

**КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**  
**ИНСТИТУТ ПСИХОЛОГИИ И ОБРАЗОВАНИЯ**  
*Кафедра педагогики и методики начального образования*

**Э.Г. САБИРОВА**  
**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ:**  
**ЧАСТЬ I**

**Курс лекций**

**Казань-2015**

**УДК 373.31**

**ББК 74.262.21**

*Принято на заседании кафедры педагогики и методики начального образования Протокол № 5 от 1 декабря 2015 года*

**Рецензенты:**

доктор педагогических наук, профессор кафедры педагогики и методики начального образования КФУ **В.Г. Закирова;**

доктор педагогических наук, доцент кафедры педагогики и методики начального образования КФУ **В.К. Власова;**

**Сабирова Э.Г.**

**Методика обучения математике: Часть I / Э.Г. Сабирова. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 120 с.**

В пособии описаны цели, содержание, методы и формы обучения математике. Рассматривается деятельность учителя, принципы дифференцированного и программированного обучения. Приведены материалы по технологии обучения.

Учебное пособие предназначено студентам, обучающихся по направлению «Педагогическое образование» (программы бакалавриата «Начальное образование»), а также широкому кругу читателей, интересующихся указанными проблемами.

© Сабирова Э.Г., 2015

© Казанский университет, 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	4
Тема 1: Математика как наука	5
Тема 2: Математика как учебный предмет	9
Тема 3: Современное школьное математическое образование	19
Тема 4: Основные дидактические принципы в обучении математике	29
Тема 5: Методы обучения математике и их классификация	31
Тема 6: Качества научного мышления	41
Тема 7: Формы обучения математике	53
Тема 8: Учебная математическая деятельность учащихся	59
Тема 9: Практическая направленность школьного курса математики	79
Тема 10: Дифференциация учебной работы младших школьников на уроках математики	96
Тема 11: Технологии обучения математике в начальной школе	101
Тема 12: Контроль и оценка знаний, умений и навыков учащихся по математике в начальных классах	111
Литература	118

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Основная задача подготовки студентов к будущей профессиональной деятельности связана с формированием у них практических умений и навыков, составляющих основу технологии труда учителя. Данное учебное пособие ориентировано на творческое осмысление студентами теоретических знаний по методике обучения математике.

Учебная дисциплина «Методика обучения математике» относится к числу педагогических дисциплин и изучается студентами, уже получившими определенную философскую, педагогическую, психологическую, общедидактическую и математическую подготовку. Эти знания студентов систематически используются в курсе методики обучения математике. Пособие способствует глубокому усвоению программного учебного материала, совершенствованию профессиональной подготовки будущих специалистов.

Значительное место в данном пособии занимают вопросы, связанные с формированием творческого подхода к обучению математике, умения оценивать различные системы изложения материала с точки зрения педагогики, психологии, дидактики.

## ТЕМА 1: МАТЕМАТИКА КАК НАУКА

Математика — слово, пришедшее к нам из Древней Греции: *mathema* переводится как «познание, наука». Математика — это наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.

Количественные отношения выражаются не только целыми положительными или рациональными числами, но и комплексными числами, векторами, функциями и др. Современное понимание пространственных форм включает наряду с геометрическими объектами трехмерного пространства (прямая, круг, треугольник, конус, цилиндр, шар и пр.) многочисленные обобщения — понятия многомерного и бесконечномерного пространств.

Развитие науки и техники способствует непрерывно расширять представления о пространственных формах и количественных отношениях.

Математика изучает математические модели — логические структуры, у которых описан ряд отношений между их элементами. Кроме того, математика изучает всевозможные — хотя бы мысленно — схемы, их взаимосвязи, методы их конструирования, иерархии схем (схемы схем) и т. д.

Понятия математики отвлечены от конкретных явлений и предметов; они получены в результате абстрагирования от качественных особенностей, специфических для данного круга явлений и предметов. Одни и те же закономерности математики, один и тот же математический аппарат могут достаточно удовлетворительно применяться к описанию явлений природы, технического, а также экономического и социальных процессов.

Математика возникла из практических нужд людей, ее связи с практикой становятся все более и более многообразными и глубокими. Математику можно применять в изучении любого типа движения, самых разнообразных явлений. Но ее роль в различных областях научной и практической деятельности неодинакова. Особенно велико значение математики в развитии современной физики, астрономии, химии.

Значительное место занимает математика и в таких науках, как экономика, биология, медицина. Качественное своеобразие явлений, изучаемых в этих науках, настолько велико и так сильно влияет на характер их течения, что математический анализ пока может играть лишь подчиненную роль. Особое же значение для социальных и биологических наук приобретает математическая статистика.

### **В истории развития математики выделяют четыре периода.**

Первый период — это период зарождения математики как самостоятельной научной дисциплины. Его начало теряется в глубине истории.

Он продолжался приблизительно до VI-V вв до н.э. Период зарождения математики связан с практическими вычислениями и измерениями, с формированием понятия числа и фигуры. Изучаются простые геометрические фигуры, величины — длина, площадь, объем и т.д. Область применения математики — счет, торговля, земляные работы, астрономия, архитектура. Зарождающиеся математические знания представляют собой правила для решения практических задач, установки или руководства к действию, которые не формулируются, а поясняются на частных примерах. Превращение математики в формализованную науку с оформившимся дедуктивным методом построения произошло в Древней Греции. Начало греческой геометрии связывается с именем Фалеса Милетского.

Второй период — период элементарной математики (математики постоянных величин) — продолжался приблизительно до конца XVII в., когда довольно далеко зашло развитие новой — высшей математики.

Начало ему положили математики Древней Греции (VI - V вв. до н. э.). Этот период характеризуется тем, что математика выступает как самостоятельная научная дисциплина, имеющая свой предмет (число, фигура) и свои методы исследования. Появилась новая математическая дисциплина — алгебра, имеющая специальную символику. Возникли знаменитые задачи древности — квадратура круга, трисекция угла,

удвоение куба, были построены первые иррациональные числа. Евклид в своих «Началах» заложил основы теории чисел. Архимед разработал методы нахождения площадей и объемов различных фигур и тел (в том числе площадей сегмента параболы, поверхности шара, объема сегмента шара и параболоида). Диофант исследовал преимущественно решение уравнений в рациональных положительных числах. Написан первый систематический учебник геометрии.

