МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

КАФЕДРА ТЕОРИИ И ТЕХНОЛОГИЙ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Направление: 44.03.05 – Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль: Математика и иностранный язык (английский)

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, НАПРАВЛЕННЫЕ НА РАЗВИТИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Работа завершена:

"___"_________ 2019 г. ______________________ (Ю.В.Параманова)

Работа допущена к защите:

Научный руководитель

к.п.н., доцент

"___"_________ 2019 г. ______________________ (М.В.Фалилеева)

Заведующий кафедрой

д.п.н., профессор

"___"_________ 2019 г. ______________________ (Л.Р. Шакирова)

Казань – 2019

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Математика во взаимосвязи с другими науками позволяет лучше понимать окружающий мир. Математическое образование в свою очередь играет огромную роль в становлении личности учащегося. Эти потенциалы математического образования позволяют в полной мере реализовать Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) в школе. Одной из главных задач педагога по ФГОС является формирование и развитие у учащихся метапредметных умений. ФГОС делает большой акцент на том, чтобы показать учащимся не только предметную область, но и область, выходящую за грани предмета, надпредметную область. Существует достаточное количество способов для развития и формирования метапредметных умений, один из которых – решение математических задач с метапредметным содержанием. Подобные задачи погружают учащихся в новую, нестандартную ситуацию, позволяют самостоятельно искать пути решения проблем, дают возможность увидеть связь математики с жизнью.

Актуальность данного вопроса исследования стала причиной выбора темы исследования: «Математические задачи, направленные на развитие метапредметных умений учащихся».

Цель исследования: выделить особенности и виды математических задач, направленных на развитие метапредметных умений учащихся.

Поставленная цель достигается решением следующих *задач*:

1. Рассмотреть теоретические основы по математическим задачам и современным метапредметным подходам.
2. Выделить и охарактеризовать виды математических задач.
3. Спроектировать опытно – экспериментальную работу и реализовать ее в процессе обучения учащихся старшей школы.

Объект исследования: учебно-образовательный процесс на уроке математики в школе.

Предмет исследования: математические задачи.

Методы исследования:

- анализ методической и психолого-педагогической литературы;
- наблюдение и опыт;
- дедукция;
- анализ и синтез;
- апробация.

Исследование было проведено на базе МБОУ «Лицей №177» Ново-Савиновского района г. Казани. В эксперименте принимали участие ученики 9 класса.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографии и приложений.

ГЛАВА 1. Теоретические основы развития метапредметных умений учащихся посредством решения математических задач

1.1. Метапредметные умения как новая парадигма школьного образования

Согласно ФГОС СОО к обучающимся устанавливаются требования к результатам обучения, в том числе, к метапредметным (ПРИЛОЖЕНИЕ 1). Они включают в себя межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные) [28]. Метапредметные результаты, согласно стандарту, получаем при помощи умений (ПРИЛОЖЕНИЕ 2).

Однозначного определения понятия «метапредметные умения» не существует ни в педагогике, ни в другой науке. Исследованием данного вопроса занимались А.Г.Асмолов, А.В.Хуторской, Ю.В.Громыко и др.

Понятие «метапредметные умения» часто путают с понятием «универсальные учебные действия». Данные понятия не тождественны. Умением в педагогике называется владение способом выполнения действия, который обеспечивается знаниями и навыками [30, С. 165-166]. Действие – единица деятельности, цель которой элементарна и не разложима на более простые. Поэтому можем сказать, что понятие «умение» шире понятия «действие».

Выше было сказано, что точного определения понятия «метапредметные умения» нет. Это послужило поводом для рассмотрения значения префикса «мета». Его определение дается в Большой советской энциклопедии: «мета» – часть сложных слов, обозначающая промежуточность, следование за чем–либо, переход к чему–либо другому, перемену состояния [6, С. 225].

В «Большом толковом словаре русского языка» префикс «мета» обозначает «выход за пределы», что показывает отношение одного описания к другому, одно из которых стоит выше [16, С. 846].

На основе вышеизложенного можем утверждать, что метапредметные умения – это освоенные в результате полученных знаний и выработанных навыков способы выполнения всеобщих, надпредметных действий. Способом в данном случае является совокупность приёмов и методов.

А.В. Хуторской утверждает, что метапредметные умения – способность использовать общие понятия («первомыслы») для всех предметов, которые лежат в основе предметных понятий (например, «проблема», «знак» и др.) [31, С. 12]. В исследованиях М.Л. Кусовой и Е.Ю. Храмковой метапредметные умения представлены как умения работать с информацией, а именно умения понимать информацию и переводить её из одной знаковой системы в другую, основой которых являются усвоенные способы действий логического анализа, синтеза, умение структурировать, дифференцировать, правильно понимать значение терминов и слов в заданном контексте, отвечать на вопросы по тексту [15].

Ю.В.Громыко утверждает, что метапредметные умения – это присвоенные способы, надпредметные познавательные умения и навыки [9, С. 344]. Следовательно, метапредметными умениями называется не столько умение решать мыслительные задачи, сколько умение находить верные способы их решения, то есть умение находить основную идею решения задачи путем анализа и синтеза условий и требований задачи.

К метапредметным умениям Ю.В. Громыко относит усвоенные способы мыслительной деятельности теоретического, критического, творческого характера и способы обработки информации [9, С. 344-356].

К усвоенным способам теоретического мышления можно отнести умения выделять и анализировать заданную задачу или ситуацию. Рубинштейн С.Л. [24, С. 234] назвал данный процесс «анализом через синтез», характеризующийся вычленением нового содержимого из объекта [24, С. 234].

К усвоенным способам творческого мышления Ю.В. Громыко относит метапредметные умения уместно использовать знания в любой ситуации, умения видеть новые свойства и функции знакомых объектов. К усвоенным способам креативного мышления можно отнести умения находить альтернативное решение ситуаций и задач. Усвоенными способами решения задач творческого характера называют не только умения правильного восприятия знаний, но и их осмысление, а также умения создавать творческие, оригинальные пути решения задач и ситуаций [9].

В настоящее время учителя школ уделяют большое внимание при составлении уроков. Используются различные методы и приемы для успешного закрепления знаний, умений и навыков учащихся. Метапредметный подход в обучении является одним из самых эффективных в этом смысле. Преимуществом метапредметного урока можно назвать мотивацию учащихся на изучение предмета. Как правило, данные уроки содержат в себе связь изучаемого предмета с жизнью, с окружающим миром, позволяют выйти за пределы привычного, взглянуть на какие-то вещи с другой стороны.

Анализ опыта учителей говорит о том, что метапредметный компонент широко используется при составлении уроков практически по всем школьным предметам. Кульбаева Л.А. – учитель русского языка и литературы в своей работе утверждает, что ядром урока с метапредметным компонентом является проблемная ситуация. Проблемная ситуация развивает у учащихся интерес к предмету, умения выдвигать гипотезы, выстраивать план действий по решению проблемы, умение анализировать, находить причинно-следственные связи. Также автор говорит, что интегрированные уроки являются одними из самых эффективных способов развития метапредметных умений. Они развивают интерес учащихся, их кругозор, а также понимание целостной картины мира. В качестве примера

Кульбаева Л.А. приводит интегрированный урок, на котором учащимся было предложено проанализировать рассказ В. Астафьева «Васюткино озеро» с точки зрения биологии и географии. Автор говорит, что метод исследования также является эффективным для формирования и развития метпредметных умений. В качестве примера Кульбаева Л.А. приводит урок – суд, на котором изучается роман Ф.М. Достоевского «Преступление и наказание». На данном уроке учащимся предлагается изучить заданную проблему и подготовить проекты – выступления с точки зрения адвоката, судьи, прокурора и самого преступника. Таким образом, у учащихся развиваются умения работать с информацией, умение работать в группе, учебное сотрудничество, умение слушать других и приводить свои доказательства, самообразование, самоопределение, так как им предоставляется возможность почувствовать себя прокурором, адвокатом, судьей [14].

В статье Качаковой О.А. говорится об эффективности метода проектов и исследовательского метода. На своих уроках автор использует методы наблюдения, эксперимента, моделирования, анализа. Она считает, что при формировании исследовательской деятельности учащимся важно выделить то, чего они не знают. Для этого автор в своей педагогической деятельности использует прием «Бортовой журнал», который состоит из трех столбцов. В первом столбце ученик записывает то, что уже знает, во втором то, что хочет узнать и в третьем – что узнал. Данный прием можно использовать во время экскурсии или путем моделирования. Он позволяет учащимся провести рефлексию своих знаний, понять, на чем ему следует сделать акцент, каких знаний ему не хватает, что ему интересно. Проектные методы развивают у учащихся умение критически мыслить, умение самостоятельно конструировать свои знания, умение выдвигать гипотезы, ориентироваться в информации [11].

В работе Филимоновой Н.Л. рассматриваются примеры заданий по географии, которые формируют УУД, а соответственно и метапредметные умения. В данной работе автор говорит об умении работать с понятиями.

Умение давать определения понятиям, считает автор, логическая операция, а при формировании понятий развиваются умения сравнивать и обобщать. В работе Филимонова Н.Л. рассматривает задание на примере понятия «урбанизация». При работе с данным понятием она предлагает такие задания как, найти его в тексте, определить абзац, в котором говорится именно об урбанизации, привести пример из жизни и использовать понятие в своем высказывании. Сравнение, считает автор, также является методом для формирования метапредметных умений. Действительно, чтобы сравнивать, ученик должен уметь строить причинно-следственные связи, выбирать источники информации и работать с ними, выделяя отличия, характерные признаки. Например, сравнить Кавказские горы и Уральские горы: какие у них сходства и различия. В 8 классе сравнение производят с помощью наложения карт друг на друга. Классификация также один из методов развития метапредментых умений. Филимонова Н.Л. считает, что задания на классификацию развивают способность к комбинаторике. Например, в 6 классе при изучении горных пород, учащимся предложить разделить их на группы. Данное задание является примером интегрированного задания география + математика. Важным умением является умение составлять логические схемы. Например, составить логическую цепочку событий жизни путешественника. Автор рассказывает, что часто использует на своих уроках игровые технологии – деловую игру. При изучении темы «Западная Сибирь» она проводит игру «Можно ли построить крупную ГЭС на реке Обь». Задача учащихся – рассмотреть проблему с точки зрения гидролога, эколога, геолога, климатолога. Данный метод очень похож на метод исследования, который в своей работе представляет Кульбаева Л.А. Данное задание также формирует и развивает у учащихся умения учебного сотрудничества, умения слушать своих товарищей, умения высказывать свое мнение, умение анализировать, строить причинно–следственные связи.

Следующий прием для формирования умений – работа с текстом. Данный прием формирует умения: выделять главную идею из текста, определять главное и второстепенное, выстраивать хронологию событий, умение работать со словарем. На самом деле, умение работать с текстом очень важно. В КИМах ЕГЭ и ОГЭ часто встречаются такого рода задания.

Развитие устной речи также важно, по мнению автора. В ФГОС СОО говорится, что ученик должен владеть языковыми средствами – умением ясно, логично высказывать свое мнение.

Последний прием, рассмотренный автором, работа с таблицами, схемами, моделями. Действительно, в ФГОС СОО есть пункт, в котором говорится о том, что ученик должен уметь переводить информацию из одной знаковой системы в другую, уметь читать графики, географические карты, схемы и модели, анализировать их, формулировать умозаключения [29].

Комарова Г.К. в своей работе рассказывает о приемах и методах, которые использует на своих уроках. В данной работе рассмотрены графические техники представления информации такие, как ментальные карты, деревья понятий, кластеры, схема «фишбоун».

Ментальные карты – это схемы, которые состоят из центра и отходящих от него «веточек». На ветках можно разместить картинки и слова. Данный прием используется для запоминания слов, дает возможность приводить ассоциации, структурировать информацию. В процессе составления ментальной карты ученику требуется выделить проблему, тему, которую он изобразит в центре, затем провести веточки к основным идеям, которые раскрывают смысл проблемы. Такая работа позволяет развивать творческие умения учащихся, потому что ученик при помощи своей фантазии рисует данную схему, используя различные рисунки и картинки, разукрашивая карандашами и фломастерами, может бесконечно пополнять ее, представленная информация будет ему понятна [13].

Схема «фишбоун» также широко используется на уроках английского языка. Данная схема представляет собой графическое изображение в виде скелета рыбы. Она отображает причины явлений, событий. Голова рыбы – проблема, тело – причины возникновения проблемы, хвост – выводы.

Составление схем позволяет учащимся строить причинно-следственные связи, анализировать причины событий и явлений, ставить перед собой цели.

Таким образом, обобщая результаты анализа исследований учёных в данной сфере, а также опыт учителей, можем сделать вывод, что метапредметные умения важно и нужно развивать. Для этого существует огромное количество методов, приемов, технологий. Среди них: интегрированные уроки, метод проектов, метод исследования, проблемная ситуация, методы наблюдения, эксперимента, моделирования, анализа, прием «Бортовой журнал», работа с текстом, приемы классификации, сравнения, работа со схемами, моделями, географическими картами, схема «Фишбоун», ментальные карты, кластеры, деревья понятий. Любой прием, метод можно трансформировать под определенный учебный предмет. В совокупности и по отдельности они формируют и развивают метапредметные умения учащихся, повышают мотивацию к обучению, познавательный интерес, помогают учащимся составить целостную картину мира и свое место в нем.

1.2. Математическая задача: определение, процесс решения, виды

Несмотря на то, что существует достаточное количество определений понятия «задача», анализ различных источников Интернета и научной литературы не дает четкого определения понятию «математическая задача».

Для того, чтобы сформулировать определение понятия «математическая задача», рассмотрим определение понятия «задача». Рассмотрим с точки зрения двух подходов:

1. психологический, который определяет задачу как цель и как побуждение к мышлению;
2. дидактический, который определяет задачу как средство.

А.Н. Леонтьев дает следующее определение: «Задача – это цель, данная в определенных условиях» [17, С. 5]. В работе Г.А. Балла задача определяется как «система, обязательными компонентами которой являются: а) предмет задачи, находящийся в исходном состоянии, б) модель требуемого состояния предмета задачи» [3, С. 7]. Так же, как и А.Н. Леонтьев, О.К. Тихомиров определяет задачу как цель, заданную в конкретных условиях, но требующую эффективного способа ее достижения [26, С. 123].

В учебном процессе под математической задачей обычно понимают небольшую проблему, содержащую некоторые условия и требование, которое в результате должно быть достигнуто. Лоповок Л.М. определяет математическую задачу как требование осуществить некоторую математическую деятельность в указанных условиях, результатом которой является математический факт [18, С. 5]. Математический факт – это то, что получили в результате решения задачи: число, выражение, формула, свойства, отношения, которые используются в математике.

Любая задача имеет прямой продукт решения. Прямой продукт учебной деятельности – это результат, на достижение которого учащиеся прикладывают все свои усилия. Прямым продуктом решения математической задачи, в свою очередь, является математический факт.

Математическую задачу решают на основе и с помощью познавательно-мыслительных операций, к которым относятся синтез, анализ, классификация, сравнение, а также при помощи универсальных учебных действий таких, как выбор способа действий, постановка цели и другие.

Решение математической задачи производится на основе математических действий и операций. В данном случае операций сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в квадрат, извлечения корней и другие. Также при решении математических задач необходимо выбирать подходящие математические методы, к ним относят: метод индукции и дедукции, метод координат и другие. Также используются различные методы решения определенных типов математических задач, к которым можно отнести метод площадей, метод интервалов, метод подобия.

В настоящее время существует большое количество типов и видов задач, следовательно, и классификаций. Вопросом классификации задач занимались Г.А. Балл, Г.И. Саранцев, Д. Пойа, Д. Толлингерова, Л.М. Фридман, В.И. Крупич, Ю.М. Колягин и другие.

Анализ исследований и методической литературы позволил собрать множество классификаций математических задач.

Основания классификации бывают: по обучающей роли, по характеру требования, по уровням требования, по функциям, по количеству неизвестных компонентов. Рассмотрим основные классификации.

Во-первых, классификация по обучающей роли [2]:

1. Задачи на усвоение

Для того, чтобы сформировать математическое понятие у учащихся, учителю необходимо тщательно продумать работу с понятием, его определением и свойствами. Необходимо разобрать смысл каждого слова в определении понятия и знать его свойства. Добиться этого помогают задачи на усвоение математических понятий.

