.

Результаты проверки уровня геометрического мышления

В соответствии с методикой измерения уровня геометрического мышления студенты были протестированы дважды: на первом занятии и по окончании изучения дисциплины.

В исследовании приняли участие 25 студентов. Распределение результатов первого тестирования (см. Приложение 3) отражено на рис.3.3-3.

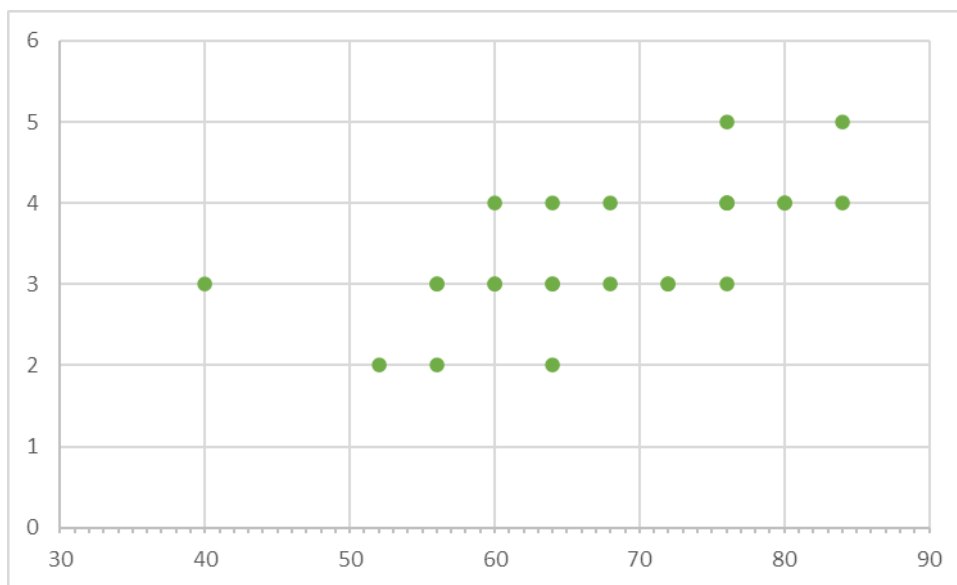


Рис. 3.3-3

По горизонтали – процент выполнения теста, по вертикали – достигнутый уровень геометрического мышления. Количество точек меньше количества студентов, так как координаты некоторых студентов совпали: (56;3) – 2 студента, (60;3) – 2 студента, (64;3) – 2 студента, (72;3) – 2 студента, (76;4) – 3 студента, (80;4) – 2 студента.

По диаграмме видно, что минимальный уровень ГМ равен 2. Уровня 5 достигли два студента, причем процент выполнения теста различный. Также студент, выполнивший тест на 40% оказался на 3 уровне, в то время как студенты, выполнившие более 50%, оказались на 2 уровне. Это связано с особенностями методики оценивания, описанной п. 3.1.

В результате на 2 уровне оказались 3 студента, на 3 уровне – 11, на 4 уровне – 9, на 5 уровне – 2.

Результаты второго тестирования (см. Приложение 4), проведенного при помощи разработанного теста, отражены на рис. 3.3-4.

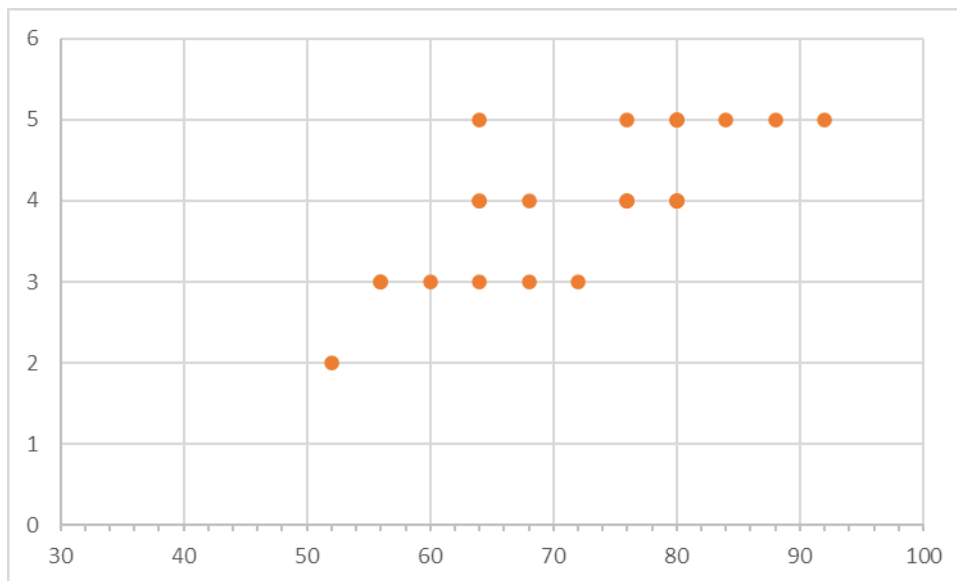


Рис. 3.3-4

Распределение количества студентов по уровням отражено в таблице.