Значительного развития математика достигла в древних Китае и Индии. Китайским математикам были свойственны высокая техника произведения вычислений и интерес к развитию общих алгебраических методов. Индийским математикам принадлежат заслуги введения десятичной нумерации, употребления нуля для обозначения отсутствия единиц данного разряда, а также и более широкого развития алгебры, оперирующей не только положительными рациональными числами, но и отрицательными и иррациональными числами.

Интенсивные торговые отношения между арабскими территориями привели к расцвету математики: впервые была изложена алгебра как самостоятельная наука; многие геометрические задачи получили алгебраическую формулировку; были введены в рассмотрение тригонометрические функции, десятичные дроби, вычислено число  $\pi$  с семнадцатью верными десятичными знаками.

Третий период — это период математики переменных величин (с XVII в. до середины XIX в.). Он характеризуется созданием и развитием математического анализа, изучением процессов в их движении, развитии.

Рассмотрение переменных величин и связей между ними привело к понятиям функции, производной и интеграла, к возникновению новой математической дисциплины — математического анализа. Введение и систематическое употребление координат дало универсальный метод перевода задач геометрии на язык алгебры и анализа, в результате чего возникли новые ветви геометрии — аналитическая геометрия,

дифференциальная геометрия. Методы математического анализа, в особенности дифференциальные уравнения, стали основой математического описания законов механики и физики, а также технических процессов; с ними неразрывно связан прогресс естествознания и техники. Под влиянием математического анализа складываются новые области в смежных дисциплинах — аналитическая механика, математическая физика и т.д. Широкое применение в приложениях математики получило вариационное исчисление.

Четвертый период — это период создания математики переменных отношений (XIX — XX вв.). Он характеризуется возникновением и развитием математического анализа, изучением процессов в их движении, развитии. Широко используется метод моделирования. Возникли различные разделы математики. Основная черта данного периода — это интерес к критическому пересмотру ряда вопросов обоснования математики.

Крупнейшими событиями, в значительной мере послужившими началу больших сдвигов в понимании всей структуры математики, явились исследования российского ученого Н.И. Лобачевского. Дальнейшие исследования по основаниям геометрии привели к формулировке полного списка аксиом геометрии, созданию общего понятия пространства, элементами которого могут быть объекты любой природы. Изучение наиболее общих свойств геометрических фигур и пространств, интерес к которому был вызван развитием неевклидовых геометрий, привел к созданию новой области математики — топологии.

В XIX в. происходит новое значительное расширение области приложений математического анализа. В качестве основного аппарата возникших в XIX в. областей механики (механики непрерывных сред, баллистики) и физики (электродинамики, теории магнетизма, термодинамики) усиленно развивается теория дифференциальных уравнений, в особенности дифференциальных уравнений с частными производными. В XVIII в. были решены отдельные уравнения такого вида.



Общие методы начали развиваться лишь в XIX в. и продолжают развиваться сейчас в связи с задачами физики и механики.

Возникли новые ветви математики: вычислительная математика, математическая логика, теория вероятности.

Математика находится в непрерывном развитии, что обусловлено, во-первых, потребностями жизненной практики, а во-вторых — внутренними потребностями становления математики как науки. Математика оказывает существенное влияние на развитие техники, экономики и управления производством. «Математизация» различных областей знаний, проникновение математических методов во многие сферы практической деятельности человека, быстрый рост вычислительной техники — все это повлекло за собой создание целого ряда математических дисциплин: теории игр, теории информации, математической статистики, теории вероятности и т.д.

## **ТЕМА 2: МАТЕМАТИКА КАК УЧЕБНЫЙ ПРЕДМЕТ**

В школьный курс математики отобрана та часть математических знаний (обязательная), которая дает общее представление о науке, помогает овладеть математическими методами и способствует необходимому развитию математического мышления у школьников.

Первые сведения об обучении детей простейшим вычислениям встречаются в источниках по истории стран Древнего Востока. Большое влияние на развитие школьного математического образования оказала математическая культура Древней Греции, где уже в V в. до н.э. в связи с развитием торговли, мореплавания, ремесел в начальной школе изучались счет и практическая геометрия.

Содержание учебного предмета математики меняется со временем в связи с расширением целей образования, появлением новых требований к школьной подготовке, изменением стандартов образования. Кроме того, непрерывное развитие самой науки, появление новых ее отраслей и направлений влекут за собой обновление содержания образования: сокращаются разделы, не имеющие практической ценности, вводятся новые

перспективные и актуальные темы. Не стоят на месте и педагогические науки, новый педагогический опыт вводится в практику работы массовой школы.

**Математика как учебный предмет** в школе представляет собой элементы арифметики, алгебры, начал математического анализа, евклидовой геометрии плоскости и пространства, аналитической геометрии, тригонометрии.

Обучение учащихся математике направлено: на овладение ими системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для дальнейшего изучения математики и смежных учебных предметов и решения практических задач; на развитие логического мышления, пространственного воображения, устной и письменной математической речи; на формирование навыков вычислений, алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств, а также инструментальных и графических навыков.

От математики как науки математика как учебный предмет отличается не только объемом, системой и глубиной изложения, но и прикладной направленностью изучаемых вопросов.

Учебный курс математики постоянно оказывается перед необходимостью преодолевать противоречие между математикой — развивающейся наукой — и стабильным ядром математики — учебным предметом. Развитие науки требует непрерывного обновления содержания математического образования, сближения учебного предмета с наукой, соответствия его содержания социальному заказу общества.

Для современного этапа развития математики как учебного предмета характерны: жесткий отбор основ содержания; четкое определение конкретных целей обучения, межпредметных связей, требований к математической подготовке учащихся на каждом этапе обучения; усиление воспитывающей и развивающей роли математики, ее связи с жизнью; систематическое формирование интереса учащихся к предмету и его приложениям.

Дальнейшее совершенствование содержания школьного математического образования связано с требованиями, которые предъявляет к математическим знаниям учащихся практика, — промышленность, производство, военное дело, сельское хозяйство, социальное переустройство и т.д.

Движение за гуманизацию, демократизацию и деидеологизацию среднего образования, характерное для развития отечественной педагогики 90-х г. XX в., оказало определенное влияние и на содержание школьного математического образования. Идея дифференциации обучения проявилась в возникновении в Российской Федерации относительно нового типа школ (лицеев, гимназий, колледжей и др.) или классов различных направлений (гуманитарного, технического, экономического, физико-математического и др.). В связи с существенными различиями в построении курса математики для школ разного профиля актуальна проблема математического стандарта, под которым понимается содержание и уровень математической подготовки.