2. Задачи на овладение математической символикой

Развитие математической грамотности один из аспектов изучения математики. Учащийся должен владеть математическим языком, в частности и математической символикой. Следовательно, при решении задач необходимо делать акцент на символах, показывать их роль, значение, то, насколько они упрощают запись слов (больше, меньше, принадлежит, лежит и другие).

3. Задачи на обучение доказательству

Практически главная цель математики – обучить учеников доказательству. Обучение доказательствам начинается с простых задач-вопросов либо с исследовательских задач, состоящих из одного шага. Такие задачи служат для овладения математической символикой и для закрепления понятий.

4. Задачи на формирование математических умений и навыков.

К данному виду задач можно отнести задачи обучающие, развивающие. Это задачи, при решении которых происходит закрепление изученного материала, овладение навыками и умениями.

5. Задачи развивающего характера

Для задач развивающего характера присуще направленность на повышение познавательного интереса учащихся, на выработку интеллектуальных способностей.

Эрдниев П.М. считает, что развивающая задача – это система задач, включающая в себя обычную задачу, аналогичную задачу и обратную.

Во-вторых, различают задачи по функциям [8]:

1. Обучающая задача

Формирует математические ЗУН, творческую компетентность и внутренние отношения учащегося к знаниям. При составлении системы задач, которая направлена на усвоение новых понятия и их определений, используются задачи на актуализацию ЗУН. Они необходимы при формировании понятия. Также используются задачи, направленные на узнавание понятия и для усвоения его определения, задачи, в которых закрепляется умение использовать математическую символику и применяются изученные математические понятия.

Если говорить об усвоении новой теоремы и ее доказательства, то используются задачи, в которых скрывается некоторая закономерность. Учащиеся должны увидеть ее и выдвинуть гипотезу о существовании той или иной теоремы. Обучающие задачи включают в себя и задачи на закрепление доказательства теоремы и на ее применение в учебном процессе.

Задачи на усвоение нового приема формируют ЗУН, необходимые для эффективного решения задач данного вида.

2. Развивающая задача

Данный вид задачи развивает познавательный интерес учащихся, математический стиль мышления, приемы умственной деятельности, формы мышления.

3. Воспитывающая задача

Данный вид задач направлен на умственное воспитание учащихся, то есть на умственное развитие и мотивацию. Также воспитывающая задача направлена на нравственное воспитание. Она воспитывает в учениках такие качества, как милосердие, мужество, трудолюбие, честность, терпимость. Эстетическое воспитание-одно из функций воспитывающих задач. Они учат видеть учеников красоту в математике: в теоремах, символах, аксиомах, процессах решения, видеть неразрывную связь математики с другими областями науки, искусства.

Трудовое воспитание также является одной из функций воспитывающих задач. Они вырабатывают привычку к труду и трудолюбию, дают представление о профессиях.

4. Контролирующая задача

Данный вид задач позволяет осуществлять контроль знаний учащихся. Это могут быть задачи на самоконтроль, взаимоконтроль, задачи на проверку уровня усвоения понятий, теорем, аксиом, новых способов, методов и приемов решения задач.

В результате решения данных задач у учащихся происходят изменения в психике и в деятельности.

В-третьих, математические задачи классифицируют в зависимости от числа неизвестных ученику компонентов [12]:

1. Обучающие задачи

К обучающим задачам в данном случае относятся задачи с неизвестными начальными, а также конечными данными, с неизвестной теоретической базой.

2. Поисковые задачи

Решение поисковых задач помогает развить исследовательские и творческие умения учащихся. Они развивают нестандартное мышление.

3. Проблемные задачи

Проблемные задачи – это обычно задачи исследовательские. Содержат в себе три неизвестных компонента. В процессе решения задач исследовательского характера учащимся требуется для начала изучить вопрос, на который, в конечном счете, им придется ответить, далее выдвинуть гипотезу или предположение, выстроить план своего исследования и шаг за шагом дойти до ответа. В ходе такой деятельности у учащихся развиваются личностные качества, метапредметные и предметные умения. Исследовательская деятельность построена на основе познавательно–мыслительных операций анализа, синтеза, сравнения, на основе УУД.

В-четвертых, различают задачи по характеру требования А.В. Гуртовой [10], В.Г. Болтянский [5]:

1. Задачи на доказательство

Данный вид задачи предполагает доказательство верности или неверности четко сформулированного утверждения. Главными частями задач на доказательство является предпосылка и заключение теоремы, которую требуется доказать.

2. Задачи на построение

Данный вид задач предполагает построение некоторой геометрической фигуры при помощи циркуля и линейки. Фигура, которая удовлетворяет условиям задачи и будет является ее решением.

3. Задачи на вычисление

Данный вид задач предполагает нахождение неизвестного. Главными элементами являются неизвестное, данные и условия.

Смит и Штейн выделяют задачи по уровням требования [35, С. 348].

1. Задачи на воспроизведение.

На данном уровне рассматриваются задачи, направленные на воспроизведение ранее усвоенных фактов, правил, формул и определений или их запоминание. Данный вид задач не решается при помощи последовательности действий, в ней нет алгоритма, потому что сроки выполнения слишком короткие.

Задачи данного уровня не двусмысленные. В них указано, что и как должно быть воспроизведено.

2. Алгоритмические задачи.

На данном уровне рассматриваются алгоритмические задачи. Они характеризуются тем, что для них последовательность действий вызвана целенаправленно, то есть за каждым другим действием идет определенное действие. Последовательность действий выполняется как по инструкции. Для того, чтобы закрепить алгоритм, важно провести устный опрос. В задачах данного уровня нет ясности, то есть присутствует небольшая двусмысленность. Двусмысленность проявляется в неопределенности того, что должно быть сделано и как. Решение алгоритмических задач направлено на получение правильных ответов, но они не развивают математическое понимание, так как акцент делается исключительно на правильности последовательности действий и на правильности ответа. Данный вид задач формирует алгоритмические компетенции.

Удовенко Л.Н. выделяет 4 уровня сформированности алгоритмических компетенций: 1) предметный, 2) атрибутивный, 3) логико-алгоритмический, 4) творческий.

Первый уровень предполагает освоение работы по алгоритму, по заданному образцу, анализ действий не проводится.

На втором уровне учащимся предлагается проводить анализ, но несложный. На данном уровне учащиеся должны уметь изменять последовательность действий, заменять одно действие другим, а также самостоятельно составлять алгоритмы, находить в нем ошибки.

На третьем уровне учащиеся должны уметь самостоятельно составлять алгоритмы стандартных задач, объяснять каждое действие, а также выявить задачи, к которым применим данный алгоритм.

На четвертом уровне возникает идея и только потом решение с обоснованием [27].

3. Задачи на понимание.

Для задач данного уровня характерно развитие математического понимания посредством использования последовательности взаимосвязанных действий. Также для них характерен явный или неявный ход решения, который имеет тесные связи с основными мировоззренческими идеями. Условия задачи могут быть описаны при помощи диаграмм, символов, проблемных ситуаций. Представление информации в таком виде помогает устанавливать причинно-следственные связи и развивать мышление. Алгоритм в данном случае не может быть применен автоматически, его необходимо обдумывать.

4. Задачи на применение.

Для данного уровня задач характерно развитие неалгоритмического мышления. В данном случае действие по инструкции, по отработанной схеме не приемлем. Важным является понимание смысла математических понятий и отношений. Учащиеся сами должны контролировать и регулировать свои мыслительные процессы, также в процессе решения задачи обращаться к собственным знаниям и опыту. Для того, чтобы решить задачу данного уровня необходимо ее проанализировать и выявить в ней сложности. У учащихся она может вызвать тревогу из-за того, что процесс решения непредсказуем.

На основании вышеизложенного можем сказать, что вопрос об изучении математических задач остается открытым. Данная область математики недостаточно изучена, но, в свою очередь, математическая задача остается главным средством в обучении математике. Не существует однозначного, общепринятого определения понятия «математическая задача», лишь Лоповок Л.М. определил ее как требование осуществить некоторую математическую деятельность в указанных условиях, результатом которой является математический факт.

Общей классификации математических задач также не существует, хотя нами были рассмотрены несколько, среди них нет такой, которая охватывала бы все виды существующих задач. На наш взгляд, если рассматривать данный вопрос с точки зрения геометрии, то классификация по характеру требования А.В. Гуртового, В.Г. Болтянского является наиболее полной, но она не подойдет для алгебры. С точки зрения математики классификация по уровню требования Смит и Штейн является наиболее приемлемой, так как основание классификации позволяет охватить практически все существующие виды задач.

1.3. Математическая задача как инструмент развития метапредметных умений

Согласно ФГОС СОО необходимым условием обучения является формирование метапредметных умений. Основным средством развития и формирования данных умений в математике являются задачи. При решении всех видов задач данные умения развиваются, но продуктивнее и эффективнее в этом смысле работают межпредметные задачи.

Подходова Н.С. определяет межпредметную задачу как задачу, «…конструирование, решение и (или) обоснование которой предполагает использование знаний и умений не менее, чем двух и более учебных предметов. При этом материал разных предметных областей может быть представлен как в требовании, так и в условии задачи» [21].

Максимова В.Н. классифицирует межпредметные задачи в соответствии с логической направленностью:

1. индуктивные, для которых характерно обобщение фактов из других учебных дисциплин;
2. частично индуктивные, для которых характерным является синтез уже обобщенных знаний. К ним относятся теоремы, законы.
3. дедуктивные, для которых характерно требование доказать общепредметные утверждения при помощи знаний других предметов [20].

Валович Е.С. рассматривает классификацию задач по их функциям. Она относит к ним задачи, которые служат для объяснения явлений; задачи, при помощи которых вводятся новые понятия, опираясь на уже изученные факты; задачи, которые позволяют расширить свойства понятия и показать применение в других областях; задачи, которые обобщают знания в единую систему; задачи, которые применяются для объяснения различных теорий, законов [7].

Интеграция различных школьных дисциплин позволяет учащимся видеть мир целостным, поэтому роль межпредметной задачи очевидна. При составлении метапредметной задачи можно использовать факты из любых учебных дисциплин и составлять комбинации, например, математика+география, математика+история, математика+литература, математика+физика и др.

Также одной яркой особенностью использования межпредметных задач является то, что они позволяют закреплять межпредметные понятия. Например, при изучении темы «Масштаб» значение понятий «масштаб» и «координаты» учащимся будет легче запомнить, если показать применение данных понятий в географии. Для этого можно предложить задачи из географии на нахождение расстояния между пунктами на топографической карте, на определение площади определенного участка по карте.

Межпредметные задачи развивают умение видеть новые свойства объекта, умение переносить имеющиеся знания в новую ситуацию, умение пространственно мыслить, умение переводить информацию из одной знаковой системы в другую (работать с графиками, таблицами и диаграммами, переводить значения из одной системы в другую), умение работать с информацией.

Шкерина Л.В. утверждает, что при помощи теоретического анализа и опыта использования в процессе обучения математике проектных заданий, были достигнуты поставленные цели в формировании метапредметных умений. Под проектным обучением Шкерина Л.В. понимает обучение, для которого характерно использование метода проектов как основного метода. Использование проектов направлено на развитие самостоятельности учащихся. Создание проекта – это решение некоторой проблемы. Результаты проекта могут быть внедрены в область, в рамках которого проводилось исследование.

Основным принципом формирования метапредметных умений, считает автор, является принцип поликонтекстности. Поликонтекстность проектных заданий определяется тем, что для них характерно содержание различных контекстов: внутрипредметных, практико-ориентированных, междисциплинарных и других.

Шкерина Л.В. представляет 4 типа заданий, направленные на формирование метапредметных умений учащихся.

1. Математические задачи, содержащие междисциплинарный контекст.
2. Задания проектного типа.
3 Под заданиями проектного типа понимают задания, содержащие различные контексты, которые являются компонентами одного учебного проектного задания.
4 Проектные задания.
5 Проектные задания определяются тем, что в них сформулирована проблема, которую требуется решить.
6 Проекты.

Под проектами понимают задания, определяемые тем, что в них нет четко сформулированной проблемы. Учащимся может быть дано некоторое противоречие, на основе которого учащийся сам формулирует проблему и решает ее [32].

Шкерина Л.В. в своей работе также представляет методическую матрицу формирования метапредметных умений в условиях проектной деятельности (ПРИЛОЖЕНИЕ 3). В матрице рассмотрены задания и то, какие матапредметные умения они формируют и развивают, а также рассмотрены методы, которыми можно пользоваться для решения этих задач. Такие методы как, мозговой штурм, метод проектов, рефлексия, индивидуальные исследования, групповая работа в совокупности делают обучение эффективным и позволяют учащимся лучше усваивать знания.

Лунеева О.Л. в своей работе отмечает необходимость вводить в обучение межпредметные проекты. К межпредметному проекту автор относит создание тематических брошюр. Старшеклассниками было создано пособие для учеников шестого класса. В ней собрана информация об исчезающих видах растений Кировской области, которые занесены в Красную книгу. Математическое содержание данной работы – задание распределить их на координатной плоскости по точкам [19].

Лунеева О.Л. и Закирова В.Г. в своей работе представляют несколько тем межпредметных проектов (физика и математика, химия и математика, биология и математика, география и математика) [33]. Темы проектов представлены в таблице 1.

Таблица 1. Темы межпредметных прооектов

Предмет, класс	**Название проекта**	**Математическое содержание**	**Естественно-научное содержание**
Физика, 9-11 кл	«Доказательство математической теоремы с помощью понятий физики»	Теоремы	Понятия физики
Физика, 10-11 кл	«Векторы в математике и физике»	Вектор	Векторные значения
Физика, 9-11 кл	«Комплексные числа в физике»	Комплексные числа	Задачи теории теплопроводности и света
Физика, 9-11 кл	«Симметрия в физике»	Симметрия	Симметрия в физике, решение физических задач
Химия, 10-11 кл	«Математическое моделирование в химии»	Математическое моделирование	Химические явления
Химия, 10 кл	«Функции в химии»	Функции	Химические явления
Химия, 9 кл	«Графы в химии»	Граф	Изображение химических структур

Биология, 9-10 кл	«Числа Фибоначчи в биологии»	Числа Фибоначчи, золотое сечение	Биологические зависимости
Биология, 9-10 кл	«Симметрия в биологии»	Симметрия	Симметрия в биологии
География, 11 кл	«Конформные проекции и картография»	Конформные проекции	Картографическая проекция
География, 10-11 кл	«Неевклидова геометрия в географии»	Сферическая геометрия	Картография
География, 10-11 кл	«Топология в географии»	Топология	Экономическая география

Мин Гюн Ким и Ми Кён Чо в своей работе также рассматривают проблему интегрированного обучения, а именно математику с предметами естественного цикла. В своей работе они описывают тему «Симметрия», которая в Корее изучается в начальных классах. Так как данная тема в России изучается в 8-9 классах, использование описанных приемов будет актуально для наших школьников. На примере данной темы авторы рассматривают цели урока с точки зрения математики и естественных наук [34]. Данные представлены в таблице 2.

Таблица 2. Цели урока по теме «Симметрия» и его содержание

Цели	**Математическое содержание**	**Цели**	**Естественно-научное содержание**
Понимание принципа	Понимание симметрии реального изображения и зеркально отображенного изображения с помощью зеркала	Понимание основного принципа	Понимать отражающее свойство света

Математическое рассуждение	Понаблюдав за фигурами различной формы, выяснить общие черты симметричных фигур	Формировать интерес к явлениям	Наблюдать за отраженными изображениями фигур в зависимости от типа зеркал и изменяя угол
Решение проблем и коммуникация	Изобразить отраженную половину фигуры с использованием симметрии	Формирование умения заниматься научным исследованием	Прогнозировать изменение формы фигур в зависимости от положения зеркала, изучить свойства зеркал.

Данный урок позволит интегрировать естественно–научную и математическую деятельность.

Эксперимент также часто используется учителями в ходе урока. Он вовлекает учащихся в исследовательскую деятельность, результатом которой становится формирование и развитие умений самостоятельной познавательной деятельности.

Сайфутдинова Е.В. и Манькова Е.С. считают, что любые математические ситуации, которые возникают в процессе решения исследовательских задач, можно решить при помощи эксперимента.

В эксперименте выделяют 3 этапа: подготовительный этап, этап сбора информации и этап обработки полученных результатов.

Авторы в своей работе рассказывают о проведении эксперимента на уроках. Например, при изучении понятия «пропорция» можно познакомить учащихся с «золотым сечением». Во-первых, дать определение «золотого сечения» (по отрезкам), во-вторых, провести в классе эксперимент с комнатными растениями.