Таблица 9. Распределение количества студентов по уровням ГМ

	1 уровень	2 уровень	3 уровень	4 уровень	5 уровень
1 тест	0	3	11	9	2
2 тест	0	1	6	10	8

Общий рост уровня геометрического мышления в результате проводимых занятий у студентов очевиден. Также, двое студентов, которые не смогли принять участие в первом тестировании, продемонстрировали на втором тестировании 4 и 5 уровни ГМ.

В пункте 3.1. также было отмечено, что результаты тестирования студентов были переоценены. Данные, представленные выше, были получены в результате присвоения баллов за 3 верных ответа из 5 в каждой из пяти групп вопросов. Однако автор теста З. Узискин отмечает, что проверку можно осуществлять по более строгой методике: 4 из 5.

С целью проверки адекватности результатов в отношении предметного экзаменационного теста и общей итоговой отметки, результаты обоих тестов

по измерению уровня геометрического мышления были пересмотрены и переоценены: баллы в каждой группе вопросов начислены за как минимум 4 верных ответа из 5. Также предпосылкой для повторной проверки стало понижение уровня у трех студентов по итогам второго тестирования.

Полученные результаты отражены в Таблице 10.

Таблица 10. Сравнение двух тестов после переоценки

1 уровень		2 уровень		3 уровень		4 уровень		5 уровень		ВХ		Уровень		прирост	тест геом.	Примечание
1.1 т.	1.2 т.	2.1 т.	2.2 т.	3.1 т.	3.2 т.	4.1 т.	4.2 т.	5.1 т.	5.2 т.	ВХ-1 балл	ВХ-2 балл	ВХ 1	ВХ 2			
1	1	2	2	4	4	0	0	0	0	7	7	3	3	0	12,64	
1	0	2	2	0	4	0	0	0	0	3	7	2	3	1	8,33	
1	1	2	2	0	0	0	0	0	16	3	3	2	3	1	12,5	
1	1	2	2	4	4	0	8	0	0	7	15	3	4	1	23,89	
1	1	0	2	4	4	0	0	0	0	5	7	2	3	1	22,92	
1	1	2	2	4	4	0	0	0	0	7	7	3	3	0	20,31	
1	0	2	2	4	0	0	8	0	0	7	10	2	3	1	22,92	
1	0	2	2	0	4	0	0	0	0	3	6	2	3	1	12,74	
0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	1	22,57	
1	1	2	2	4	4	8	8	0	16	13	31	4	5	1	25	
1	1	2	2	4	0	0	0	0	0	7	3	3	2	-1	24,31	БРС хор.
1	0	2	2	4	0	0	0	0	0	7	2	3	2	-1	14,58	БРС удовл.
1	1	2	2	4	4	0	0	0	0	7	7	3	3	0	18,06	
1	1	2	2	0	4	0	0	0	0	3	7	2	3	1	16,77	
1	1	0	2	4	4	8	8	0	0	13	15	3	4	1	22,22	
14	10	12	15	10	10	2	4	0	2							
1	1	2	2	0	0	0	8	0	0	3	11	2	3	1	14,44	
1	1	2	2	4	0	8	8	0	0	15	11	4	3	-1	15,38	
1	1	0	0	4	0	8	0	16	0	29	1	5	1	-4	19,9	БРС удовл.
1	1	2	2	0	0	0	8	0	16	3	27	2	5	3	16,39	
1	1	2	2	4	4	8	8	0	0	15	15	4	4	0	15,63	
1	1	2	2	4	4	0	0	0	0	7	7	3	3	0	18,75	
1	1	2	2	4	4	0	0	0	0	7	7	3	3	0	21,53	
1	1	2	2	0	4	0	8	0	0	3	15	2	4	2	16,67	
1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	3	3	2	2	0	20,83	
1	0	2	2	4	0	0	0	0	0	7	3	3	1	-2	15,97	БРС удовл., списан ВХ-1
10	9	9	9	6	4	3	5	1	1					0		

Новое распределение по уровням представлено в Таблице 11.

Таблица 11. Распределение количества студентов по уровням ГМ–2

	0 уровень	1 уровень	2 уровень	3 уровень	4 уровень	5 уровень
1 тест	1	0	10	10	3	1
2 тест	0	3	3	13	4	2

Полученные результаты считаем наиболее объективными, поскольку они соотносятся с результатами семестровой работы, итоговой отметкой и собеседованием со студентами. К сожалению, не все студенты подошли ответственно к тестированию ввиду его необязательности. Формальное отношение некоторых студентов было выяснено после личного собеседования (они были удовлетворены текущими баллами и дополнительные баллы за участие в исследовании получить не хотели).

Проведенная переоценка позволила качественно переосмыслить результаты, распределение по уровням приняло вид, соответствующий достижениям и отношению к обучению каждого студента.

Выводы по Главе 3

Применение смешанного обучения в соответствии с изложенной методикой показало свою эффективность, которая подтверждается экспериментальными данными.

В результате опытно-экспериментальной работы студенты продемонстрировали хороший уровень усвоения предмета, научились проводить компьютерный эксперимент по геометрии, выдвигать гипотезы и правильно доказывать утверждения. Уровень геометрического мышления значительно вырос.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данного исследования обоснована эффективность применения смешанной формы обучения студентов педагогического отделения Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ курсу «Элементарная математика: планиметрия».