### **Предмет методики преподавания математики**

Слово методика в переводе с древнегреческого означает способ познания, путь исследования. Метод — это путь достижения какой-либо цели, решения конкретной учебной задачи.

Существуют разные точки зрения на содержание понятия методика. Одни, признавая методику наукой педагогической, рассматривали ее как частную дидактику с общими для всех предметов принципами обучения. Другие считали методику специальной педагогической наукой, решающей все задачи обучения и развития личности через содержание предмета. Приведем несколько определений:

методика преподавания математики — наука о математике как учебном предмете и закономерностях процесса обучения математике учащихся различных возрастных групп и способностей;

методика обучения математике — это педагогическая наука о задачах, содержании и методах обучения математике. Она изучает и исследует

процесс обучения математике в целях повышения его эффективности и качества. Методика обучения математике рассматривает вопрос о том, как надо преподавать математику;

методика преподавания математики — раздел педагогики, исследующий закономерности обучения математике на определенном уровне ее развития в соответствии с целями обучения подрастающего поколения, поставленными обществом. Методика обучения математике призвана исследовать проблемы математического образования, обучения математике и математического воспитания.

В практике обучения математике находят свое отражение особенности многовековой истории ее развития — от глубокой древности до наших дней. Для понимания методических закономерностей необходимо знать историю развития методики преподавания математики.

Методика преподавания математики начала разрабатываться чешским ученым Я.А. Коменским. Как самостоятельная дисциплина она впервые была выделена в книге швейцарского ученого И.Г. Песталоцци «Наглядное учение о числе» (1803, русский перевод 1806). Первым пособием по методике математики в России стала книга Ф.И. Буссе «Руководство к преподаванию арифметики для учителей» (1831). Создателем русской методики арифметики для народной школы считается П.С. Гурьев, который критерием правильности решения методических проблем признавал опыт и практику.

Цель методики обучения математике заключается в исследовании основных компонентов системы обучения математике в школе и связей между ними. Под основными компонентами понимают цели, содержание, методы, формы и средства обучения математике.

Предметом методики обучения математике являются цели и содержание математического образования, методы, средства и формы обучения математике.

На функционирование системы обучения математике оказывает

влияние ряд факторов: общие цели образования, гуманизация и гуманитаризация образования, развитие математики как науки, прикладная и практическая направленность математики, новые образовательные идеи и технологии, результаты исследований в психологии, дидактике, логике и т.д. Совокупность этих факторов образует внешнюю среду, которая оказывает непосредственное влияние на систему обучения математике. Многие компоненты внешней среды воздействуют на нее через цели обучения математике.

Методика преподавания математики претерпевает в своем развитии большие трудности, прежде всего из-за сложностей преодоления разрыва между школьной математикой и математической наукой, а также из-за того, что она является пограничным разделом педагогики на стыке философии, математики, логики, психологии, биологии, кибернетики и, кроме того, искусства.

Основными задачами методики преподавания математики являются:

1. определение конкретных целей изучения математики по классам, темам, урокам;
2. отбор содержания учебного предмета в соответствии с целями и познавательными возможностями учащихся;
3. разработка наиболее рациональных методов и организационных форм обучения, направленных на достижение поставленных целей;
4. выбор необходимых средств обучения и разработка методики их применения в практике работы учителя математики.

Методика преподавания математики призвана дать ответы на три вопроса: Зачем надо учить математике? Что надо изучать? Как надо обучать математике?

Структурно методика преподавания математики может быть представлена разделами:

общая (например, методы преподавания математики);

частная (например, методика преподавания темы «Внетабличное

умножение и деление»).

Предусмотренное программой содержание школьного математического образования, несмотря на происходящие в нем изменения, в течение достаточно длительного времени сохраняет свое основное ядро. Такая устойчивость основного содержания программы объясняется тем, что математика, приобретая в своем развитии много нового, сохраняет и все ранее накопленные научные знания, не отбрасывая их как устаревшие и ставшие ненужными. Каждый раздел, вошедший в это ядро, имеет свою историю развития как предмет изучения в средней школе. Вопросы изучения подробно рассматриваются в специальной методике преподавания математики.

Выделенное ядро школьного курса математики составляет основу его базисной программы, которая является исходным документом для разработки тематических программ. В тематической программе для средней школы, кроме распределения учебного материала по классам, излагаются требования к знаниям, умениям и навыкам учащихся, раскрываются межпредметные связи, даются примерные нормы оценок.

За рубежом, в школах развитых стран, значительное место в программах по математике отводится теории вероятности и статистике. В программах школ Японии раздел «Статистика» является основным уже в 1 классе начальной школы. Элементы теории вероятности на строгой математической основе вводятся в старших классах школ Бельгии и Франции. Геометрия как самостоятельный учебный предмет во многих школах не изучается, отдельные ее вопросы включены в курс арифметики, алгебры и начал математического анализа.

В большинстве развитых стран математическое образование на старшей ступени общеобразовательной подготовки дифференцировано в соответствии с определенным профилем специализации. На всех ступенях обучения большую роль играют развитие функциональных представлений, овладение математическими методами, формирование исследовательских навыков.

## **Взаимосвязь методики преподавания математики и других областей знаний**

Методика обучения математике связана с такими науками, как философия, психология, педагогика, логика, информатика, история математики и математического образования, физиология человека, и прежде всего с математикой — ее базовой дисциплиной. Цель методики — отобрать основные данные математической науки и, дидактически обработав и адаптировав их, включить в содержание школьных курсов математики.

Философия разрабатывает методы познания, которые используются в педагогических, методических исследованиях и в обучении математике: системный подход (компоненты методики преподавания математики и их взаимосвязь); методы научного познания (аналогия, обобщение, конкретизация, абстрагирование и т. д.); философские законы; диалектический метод познания.

Логика исследует законы «правильного» мышления. Такие понятия, как выражение, теорема, доказательство, уравнение, правило вывода, являются логическими понятиями. Доказательства математических утверждений базируются на логических действиях. Формирование математических понятий осуществляется на основе логических законов.

Методика преподавания математики тесно связана с педагогикой, в частности с дидактикой. В дидактике основным отношением, характеризующим обучение, является «преподавание — учение», в методике — «преподавание — учебный материал — учение». Педагогика определяет методы обучения, цели воспитания, методы научного исследования. Взяв за основу эти методы и цели из педагогики, методика вносит как в учебный процесс, так и в научные исследования свое конкретное математическое содержание.