Старинные меры длины до сих пор часто встречаются в литературных произведениях и в книжках по истории. Поэтому можно предложить учащимся провести измерения класса, либо своей комнаты и полученные данные перевести в старинные меры длины.

Эксперимент формирует и развивает умения анализировать, строить аналогии, находить отличия и различия, строить причинно-следственные связи, коммуникативные умения [25].

Межпредметные связи в обучении важны, но не стоит забывать и о внутрипредметных. Внутрипредметные связи – взаимосвязь математических понятий, которые изучаются в разные промежутки времени, считает Попова О.Н. [22].

Аксёнов А.А. считает, что внутрипредметные связи могут быть использованы для обучения решению математических задач. Под внутрипредметными связями Аксёнова А.А. понимает логические связи и факты из теории.

Способы решения конкретных задач связаны между собой. При решении задач приходиться опираться на другие решенные задачи, искать взаимосвязи между ними.

Автор говорит, что внутрипредметные связи могут быть использованы при решении математических задач на исследование. В пример приводит задачу на нахождение площади трапеции, у которой известны основания и боковые стороны. В первую очередь учащиеся попробуют найти высоту, но автор говорит, что даже у способных учеников это вызовет затруднения. Аксёнов А.А. предлагает вспомнить, что же такое площадь. В данном случае необходимо рассмотреть свойства, а именно свойство, в котором говорится, что площадь фигуры равна сумме площадей её частей. Но даже так решение не будет очевидным, следует отметить высоту за x. Данная задача не является исследовательской, но для того, чтобы решить ее, учащимся придется провести небольшое исследование. Именно внутрипредметные связи помогут при ее решении, то есть использование знаний и умений из других областей математики [1].

В процессе решения задач с использованием внутрипредметных связей у учащихся формируются умения выдвигать гипотезы, доказывать правильность своих рассуждений, а также происходит совершенствование аналитико-синтетических способностей.

Практико-ориентированные задачи являются наиболее эффективными в обучении математике. В исследованиях PISA данный вид задач применяется очень широко. Практико-ориентированные задачи характеризуются тем, что в их условии задана реальная ситуация из жизни, а именно бытовые ситуации, ситуации, которые могут произойти, когда ученики станут взрослыми, начнут работать, а также ситуации, которые учащимся необходимо смоделировать и перевести на язык математики.

Исследование PISA проверяет 3 уровня математической компетентности: первый уровень – воспроизведение, второй уровень – установление связей, третий уровень – рассуждение.

Первый уровень предполагает применение известных фактов, алгоритмов, выполнение стандартных процедур.

Второй уровень предполагает установление связей в процессе решения задачи. Данный вид задач не является типичным, но и за рамки известного выходят не на много.

Третий уровень характеризуется тем, что учащиеся должны сами строить алгоритмы, обладать интуицией, интегрировать знания из других разделов математики, обосновывать полученные результаты.

В отчете о результатах PISA говорится о том, что одной из самых затруднительных задач в исследовании является задача «Вращающаяся дверь». Трудность заключается в том, что подобных задач нет в российских учебниках. Текст данной задачи объемный, а также содержит в себе количественные данные и рисунки. Учащимся самим требовалось извлечь необходимую информацию из частей текста. Эти результаты говорят о том, что у российских школьников недостаточно развиты метапредметные умения работы с информацией, представленные в различных видах [23].

Данная задача является практико-ориентированной, но не всем учащимся она встретится в жизни, возможно, кому-нибудь в профессиональной деятельности. На основе этого, мы можем сделать вывод о том, что практико-ориентированные задачи развивают метапредметные умения. Они позволяют учащимся работать с информацией, представленной в различном виде (текст, графики, диаграммы, рисунки), позволяет выдвигать гипотезы, основываясь на интуиции, обосновывать результаты, методом проб и ошибок находить правильные ответы, а также моделировать ситуации, которые могут встретиться им в реальной жизни.

Классификации математических задач, направленных на развитие метапредметных умений, не существует. Основываясь на рассмотренных выше характеристиках математических задач, необходимо составить их классификацию по уровням развития метапредметных умений.

Так как классификация Смит и Штейн применима практически ко всем видам задач, возьмем ее за основу нашей классификации для задач, направленных на развитие метапредметных умений учащихся. Классификация Смит и Штейн очень похожа на классификацию уровней усвоения знаний Беспалько В.П. Он выделяет следующие уровни: ученический, типовой, нетиповой, творческий [4, С. 55-56].

Распределим рассмотренные выше задачи по уровням требования в таблице 3. Расшифруем обозначения: Э-3, Э-4 – эксперименты 3 и 4 уровня соответственно; МДЗ-1, МДЗ-2, МДЗ-3 – междисциплинарные задачи 1, 2, 3 уровня соответственно; ВПЗ-1, ВПЗ-2, ВПЗ-3 – внутрипредметные задачи 1, 2, 3 уровня соответственно; ПОЗ-1, ПОЗ-2, ПОЗ-3 – практико-ориентированные задачи 1, 2, 3 уровня соответственно; П-3, П-4 – проекты 3 и 4 уровня соответственно.

Таблица 3. Математические задачи по уровням требования

Смит и Штейн / Метапр. задача	1 уровень	2 уровень	3 уровень	4 уровень
Эксперимент			Э-3	Э-4
Межпредметные задачи	МПЗ-1	МПЗ-2	МПЗ-3	МПЗ-3
«В глубь предмета» (Задачи с внутрипредметными связями)	ВПЗ-1	ВПЗ-2	ВПЗ-3	ВПЗ-3
Практико-ориентированные задачи	ПОЗ-1	ПОЗ-2	ПОЗ-3	ПОЗ-3
Проекты			П-3	П-4

На основании вышеизложенного можем сказать, что математическая задача, направленная на развитие метапредметных умений учащихся – это требование осуществить некоторую математическую деятельность в указанных условиях, которая направлена на развитие мыслительной деятельности теоретического, критического, творческого характера и способов обработки информации, надпредметных познавательных умений и навыков, результатом данной деятельности является математический факт.

Так как классификации задач, направленных на развитие метапредметных умений, не существует, нами была разработана своя на основе классификации Смита по уровням требования, которая состоит из четырех уровней. В данную классификацию были включены: задача-эксперимент, межпредметная задача, практико-ориентированная задача, задача с внутрипредметными связями и проект.

ГЛАВА 2. Экспериментальная работа по развитию метапредметных умений учащихся в процессе решения различных математических задач

2.1. Планирование и реализация экспериментальной работы на уроке математики в 9 классе

Экспериментальная работа по развитию метапредметных умений была проведена в МБОУ «Лицей №177» Ново-Савиновского района города Казани.

В эксперименте принимали участие 30 учеников 9 «В» класса в течение третьей четверти 2019 учебного года. Уроки проводились по ФГОС.

Экспериментальная работа состояла из нескольких этапов:

первый этап – констатирующий, на котором проводились первичное изучение уровня метапредметных умений учащихся.

второй этап – формирующий, в процессе которого дети обучались решению метапредметных математических задач.

третий этап – контрольный, на котором фиксировалась динамика изменения метапредметных умений учащихся.

Целью экспериментальной работы являлось доказательство эффективности использования различных видов математических задач, включенных в систему разработанных уроков, для развития метапредметных умений учащихся.

Для достижения цели был разработан план экспериментальной работы:

1. Провести первичное тестирование по определению исходного уровня развития метапредметных умений учащихся 9 «В» класса по математике.

2. Провести систему уроков (4 урока) по формированию и развитию метапредметных умений учащихся 9 «В» класса с использованием различных видов математических задач.

3. Провести конечное тестирование по определению динамики уровня развития метапредметных умений учащихся.

Учащиеся 9 «В» класса обучаются по учебнику «Геометрия» для 7-9 классов автора Л.С.Атанасяна (2014 год).

В состав УМК входят:

- учебник Л.С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. Геометрия. 7-9 классы,
- рабочая программа,
- рабочие тетради,
- дидактические материалы,
- самостоятельные и контрольные работы,
- тематические тесты,
- приложение к учебнику на электронном носителе,
- пособие для учителя,
- задачи по геометрии.

Большое внимание уделяется доказательству теорем и задачам, которые доказываются при помощи этих теорем, также часто встречаются задачи на построение и вычислительные задачи. В конце учебника представлены исследовательские задачи и темы для рефератов.

Необходимо рассмотреть составленный план экспериментальной работы более подробно.

На первом этапе было проведено первичное тестирование по определению исходного уровня развития метапредметных умений учащихся 9 «В» класса по математике.

Для диагностики исходных данных использовались задачи по математической грамотности из международного исследования PISA-2003. Данная диагностика была направлена на проверку 4 уровней требования по классификации Смит и Штейн: 1 уровень – воспроизведение простых математических действий, приемов, процедур; 2 уровень – алгоритмические действия; 3 уровень – понимание (широкий спектр математических рассуждений), 4 уровень – применение.

К 1 уровню требования были отнесены умения: воспроизводить простые математические действия, приемы, процедуры.

Ко 2 уровню требования были отнесены алгоритмические умения.

К 3 уровню требования были отнесены умения: строить причинно-следственные связи, работать с информацией.

К 4 уровню требования были отнесены умения: определять цель деятельности, выбирать успешную стратегию.

Тестирование состоит из 4 вариантов по 11 задач: 2 задачи на проверку 1 уровня требования, 2 задачи на проверку 2 уровня требования, 5 задач на проверку 3 уровня требования, 2 задачи на проверку 4 уровня требования. Все задания в тестах оцениваются по балльной системе. Максимальное количество баллов – 20 (таблица 4).

Таблица 4. Критерии оценивания метапредметных задач теста 1.

Номер задачи	Название задачи	Критерий оценивания
1.	Походка 1	1 балл – правильное решение и ответ
2.	Походка 2	2 балла – даны оба верных ответа; 1 балл – незначительная вычислительная ошибка, не выразил число шагов в минуту в метрах, не указана скорость в км/ч;
3.	Обменный курс 1	1 балл – полностью правильный ответ
4.	Обменный курс 2	2 балла – даны оба верных ответа; 1 балл – незначительная вычислительная ошибка
5.	Экспорт 1	1 балл – полностью правильный ответ
6.	Экспорт 2	1 балл – полностью правильный ответ
7.	Садовник	3 балла – дан полностью верный ответ;

		1 балла – даны 3 верных ответа
8.	Землетрясение	2 балла – указан верный вариант ответа
9.	Бытовые отходы 1	2 балла – правильно указана причина
10.	Скейтборд 1	2 балла – полностью правильный ответ
11.	Скейтборд 2	3 балла – полностью правильный ответ

Ключи:

1 вариант

1) 0,5; 2) 5,38; 3) 21000; 4) 1100; 5) 27,1; 6) E; 7) Да, Нет, Да, Да; 8) C; 9) Потому что столбцы слишком сильно отличаются по высоте; 10) 80 и 137; 11) D;

2 вариант

1) 0,275; 2) 9,72; 3)29694; 4) 992,5; 5) 20,4; 6) C; 7) Да, Нет, Да, Да; 8) A; 9) Потому что столбцы слишком сильно отличаются по высоте; 10) 80 и 137; 11) D;

3 вариант

1)0,57; 2) 2,808; 3) 21000; 4) 1100; 5) 25,4; 6) B 7) Да, Нет, Да, Да; 8) B; 9) Потому что столбцы слишком сильно отличаются по высоте; 10) 80 и 137; 11) D;

4 вариант

1)0,379; 2) 5,03; 3) 23331; 4) 915; 5) 25,4; 6) 2,98; 7) Да, Нет, Да, Да; 8) B, 9) Потому что столбцы слишком сильно отличаются по высоте; 10) 80 и 137; 11) D.

Задания представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 4.

На втором этапе была проведена система уроков, в которую входило 4 урока, направленные на формирование и развитие метапредметных умений учащихся 9 «В» класса. 3 урока из них проводились по ФГОС, а 4 урок – защита проектов.

Уроки математики проводились на следующие темы:

1. «Земля, воздух, вода, солнце, космос», тип: урок открытия нового знания; тема: «Многогранники. Понятие призмы». Дата проведения: 13.03.19.

2. «Параллелепипед, висевший над Темзой», тип: урок открытия нового знания; тема: «Параллелепипед». Дата проведения: 14.03.19.

3. «Первое чудо света», тип: открытия нового знания; тема: «Пирамида». Дата проведения: 15.03.19.

4. Защита проектов по теме «Многогранники вокруг нас». Дата проведения: 16.03.19.

На третьем этапе проведено конечное тестирование по определению динамики уровня развития метапредметных умений учащихся.

Тест состоит из 2 вариантов по 4 задачи в каждом. Данные задачи также распределены по 4 уровням требования: 1 задач на проверку 1 уровня, 1 задача на проверку 2 уровня, 1 задача на проверку 3 уровня и 1 задача на проверку 4 уровня. 1 и 2 задание оценивается в 1 балл, 3 – в 2 балла, 4 – в 3 балла. Максимальное количество баллов – 7.

Ключи:

1 вариант

1) 810; 2) 7,5; 3) 48; 4) 25.

2 вариант

1) 1120; 2) 6; 3) 384; 4) 4.

Тест представлен в ПРИЛОЖЕНИИ 9.

Таким образом, все этапы опытно-экспериментальной работы обеспечены необходимыми методическими материалами, тестами, продуманы методики мониторинга метапредметных умений учащихся в процессе обучения математики с метапредметными задачами.

2.2. Реализация развития метапредметных умений учащихся посредством решения математических задач

Производственная педагогическая практика проходила в период с 11 февраля по 23 марта 2019 г. В рамках практики проводилась опытно-экспериментальная работа, в частности, уроки с метапредметными математическими задачами проводились согласно учебному плану. Использовались задачи различных видов метапредметных задач, классификация которых представлена в п. 1.3 данного исследования (таблица 3). Все задачи были направлены на развитие метапредметных умений учащихся.

На уроке открытия нового знания по теме «Многогранники. Понятие призмы» на этапе закрепления учащимся для решения были предложены две ВПЗ-2, ВПЗ-3 и ВПЗ-4. Для того, чтобы решить данные задачи учащимся необходимы умения работать с информацией, умения выделять главное и второстепенное. Учащиеся также должны уметь видеть связи между данными задачи, строить причинно-следственные связи, а именно связь понятий планиметрии и стереометрии. Конспект урока представлен в ПРИЛОЖЕНИИ 5.

На уроке открытия нового знания по теме «Параллелепипед. Понятие объема» на этапе создания проблемной ситуации учащимся была предложена МПЗ-3 на проверку соответствия нормам СанПиНа наполняемости учебного кабинета воздухом, учитывая количеств учеников в классе, данную задачу также можно отнести к Э-4, она показывает связь математики с биологией, химией, географией. Учащимся самим требовалось измерить класс при помощи метра и вычислить объем воздуха, который находиться в классе. На основе полученных данных, учитывая количество учеников, сделать вывод. Данная задача очень заинтересовала учащихся, они даже были удивлены, насколько математика тесно связана с жизнь и другими науками. Данный вид задач позволил учащимся развить умения анализировать, решать проблемы, выбирать наиболее успешную стратегию, выбирать цель деятельности, видеть связь математики с другими науками, сотрудничать с одноклассниками и учителем, решать проблемы, работать с информацией, самоопределение. Также ученики решали ВПЗ-1 на вычисление объема параллелепипеда, ПОЗ-1 на вычисление объема земли, которую необходимо выгрузить. На этапе закрепления знаний была предложена ПОЗ-3 о строительстве гаража. Для того, чтобы ее решить, учащимся требовалось указать вид гаража (параллелепипед) и узнать, как находить площадь ее поверхности. Затем, учитывая все условия, решить задачу. Данная задача практико-ориентированная, так как практически в жизни каждого она встречается. Она развивает умения строить причинно-следственные связи, анализировать, видеть связь математики с жизнью, ставить цель и достигать ее, выбирать способ действия. На данном этапе учащимся также была предложена ПОЗ-2 на нахождение высоты резервуара. Для домашнего задания учащимся были заданы МПЗ-3 и ВПЗ-3. МПЗ-3 показывает связь математики и физики, а ВПЗ-3 зависимость объема параллелепипеда от его ребра. Конспект урока представлен в ПРИЛОЖЕНИИ 6.