Благодаря переносу лекционного материала в электронный образовательный ресурс под управлением LMS Moodle удалось высвободить значительную часть времени на аудиторных занятиях и посвятить его более качественному осмыслению сложной теории, проведению компьютерного эксперимента в программе GeoGebra. При такой форме работы у студентов появилась возможность стать активными участниками образовательного процесса, научиться самостоятельно выдвигать гипотезы, формулировать и доказывать известные теоремы.

Разработанная система разбитых на небольшие теоретические блоки лекций, обновленные чертежи и анимации, встроенные видеоматериалы и «облака слов» дали положительный эффект в обучении, позволили сформировать привлекательный вид электронного курса, введенная система рейтинга позволила реализовать элементы игрофикации.

Исследование также стало продолжением начатой в 2017 году работы по измерению и развитию геометрического мышления студентов в соответствии с теорией ван Хиле и дополнено известными моделями Б. Блума и В. Беспалько. Разработана методика формирования банка вопросов и создания тестовых вопросов в LMS Moodle в соответствии с уровнями ван Хиле и Беспалько.

В результате опытно-экспериментальной работы получены данные, позволяющие сформулировать вывод об эффективности разработанной модели обучения.

Исследование носит прикладной характер, содержит рекомендации по реализации смешанной модели обучения, подобранные ресурсы, подходящие для смешанного обучения математике в школе и вузе, а также уникальную разработку для формирования тестовых вопросов по геометрии.

В дальнейшем планируется продолжить данное исследование в рамках обучения геометрии школьников и студентов при помощи электронного образовательного ресурса с применением интеллектуальных рекомендательных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blended Learning Models // Blended Learning Universe. – Текст: электронный. – URL: <http://www.blendedlearning.org/models/> (дата обращения: 20.03.2020).
2. Coursera. – URL: <https://www.coursera.org/> (дата обращения: 15.03.2020).
3. Dynamics of students' activity states in the process of solving mathematical tasks / Liliana R. Shakirova, Marina V. Falileeva, Anastasiya E. Dupina // Institute of Integrative Omics and Applied Biotechnology, ISSUE: Multidisciplinary Social Science & Management, 2019, pp. 122-127. ISSN: 0976-3104, https://www.iioab.org/IIOABJ_10.S1_122-127.pdf
4. Frykholm, J. A. (1994). The significance of external variables as predictors of van Hiele levels in algebra and geometry students. Madison: University of WisconsinMadison. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 372 924)
5. Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. Journal for Research in Mathematics Education Monograph 3. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
6. GeoGebra. – URL: <https://www.geogebra.org/> (дата обращения: 20.01.2017).
7. July Raquel Andrea. "Thinking in three dimensions: Exploring students' geometric thinking and spatial ability with the Geometer's Sketchpad" (2001). ProQuest ETD Collection for FIU. AAI3018479. <http://digitalcommons.fiu.edu/dissertations/AAI3018479> (Дата обращения 20.12.2017)
8. KhanAcademy. – URL: <https://ru.khanacademy.org/> (дата обращения: 15.03.2020).
9. Najeh Rajeh Alsalhi, Mohd. Elmagzoub Eltahir, Sami Sulieman Al-Qatawneh. The effect of blended learning on the achievement of ninth grade

- students in science and their attitudes towards its use. *Heliyon*, Volume 5, Issue 9, 2019, e02424. ISSN 2405-8440, <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02424> (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405844019360840>)
10. Nasser, L. (1995). Long term effects of a geometry course based on the van Hiele theory. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the annual conference of the international group for the psychology of mathematics education (19th. Recife Brazil. July 22-27')*: Vol 1. (pp. 213).
 11. Pereira, Lucas & da Silva, Jaqueline & Jardim, Deborah. (2017). Practices for Geometry Teaching Using Geogebra. – URL: https://www.researchgate.net/publication/314509731_Practices_for_Geometry_Teaching_Using_Geogebra (дата обращения: 11.02.2020).
 12. Pierre M. van Hiele. *Structure and insight: a theory of mathematics education*. Academic Press, 1986: 246 с.
 13. PISA 2018 results // OECD: The Organisation for Economic Co-operation and Development. – Текст электронный. – URL: <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm> (дата обращения: 19.12.2019).
 14. Students harness the skill of preparedness through blended learning / Amira Awaad // *Blended Learning Universe*. – Текст: электронный.– URL: <https://www.blendedlearning.org/students-harness-the-skill-of-preparedness-through-blended-learning/> (дата обращения: 20.03.2020).
 15. Reem Sualiman Baragash, Hosam Al-Samarraie. Blended learning: Investigating the influence of engagement in multiple learning delivery modes on students' performance. *Telematics and Informatics*, Volume 35, Issue 7, 2018, Pages 2082-2098. ISSN 0736-5853, <https://doi.org/10.1016/j.tele.2018.07.010>. (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0736585318303848>)
 16. Roger Riddell. 16 flipped learning uses in K-12 and college classrooms / Roger Riddell // *Education Dive*. – Текст: электронный. – URL:

<https://www.educationdive.com/news/16-flipped-learning-uses-in-k-12-and-college-classrooms/74311/> (дата обращения: 20.03.2020).

17. Stepik – многофункциональная и гибкая платформа для создания образовательных материалов. – URL: <https://stepik.org/catalog> (дата обращения: 15.03.2020).