Методика обучения математике ориентируется на особенности учащихся определенных возрастных групп с использованием

закономерностей индивидуальных особенностей школьников в определенном возрасте (память, мышление, внимание и т. д.). Влияние психологии на методику обучения математике усиливается в связи с внедрением личностно ориентированного образования, характеризующегося усилением внимания к ученику, его саморазвитию, самопознанию, к воспитанию умения искать и находить свое место в жизни.

Методика обучения математике связана с историей математики. Она обращает внимание учителя на трудности, с которыми он может встретиться при изучении школьного курса математики, придает математическим знаниям личностно значимый характер.

Информатика — наука, изучающая проблемы получения, хранения, преобразования, передачи и использования информации. В последнее время, в связи с развитием информатики, усиливается ее влияние на методику обучения математике: формируется определенный стиль мышления, связанный с использованием компьютера, кодированием информации; применяются информационные технологии, ориентированные на повышение эффективности обучения математике.

Методика обучения математике не может не учитывать данных физиологии, особенно в исследованиях, например, при изучении рефлексов, связанных с сигналами, поступающими как от материальных предметов и явлений, так и от слов, символов, знаков.

### **Методы методики обучения математике**

Для решения проблем методического характера используют следующие методы: эксперимент; изучение и использование отечественного и зарубежного опыта обучения учащихся; анкетирование, беседы с учителями и учащимися; анализ; синтез, моделирование, ранжирование, шкалирование и т.д.

Для доказательства предполагаемых суждений в методике обучения математике используют эксперимент — организуемое обучение с целью проверки гипотезы, фиксации реального уровня знаний, умений, навыков,



развития ученика, сравнения результативности предлагаемых методик и традиционно используемых, обоснования различных утверждений. На этапе обоснования гипотезы используют констатирующий эксперимент, позволяющий выявить состояние объекта исследования или проверить предположение, а также уточнить отдельные факты. В процессе проверки гипотезы проводят обучающий (поисковый, формирующий) эксперимент, который проводится с целью выявить эффективность разработанной методики. Отбираются экспериментальные и контрольные классы. В контрольных классах обучение ведется по традиционной схеме, а в экспериментальных — по разработанной исследователем модели или схеме. В организации эксперимента используются: наблюдение, анкетирование, качественный и количественный анализ результатов обучения.

Качественный анализ результатов исследования осуществляется с помощью контрольных работ, тестирования школьников, а количественный — по результатам статистической обработки контрольных работ, тестов.

Методологическую основу исследований составляют диалектика, системный анализ и деятельностный подход. Диалектика связана с изучением наиболее общих законов развития природы, общества и мышления (единство и борьба противоположностей, переход количественных изменений в качественные, отрицание отрицания); с рассмотрением познаваемых объектов и явлений в развитии, обусловленности их изменений различными факторами, взаимосвязи с Другими объектами и явлениями.

Все большее распространение в методике обучения математике получает деятельностный подход, понимаемый как составляющая методологической основы методики обучения математике; как обучение способам деятельности и различным действиям, адекватным содержанию обучения математике; как учебная деятельность.

Деятельность — процесс активности человека, характеризуемый предметом, потребностью и мотивом, целями и условиями их достижения,

действиями и операциями. Учебная деятельность представляет собой деятельность ученика, направленную на приобретение теоретических знаний о предмете изучения и общих приемах решения связанных с ним задач. Решение учебной задачи происходит посредством учебных действий и действий контроля и оценки.

### **Противоречия процесса обучения математике**

Российской школой накоплен огромный опыт активизации обучения школьников. Однако проблема воспитания творческой активности школьников до сих пор не теряет своей актуальности. Ее решение связано с преодолением присущих процессу обучения противоречий: между объемом и содержанием учебного материала, которые жестко определены программой, и естественным стремлением творчески работающего учителя выйти за ее границы, рассмотреть тот или иной вопрос в трактовке, отличной от принятой в учебнике; между экономичностью (проявляющейся в сообщении учащимся готовых знаний и приводящих часто к формальному их усвоению) и неэкономичностью во времени индуктивных методов (широко используемых в проблемном обучении и активизирующих самостоятельную познавательную деятельность школьников); между повседневной коллективной учебной работой школьников и индивидуальными особенностями усвоения ими знаний, формирования их умений и навыков, их темпом и характером работы; между массовостью школьного математического образования, неизбежно приводящей к известной стандартизации, и подчеркнута индивидуальным характером познания (выход из этого противоречия в дифференциации обучения на основе вариативности образования и обучения); между развитием математики и методикой преподавания математики: если математика развивается необычайно быстро, приобретая все новые и новые знания, находящие свое отражение в школьных курсах, то методика преподавания математики, особенно в условиях массового обучения, развивается намного медленнее.

## **Проблемы преподавания математики**

Актуальными для методики преподавания математики являются следующие проблемы:

- стандартизация образования;
- дифференциация содержания образования;
- методическое обеспечение преподавания математики в связи с постоянным обновлением содержания школьного математического образования;
- нарушение межпредметных связей;
- несовершенная система контроля и оценки знаний учащихся при обучении математике;
- кадровое обеспечение учебного процесса;
- региональные особенности математического образования и др.

## **ТЕМА 3: СОВРЕМЕННОЕ ШКОЛЬНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ**

Образование — это организованный процесс постоянной передачи предшествующими поколениями последующим социально значимого опыта. Это понятие используется в философии, психологии, педагогической науке и в практике школьного обучения. Современное образование характеризуется усилением внимания к ученику, к его саморазвитию и самопознанию, общечеловеческим знаниям, обращенностью ученика к окружающему миру и себе, к воспитанию умения искать и находить свое место в жизни.

Математическое образование — процесс и результат овладения учащимися системой математических знаний, познавательных умений и навыков, формирования на этой основе мировоззрения, нравственных и других качеств личности, развития ее творческих сил и способностей.

Образование рассматривается в двух аспектах:

— социальном (отражающем требования общества к образованию);

— личностном (определяющем цели образования для каждой личности)

индивидуально).

Образованную личность характеризуют: определенность, широта и гибкость мышления; умение ориентироваться в широком круге проблем и желание решать их; разнообразие потребностей; способность прогнозировать развитие событий и моделировать свою деятельность; высокая работоспособность и т.д. Основной целью математического образования является воспитание у школьников умения рассматривать явления реального мира с математической точки зрения, видеть практическую направленность математики и ее приложений.