На уроке открытия нового знания по теме «Пирамида» на этапе создания проблемной ситуации учащимся была предложена МПЗ-2 на нахождение высоты пирамиды. Здесь учащимся требовалось понять зависимость размеров большой пирамиды от маленькой. Данная задача метапредметная, так как в ней говорится о пирамиде Хеопса. На этапе изучения темы учащимся предлагалась для решения МПЗ-2 на нахождение ребра пирамиды. На этапе закрепления решали МПЗ-4, также ее можно отнести к ВПЗ-4, так как при ее решении учащимся требовалось вспомнить материал других тем (теорему о трех перпендикулярах). Также на данном этапе была предложена еще одна МПЗ-3 на нахождение высоты пирамиды, зная тангенс угла. Конспект урока представлен в ПРИЛОЖЕНИИ 7.

Заключительный урок системы – урок защиты проектов на тему «Многогранники вокруг нас». Учащиеся были поделены на 5 групп по количеству видов многогранников: икосаэдр, тетраэдр, октаэдр, додекаэдр, гексаэдр. Задача каждой состояла в том, чтобы выбрать один вид многогранника, описать в своей работе теорию, касающуюся его: определение, количество элементов, развертка. Также рассказать, где в окружающем мире встречается выбранный многогранник. Ученикам требовалось сделать презентации и продемонстрировать их всему классу. Заданием практической части являлось создание модели многогранника из подручных материалов, либо в программе Geogebra. Группы, которые выбрали тетраэдр, октаэдр, гексаэдр представили модели, сделанные своими руками. А группы, которые выбрали икосаэдр и додекаэр, представили модели в программе Geogebra. В конце урока совместно с учениками была составлена таблица, отражающая количество ребер, вершин и граней многогранников и сделан вывод, что данные фигуры – правильные многогранники или платоновы тела, также совместно с учащимися была доказана справедливость формулы Эйлера для данных многогранников.

Данная проектная работа позволила учащимся поработать в группах, то есть развила умения учебного сотрудничества между одноклассниками и учителем, требовала и умений поиска информации в различных источниках, умений выбора необходимой из неограниченного числа, умения работать с ИКТ и ПК. Также у учащихся развивалось умение пространственного мышления, творческие умения, так как модели создавались из подручных средств. Данная работа помогла увидеть, где в природе, искусстве, архитектуре, в других науках многогранники могут встретиться. Возрос интерес к различным профессиям (самоопределение), так как в различных профессиях также встречаются с многогранниками. План реализации проекта «Многогранники вокруг нас» представлен в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

Результаты использования данных видов задач показывают высокую познавательную деятельность учащихся, их стремление к знаниям, повышают мотивацию к изучению математики и других школьных предметов.

2.3. Результаты экспериментальной работы

Проведенное исследование доказывает эффективность использования различных видов математических задач для развития метапредметных умений учащихся.

Рассмотрим задачу «Экспорт» (ПРИЛОЖЕНИЕ 4) из первого тестирования. В данной задаче необходимо вычислить стоимость экспортированного фруктового сока в 2000 году, воспользовавшись информацией, приведенной в круговой и столбчатой диаграмме. Действия, которые должен выполнить ученик:

1. Найти на столбчатой диаграмме столбец, характеризующий 2000 год;
2. Определить стоимость экспорта за 2000 год;
3. Найти на гистограмме ячейку, где содержится информация об экспортированном соке;
4. При помощи собранной информации составить пропорцию;
5. Вычислить стоимость экспорта сока;
6. Выбрать из предложенных вариантов правильный ответ.

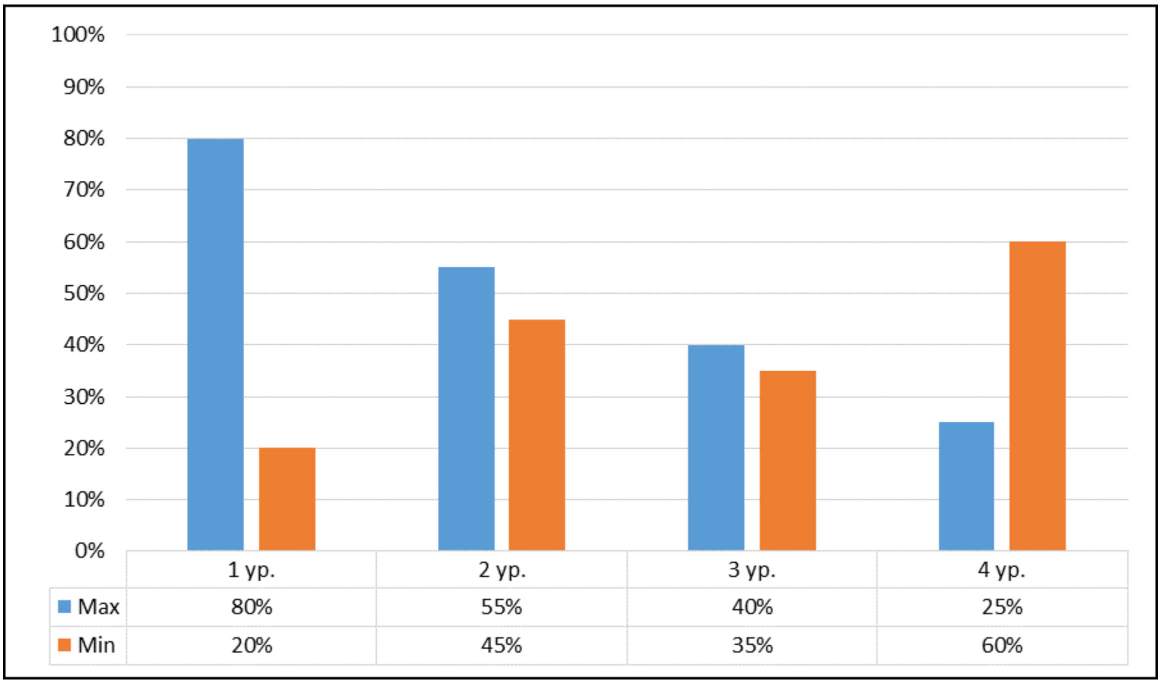
При решении данной задачи, учащийся должен владеть умениями: читать столбчатые диаграммы и гистограммы; делать умозаключения; оценивать правильность решения задачи.

Данная задача была отнесена ко второму уровню, то есть алгоритмическому, она вызвала трудности учащихся в чтении сразу двух диаграмм, а также в вычислениях были ошибки.

Задачи из первичного тестирования были распределены по уровням требования.

Результаты первичного тестирования приведены на диаграмме 1.

Диаграмма 1. Результаты первичного тестирования учащихся на определение уровня метапредметных умений учащихся 9 классов.



Результаты говорят о том, что умения решать задачи на понимание (3 уровень) и на применение (4 уровень) недостаточно развиты.

Также подсчитав количество всех умений, необходимых для решения данных задач, был определен уровень развития метапредметных умений учащихся 9 «В» класса:

Высокий уровень: 77%-100% (11-14 «+»);

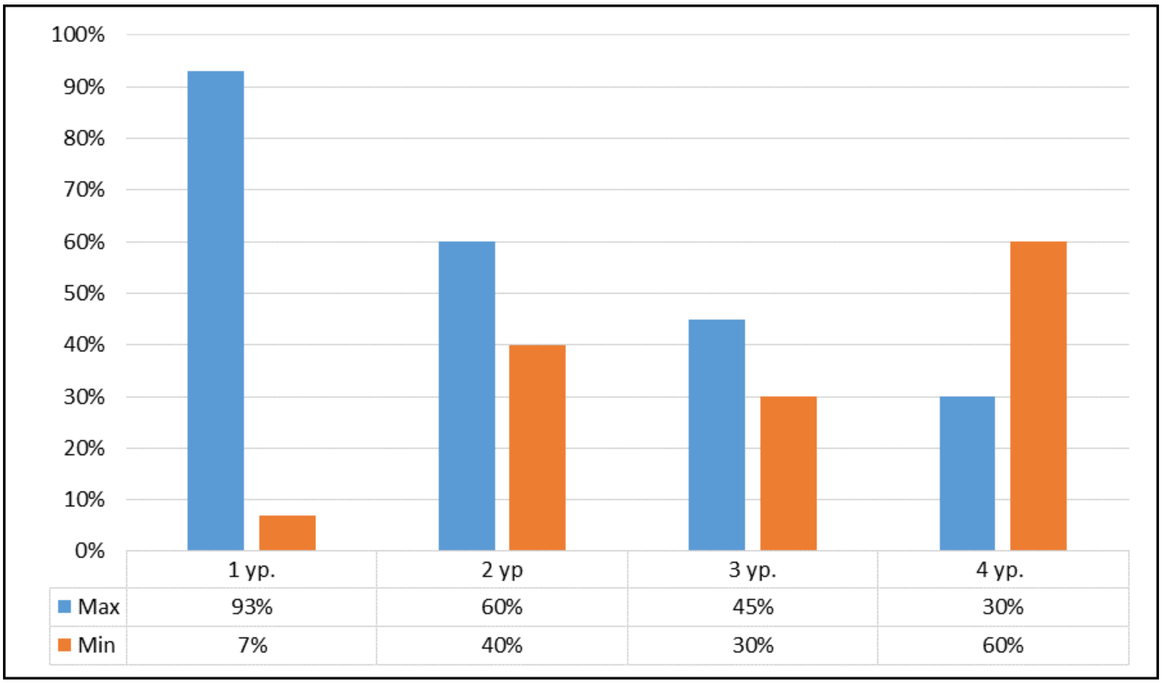
Средний уровень: 43%-76% (7-10 «+»);

Низкий уровень: 0%-42% (0-6 «+»).

В ходе первого тестирования высокий уровень метапредметных умений наблюдался у 3 учеников (10 %), средний уровень – у 14 учеников (47%); низкий уровень – у 13 учеников (43%) (Рис.1).

Результаты итоговой работы приведены в диаграмме 2.

Диаграмма 2. Результаты конечного тестирования учащихся на определение уровня метапредметных умений учащихся 9 классов.

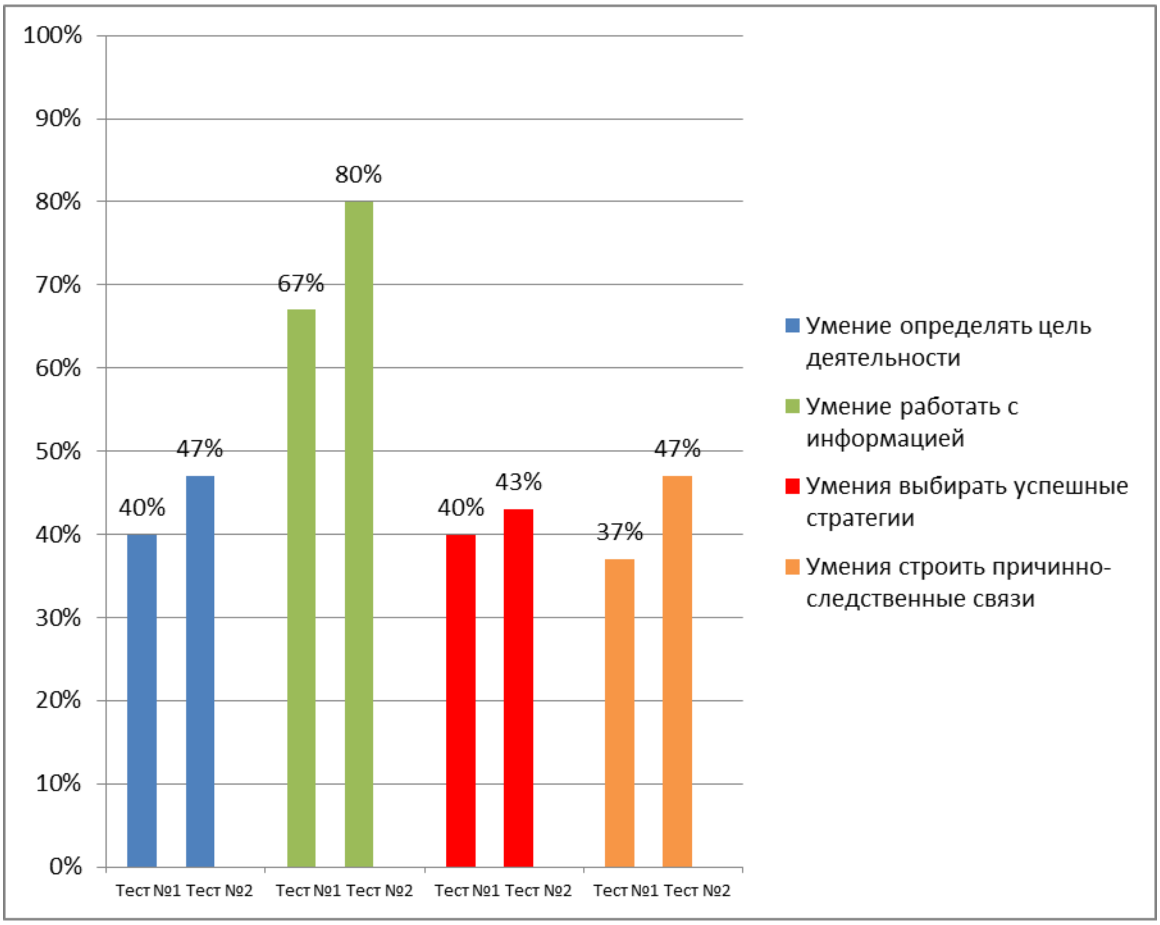


По данным результатам очевидно, что результаты по 3 и 4 уровню улучшились.

В ходе данного тестирования высокий уровень наблюдался у 5 учеников (17%); средний уровень – у 15 учеников (50%); низкий уровень – у 10 учеников (33%) (Рис.1).

Нами также были высчитаны умения: строить причинно-следственные связи, выбирать успешные стратегии, работать с информацией, определять цель деятельности. Данные умения – результат целого класса в общем, то есть нами была подсчитана сумма каждого умения в отдельности. Затем было вычислено процентное соотношение сформированности данного умения по отношению ко всему классу. Вычисления получились очень объемные, поэтому продемонстрируем их на примере 1 задачи из первичного тестирования и 1 задачи из конечного тестирования.

Диаграмма 3. Сравнение сформированности метапредметных умений учащихся 9 классов по первым задачам тестирований 1 и 2.



Данная диаграмма показывает, что результаты сформированности умений тестирования № 1 и тестирования № 2 отличаются (результаты по 1 задаче из каждого тестирования). Во втором случае они изменились в лучшую сторону: умения определять цель деятельности в первом тестировании наблюдалось у 40% учеников, во втором случае уже у 47% учащихся; умения работать с информацией в первом случае наблюдалось у 67%, во втором – у 80%; умения выбирать успешные стратегии в первом тестировании были констатированы у 40% учащихся, во втором тестировании – у 43%; умения строить причинно-следственные связи в первом случае наблюдались у 37% учащихся, во втором – у 47% учащихся.

Уровни сформированности метапредметных умений на констатирующем (Тестирование №1) и на контрольном этапах (Тестирование №2).

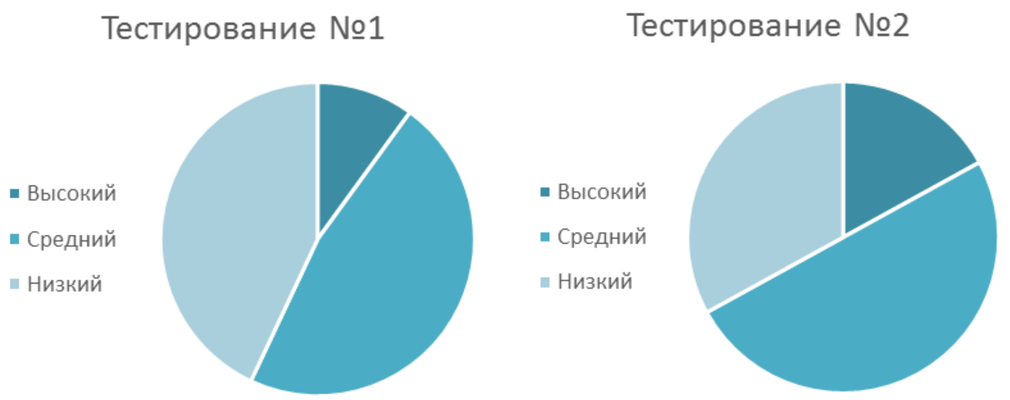


Рис. 1. Сравнение сформированности метапредметных умений учащихся 9 класса

Данная гистограмма (Рис. 1.) показывает, что доля учеников с высоким уровнем сформированности метапредметных умений изменилась с 10% до 17%, доля учеников с средним уровнем сформированности метапредметных умений изменилась с 47% до 50%, а доля учеников с низким уровнем уменьшилась с 43% до 33 %.