18. TIMSS & PIRLS // TIMSS & PIRLS International Study Center – Текст: электронный.– URL: <http://www.timss.org/> (дата обращения: 19.12.2019).

19. Zalman Usiskin. “Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry.” University of Chicago, 1982: 438. https://www.researchgate.net/publication/234715504_Van_Hiele_Levels_and_Achievement_in_Secondary_School_Geometry_CDASSG_Project (Дата обращения: 20.12.2017)

20. Андреева, Н.В. Шаг школы в смешанное обучение / Андреева Н.В., Рождественская Л.В., Ярмахов Б.Б. – Москва, 2016. – 282 с. – Текст: электронный. – URL: <https://live.coreapp.ai/journal/tpost/ea9b8kaofp-shag-shkoli-v-smeshannoe-obuchenie> (дата обращения: 20.04.2020). – Текст: электронный.

21. Бабикова, Н.Н. Планирование предметных результатов обучения на основе компетенций ФГОС // Проблемы современного образования. 2018. №6. – Текст: электронный. URL: <http://www.pmedu.ru/index.php/ru/2018-god/nomer-6> (дата обращения: 18.04.2020).

22. Бактыбаев, Ж.Ш. Использование технологии таксономии Блума в учебном процессе вуза // Ярославский педагогический вестник. 2017. №1. – Текст: электронный. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29288733> (дата обращения: 18.04.2020).

23. Блинов, В.И. Проект дидактической концепции цифрового профессионального образования и обучения / В.И. Блинов, М.В. Дулинов, Е.Ю. Есенина, И.С. Сергеев. – М.: Издательство «Перо», 2019. – 72 с.

24. Вербицкий, А.А. Цифровое обучение: проблемы, риски и перспективы / А.А. Вербицкий // НОМОСУBERUS. – 2019. – № 1. – Текст: электронный. – URL: http://journal.homocyberus.ru/Verbitskiy_AA_1_2019
25. Веримаг: интерактивная платформа для мобильных устройств. – URL: <http://verimag.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).
26. Воронина, Д.В. Педагогический дизайн как средство развития учебной мотивации студентов дистанционной формы обучения // Ярославский педагогический вестник, 2016. – № 5. – С. 135-140.
27. Галезник, А.В. Перевернутое обучение / А.В. Галезник. – Текст: электронный // Методическая копилка: Сайт Гимназии №10 г. Гомеля. – Текст: электронный. – URL: <http://www.gymnasium10.by/e/98962-perevernutoe-obuchenie> (дата обращения: 25.04.2020).
28. Геометрия: Доп. главы к шк. учеб. 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – Вита пресс, 2005. – 208 с. – Текст: непосредственный.
29. Глотова, М.Ю. Цифровая таксономия Блума и модель цифровой трансформации образования в учебном процессе вуза / М.Ю. Глотова, Е.А. Самохвалова. Информатика и образование. 2019; (6): 42–48. – Текст: электронный. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2019-34-6-42-48>. – URL: <https://info.infojournal.ru/jour/article/view/419> (дата обращения: 20.04.2020).
30. Дистанционное образование. Казанский Федеральный Университет. – URL: <https://edu.kpfu.ru/> (дата обращения: 20.04.2020).
31. Дюпина, А.Э. Влияние программы GeoGebra на уровень развития геометрического мышления студентов. / А.Э. Дюпина // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 56. Лобачевские чтения – 2018: материалы Семнадцатой молодежной научной школы-конференции (Казань, 23-28 ноября 2018 г.) / сост. А.А. Агафонов. - Казань: Издательство Казанского математического общества, Изд-во Академии наук РТ, 2018. – С. 99–104. – Текст: непосредственный.

32. Дюпина, А.Э. Исследование структуры геометрического мышления студентов педагогического отделения // Геометрия и геометрическое образование: сборник трудов IV международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 80-летию Е.В. Потоскуева), 29–30 ноября 2019 года / под общ. ред. Р.А. Утеевой. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. – С. 278–283. – Текст: непосредственный.
33. Дюпина, А.Э. Методика организации SPOC курса по обучению планиметрии будущих учителей математики. / А.Э. Дюпина, М.В. Фалилеева. Текст: электронный // Электронные библиотеки. 2020. № 23 (1–2). С. 49–56. – Текст: электронный. URL: <https://elbib.ru/article/view/567> (дата обращения: 10.03.2020).
34. Дюпина, А.Э. Развитие геометрического мышления студентов с помощью программы GeoGebra: вып. квалиф. работа. Каз. фед. университет, Казань, 2018. — Текст: электронный. URL: https://kpfu.ru/student_diplom/10.160.178.20_7735145_F_Djupina_A._E._Razviti_e_Geometricheskogo_myshleniya_sredstvami_programmy_GeoGebra.pdf
35. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов // ФГАУ ГНИИ ИТТ «Информика». – URL: <http://school-collection.edu.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).
36. Золотухин С. 6 систем дистанционного обучения: какую выбрать школе, репетитору, тренеру? / С. Золотухин // EduNeo: актуальные методики преподавания, новые технологии и тренды в образовании, практический педагогический опыт. – Текст: электронный. – URL: <https://www.eduneo.ru/3-besplatnye-sistemy-distancionnogo-obucheniya-obzor/> (дата обращения: 20.03.2020).
37. Кречетников, К.Г. Особенности организации смешанного обучения / К.Н. Кречетников // Современные проблемы науки и образования. – 2019. –