Значение математического образования для формирования интеллектуальных и нравственных ценностей, духовной сферы человека велико. В процессе обучения математике развиваются математические способности, формируется понимание красоты математических утверждений, развивается пространственное воображение, воспитываются настойчивость, целеустремленность, дисциплина, критичность мышления и др.

Основами современной перестройки системы математического образования являются:

- демократизация (обеспечение права каждому ученику на получение полноценного математического образования);
- гласность (наличие открытой и полной информации о состоянии преподавания и результативности обучения математике);
- децентрализация (право регионов и школ на выбор программ, учебных пособий, на самостоятельное решение проблем математического образования);
- реализм (реальная политика в области математического образования).

### **Цели обучения математике**

Цели образования — один из определяющих компонентов педагогической системы. Они зависят от современных условий, социального заказа общества на образование граждан.

Основные цели обучения математике (в широком смысле):

- овладение всеми учащимися элементами мышления и деятельности, которые наиболее ярко проявляются в математической ветви человеческой культуры и которые необходимы каждому для полноценного развития в современном обществе;
- создание условий для зарождения интереса к математике и развития математических способностей одаренных школьников. Соответственно целям обучения выделяются уровни обучения математике: 1 — общекультурный; 2 — общеобразовательный; 3 — творческий.

Цели обучения математике (в узком смысле):

**общеобразовательные:** овладение учащимися системой математических знаний, умений и навыков, дающей представление о предмете математики, о математических приемах и методах познания, применяемых в математике;

**воспитательные:** воспитание активности, самостоятельности, ответственности; нравственности, культуры общения; эстетической культуры, графической культуры школьников;

**развивающие:** формирование мировоззрения учащихся, логической и эвристической составляющих мышления, алгоритмического мышления; развитие пространственного воображения.

Цели обучения формулируются через учебную деятельность учащихся. Достижение целей обучения математике определяется функциями обучения математике.

### **Функции обучения математике**

Обучение математике включает функции: образовательную, воспитательную и развивающую, а также: информационную, эвристическую, прогностическую, эстетическую, практическую, контрольно-оценочную, корректирующую и интегрирующую.

**Образовательная функция** предполагает овладение школьниками системой математических знаний, дающей представление о предмете математики, ее методах и приложениях. Образовательная функция во многом обуславливает развитие мировоззрения школьников, которое представляет

собой синтез знаний, умений и убеждений. (вычислительные навыки)

**Воспитательная функция** характеризуется формированием интереса к изучению математики, развитием устойчивой мотивации к учебной деятельности.

**Развивающая функция** заключается в формировании познавательных психических процессов и свойств личности, таких как внимание, память, мышление, познавательная активность и самостоятельность, способности, а также в формировании логических приемов мыслительной деятельности (анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования и т. п.), общеучебных приемов.

**Информационная функция** заключается в том, что в процессе обучения ученик знакомится с историей возникновения математических идей, их развитием, биографией ученых, разными точками зрения на те или иные концепции. В процессе обучения математике ученик получает достаточно большой объем информации, знакомится с различными приложениями математики, новыми открытиями в области математики.

**Эвристическая функция** предполагает создание учителем в процессе обучения условий, которые обеспечивают развитие способностей ребенка. К эвристической функции обучения относится применение учителем эвристических приемов и методов в обучении математике, умение применять их в различных конкретных ситуациях.

**Прогностическая функция** математики ориентирована на формирование у школьников прогностических умений: обнаруживать нерешенные проблемы, выдвигать гипотезы, видеть альтернативное решение проблем и др.

**Эстетическая функция** предусматривает приобщение школьников к красоте, воспитание у них эстетических вкусов. Учебный материал должен быть изложен логически последовательно, системно и привлекательно.

**Практическая функция** заключается в ориентации обучения на решение задач, на формирование умения математически исследовать явления реального мира, на практическую направленность учебного материала. Изначальным

стимулом развития математического знания является потребность в решении конкретных практических задач. Движение вперед в области математики обусловлено возникновением потребностей, в большей или меньшей мере носящих практический характер.

**Контрольно-оценочная функция** предполагает осуществление контроля, коррекции, оценки знаний и умений школьников. Сегодня в школах с этой целью проводят тестирования.

**Корректирующая функция** понимается как корректировка информации, получаемой учащимися. Значение и сущность информации, полученной из различных источников, может быть различной. Учитель должен предлагать учащимся откорректированную информацию. Он должен помочь ученику правильно разобраться в ней и оценить ее.

**Интегрирующая функция** заключается в формировании системности знаний, в понимании взаимосвязи между изучаемыми понятиями теоремами, способами деятельности, методами.

Все функции обучения математике взаимосвязаны они зависят друг от друга и реализуются на практике в различных сочетаниях. Обучение при реализации функций математики обеспечивает достижение основных целей обучения. Перечисленные выше цели математического образования составляют основу отбора его содержания.

### **Гуманизация и гуманитаризация математического образования**

Слово гуманизм произошло от латинского *humanus* — человеческий. **Гуманизация** образования предполагает «очеловечивание» знания, необходимость дифференциации и индивидуализации обучения. Гуманизация математического образования — это, прежде всего, воспитание четких представлений об этических нормах и осознание невозможности отступления от них. Появление различных типов школ, классов с углубленным изучением математики представляют собой проявления гуманизации образования. Появилась необходимость новых подходов в осмыслении проблем, целей, содержания, форм, методов и средств обучения

математике в школе, ее места и роли в системе школьных предметов.

Гуманитаризация (от лат. *Humanitas* — человеческая природа, духовная культура) математического образования проявляется в приобщении школьников к духовной культуре, истории развития науки, творческой деятельности, что, в конечном счете, реализуется в увеличении числа часов в учебных планах на изучение гуманитарных дисциплин.

Гуманитарная составляющая математического образования определяется отношением к человеку, его общественному бытию и сознанию.

Понятие гуманитарной математики связано с гуманитарными науками, а также с материальными и духовными общественными отношениями. С этих позиций наиболее важными являются:

—методологические вопросы математики как метода познания природы и общества;

—философские проблемы математики, показывающие ее роль в обществе;

—связь математики с другими науками;

—связи математики с производством, ее роль в управлении, быту, трудовом воспитании;

—связь математики с духовной культурой, развитие мышления, политическое, нравственное и эстетическое воспитание;

—вклад математического образования в формирование научного гуманистического мировоззрения учащихся.