Результаты опытно-экспериментальной работы доказывают выдвинутую гипотезу. Они говорят о том, что различные виды математических задач развивают метапредметные умения учащихся.

До того, как была проведена опытно-экспериментальная работа, на уроках математики использовались исключительно внутрипредметные задачи на вычисление, доказательство. Результаты сформированности метапредметных умений после первого тестирования были невысокими, но после контрольного тестирования изменения видны. Более подробно были рассмотрены метапредметные умения, необходимы при решении первых задач, среди них следующие: умения строить причинно-следственные связи, выбирать успешные стратегии, работать с информацией, определять цель деятельности.

После проведения системы, состоящей из 4 уроков, было проведено повторное тестирование на определение уровня сформированности метапредметных умений учащихся. Оно показало, что результаты улучшились на несколько процентов в каждом случае, особенно умения работать с информацией.

Использование различных видов задач по уровням требования, а именно: ВПЗ-1, ВПЗ-2, ВПЗ-3, ВПЗ-4, МПЗ-1, МПЗ-2, МПЗ-3, МПЗ-4, ПОЗ-1, ПОЗ-2, ПОЗ-3, ПОЗ-4, Э-4, П-4 позволило добиться представленных результатов.

В процессе проведения опытно-экспериментальной работы у учащихся наблюдалось не только развитие метапредметных умений, но и повышение познавательного интереса, мотивация к изучению математики и других наук. Результаты психологической рефлексии также показали улучшение психологического состояния учащихся во время урока.

Заключение

Эффективность математических задач в формировании и развитии метапредметных умений давно доказана. Но классификации задач, направленных на развитие метапредметных умений, как таковой, не существует, а также не определено основание классификации.

Целью данной выпускной квалификационной работы состояла в выделении особенностей и видов математических задач, направленных на развитие метапредметных умений учащихся. Для достижения цели были решены следующие задачи:

1. Рассмотрены теоретические основы по математическим задачам и современным метапредметным подходам;
2. Выделены и охарактеризованы виды математических задач на основании классификации уровней требования Смит и Штейн;
3. Проведена работа по оцениванию уровней сформированности метапредметных умений учащихся;
4. Проведена опытно-экспериментальная работа по развитию метапредметных умений учащихся 9 «В» класса в МБОУ «Лицей № 177»;

В ходе опытно-экспериментальной работы была доказана эффективность использования математических задач по уровням требования для развития метапредметных умений учащихся, а именно межпредметных, внутрипредметных, практико-ориентированных задач, также задач-экспериментов и проектов.

Практическая значимость данного исследования заключается в том, что результаты исследования, методы оценивания и материалы будут полезны учителям математики в их педагогической деятельности, а также студентам педагогических направлений.

Библиографический список

1. Аксенов, А.А. Внутрипредметные связи как ресурс процесса поиска решения школьных математических задач [Электронный ресурс] / А.А. Аксенов // Научная электронная библиотека «КиберЛенинка». – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/v/vnutripredmetnye-svyazi-kak-resurs-protsessa-poiska-resheniya-shkolnyh-matematicheskih-zadach. – Дата обращения: 10.05.2019.
2. Астанина, И. В. Роль задач в обучении математике [Электронный ресурс]: Электрон. дан. и прогр. – М., Режим доступа: https://moluch.ru/archive/88/17347/. – Дата обращения: 17.04.2019.
3. Балл, Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект [Текст]: монография / Г.А. Балл. – М.: Педагогика, 1990. – 312 с.
4. Беспалько, В.П. Слагаемые педагогической технологии [Текст] / В.П. Беспалько. – М.: Педагогика, 1989. – 192 с.
5. Болтянский, В. Г. Анализ-поиск решения задачи [Текст] / В. Г. Болтянский // Математика в школе. – М.: 1974. - №7. – 19 с.
6. Большая Советская Энциклопедия [Текст] / В 30 томах (комплект из 31 книги). – М.: Советская Энциклопедия. – 1970. – 933 с.
7. Валович, Е.С. Решение задач как одно из средств реализации межпредметных связей физики с другими естественнонаучными дисциплинами (6-7 классы) [Текст]: Дис…. канд. пед. наук. Челябинск, 1984. – 179 с.
8. Рзаев, М.Т. Решение математических задач как способ систематизации знаний у учащихся [Электронный ресурс] / М.Т. Рзаев // Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/reshenie-matematicheskih-zadach-kak-sposob-sistematizatsii-znaniy-u-uchaschihsya. – Дата обращения: 17.04.2019.

9. Громыко, Н.В. Метапредмет Знание [Текст]: учеб. пособие для учащихся ст. кл. / Н.В. Громыко. – М.: Пушк. ин-т, 2001. – 544 с.: ил. – (Мыследеятельностная педагогика). – ISBN 5-94679-003-X

10. Гуртовой, А. В. Разработка методов и средств управления решением алгебраических задач для автоматизированных систем обучающих систем [Текст] / А. В. Гуртовой: дисс. канд. пед. наук. Москва, 1987. – 252 с.

11. Качакова, О. А.Метапредметная направленность урока биологии – основа развития индивидуальных познавательных систем школьника [Электронный ресурс]: Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/643649/ Дата обращения: 27.02.2019.

12. Колягин, Ю.М. Учись решать задачи. Пособие для учащихся VII-VIII кл. [Текст] / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян – М.: Просвещение, 1980. – 213 с.

13. Комарова, Г. К. Формирование метапредметных умений учащихся на уроках английского языка [Электронный ресурс]: Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://nsportal.ru/shkola/inostrannye-yazyki/angliiskiy-yazyk/library/2016/12/07/formirovanie-metapredmetnyh-umeniy Дата обращения: 04.03.2019.

14. Кульбаева, Л.А. Развитие метапредметных компетенций на уроках русского языка и литературы [Электронный ресурс]: Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/655398/ Дата обращения: 24.02.2019.

15. Кусова, М.Л. Формирование у младших школьников умений работать с учебно-научным текстом на уроках предметной области «Окружающий мир» [Текст] / М.Л. Кусова, Е.Ю. Храмкова // Педагогическое образование в России. – 2011. – №2. – 188 с.

16. Кузнецов, С.А. Большой толковый словарь [Текст] / С.А. Кузнецов. – Спб.: Норит, 2000. – 1536 с.

17. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст]: учебник / А.Н. Леонтьев. сМ.: Политиздат, 1975. – 304 с.

18. Лоповок, Л.М. Математика на досуге книга для учащихся среднего школьного возраста [Текст]: книга для учащихся среднего школьного возраста (IV-VIII классы) / Л.М. Лоповок. – М.: Просвещение, 1981. – 158 с.

19. Лунеева, О.Л. Элементы проектной деятельности межпредметной направленности на уроках математики в 5–9-х классах в контексте реализации ФГОС [Текст] / О.Л. Лунеева // Научно-методический журнал «Концепт». – 2017. – № 8. – С. 38-47.

20. Максимова, В.Н. Межпредметные связи в обучении биологии [Текст]: методический материал / В.Н. Максимова, Н.В. Груздева М.: Просвещение, 1987. – 192 с.

21. Подходова, Н.С. Межпредметные задания. Матричный классификатор межпредметных заданий [Электронный ресурс] / Н.С. Подходова, С.В. Аранова // Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://elibrary.ru/item.asp?id=18763615. – Дата обращения: 21.03.2019.

22. Попова, О.Н. Внутрипредметные связи при обучении математике [Текст] / О.Н. Попова // Научный журнал «Известия Волгоградского государственного педагогического университета» – В.: 2015. – № 7. – С. 55-67.

23. Результаты PISA [Электронный ресурс] / Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201684. – Дата обращения: 21.03.2019

24. Рубинштейн, С.Л. Избранные философско-психологические труды. Основы онтологии, логики и психологии [Текст] / С.Л. Рубинштейн. – М.: Рос. акад. наук, ин-т психологии, 2006. – 463 с.

25. Сайфутдинова, Е.В. Математический эксперимент как средство развития исследовательской компетентности на уроках математики и во внеурочной деятельности по предмету [Текст] / Е.С. Манькова, Е.В. Сайфутдинова // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU - 2016): материалы VI Международной научно-практической конференции Казань.: 26.11.16. – 200-207 с.

26. Тихомиров, О.К. Структура мыслительной деятельности человека [Текст] / О.К. Тихомиров. – М.: Педагогика, 1969. – 424 с.

27. Удовенко, Л. Н. Уровни сформированности алгоритмических компетенций школьников [Текст] / Л. Н. Удовенко // Научный журнал «Ярославский педагогический вестник». – 2013. – № 2. – С. 103-107

28. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования / Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 N 413 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования". – Режим доступа: https://минобрнауки.рф/документы/2365. – Дата обращения: 09.09.2018.

29. Филимонова, Н. Л. Методы достижения метапредметных результатов на уроках географии [Электронный ресурс]: Электрон. дан. и прогр. – Режим доступа: https://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/668277/. – Дата обращения: 02.03.2019.

30. Харламов, И.Ф. Педагогика [Текст]: учеб. пособие. – 4-е изд., перераб. и доп. / И.Ф Харламов. – М.: Высшая школа, 1990. – 151 с.

31. Хуторской, А.В. Концепция Научной школы человекосообразного образования [Текст]: науч. издание / А.В. Хуторской. – М.: Эйдос, 2015. – 24 с.

32. Шкерина, Л.В. Формирование метапредметных умений учащихся в процессе обучения математике [Текст] / Л.В. Шкерина, Ф.А. Григорьева, Ф.Ф. Ракуньо // Научный журнал «Вестник КГПУ им.В.П. Астафьева». – 2015. – № 3. – С. 39-42.

33. Luneeva, O.L. Integration of mathematical and natural-scienceknowledge in school students' project-based activity [Текст] / O.L. Luneeva // Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education. – 2017. – № 7. – С. 2822-2840.

34. Kim Min Kyeong Design and Implementation of Integrated Instruction of Mathematics and Science in Korea [Текст] / Kim Min Kyeong, Cho Mi Kyung // EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education. – 2015. – № 11(1). – P. 3–15.

35. Smith, M. S. Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks. From research to practice. [Текст] / M. S. Smith, M. K. Stein // Mathematics Teaching in the Middle School. – 1998. – 350 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования (ФГОС С(П)ОО)

Стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы:

метапредметным, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности;

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректироватьдеятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных

источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учётом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

На сегодняшний день образование должно быть ориентировано на достижение предметных, метапредметных и личностных результатов обучения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Метапредметные умения согласно ФГОС С(П)ОО

Способность ставить цель и задачи учебной деятельности, искать средства её осуществления; умения планирования, контроля и оценивания учебных действий; способность осознавать причины успеха или же неуспеха и действовать конструктивно; умения пользоваться знаково-символическими средствами представления информации, создавать модели изучаемых объектов и процессов, схемы решения практических и учебных задач; активное использование средств информационных и коммуникационных технологий (далее ИКТ), а так же различных способов поиска, сбора, анализа, обработки и отражения информации; навыки смыслового чтения; умения оперировать логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации, построения рассуждений; наличие начальных сведений о сущности и особенностях объектов, процессов и явлений действительности.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Методическая матрица формирования метапредметных умений обучающихся в условиях проектного обучения математике

Метапредметные умения (ФГОС)	Задания кластера	Комплекс методов обучения
Умение использовать математические знания при решении задач других дисциплин (межпредметные понятия)	Математические задачи с междисциплинарным контекстом	Методы проблемного обучения, решения задач, мозгового штурма, межпредметного анализа, кейс-метод, работа в группе, самостоятельная работа
Универсальные учебные умения (регулятивные, познавательные, коммуникативные)	Математические задачи с междисциплинарным контекстом; задания проектного типа; проектные задания; проекты	Метод проектов, учебной игры, проблемного обучения, решения задач, мозгового штурма, межпредметного анализа, рефлексии, кейсметод, работа в группе, индивидуальная и самостоятельная работа
Умение самостоятельно планировать и осуществлять учебную	Проектные задания; проекты	Метод проектов, мозгового штурма, планирования и рефлексии результата, кейс-метод, работа в группе, индивидуальная

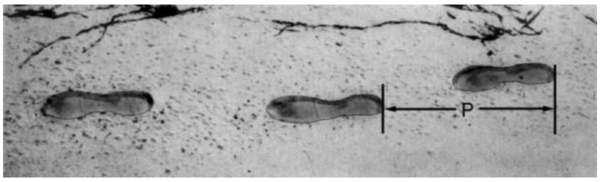
деятельность		и самостоятельная работа
Умение организовать учебное сотрудничество с педагогами и сверстниками	Задания проектного типа; проектные задания; проекты	Метод проектов, мозгового штурма, планирования и рефлексии результата, конкурсов, олимпиад и конференций, кейс-метод, работа в группе, индивидуальная и самостоятельная работа
Умение выстраивать индивидуальную образовательную траекторию	Проектные задания; проекты	Метод проектов, мозгового штурма, планирования и рефлексии результата, конкурсов, олимпиад и конференций, кейс-метод, работа в группе, индивидуальная и самостоятельная работа
Владение навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности	Задания проектного типа; проектные задания; проекты	Метод проектов, индивидуального и группового исследования, планирования и рефлексии результата, конкурсов, олимпиад и конференций, самостоятельная работа

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Самостоятельная работа на проверку уровня сформированности метапредметных умений

Вариант 1

ПОХОДКА



На рисунке изображены следы идущего человека. Длина шага P – расстояние от конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги.

Для походки мужчин зависимость между n и P приближенно выражается формулой

$\frac{n}{P} = 140$, где n – число шагов в минуту, P – длина шага в метрах.

Вопрос 1. ПОХОДКА

Используя данную формулу, определите, чему равна длина шага Сергея, если он делает 70 шагов в минуту.Запишите решение.

Вопрос 2. ПОХОДКА

Павел знает, что длина его шага равна 0,80 м. Используя данную выше формулу, вычислите скорость Павла при ходьбе в метрах в минуту (м/мин), а затем в километрах в час (км/ч).

Запишите решение.

ОБМЕННЫЙ КУРС

Мэй-Линг из Сингапура готовилась в качестве студентки по обмену отправиться на 3 месяца в Южную Африку. Ей нужно было обменять некоторую сумму сингапурских долларов (SGD) на южно-африканские рэнды (ZAR).

Вопрос 1. ОБМЕННЫЙ КУРС

Мэй-Линг узнала, что обменный курс между сингапурским долларом и южно-африканским рэндом был: 1 SGD = 4,2 ZAR

Мэй-Линг обменяла 5000 сингапурских долларов на южно-африканские рэнды по данному обменному курсу.

Сколько южно-африканских рэндов получила Мэй-Линг?

Ответ:..

Вопрос 2. ОБМЕННЫЙ КУРС

После возвращения в Сингапур через 3 месяца у Мэй-Линг осталось 4400 ZAR. Она обменяла их снова на сингапурские доллары, обратив внимание на то, что обменный курс изменился следующим образом: 1 SGD = 4,0 ZAR.

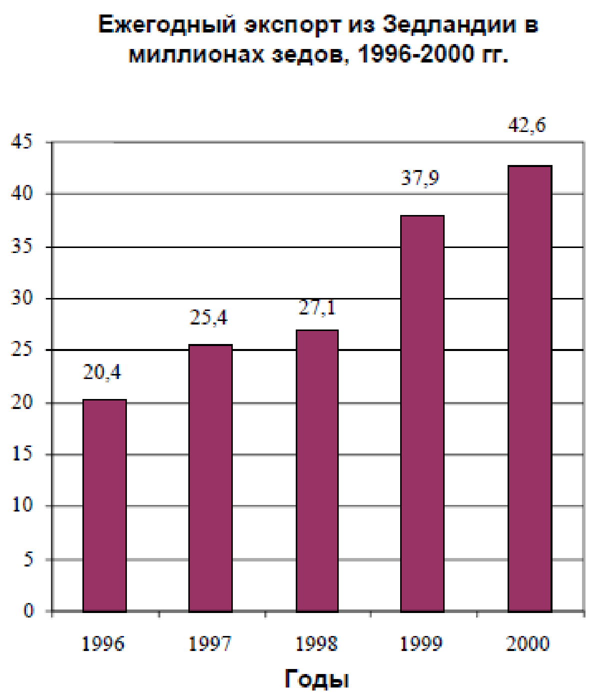
Сколько денег в сингапурских долларах получила Мэй-Линг?