- № 4. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39251256> (дата обращения: 29.04.2020).
38. Лазуткина М.М. Мастер-класс «Смешанное обучение на уроках математики» / М.М. Лазуткина // Blended learning 2016: конференция по смешанному обучению. – Текст: электронный. – URL: <http://conference2016.blendedlearning.pro/materials2016/15-2/> (дата обращения: 15.04.2020).
39. Лазуткина М.М. Ротация станций – 5 класс – математика – гимназия 1576 (г. Москва) / М. Лазуткина // Смешанное обучение в России. – URL: https://blendedlearning.pro/blended_learning_models/station-rotation/ротация-станций-5-класс-математика-1576/ (дата обращения: 15.04.2020). – Текст: электронный.
40. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. – М.: Лабиринт, 2015. 192 с.
41. Лученкова, Е.Б. Смешанное обучение математике: практика опередила теорию / Е.Б. Лученкова, М.В. Носков, В.А. Шершнева // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2015. №1 (31). – Текст: электронный. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=23099041> (дата обращения: 20.04.2020).
42. Любомирская, Н.В. Модель «Перевернутый класс» / Н.В. Любомирская // Смешанное обучение в России. – Текст: электронный. – URL: https://blendedlearning.pro/blended_learning_models/модель-перевернутый-класс/ (дата обращения: 15.04.2020).
43. Любомирская, Н.В. Теория и практика внедрения смешанного обучения в деятельность школы / Н.В. Любомирская, Е.Л. Рудик, Е.В. Чигирева, Т.Е. Хоченкова. – Текст: электронный. – URL: <https://www.hse.ru/data/2019/06/13/1500493314/Статья%20Теория%20и%20практика%20внедрения%20смешанного%20обучения%20в%20деятельность%20школы.pdf> (дата обращения: 24.04.2020).

44. Майер, В.Р. Компьютерные исследования и эксперименты при обучении геометрии / В.Р. Майер // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2012. №4. – Текст: электронный. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kompyuternye-issledovaniya-i-eksperimenty-pri-obuchenii-geometrii> (дата обращения 10.05.2018).
45. Международная конференция «Математическое образование в школе и вузе» (MATHEDU) // Казанский федеральный университет. – URL: <https://kpfu.ru/math/conference/mathedu> (дата обращения: 15.04.2020).
46. Международная научно-методическая конференция «Современные проблемы обучения математике в школе и вузе» // Псковский государственный университет. – URL: <https://pskgu.ru/page/644dd633-c093-4bcd-b267-4a1fc5e64a38> (дата обращения: 15.04.2020).
47. Мобильное Электронное Образование. – URL: <https://mob-edu.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).
48. Нагаева, И.А. Смешанное обучение в современном образовательном процессе: необходимость и возможности / И.А. Нагаева // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2016. – № 6. – С. 56–67. – Текст: непосредственный.
49. Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа // Казанский федеральный университет. – URL: <http://mathcenter.kpfu.ru/> (дата обращения: 17.12.2020).
50. Носкова Т.Н., Павлова Т.Б., Яковлева О.В. ИКТ-инструменты профессиональной деятельности педагога: сравнительный анализ российского и европейского опыта // Интеграция образования. 2018. Т. 22, № 1. С. 25–45. DOI: 10.15507/1991-9468.090.022.201801.025-045. – Текст: электронный. – URL: <http://edumag.mrsu.ru/index.php/ru/articles/76-18-1/612-10-15507-1991-9468-090-022-201801-02> (дата обращения: 24.04.2020).
51. Нугуманова, Л.Н. Технология смешанного обучения: модели, содержание, рекомендации / Л.Н. Нугуманова, Г.А. Шайхутдинова, Т.В.

- Яковенко // Современный ученый. – 2019. – № 4. – С. 191–198. – Тест электронный. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=39198449> (дата обращения: 24.04.2020).
52. Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации // Правительство Российской Федерации. – Текст: электронный. – URL: <http://government.ru/docs/9775/> (дата обращения: 20.10.2019).
53. Обзор ТОП-9 отечественных и зарубежных СДО для корпоративного обучения // LmsList.ru: Системы Дистанционного Обучения. – Текст: электронный. – URL: <https://lmslist.ru/sdo/> (дата обращения: 20.03.2020).
54. Обзор 6 платформ и сервисов для онлайн-обучения: возможности и решаемые бизнес-задачи // Ispring: Платформа для корпоративного обучения №1 в России. – Текст: электронный. – URL: <https://www.ispring.ru/elearning-insights/platforma-onlain-obucheniya> (дата обращения: 20.03.2020).
55. Облако знаний // ООО «Физиконлаб» – URL: <https://www.imumk.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).
56. Овсянникова Т.Л. Использование программы GeoGebra при обучении геометрии будущих учителей математики / Т.Л. Овсянникова // Научно-издательский центр «Открытое знание». Текст: электронный. – URL: <https://scipress.ru/pedagogy/articles/ispolzovanie-programmy-geogebra-pri-obuchenii-geometrii-budushhikh-uchitelej-matematiki.html> (дата обращения: 12.03.2020).
57. Открытое образование // Ассоциация «Национальная платформа открытого образования» – URL: <https://openedu.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).
58. Открытая школа // Рыбаков Фонд. – URL: <http://openschool.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).
59. ПроектОриЯ // Проектория — твой помощник в выборе профессии. – URL: <https://proektoria.online/> (дата обращения: 15.03.2020).