Гуманитаризация математического образования может осуществляться путем внесения в традиционный школьный курс математики разнообразных форм, методов и стилей, свойственных гуманитарным дисциплинам. Таковыми являются, например, освобождение школьного математического курса от технически сложных вопросов; усиление прикладной направленности математики; актуализация значимой роли математики в развитии культуры и общества.

В настоящее время стали появляться школы с углубленным изучением



предметов в старших классах. Это ведет к тому, что на изучение некоторых предметов негуманитарного цикла уменьшено количество часов. Подростки, обучающиеся в таких классах, отдают предпочтение изучению гуманитарных предметов. К сожалению, часть из них думает, что математика является не основным предметом, поэтому учителям математики трудно и неинтересно там работать, тем более что многие из них, как правило, сомневаются в необходимости математического образования для гуманитариев.

Утверждение, что математика — наука гуманитарная, может показаться парадоксальным. Однако именно математика лежит в основе всех наук. Она имеет свой язык, свою лексику, грамматику. Математические идеи и методы постепенно проникают в самые традиционные гуманитарные науки, прививая им строгий стиль мышления.

Математика развивает образное мышление, так как представляет собой источник образов. Образность мышления очень важна для людей с гуманитарными интересами. Умение видеть разнообразные формы в их пространственном и плоскостном изображении, распознавать конфигурации, моделировать объекты, понимать простые геометрические факты и ситуации — все это способствует развитию логического мышления, пространственного воображения, эстетического чувства, ассоциативного мышления, помогает почувствовать целостность изучаемых объектов.

Гуманитарное преподавание математики немислимо без изучения ее истории. Это не только краткие биографические сведения о выдающихся математиках, но и история возникновения и развития математических идей. Уместно вспомнить об известных гуманитариях, которые любили математику и хорошо ее знали, и о математиках, внесших вклад в развитие гуманитарных наук. Элементы истории должны органично входить в курс математики в гуманитарной школе.

Гуманизация и гуманитаризация обучения математике предполагают особые отношения между учителем и учеником, в ходе которых происходит вовлечение школьников в содержание учебного процесса; используются

диалогические приемы общения между учителем и учащимися; реализуются творческие начала каждого школьника.

### **Содержание математического образования**

Содержание математического школьного образования отражается в ряде нормативных документов, учебниках, учебных планах, учебных программах, методических пособиях. Базисный учебный план является обязательным для всех учебных заведений, дающих среднее образование. Это основной документ для разработки учебных программ, учебно-тематического планирования. Учебные программы по математике включают перечень тем изучаемого материала, рекомендации по количеству времени на каждую тему, перечень знаний, умений и навыков по предмету.

Существуют три варианта расположения математического материала в учебных программах:

- линейное (материал располагается последовательно);
- концентрическое (некоторые разделы изучаются с повтором на новом уровне);
- спиральное (материал располагается последовательно по циклам).

Составными частями содержания образования являются: знания, умения, навыки.

**Знания** — это понимание, сохранение в памяти и умение воспроизводить и применять на практике основные научные факты и теоретические обобщения.

Любое знание выражается в понятиях, категориях, принципах, законах, закономерностях, фактах, идеях, символах, концепциях, теориях, гипотезах. Математические знания представляют собой математические понятия, законы, символику, математический язык и т.д.

**Умения** — это владение способами, приемами применения усваиваемых знаний на практике. Умения включают знания и навыки. Формирование знаний, умений и навыков зависит от способностей человека.

**Навыки** — элементы умения, т.е. автоматизированные действия,

доведенные до высокой степени совершенства.

Содержание образования строится с учетом факторов, доминирующих на современном этапе развития общества. К ним относятся:

—соответствие логике математики как науки;

—соответствие таким принципам обучения, как научность, последовательность, системность и др.;

—учет психологических возможностей и возрастных особенностей школьников разных ступеней обучения (младший, средний, старший школьник);

—адекватность потребности личности в образовании (дифференцированное обучение, коррекционное обучение и т.д.).

—Одной из важнейших целей начального образования в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования является формирование учебной деятельности. Достаточный для младшего школьника уровень ее сформированности обеспечивает возможность развития психических и личностных новообразований как существенного результата образования в начальной школе. Особое значение учебной деятельности в установлении другого типа взаимодействия учителя и учащихся: сотрудничество, совместная работа учителя и учеников, активное участие ребенка в каждом шаге учения. Психологическую составляющую этих результатов образуют **универсальные учебные действия**. Их разнообразие, специфика и доля участия в интеллектуальной деятельности положительно отражаются на качестве образовательного процесса. Любое учебное умение школьника, необходимое ему для успешной учебно-познавательной деятельности, характеризуется набором взаимосвязанных конкретных учебных действий. Учебное действие состоит из отдельных мини-операций, необходимых для его выполнения. Знание учеником этих операций определяет возможность алгоритмизировать процесс решения учебной задачи. Сначала все эти действия происходят во внешнем вербальном плане: ребенок проговаривает

каждую операцию, которую он выполняет, затем из развернутого они становятся «свернутым» сокращенным умственным действием (интериоризуются, как говорят психологи). На первых этапах обучения учебное действие складывается как предметное, постепенно обобщенные способы выполнения операций становятся независимыми от конкретного содержания и могут применяться учащимся в любой ситуации. Например, младший школьник учится сравнивать объекты природы, геометрические фигуры, разные виды текстов (в этом случае у него формируются предметные действия сравнения), но постепенно у обучающегося развивается интеллектуальная операция сравнения, то есть осознание того, что означает акт сравнения: сопоставление объектов, выделение общего, фиксация различного. Теперь ученик владеет универсальным учебным действием: он умеет применить его в любой ситуации, независимо от содержания. Универсальное учебное действие как психолого-дидактическое явление имеет следующие особенности: является предпосылкой формирования культурологических умений как способности обучающегося самостоятельно организовывать учебно-познавательную деятельность, используя обобщенные способы действий; не зависит от конкретного предметного содержания, и в определенном смысле имеет всеобъемлющий характер; отражает способность обучающегося работать не только с практическими задачами (отвечать на вопрос «что делать?»), но и с учебными задачами (отвечать на вопрос «как делать?»); возникает в результате интеграции всех сформированных предметных действий; «вынуждает» обучающегося действовать четко, последовательно, ориентируясь на отработанный алгоритм. В соответствии с ФГОС в программе представлено 4 вида УУД: личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные. *Личностные* универсальные учебные действия – система ценностных ориентаций младшего школьника, отражающих личностные смыслы, мотивы, отношения к различным сферам окружающего мира. *Регулятивные* универсальные учебные действия

отражают способность обучающегося строить учебно-познавательную деятельность, учитывая все ее компоненты (цель, мотив, прогноз, средства, контроль, оценка). *Познавательные* универсальные учебные действия – система способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации. *Коммуникативные* универсальные действия – способность обучающегося осуществлять коммуникативную деятельность, использование правил общения в конкретных учебных и внеучебных ситуациях; самостоятельная организация речевой деятельности в устной и письменной форме.