Ответ:...

ЭКСПОРТ

Вопрос 2. ЭКСПОРТ

На диаграммах представлена информация об экспорте из Зедландии – страны в качестве денежной единицы используют зед.



Вопрос 1. ЭКСПОРТ

Какова общая стоимость (в миллионах зедов) экспорта из Зедландии в 1998 г.?

Ответ:...

Вопрос 2. ЭКСПОРТ

Какова стоимость фруктового сока, который экспортировали из Зедландии в 2000 г.?

A) 1,8 миллионов зедов

B) 2,3 миллионов зедов

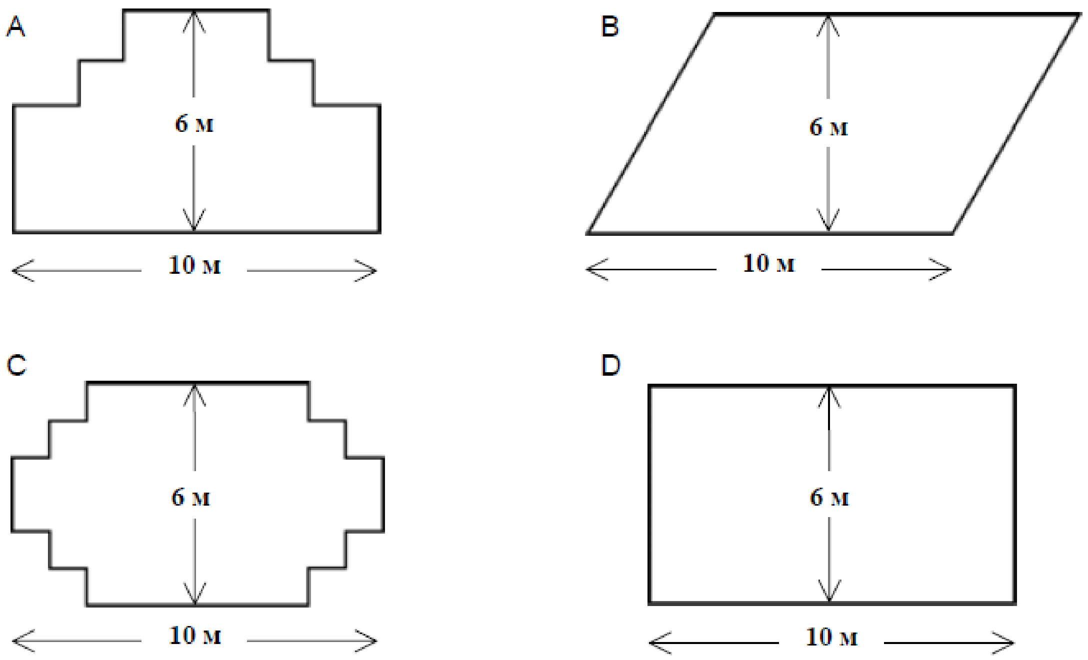
C) 2,4 миллионов зедов

D) 3,4 миллионов зедов

E) 3,8 миллионов зедов

САДОВНИК

У садовника имеется 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.



Обведите слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить ее границу.

Форма клумбы	Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?
Форма A	Да / Нет
Форма B	Да / Нет
Форма C	Да / Нет
Форма D	Да / Нет

ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ

Вопрос 1. ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ

В документальном фильме рассказывалось о землетрясениях и о том, как часто они происходят. В фильме также была показана дискуссия о возможности предсказания землетрясений.

Геолог утверждал: «Шансы на то, что в последующие 20 лет в городе Зеде произойдет землетрясение, составляют два из трех».

Какое из следующих рассуждений правильно передает смысл утверждениягеолога?

A) $\frac{2}{3} * 20 = 13{,}3$, поэтому между 13 и 14 годами от настоящего момента в городе Зеде произойдет землетрясение.

B) $\frac{2}{3}$ больше, чем $\frac{1}{2}$, поэтому можно быть уверенным, что когда-нибудь в течение 20 следующих лет в городе Зеде произойдет землетрясение.

C) Вероятность того, что когда-нибудь в следующие 20 лет в городе Зеде произойдет землетрясение, больше, чем вероятность того, что оно не произойдет.

D) Невозможно сказать о том, что может случиться, потому что никто точно не знает, когда произойдет землетрясение.

БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ

Вопрос 1: БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ

В качестве домашнего задания по окружающей среде учащиеся собирали информацию о времени, необходимом для разложения некоторых видов бытовых отходов, которые выбрасывают люди.

Бытовые отходы	Время разложения
Банановая кожура	1–3 года
Апельсиновые корки	1–3 года
Картонные коробки	0,5 года
Жевательная резинка	20–25 лет
Газеты	Несколько дней
Полистироловые чашки	Более 100 лет

Ученик хочет изобразить эти данные на столбчатой диаграмме.

Приведите одну причину, по которой столбчатая диаграмма не подходит для изображения этих данных.

СКЕЙТБОРД

Сергей большой любитель кататься на скейтборде. Он нередко заходит в магазин «Спорт», чтобы выяснить цены на некоторые товары. В этом магазине можно купить полностью собранный скейтборд. Но можно купить платформу, один комплект из 4 колес, один комплект из 2 держателей колес, а также комплект металлических и резиновых деталей и собрать свой собственный скейтборд.

Цены в магазине на эти товары представлены в таблице.

Товар	**Цена в зедах (денежная единица)**	
Собранный скейтборд	82 или 84	
Платформа	40, 60 или 65	
Один комплект из 4 колес	14 или 36	
Один комплект из 2 держателей колес	16	
Один комплект металлических и резиновых деталей скейтборда (подшипники, резиновые прокладки, болты и гайки)	10 или 20	

Вопрос 1. СКЕЙТБОРД

Сергей хочет сам собрать для себя скейтборд. Какую наименьшую цену и какую наибольшую цену можно заплатить в этом магазине за все составные части скейтборда?

(a) Минимальная цена в зедах: ....

(b) Максимальная цена в зедах: ....

Вопрос 2. СКЕЙТБОРД

В магазине предлагаются на выбор три различных вида досок, два различных комплекта колес, два различных комплекта металлических и резиновых деталей. При этом имеется только один выбор комплекта держателей колес.

Сколько различных скейтбордов может собрать Сергей из предлагаемых составных частей?

A) 6,

B) 8,

C) 10,

D) 12.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

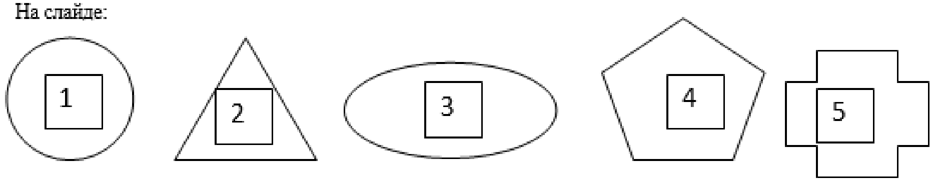
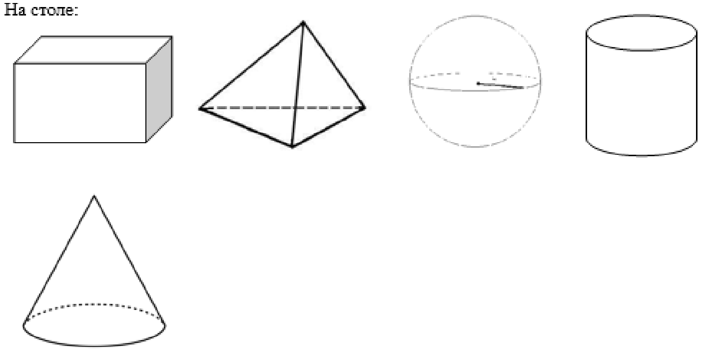
Конспект урока математики

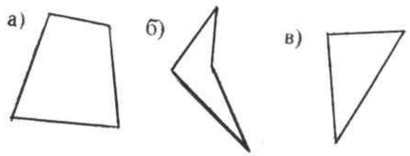
Класс: 9

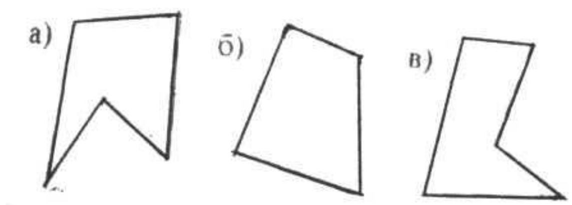
Тема урока: «Многогранники. Понятие призмы»

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1. Подготовительный этап (10 мин.) 1.1. Создание учебной доминанты	-Здравствуйте, ребята! Проверьте, все ли вы подготовили к уроку. Садитесь! Сегодня мы с вами приступаем к изучению новой главы, на этом и последующих уроках мы будем использовать ранее полученные знания. Наш урок называется «Земля, воздух, вода, солнце, космос». Интересно, почему? (На столе стоят фигуры: параллелепипед, тетраэдр, шар, цилиндр, конус; на слайде в презентации: круг, треугольник, овал, правильный пятиугольник, фигура 5, произвольный многоугольник) Совершенство форм, красивые математические закономерности, присущие этим фигурам, явились причиной того, что им приписывались различные магические свойства. Это связано с числом их граней. В переводе с греческого языка:	Приветствуют учителя. Читают описания фигур со слайдов.

	«эдрон» – грань, «тетра» – четыре; «гекса» – шесть; «окто» – восемь; «додека» – двенадцать; «икоси» – двадцать. В древности они олицетворяли: землю, воздух, воду, солнце, космос. Попросить учеников вслух прочитать: Тетраэдр – четырёхгранник - символизировал огонь, т.к. его вершина устремлена вверх. Гексаэдр (куб) – шестигранник - землю, как самый устойчивый. Октаэдр – восьмигранник - воздух, как самый воздушный. Додекаэдр – двенадцатигранник - воплощал в себе все сущее, символизировал все мироздание, считался главным. Икосаэдр - двадцатигранник - воду, т.к. он самый обтекаемый. -В какую одну группу мы можем объединить эти фигуры?	
1.2. Выявление субъектного опыта, актуализация	-Какие фигуры вы видите на слайде?	Отвечают на вопросы.

	На слайде:  -Какие фигуры вы видите на столе? На столе:  На столе и слайде вы видите геометрические фигуры, на какие две группы можно их разделить? Учитель: Какой раздел геометрии изучает плоские фигуры, а какой объемные? 1. Закончить фразу. Многоугольником называется …	Ученики перечисляют. -Плоские и объемные. -Планиметрия, стереометрия. - Многоугольником называется геометрическая

	2. Закончить фразу Многоугольник называется выпуклым, если он лежит 3. Выбрать из предложенных многоугольников те, которые не являются выпуклыми. 	фигура, ограниченная со всех сторон замкнутой ломаной линией, состоящая их трех и более отрезков. -Выпуклым называется многоугольник, все точки которого лежат по одну сторону от любой прямой, проходящей через две его соседние вершины. В противном случае, многоугольник является невыпуклым.

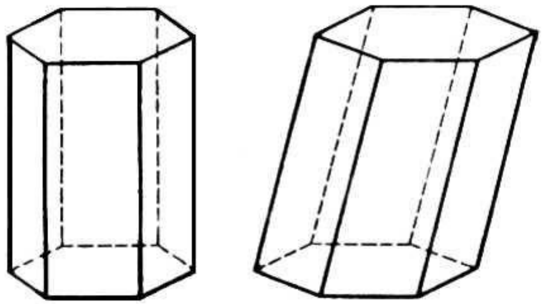
	Выбрать из предложенных многоугольников те, которые являются выпуклыми  Выпуклый многоугольник называется правильным, если: у него все стороны равны. у него все стороны равны и все углы равны. у него все углы равны.	-Правильным называется выпуклый многоугольник, у которого все стороны между собой равны и все углы между собой равны.
2. Основной этап (32 мин.) 2.1. Создание проблемной ситуации и ее разрешение учащимися	-Правильно. Молодцы! А теперь посмотрим на вторую группу объемных фигур. На какие две большие подгруппы можно их разделить? Учитель: Итак, цель сегодняшнего урока – изучение многогранника, его элементов и свойств, рассмотреть один из видов многогранников – призму, открыть формулу для нахождения площади боковой и полной поверхности.	-Многогранники и круглые тела. Предлагают свои варианты.

	Учитель: Приведите примеры, где встречаются многогранники. Посмотрим в окружающем мире, какие многогранники существуют вокруг, и есть ли смысл их изучать? Показ слайдов  	Предлагают свои варианты.

	Учитель: Попробуйте описать, что же такое многогранник. Учитель: Хорошо. Теперь давайте запишем определение многогранник: Поверхность, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело, будем называть многогранной поверхностью или многогранником. Многоугольники, из которых составлен многогранник, называют гранями. Стороны граней называются ребрами, а концы ребер-вершинами многогранника. Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называют диагональю многогранника. Сколько граней, ребер и вершин у куба? У пирамиды? У тетраэдра? Октаэдра? Многогранники бывают выпуклые и невыпуклые. Выпуклый многогранник расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани. Учитель: На столе мы видим много фигур, имеющих форму	Приводят варианты ответов.

	коробки. Какие из них чаще всего встречаются в действительности? Учитель: У такого многогранника есть специальное название – призма. Попробуем ее изобразить. Возьмем две параллельные плоскости, и два равных многогранника на них соответственно. Соединим соответствующие вершины параллельными прямыми, обозначим вершины.	Изображают призму в тетрадях.
2.2. Формулирование темы урока учащимися	Итак, сформулируем тему урока. Попрошу вас самим назвать ее. Запишем «Понятие многогранника. Призма». Учитель: Итак, мы получили призму. Скажите, какой многогранник называется призмой? Учитель: хорошо. А теперь в общем виде.	Называют тему урока и записывают в тетрадях. -Призма – это многогранник, состоящий из двух равных пятиугольников, расположенных в параллельных плоскостях и из 5 граней. -Призма – это многогранник, состоящий из двух равных n-угольников, расположенных

		в параллельных плоскостях и из n граней.
	Учитель: Запишем определение в тетрадь. Из каких элементов состоит призма?	-вершины, ребра, грани, 2 основания.
	Учитель: А какую форму имеют боковые грани?	- параллелограммы
	Учитель: Почему это параллелограммы? Дайте определение параллелограмма.	-Четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны, то есть лежат на параллельных прямых.
	Учитель: Для решения задач нам понадобится такой отрезок, как высота. Как вы думаете, какой отрезок будет являться высотой призмы?	-AH (проводят на рисунке)
	Учитель: Попробуйте сформулировать определение высоты.	-Высотой в призме называется перпендикуляр, проведенный между основаниями призмы.
	Учитель: Запишите определение в тетрадях. Перед вами две	-Первая – прямая, вторая –

	призмы, как вы думаете, как они называются?  Учитель: Дайте определение прямой призмы, а определение наклонной призмы запишите дома. Учитель: В зависимости от фигуры, лежащей в основании, призма имеет соответствующее название. Если в основании лежит треугольник – треугольная, если четырехугольник, то -как будет называться? Учитель: А если в основании будет лежать правильный многоугольник? Учитель: Сформулируйте определение правильной призмы.	наклонная. -Прямой называется призма, боковые ребра которой перпендикулярны плоскости основания. - Четырехугольная. -Правильная. -Прямая призма, основанием которой являются

	Учитель: А если нам потребуется склеить картонную коробку, что мы должны будем знать? Учитель: Из площадей каких граней состоит она? Учитель: Запишем, что площадью полной поверхности называется сумма площадей всех его граней. Формулу запишем: $S_{\text{полн.пов.}} = 2S_{\text{осн.}} + S_{\text{бок.}}$. А площадью боковой поверхности является сумма площадей всех ее боковых граней. В прямой призме площадь боковой поверхности находят по формуле: $S_{\text{бок}} = (a+b+c)_{\text{осн}}h = P_{\text{осн}}h$. Запишем формулы в тетрадь.	правильные многоугольники, называется правильной призмой. - Площадь картона, который понадобится для коробки. -Из двух площадей оснований и суммы площадей граней. Записывают в тетрадях.
2.3. Закрепление изученного материала	Решение задач по теме. **Задача**. В прямой треугольной призме стороны основания равны 3,4 и 5, высота равна 6. Найти площадь полной	Решают задачи, по очереди выходят к доске.