60. Хохлова Н.А. Реализация технологии смешанного обучения на уроках математики / Н.А. Хохлова // ООО «Инфоурок». – URL: <https://infourok.ru/realizaciya-tehnologii-smeshannogo-obucheniya-na-urokah-matematiki-998929.html> (Дата обращения: 16.04.2020) – Текст: электронный.
61. Регламент разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет» // Казанский федеральный университет. – URL: https://kpfu.ru/portal/docs/F_647446215/Reg..razrabotki.EOR_posl_28.04.2016_iz_Elekt.pravit..pdf (дата обращения: 6.04.2020). – Текст: электронный.
62. Региональная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы физико-математического образования в школе и педагогическом вузе» // Сибирский федеральный университет. – URL: <http://research.sfu-kras.ru/node/7351> (дата обращения: 15.04.2020).
63. Семенова, И.Н. Моделирование расширенной системы методов обучения «Современной» образовательной парадигмы в смешанной модели обучения студентов педагогических специальностей / И.Н. Семенова // Педагогическое образование в России. 2016. №7. – Текст: электронный. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=26638524> (дата обращения: 06.04.2020).
64. Скоробогатов, Я.О. Об особенностях реализации курса обучения программированию школьников 7–11 классов в форме смешанного обучения // Современное образование. – 2017. – № 3. – С.1–9. DOI: 10.25136/2409-8736.2017.3.23185. URL: http://e-notabene.ru/pp/article_23185.html (дата обращения: 12.02.2020).
65. Смыковская, Т.К. Методика смешанного обучения учащихся 10–11-х классов финансовой математике / Т.К. Смыковская, Ю.А. Машевская, Г.И. Сидунова. // Известия ВГПУ. 2017. №2 (115). URL:








- <https://e.lanbook.com/reader/journalArticle/354053/#1> (дата обращения: 12.02.2020). – Режим доступа: по подписке.
66. Теория и практика создания онлайн-курсов / МФТИ // Coursera. – URL: <https://ru.coursera.org/lecture/howtomooc/dopolnitiel-naia-liektiia-taksonomia-bluma-7M5f4> (дата обращения 14.05.2020).
67. Тугульчиева, В.С. Практико-ориентированное обучение бакалавров естественно-научного профиля как способ формирования профессиональных компетенций / В.С. Тугульчиева, П.Д. Васильева // Вестник Марийского государственного университета. 2019. №1 (33). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=37078017> (дата обращения: 18.04.2020).
68. Указ Президента Российской Федерации от 07.05.2018 г. № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» // Сайт Президента России. – URL: <http://kremlin.ru/acts/bank/43027/page/1> (дата обращения: 20.10.2019).
69. Учебный процесс. Учебные планы // Казанский федеральный университет. – Текст: электронный. – URL: <https://kpfu.ru/do/uchebnyj-process/uchebnye-plany> (дата обращения: 20.10.2019).
70. Фалилеева, М.В. Обучение курсу «Элементарная математика» с использованием программы GeoGebra / М.В. Фалилеева, А.Э. Дюпина // В сборнике: Преподавание математики и компьютерных наук в высшей школе. Материалы международной научно-методической конференции. Научный редактор Е.К. Хеннер. 2017. – С. 88–92. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=29943037> (дата обращения: 20.10.2019).
71. Фалилеева, М.В. Развитие геометрического мышления обучающихся в условиях смешанного обучения / М.В. Фалилеева, А.Э. Дюпина // Наука. Информатизация. Технологии. Образование. Материалы XIII международной научно-практической конференции. Екатеринбург, 24–28 февраля 2020 г. – Екатеринбург: РГППУ. – 2020. – С.391–399. – Текст: электронный. <https://elibrary.ru/item.asp?id=42905125> (дата обращения: 20.04.2020).

72. Федеральные государственные образовательные стандарты // Национальная ассоциация развития образования и науки. – URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 20.10.2019).
73. Федеральный Закон от 29 декабря 2012 года №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» // Сайт Президента России. – URL: <http://kremlin.ru/acts/bank/36698/page/1> (дата обращения: 20.10.2019).
74. Шакирова, Л.Р. Онтологический подход в обучении геометрии. Текст: электронный / Л.Р. Шакирова, М.В. Фалелеева // Электронные библиотеки. 2019. № 22 (5). С. 456–473. <https://doi.org/10.26907/1562-5419-2019-22-5-465-473> (<https://elbib.ru/article/view/522>). (дата обращения: 15.05.2020).
75. Шкунова, А.А. Реализация технологии смешанного обучения средствами LMS Moodle / Шкунова А.А., Прохорова М.П., Лабазова А.В., Белоусова К.В., Булганина А.Е. // Инновационная экономика: перспективы развития и совершенствования. 2019. №2 (36). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=38537904> (дата обращения: 15.05.2020).
76. Элементарная математика: планиметрия / М.В. Фалилеева // Дистанционное образование КФУ. – URL: <https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=792> (дата обращения: 10.03.2020).
77. ЯКласс: цифровой образовательный ресурс для школ. – URL: <https://www.yaklass.ru/> (дата обращения: 15.03.2020).