#### **ТЕМА 4: ОСНОВНЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

**Дидактика** (от греч. *didaktikos* — поучающий) — отрасль педагогики, разрабатывающая теорию образования и обучения. Предметом дидактики являются закономерности и принципы обучения, его цели, научные основы содержания образования, методы, формы и средства обучения.

**Задачами дидактики** являются: описание и объяснение процесса обучения и условий его реализации; разработка более совершенной организации процесса обучения, новых обучающих систем и технологий. В дидактике обобщены те положения в обучении учебной дисциплине, которые имеют универсальный характер.

**Принципы обучения** — это руководящие идеи, нормативные требования к организации и проведению дидактического процесса. Они носят характер общих указаний, правил, норм, регулирующих процесс обучения. Принципы обучения — это система важнейших требований, соблюдение которых обеспечивает эффективное и качественное развитие учебного процесса.

**Дидактические принципы обучения математике** представляют, по существу, совокупность единых требований, которым должно удовлетворять обучение математике, и включают принципы:

1. научности;
2. сознательности, активности и самостоятельности;
3. доступности;
4. наглядности;
5. всеобщности и непрерывности математического образования на всех ступенях средней школы;
6. преемственности и перспективности содержания образования, организационных форм и методов обучения;
7. систематичности и последовательности; прочности усвоения знаний
8. системности математических знаний;
9. дифференциации и индивидуализации математического образования, создания таких условий, при которых возможен свободный выбор уровня изучения математики;
10. гуманизации; учета возрастных особенностей
11. усиления воспитательной функции;
12. практической направленности обучения математике;
13. применения альтернативного учебно-методического обеспечения;
14. компьютеризации обучения и т.д.

### **Законы педагогических новшеств**

Понять динамику развития и противоречий инновационных процессов в системе образования помогают законы педагогических новшеств.

**1. Закон необратимой дестабилизации педагогической инновационной среды.** Любой инновационный процесс в системе образования при его реализации с неизбежностью вносит необратимые изменения в инновационную социально-педагогическую среду, в которой он осуществляется. В результате этого целостные представления о каких-либо педагогических процессах или явлениях начинают разрушаться. Такое вторжение педагогического новшества в социально-педагогическую среду приводит к поляризации мнений о нем, о его значимости и ценности. Чем

значительнее педагогическое новшество, тем основательнее дестабилизация, которая касается инновационной среды разного типа: теоретической, опытной, коммуникативной и практической.

**2.Закон финальной реализации инновационного процесса.** Любой инновационный процесс рано или поздно, стихийно или сознательно реализовывается и заканчивает свое существование как новшество. Показателен в этом отношении опыт В.А. Шаталова.

**3.Закон стереотипизации педагогических инноваций.** Любая педагогическая инновация имеет тенденцию превращаться в стереотип мышления и практического действия. В этом смысле она обречена на рутинизацию, она становится стереотипом, барьером на пути реализации других новшеств.

**4.Закон цикловой повторяемости педагогического новшества.** Характерной особенностью системы образования является повторное возрождение какого-либо явления или новшества в новых условиях. Именно поэтому в педагогической теории и практике новшества вызывают особое противодействие, так как воспринимаются частью учителей как «давно забытое старое». В качестве примеров можно привести конспекты В.А. Шаталова, в которых многие не видят нового из-за того, что они давно используются в педагогике, а также коммунарскую методику, восстановленную в новых условиях в ряде школ (например, школа В.А. Караковского).

Этими законами не ограничиваются общие и специфические для педагогической инноватики закономерности, которые еще предстоит исследовать.

## **ТЕМА 5: МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ**

Традиционное обучение имеет ряд недостатков. Из них следует выделить:

—преобладание словесных методов изложения, способствующих рассеиванию внимания и невозможности его акцентирования на сущности

учебного материала;

—средний темп изучения математического материала;

—большой объем материала, требующего запоминания;

—недостаток дифференцированных заданий по математике и

др. Недостатки традиционного обучения математике можно устранить путем усовершенствования процесса ее преподавания.

Метод (от греч. *methodos* — путь исследования) — способ достижения цели.

**Метод обучения** — упорядоченный комплекс дидактических приемов и средств, с помощью которых реализуются цели обучения и воспитания. Методы обучения включают взаимосвязанные, последовательно чередующиеся способы целенаправленной деятельности учителя и учащихся.

Любой метод обучения предполагает цель, систему действий, средства обучения и намеченный результат. *Объектом и субъектом метода обучения* является ученик.

Какой-либо один метод обучения используется в чистом виде лишь в специально спланированных учебных или исследовательских целях. Обычно преподаватель сочетает различные методы обучения.

Метод обучения — историческая категория. На протяжении всей истории педагогики проблема методов обучения разрешалась с различных точек зрения: через формы деятельности; через логические структуры и функции форм деятельности; через характер познавательной деятельности. Сегодня существуют разные подходы к современной теории методов обучения.

### **Классификация по различным основаниям:**

*По характеру познавательной деятельности:*

- объяснительно-иллюстративные (рассказ, лекция, беседа, демонстрация и т.д.);
- репродуктивные (решение задач, повторение опытов и т.д.);
- проблемные (проблемные задачи, познавательные задачи и т.д.);



- частично-поисковые — эвристические;
- исследовательские.

*По компонентам деятельности:*

- организационно-действенные — методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности;
- стимулирующие — методы стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности;
- контрольно-оценочные — методы контроля и самоконтроля эффективности учебно-познавательной деятельности.

*По дидактическим целям:*

- методы изучения новых знаний;
- методы закрепления знаний;
- методы контроля.

*По способам изложения учебного материала:*

- монологические — информационно-сообщающие (рассказ, лекция, объяснение);
- диалогические (проблемное изложение, беседа, диспут).