	поверхности призмы. **Задача**.Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760. **Решение.** Площадь поверхности правильной четырехугольной призмы выражается через сторону ее основания *a* и боковое ребро *H* формулой $S=2a^2+4aH.$ Подставим значения a и S: $1760=2\cdot 20^2+4\cdot 20\cdot H,$ откуда находим, что $H=12.$ Ответ: 12. **Задача**. Дана правильная четырехугольная призма, диагональ которой равна 15, а диагональ основания равна 10√2 Найдите площадь полной поверхности призмы.	

Пусть $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – данная призма. Так как она правильная, то в основании лежит квадрат и она явля прямоугольный, следовательно, по теореме Пифагора

$$BB_1 = \sqrt{15^2 - (10\sqrt{2})^2} = 5.$$

Так как диагональ квадрата в $\sqrt{2}$ раз больше его стороны, то

$$AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 10.$$

Следовательно,

$$S_{\text{пов-ти}} = 2S_{ABCD} + 4S_{AA_1D_1D} = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 \cdot 5 = 400.$$

Ответ: 400

Задача. Дана прямая призма, в основании которой лежит равнобедренная описанная около окружности трапеция ABCD с боковой стороной, равной 5, и высотой, равной 3. Боковое ребро призмы равно 2. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Пусть $AB = CD = 5$. Так как трапеция описанная, то суммы противоположных сторон равны, следовательно, $AD + BC = AB + CD = 10$. Следовательно, ее площадь равна

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot h = \frac{10}{2} \cdot 3 = 15.$$

Площадь боковой поверхности призмы равна

$$S' = (AB + BC + CD + AD) \cdot AA_1 = (10 + 10) \cdot 2 = 40.$$

Следовательно, площадь полной поверхности равна

$$S_{\text{пов-ти}} = 40 + 15 + 15 = 70.$$

Ответ: 70

3. Заключительный этап (3 мин.) 3.1. Рефлексия	-С какими фигурами мы познакомились сегодня на уроке? -Что интересного узнали? -Чем отличается прямая призма от наклонной? -Что мы называем многогранником? -Что мы называем призмой?	Отвечают на вопросы.
3.2. Домашнее задание	Запишите ваше домашнее задание: Прочитать параграф в учебнике параграф 1 пункты 118-120. 2. Боковое ребро правильной треугольной призмы равно 9 см, а диагональ боковой грани равна 15 см. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы. 3.Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 15 и 20 см. Большая боковая грань и основание призмы равновелики. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы. Посмотрите на задания, все ли вам знакомо? Тогда к следующему уроку вы придете полностью подготовленными.	Записывают домашнее задание.
Шкала оценивания на	За активную работу на уроке, включающую полные и верные	

уроке:	ответы, а также работу у доски, получают положительные оценки.	

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Конспект урока математики

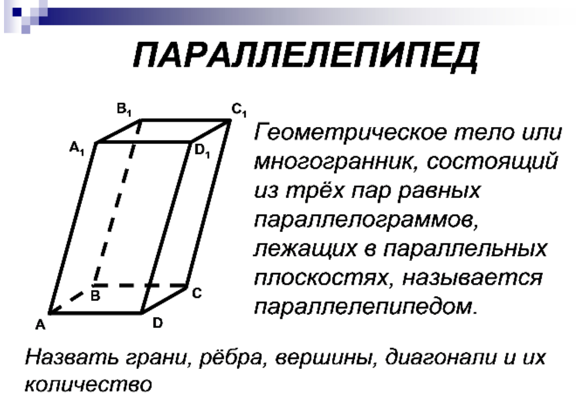
Класс: 9

Тема урока: «Параллелепипед. Понятие объема»

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1. Подготовительный этап (5 мин.) 1.1. Создание учебной доминанты	-Здравствуйте, ребята! Проверьте, все ли вы подготовили к уроку. Садитесь! Девизом нашего сегодняшнего урока будет: **«Лучший способ изучить что-либо – это открыть самому.» Д. Пойа** Название нашего урока «Параллелепипед, висевший над Темзой». -Как вы думаете, почему он так называется? -Оказывается, в Лондоне 30-ти летний Девид Блейн провел 44 дня в стеклянном параллелепипеде, висевшем над Темзой. А вы знаете как выглядит параллелепипед? Найдите его среди моделей (на столе стоят модели различных фигур, среди них и параллелепипед).	Приветствие. Предлагают свои варианты.
1.2. Выявление	Итак, прежде, чем мы начнём знакомство с	Отвечают на вопросы.

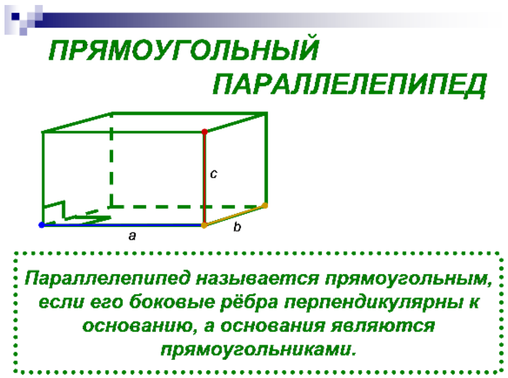
субъектного опыта, актуализация	параллелепипедом, вспомним материал из школьного курса планиметрии, который изучает фигуры на плоскости. Плоские фигуры, с которыми мы сегодня будем часто сталкиваться – прямоугольник и квадрат. -Что называется прямоугольником? -Как называются стороны прямоугольника? -Как вычислить площадь прямоугольника? -Что такое периметр прямоугольника и как он вычисляется? -Что называется квадратом?	
2. Основной этап (37 мин.) 2.1. Создание проблемной ситуации и ее разрешение учащимися	- Классная комната или учебный кабинет являются основным местом проведения обучающихся в школе, где они проводят большую часть времени, поэтому к гигиеническому состоянию этих помещений предъявляются особо высокие требования. Несоблюдение гигиенических требований к воздушному режиму ухудшает восприятие и усвоение учебного материала. Основные нормы отражены в Санитарных правилах, утвержденных СанПиН 2.4.2.2821-10 от 29 июня 2011 г. Комфортные, т. е. физически хорошо	Обучающиеся отвечают, что нужно знать размеры класса, чтобы вычислить объем. Если мы найдём формулу для вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда и научимся его вычислять, то сможем узнать объем воздуха в

	воспринимаемые условия для обучающихся в классах следующие: 18-20 градусов С°, атмосферное давление в среднем 760 мм ртутного столба, содержание 21% кислорода, 0,04% углекислого газа. В классной комнате во время урока возрастает концентрация углекислоты и падает содержание кислорода. Минимальная кубатура воздуха, приходящаяся на одного школьника- достигает 4 куб. м. Соответствуют ли размеры нашего класса и наполняемость его нормам СанПиН? Что для этого необходимо знать? -Верно. Для того, чтобы вычислить объем, надо знать его формулу. Решим задачу до конца, когда изучим формулу.	классе. Полученный объем делим на количество человек. Производят измерение класса при помощи метра.
2.2. Формулирование темы урока учащимися	-Итак, с каким многогранником мы сегодня знакомимся? -Верно. Откройте тетради, запишите число и тему урока «Параллелепипед. Понятие объема». -Что мы называем параллелепипедом?	-Параллелепипед. Записывают в тетрадях тему. Предлагают свои варианты.

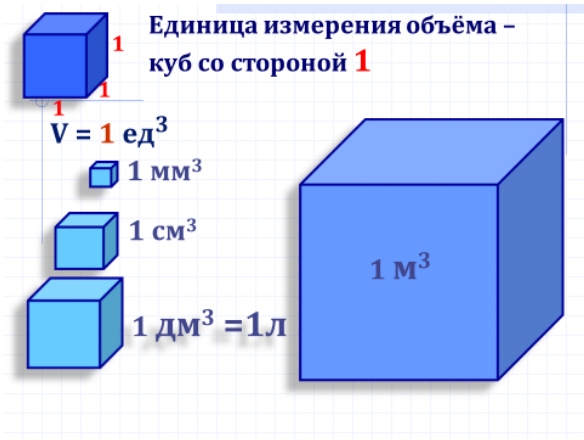
<table>
<tr>
<td></td>
<td>


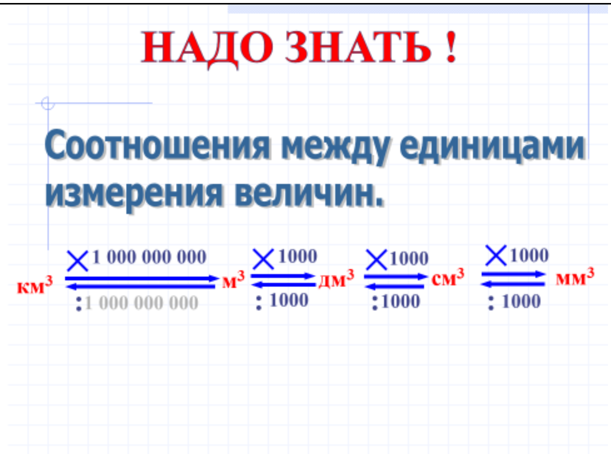
Показать куб, прямоугольный, прямой и наклонный параллелепипеды.

-Как вы думаете, как называются эти фигуры?

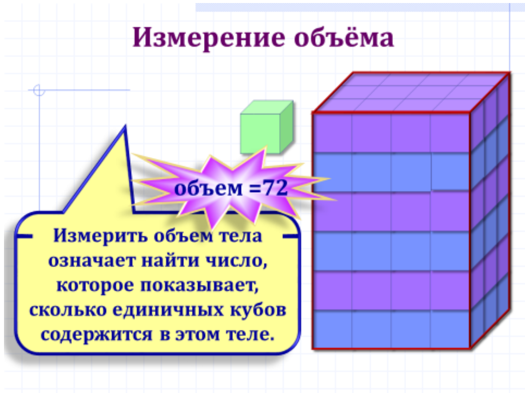


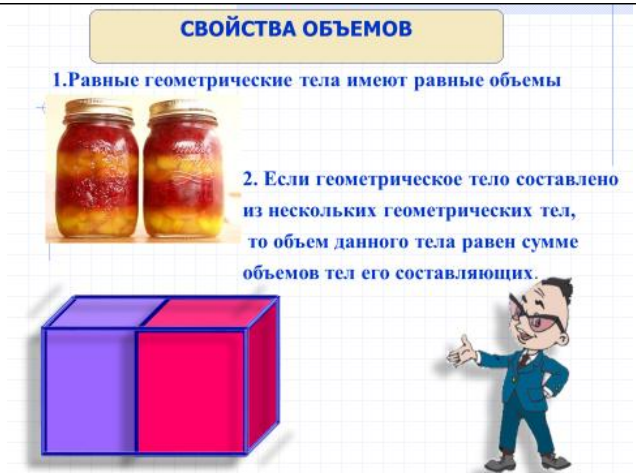
-На основании данных определений, скажите, что называют кубом?
</td>
<td>Пытаются назвать: куб и другие. Вместе с учителем приходят к правильному ответу. Эти фигуры различные виды параллелепипеда.</td>
</tr>
</table>

	Кубом называется прямоугольный параллелепипед, в основании которого лежит квадрат. -Рассмотрим свойства, но для начала введем понятие объема. Что такое объем?  Объём — количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Единица измерения объёма – куб со стороной 1.  	Предлагают свои варианты. Пытаются объяснить.

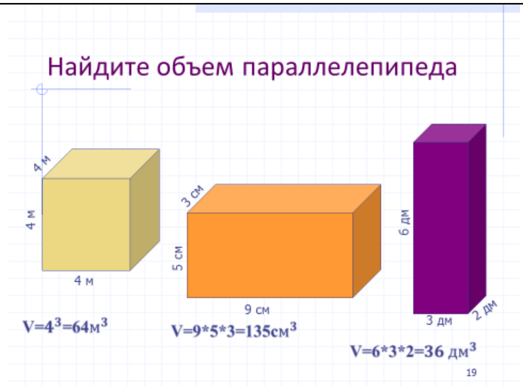


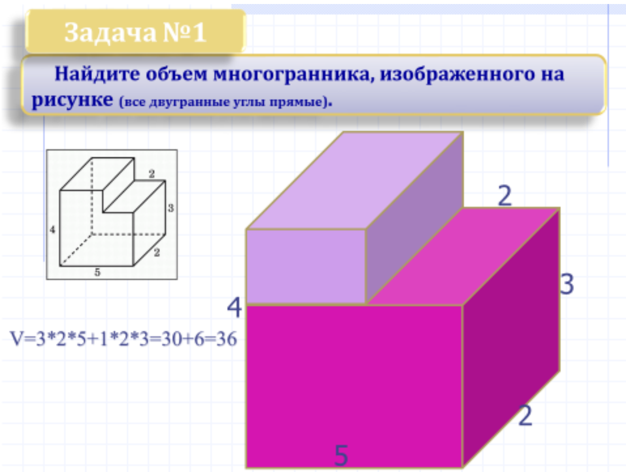
Измерить объем тела означает найти число, которое показывает, сколько единичных кубов содержится в этом теле.



	  Теорема: Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений :V= abc	

	1. Следствие Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту: V= Sосн*H *2) Свойства прямоугольного параллелепипеда.* 1. Четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам. (диагонали параллелограмма пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам). 2. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений (в прямоугольнике квадрат диагонали равен сумме квадратов двух его измерений - теорема Пифагора). 3. Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений (площадь прямоугольника равна произведению его измерений). $V=abc=S_{осн}h$. -Решим задачу.	

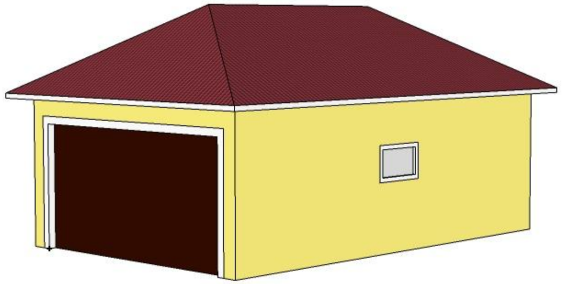
<table>
<tr>
<td></td>
<td>




А сейчас решим до конца задачу, которая была в начале урока.
</td>
<td>
Решают устно.

Подставляют значения в формулу и вычисляют объем класса. Затем считаю
</td>
</tr>
</table>

	Задача. Под погреб нужно вырыть котлован, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. Глубина котлована 3 м, стороны оснований 3 м и 2 м. Сколько кубометров земли нужно извлечь на поверхность?	количество учеников. Объем класса делят на количество учеников. Решают в тетрадях.
2.3. Закрепление изученного материала	**Задача**. Объем комнаты 75куб.м , высота комнаты 3 метра. Найдите площадь пола. **Задача**. Александр решил построить кирпичный гараж. Длина гаража 10 метров, ширина 6 метров, высота 3 метра. Размер одного оконного проема 70*80 см, всего 2 окна, а дверного проема 2*3 метра. Стоимость 1 квадратного метра кирпичной кладки равен 630 рублям. Найти, сколько придется заплатить за кладку всего гаража.	Решают задачу.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

-Где вы можете встретить такую задачу?

-С чего мы можем начать решение?
Решение: 10*3*2=60 (площадь 2 боковых сторон)
6*3*2=36 (площадь 2 боковых сторон)
60+36=96 (площадь боковой поверхности гаража)
Найдем площади оконных и дверных проемов.
70*80=5600 кв.см, превратим в кв. метры 0,56 (разделить на 1000)
Всего 2 окна: 0,56*2=1,12 кв.м (пощадь 2 оконных проемов)
2*3=6 кв.м (площадь дверного проема)
1,12+6=7,12 кв.м (сумма площади дверного и оконных проемов)</td>
<td>-В жизни. Когда будем строить дом, гараж и т.д
-Гараж имеет форму параллелепипеда. Нам нужно найти площади его боковых сторон и найти их сумму. Но нужно еще учитывать размеры окна. Из полученной суммы вычесть площадь 2 окон. Полученное число умножить на 630, тогда мы найдем сумму, которую придется заплатить</td>
</tr>
</table>

	96-7,12=88,88 кв.м (площадь кладки) Цена: 88,88*630=55 994,4 Ответ: 55 994,4 **Задача:** Требуется установить резервуар для воды емкостью 10 куб.м на площадке размером 2,5 на 1,75 м, служащей для него дном. Найти высоту резервуара. Площадь дна S =2,5·1,75 = 4,375 ($м^2$). Так как $V=S\cdot h$, то $h=\frac{V}{S}=\frac{10}{4,375}\approx 2,29$ (м).	
3. Заключительный этап (3 мин.) 3.1. Рефлексия	-С какими фигурами мы познакомились сегодня на уроке? -Что интересного узнали? -Чем отличается прямой параллелепипед от наклонного? -Что мы называем параллелепипедом?	Поднимают руки и отвечают на вопросы.
3.2. Домашнее задание	Запишите ваше домашнее задание: Прочитать параграф в учебнике параграф. **Задача.** Чугунная труба имеет квадратное сечение, ее внешняя ширина 25 см, толщина стенок 3 см. Какова масса одного погонного метра трубы?	Записывают домашнее задание.