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Тип вопроса	Описание вопроса [30]
 Верно / неверно	Простая форма вопроса «Множественный выбор», предполагающая только два варианта ответа: «Верно» или «Неверно».
 Множественный выбор	Позволяет выбирать один или несколько правильных ответов из заданного списка.
 Всё или ничего	Позволяет выбрать несколько ответов из заранее определенного списка. При этом используется оценивание «Всё или ничего» (100% или 0%).
 Выбор пропущенных слов	Пропущенные слова в тексте вопроса заполняются с помощью выпадающих меню.
 Короткий ответ	Позволяет вводить в качестве ответа одно или несколько слов. Ответы оцениваются путем сравнения с разными образцами ответов, в которых могут использоваться подстановочные знаки.
 Числовой ответ	Позволяет сравнивать числовые ответы с несколькими заданными вариантами с учетом единиц измерения. Возможен и учет допустимых погрешностей.
 Несколько числовых ответов	Позволяет создать вопрос, правильных ответов на который может быть много. Условия задаются уравнениями или неравенствами.
 Вычисляемый	Вычисляемые вопросы подобны числовым вопросам, только в них используются числа, которые случайно выбираются из набора при прохождении теста.
 Простой Вычисляемый	Более простая версия вычисляемых вопросов, которые подобны числовым вопросам, но с использованием чисел, выбираемых случайным образом из определенного набора при прохождении теста.
 Множественный вычисляемый	Множественные вычисляемые вопросы устроены так же, как вопросы типа «Множественный выбор», с тем отличием, что ответами в них служат числовые результаты формул. Значения в формулах выбираются из заранее определенного набора значений случайным образом при прохождении теста.
 На соответствие	Ответ на каждый из нескольких вопросов должен быть выбран из списка возможных.
 На соответствие с перетаскиванием	Разновидность вопроса «На соответствие». Позволяет пользователям перетаскивать ответы для сопоставления с подвопросами.

 Случайный вопрос на соответствие	Подобен вопросу «На соответствие», но создается из вопросов типа «Короткий ответ», выбираемых случайным образом из конкретной категории.
 Перетаскивание в текст	Пропущенные слова в тексте заполняются с помощью перетаскивания.
 Перетаскивание маркеров	Маркеры перетаскиваются на фоновое изображение.
 Перетащить на изображение	Изображение или текст необходимо перетащить в зону на фоновом изображении.
 Эссе	Допускает в ответе загрузить файл и/или ввести текст. Ответ должен быть оценен преподавателем вручную.
 GeoGebra	Версия вычисляемых вопросов, которая использует GeoGebra, чтобы показать вопрос и проверить ответ при проведении теста.
 Записи PodLL	Допускает в качестве ответа аудио-, видеозапись, снимок вебкамеры или рисунок на электронной доске. Ответы необходимо оценивать вручную.

Протокол экзаменационного тестирования

Студент	Оценка/ 25,00	В. 1 /2,08	В. 2 /2,08	В. 3 /2,08	В. 4 /2,08	В. 5 /2,08	В. 6 /2,08	В. 7 /2,08	В. 8 /2,08	В. 9 /2,08	В. 10 /2,08	В. 11 /2,08	В. 12 /2,08	Устный экзамен	ИТОГО БРС
Студент 1	15,45	2,08	0	2,08	0	1,39	1,56	0	2,08	2,08	2,08	2,08	-	3	52
Студент 2	12,64	0	0	0,69	2,08	0,69	0,83	0	2,08	0	2,08	2,08	2,08	3	56
Студент 3	16,39	2,08	2,08	1,04	0	2,08	1,98	1,56	0	1,39	2,08	2,08	0	6	56
Студент 4	16,67	2,08	0	0	2,08	2,08	2,08	0	2,08	-	2,08	2,08	2,08	2	56
Студент 5	15,97	0	2,08	1,39	2,08	0,69	2,08	2,08	0	1,39	2,08	0	2,08	3	56
Студент 6	12,5	2,08	0	0	0	0,69	1,39	1,39	2,08	0,69	2,08	2,08	0	3	57
Студент 7	8,33	2,08	0	2,08	0	0	2,08	0	2,08	0	0	0	0	6	58
Студент 8	15,38	1,04	0	0,69	2,08	0	1,56	1,67	0	2,08	2,08	2,08	2,08		58
Студент 9	18,06	2,08	2,08	1,39	0	2,08	0	2,08	2,08	2,08	0	2,08	2,08	2	60
Студент 10	20,83	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	0	2,08	2,08	0	2,08	1	62
Студент 11	12,74	2,08	2,08	0	1,04	0,69	0,94	2,08	0	1,04	0,69	2,08	0	2	63
Студент 12	14,58	2,08	2,08	2,08	0	2,08	2,08	0	2,08	0	0	0	2,08		63
Студент 13	16,77	2,08	2,08	2,08	0	0	1,67	2,08	0,52	0	2,08	2,08	2,08	1	64
Студент 14	19,9	2,08	2,08	2,08	0	2,08	1,67	2,08	2,08	2,08	1,56	2,08	0		64
Студент 15	22,57	1,04	1,04	2,08	2,08	2,08	2,08	1,74	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08		72
Студент 16	20,31	2,08	2,08	2,08	2,08	1,56	2,08	2,08	1,04	1,04	2,08	2,08	0		72
Студент 17	14,44	2,08	0	0	2,08	2,08	0	0,35	1,25	1,04	1,39	2,08	2,08	10	72
Студент 18	16,53	2,08	2,08	2,08	2,08	0,69	1,25	2,08	0	2,08	0	2,08	0	8	74
Студент 19	20,14	2,08	0	1,39	0	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08		74
Студент 20	24,31	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	1,39	2,08	2,08	2,08		75
Студент 21	22,92	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	0	2,08		76
Студент 22	15,63	0	0	2,08	2,08	0	1,56	1,56	2,08	0	2,08	2,08	2,08	15	76
Студент 23	23,89	1,39	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	1,67	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	9	77
Студент 24	22,22	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	0,35	1,04	2,08	2,08		83
Студент 25	18,75	2,08	0	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	0	0	2,08	2,08	2,08	9	86
Студент 26	21,53	2,08	2,08	2,08	2,08	0,69	2,08	2,08	0	2,08	2,08	2,08	2,08	15	87
Студент 27	20,31	2,08	0	2,08	2,08	2,08	1,56	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	-	16	92
Студент 28	25	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	18	95
Студент 29	22,92	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	0	1	100

Протокол первого тестирования по тесту 3. Узискина

Студент 1	Р. 1	Р. 2	Р. 3	Р. 4	Р. 5	анл 1	В. 6	В. 7	В. 8	В. 9	В. 10	анл 2	В. 11	В. 12	В. 13	В. 14	В. 15	анл 3	В. 16	В. 17	В. 18	В. 19	В. 20	анл 4	В. 21	В. 22	В. 23	В. 24	В. 25	анл 5	Общий балл	% вып	Уровень ВХ-1
Студент 1	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	0	0	0	0	0	0	15	68	4
Студент 15	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	0	0	4	0	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	0	11	64	3
Студент 2	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	0	0	4	0	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	3	56	2	
Студент 16	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	0	15	80	4	
Студент 3	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	4	0	0	0	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	3	64	2		
Студент 25	4	0	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0	7	64	3		
Студент 17	4	4	4	4	4	0	1	4	4	4	0	2	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	4	4	4	31	76	5		
Студент 4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	23	60	4		
Студент 18	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	0	4	4	0	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	56	3		
Студент 5	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	72	3		
Студент 6	4	4	4	4	4	0	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	15	76	4		
Студент 7	4	4	4	4	4	0	1	4	4	4	4	2	4	4	0	0	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	56	3		
Студент 8	4	0	4	4	4	0	1	0	4	4	0	2	0	4	4	0	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	40	3		
Студент 19	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	15	84	4		
Студент 9	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	31	84	5		
Студент 10	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	72	3		
Студент 20	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	23	80	4		
Студент 11	4	4	4	4	0	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	15	64	4		
Студент 21	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	68	3		
Студент 12	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	76	3		
Студент 22	4	4	4	4	4	1	4	4	4	0	4	2	0	4	4	0	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	60	3		
Студент 13	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	4	2	0	0	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	7	60	3		
Студент 23	4	4	4	4	4	1	4	4	4	0	4	2	0	0	4	4	0	4	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	3	52	2		
Студент 24	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	15	76	4		
Студент 14	4	4	4	4	4	1	0	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	0	0	0	0	15	76	4		

Протокол второго тестирования по разработанному тесту

Студент	Сам																									Общий балл	% в	Уровень ВХ-2						
	B.1	B.2	B.3	B.4	B.5	Сам 1	B.6	B.7	B.8	B.9	B.10	Сам 2	B.11	B.12	B.13	B.14	B.15	Сам 3	B.16	B.17	B.18	B.19	B.20	Сам 4	B.21				B.22	B.23	B.24	B.25	Сам 5	
Студент 1	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	0	0	7	72	3	
Студент 2	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	0	4	4	4	4	0	0	15	76	4
Студент 3	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	0	4	4	4	4	0	0	15	64	4
Студент 4	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	0	4	4	4	4	0	0	11	64	3
Студент 5	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	76	5
Студент 6	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	80	5
Студент 7	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	3	52	2	2
Студент 8	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	16	23	76	4
Студент 9	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	80	5
Студент 10	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	0	15	76	4
Студент 11	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	0	15	64	4
Студент 12	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	0	23	68	4
Студент 13	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	7	56	3
Студент 14	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	88	5
Студент 15	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	92	5
Студент 16	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	7	68	3
Студент 17	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	84	5
Студент 18	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	19	60	3	
Студент 19	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	15	80	4	
Студент 20	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	80	5
Студент 21	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	15	80	4	
Студент 22	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	16	23	80	4
Студент 23	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	7	56	3	
Студент 24	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	4	4	4	4	4	0	16	31	64	5
Студент 25	4	4	4	4	4	4	1	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	15	80	4	