	(плотность чугуна 7,3 г/куб.см) **Задача.** Если каждое ребро куба увеличить на 2 см, то его объем увеличится на 98 куб.см. Чему равно ребро куба?	
Шкала оценивания на уроке:	За активную работу на уроке, включающую полные и верные ответы, а также работу у доски, получают положительные оценки.	

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Конспект урока математики

Класс: 9

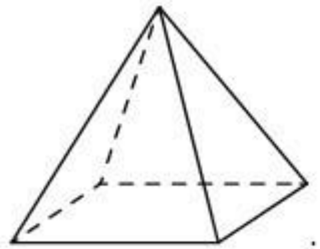
Тема: «Пирамида»

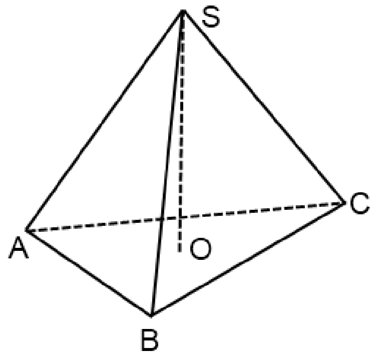
Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1. Подготовительный этап (7 мин.) 1.1. Создание учебной доминанты	-Здравствуйте. Садитесь. Наш урок называется «Первое чудо». Как вы думаете, почему он так называется? -Верно. Сегодня мы совершим путешествие во времени. Фараон Джосер повелел создать для себя необычную гробницу, похожую на гигантскую каменную лестницу, по которой фараон после смерти должен был подняться на небо. Его замысел воплотил в жизнь великий египетский зодчий Имхотеп. Правившие после Джосера фараоны тоже строили себе ступенчатые пирамиды, пока фараону Снофру не пришла в голову мысль выстроить для своей гробницы не ступенчатую, а гладкую пирамиду.	Здравствуйте. Мы будем говорить о пирамидах.

	 Вслед за Снофру Древним Египтом правил его сын, фараон Хуфу, или, как мы его привыкли называть, - Хеопс. За 23 года своего правления он сумел выстроить самую грандиозную и удивительную пирамиду, которую мы называем первым чудом света.  **Пирамиды –** самое грандиозное из всех чудес света. Построенная около **2600 г. до н.э.**, она имеет высоту **146**	

	метров, состоит из **2 300 000** каменных блоков, каждый весом примерно **3 тонны.** Даже сегодня при современных машинах и механизмах выстроить такую громадную пирамиду было бы нелегко. Но мы сегодня должны научиться строить пирамиды.	
1.2. Выявление субъектного опыта, актуализация	-Для начала повторим материал прошлых уроков. 1. Что называется призмой? Прямой призмой? Правильной? 2. Объясните, что такое параллелепипед? Дайте определение прямого параллелепипеда, прямоугольного параллелепипеда. 3. Сформулируйте свойство четырех диагоналей параллелепипеда. 4. Сформулируйте основные свойства объемов. 5. Что такое измерения прямоугольного параллелепипеда? 6. Сформулируйте свойство диагонали прямоугольного параллелепипеда.	Отвечают на вопросы.

	7. Чему равен объем куба? Объем прямоугольного параллелепипеда? 8. Какой формулой выражается объем призмы?	
2. Основной этап (35 мин.) 2.1. Создание проблемной ситуации и ее разрешение учащимися	Решим задачу. **Задача**. Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота — 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 23 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах. Как мы можем решить задачу? Что необходимо знать? -Для того, чтобы решить эту задачу, нам необходимо познакомиться с пирамидой.	
2.2. Формулирование темы урока учащимися	-Итак, сформулируем тему урока. Попрошу вас самим назвать ее. Запишем тему урока «Пирамида». Взглянув на рисунок пирамиды, попробуйте сформулировать определение	Тема урока «Пирамида». Пробуют сформулировать определение пирамиды.

	 Итак, пирамидой называется многогранник, составленный из n-угольника и n-треугольников. Многоугольник называется – основанием пирамиды, треугольники – боковыми гранями пирамиды. Точка Р - называется вершиной пирамиды, а отрезки, соединяющие вершину пирамиды с точками основания – боковыми ребрами пирамиды. - Дайте определение высоты пирамиды. (Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания). -Как найти площадь полной поверхности пирамиды? Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех ее граней (т.е. основания и боковых граней).	-Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на основание -Это сумма площадей всех граней. -Сумма площадей боковых граней. -Треугольная пирамида.

	-А площадь боковой поверхности. Площадью боковой поверхности пирамиды – сумма площадей ее боковых граней. Очевидно, - Что это за многогранник?  Дайте определение тетраэдра (поверхность, состоящая из четырех правильных треугольников или многогранник, состоящий их четырех треугольников). Понимаем, что тетраэдр – является треугольной пирамидой. -Что называют правильной пирамидой? Пирамида называется правильной, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её	-В основании лежит правильный многоугольник. -треугольная, четырехугольная

	высотой. -Какие пирамиды могут быть правильными? (в основании лежит правильный треугольник – треугольная пирамида, в основании лежит квадрат - четырехугольная пирамида, в основании лежит правильный шестиугольник – шестиугольная пирамида) - Свойства боковых ребер и боковых граней правильной пирамиды. (Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками) -Объем пирамиды вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3} * S_{осн} * h$ -Построим пирамиду Хеопса. Постройка Великих пирамид Хеопса, Хефрена и Микерина требовала огромных усилий всех свободных египтян. Их труд был настоящим чудом. Строители работали с большим энтузиазмом над возведением гробницы своего великого фараона. Они верили: фараон – сын бога, и после смерти он окажется среди богов. Если	Строят пирамиды.

	они выскажут ему подлинное уважение, он позаботится о них, простых людях, об их детях, внуках и правнуках. Давайте и мы покажем ему свое уважение. Построим пирамиду Хеопса. Итак, что лежит в основании пирамиды Хеопса (квадрат) - Как изображается квадрат на плоскости? (параллелограммом) - построим основание, - отметим вершину параллелограмма, - соединим вершину боковыми ребрами с вершинами основания. Построим треугольную пирамиду. - Построим основание, - отметим вершину пирамиды, - соединим вершину боковыми ребрами с вершинами основания. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется – апофемой.	Подсказывают учителю.

	Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему. -Теперь можем решить задачу, которая была в начале урока. **Решение:** Сторона основания точной музейной копии пирамиды равна 23 см = 0,23 м. Найдем во сколько раз сторона основания копии меньше стороны оригинала, тем самым мы найдем и во сколько высота копии меньше высоты оригинала: 230 : 0,23 = в 1000 раз высота музейной копии меньше высоты оригинала Осталось найти высоту музейной копии: 147 : 1000 = 0,147 м = 14,7 см – высота музейной копии. Ответ: 14,7 см	
2.3. Закрепление изученного материала	Решение задач по теме. **Задача.** Найдите объем правильной треугольной	Решают задачи, по желанию выходят к доске.

пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.

Решение: Объем пирамиды равен

$$V = \frac{1}{3}Sh,$$

где S — площадь основания, а h — высота пирамиды. Найдём площадь равностороннего треугольника, лежащего в основании:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

Тогда объем пирамиды равен

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{3}}{4}\sqrt{3} = \frac{1}{4}.$$

Ответ: 0,25.

Задача. В основании пирамиды Хеопса – квадрат со стороной 230м, высота пирамиды 138 м. Найти боковое ребро самой высокой египетской пирамиды.

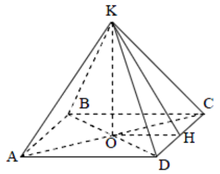
	Решение: Решение 1. AC $\cap$ BD = O 2. Δ AOD – п\у, р\б по т. Пифагора $AD^2 = DO^2+OA^2$ $2OD^2= 2302 = 52900$ $OD^2 = 26450$ 3. Пирамида правильная $\Rightarrow$ SO $\perp$ (ABC) 4. Δ SOD – п\у по т. Пифагора $DS^2 = DO^2+OS^2 = 26450 + 1382=$ $= 26450 +19044 = 45494$ DS $\approx$ 213 м Ответ: 213м **Задача:** Найдите площадь боковой поверхности пирамиды Хеопса, сторона основания которой равна 230м и высота 138м. Решение 1. $S_{б.пов}=4S_{тр}$ 2. AC $\cap$ BD = O	

	3. Пирамида правильная $\Rightarrow$ $SO \perp (ABC)$ 4. $OE \parallel CD \Rightarrow OE \perp AD \Rightarrow$ 5. $SE \perp AD$ (по теореме о 3 перпендикулярах) 6. ΔEOS- п\у по т. Пифагора $ES^2 = EO^2+OS^2 = 115^2 + 138^2 =$ $= 13225 +19044 = 32269$ $ES \approx 180$ 7. ES - высота ΔASD $S_{ASD} = 0,5\ ES \bullet AD \approx 0,5 \bullet 180 \bullet 230 \approx 20700$ м^2 8. $S_{б.пов}=4S_{тр} \approx 4 \bullet 20700 \approx 82800$ м^2 Ответ: 82800 м^2 **Задача**. В основании пирамиды Хеопса – квадрат со стороной 230м, тангенс угла наклона боковой грани к основанию равен 1,2. Найти высоту самой высокой египетской пирамиды, если основание ее лежит в центре квадрата. **Решение.** 1. $AC \cap BD = O$ 2. Пирамида правильная $\Rightarrow SO \perp (ABC)$	

	3. $OE \parallel AD \Rightarrow OE \perp AD \Rightarrow$ 4. $SE \perp CD$ (по теореме о 3 перпендикулярах) Чему равен тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике? (отношению противолежащего катета к прилежащему катету) 5. Δ SOE – п\у tg E = SO : OE = 1,2 6. OE = 0,5AD =115м 7. SO = OE • tg E = 1,2 • 115 = 138 м Ответ: 138м	
3. Заключительный этап (3 мин.) 3.1. Рефлексия	Учащиеся по очереди высказывают по одной фразе, выбирая начало фразы из рефлексивного экрана: • *Сегодня на уроке я узнал (а) ...* • *Было интересно ...* • *Было тяжело ...* • *Я выполнял (а) задание ...* • *Я понял (а), что ...* • *Теперь я могу ...* • *Я почувствовал (а), что ...*	По очереди отвечают н вопросы.

	• *Я приобрел (а) ...* • *Я научился (лась) ...* • *У меня получилось ...* • *Я смог (ла) ...* • *Я попробую ...* • *Меня удивило ...* • *Урок дал мне для жизни ...* • *Мне захотелось ...* • *Мне очень понравилось ...*	
3.2. Домашнее задание	Запишите ваше домашнее задание: Прочитать параграф в учебнике параграф. Решить задачу	Записывают домашнее задание, задают вопросы.

Задача. Одно из самых грандиозных сооружений древности пирамида Хеопса имеет форму правильной четырехугольной пирамиды высотой 150 м и боковым ребром 220м. Найдите площадь полной поверхности этой пирамиды.



Дано: KABCD - правильная четырехугольная пирамида. Найти: $S_{полн}$

KO = 150м

KC = 220м

Решение: $S_{бок} = 1/2p*l$; Проведём $KH \perp DC$; $p = 4CD$; $l = KH$

Рассмотрим ΔKOC; $KO \perp OC$;

$OC^2 = KC^2 - KO^2$;

$OC^2 = 220^2 - 150^2 = 48400 - 22500 = 25900$

$CD = 2CH$;

Рассмотрим ΔOHC; $OH \perp CD$;

$CH^2 = OC^2 - OH^2$; $OC^2 = CH^2 + OH^2$; но $CH = OH$;

$OC^2 = 2CH^2$; $CH^2 - OC^2/2 = 25900/2 = 12950$;

$CH = \sqrt{12950} \approx 113{,}8\,(м)$

$CD = 2CH = 2*113{,}8 = 227{,}6\,(м)$

$P - 4CD = 4*227{,}6 = 910{,}4 \approx 910\,(м)$

Рассмотрим ΔKOH $KH^2 = OK^2 - OH^2$; $OH^2 - CH^2 = 12950$

$KH^2 = 150^2 + 12950 = 22500 + 12950 = 35450$

$KH = \sqrt{35450} \approx 188\,(м)$

	$S_{осн} = CD^2 = 227,6^2 = 51801,76 м^2 \approx 51802 м^2$ $S_{полн} = 85540 + 51804 = 137342 м^2$ Ответ: $137342\ м^2$.	
Шкала оценивания на уроке:	За активную работу на уроке, включающую полные и верные ответы, а также работу у доски, получают положительные оценки.	

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

План реализации проекта «Многогранники вокруг нас»

Цель проекта «Многогранники вокруг" дать представление о многогранниках, которые изучаются в школьном курсе геометрии. Изучение представленных материалов позволит обучаемым актуализировать, расширить теоретические знания и практические навыки по этой тематике, развить математическое и системно-логическое мышление, сформировать математическую культуру и понятие универсального характера математики, углубить межпредметные связи с такими предметами, как черчение, информатика, математика, технология, МХК, химия, биология.

Задачи:

- расширение знаний учащихся по теме «Многогранники»;
- формирование познавательного интереса;
- формирование навыков исследовательской деятельности;
- развитие навыков ораторского искусства;
- развитие эстетического вкуса

Планируемые результаты: совершенствовать и расширить круг общих учебных умений, навыков и способов деятельности, необходимых в XXI веке, что является условием развития и социализации школьников.

Тип проекта:

- исследовательский;
- межпредметный;

- групповой.

Внешним продуктом проекта стали созданные материалы: исследовательская работа, презентация, модели многогранников.

Внутренний продукт проекта: опыт совместной деятельности и формирование новых компетенций:

- предметных (усвоение темы);
- общеучебных (умение находить необходимый материал в учебных и справочных изданиях, выделять основной блок из большого объёма информации);
- информационно-технологических (использование интернета и ПК);
- коммуникативных (умение работать в группе, приобретение социального опыта)

Этапы

Подготовительный этап:

1. Формулировка цели проекта;
2. Формирование групп учащихся (по 6 человек) по разработке отдельных вопросов;
3. Формулирование вопросов исследования каждой группой, составление плана работы групп, распределение задач;
4. Установление сроков выполнения проекта;
5. Подбор информационных ресурсов;

Реализации проекта:

1. Самостоятельная работа в группах по сбору информации по теме;
2. Систематизация собранного материала;
3. Распределение материала по тематическим группам для создания презентаций;
4. Подготовка и оформление результатов в виде презентаций, создание моделей многогранников из подручных материалов или в программе Geogebra.

Заключительный этап:

1. Представление работ перед классом;
2. Анализ результатов работы всех участников проекта (рефлексия);
3. Выявление новых проблем и определение направлений дальнейшего развития проекта.

ПРИЛОЖЕНИЕ 9

Самостоятельная работа на проверку уровня сформированности метапредметных умений

Вариант 1

1. В прямоугольном параллелепипеде три измерения равны 6 см, 9 см, 15 см. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

2. В правильной треугольной пирамиде SABC медианы основания ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 5. Найдите длину отрезка OS.

3. Найдите площадь боковой поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными $4\sqrt{5}$ и 8, и боковым ребром, равным 5 и 8, и боковым ребром, равным 5.

4. Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в 5 раз?

Вариант 2

1. В прямоугольном параллелепипеде три измерения равны 7 см, 10 см, 16 см. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

2. В правильной треугольной пирамиде SABC медианы основания ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 4. Найдите длину отрезка OS.

3. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 25 и 60 и боковым ребром, равным 25.

4. Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильного тетраэдра, если все его ребра увеличить в 2 раза?