*По формам организации учебной деятельности:*

- фронтальная
- групповая
- индивидуальная

*По уровням самостоятельной активности учащихся:*

- самостоятельная работа учащихся
- работа учащихся с помощью учителя
- работа учащихся под руководством учителя

*По источникам передачи знаний:*

- словесные (рассказ, лекция, беседа, инструктаж, дискуссия);
- наглядные (демонстрация, иллюстрация, схема, показ материала, график);

- практические (упражнение, лабораторная работа, практикум).

*По учету структуры личности:*

- сознание (рассказ, беседа, инструктаж, иллюстрирование и др.);
- поведение (упражнение, тренировка и т.д.);
- чувства — стимулирование (одобрение, похвала, порицание, контроль и т.д.).

Все указанные классификации рассматриваются в дидактическом аспекте; предметное содержание математики учитывается здесь в недостаточной мере, поэтому невозможно отразить всю номенклатуру методов обучения математике. Выбор методов обучения — дело творческое, однако оно основано на знании теории обучения. Методы обучения невозможно разделить, универсализировать или рассматривать изолированно. Кроме того, один и тот же метод обучения может оказаться эффективным или неэффективным в зависимости от условий его применения.

Новое содержание образования порождает новые методы в обучении математике. Необходимы комплексный подход в применении методов обучения, их гибкость и динамичность.

Педагогическая классификация методов обучения разделяет методы преподавания и методы изучения (учения). Последние, в свою очередь, представлены научными (наблюдение, анализ, синтез и т.д.) и учебными (эвристический, обучение на моделях и др.) методами изучения математики.

Методы преподавания — средства и приемы, способы информации, управления и контроля познавательной деятельности учащихся.

Методы учения — средства и приемы, способы усвоения учебного материала, репродуктивные и продуктивные приемы учения и самоконтроля.

Основными методами математического исследования являются: наблюдение и опыт; сравнение; анализ и синтез; обобщение и специализация; абстрагирование и конкретизация.

Современные методы обучения математике: проблемный (перспективный), лабораторный, программированного обучения,

эвристический, построения математических моделей, аксиоматический и др.

**Информационно-развивающие методы** делятся на два класса:

1. Передача информации в готовом виде (лекция, объяснение, демонстрация учебных кинофильмов и видеофильмов, слушание записей и др.);

2. Самостоятельное добывание знаний (самостоятельная работа с книгой, с обучающей программой, с информационными базами данных — использование информационных технологий).

**Проблемно-поисковые методы:** проблемное изложение учебного материала (эвристическая беседа), учебная дискуссия, лабораторная поисковая работа (предшествующая изучению материала), организация коллективной мыслительной деятельности в работе малыми группами, организационно-деятельностная игра, исследовательская работа.

**Репродуктивные методы:** пересказ учебного материала, выполнение упражнения по образцу, лабораторная работа по инструкции, упражнения на тренажерах.

**Творчески-репродуктивные методы:** сочинение, вариативные упражнения, анализ производственных ситуаций, деловые игры и другие виды имитации профессиональной деятельности.

Составной частью методов обучения являются приемы учебной деятельности учителя и учащихся. Методические приемы — действия, способы работы, направленные на решение конкретной задачи. За приемами учебной работы скрыты приемы умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение и обобщение, доказательство, абстрагирование, конкретизация, выявление существенного, формулирование выводов, понятий, приемы воображения и запоминания).

Современные методы обучения, главным образом, ориентированы на обучение не готовым знаниям, а деятельности по самостоятельному приобретению новых знаний, т.е. познавательной деятельности.

Специальные методы — это адаптированные для обучения основные

методы познания, применяемые в самой математике, характерные для математики методы изучения действительности (построение математических моделей, способы абстрагирования, используемые при построении таких моделей, аксиоматический метод).

### **Проблемное обучение**

**Проблемное обучение** — это дидактическая система, основанная на закономерностях творческого усвоения знаний и способов деятельности, включающая сочетание приемов и методов преподавания и учения, которым присущи основные черты научного поиска.

**Проблемный метод обучения** — обучение, протекающее в виде снятия (разрешения) последовательно создаваемых в учебных целях проблемных ситуаций.

**Проблемная ситуация** — осознанное затруднение, порождаемое несоответствием между имеющимися знаниями и теми знаниями, которые необходимы для решения предложенной задачи.

Задача, создающая проблемную ситуацию, называется **проблемой**, или **проблемной задачей**. Признаками проблемы являются:

- порождение проблемной ситуации;
- определенные готовность и интерес решающего к поиску решения;
- возможность неоднозначного пути решения, обуславливающая наличие различных направлений поиска.

Проблема должна быть доступной пониманию учащихся, а ее формулировка — вызывать интерес и желание учащихся ее разрешить.

Следует различать проблемную задачу и проблему. Проблема шире, она распадается на последовательную или разветвленную совокупность проблемных задач. Проблемную задачу можно рассматривать как простейший, частный случай проблемы, состоящей из одной задачи. Например, можно поставить проблему изучения ромба. Одна из проблемных задач, входящих в эту учебную задачу, состоит в открытии свойства диагоналей ромба.

Проблемное обучение ориентировано на формирование и развитие

способности учащихся к творческой деятельности и потребности в ней. Проблемное обучение целесообразно начинать с проблемных задач, подготавливая тем самым почву для постановки учебных задач.

Существуют три основных типа учебных проблем:

1. Проблема математизации, математического описания, перевода на язык математики ситуаций и задач, возникающих вне или внутри математики, т.е. проблема построения математических моделей.

2. Проблема исследования различных классов моделей, результатом решения проблем этого типа является дальнейшее развитие системы теоретических знаний путем включения в нее новых «маленьких теорий».

3. Проблема применения новых теоретических знаний в новых ситуациях, перенос математических знаний на изучение новых объектов.

Проблемное обучение имеет структуру:

1. Актуализация изученного материала.
2. Создание проблемной ситуации.
3. Постановка учебной проблемы.
4. Построение проблемной задачи.
5. Поиск и решение проблемы (формулирование гипотезы, доказательство гипотезы, анализ подходов, обобщение).
6. Проверка решения проблемы. Исследование. Анализ результатов поиска.

При проблемном обучении учитель не сообщает учащимся готовых знаний, а организует учащихся на их поиск. Математические понятия, закономерности, теории излагаются в ходе поиска, наблюдения и анализа.

Проблемное обучение реализуется успешно лишь при определенном стиле общения между учителем и учащимися, когда возможна свобода выражения своих мыслей, когда диалог между учителем и учащимися происходит в доброжелательной обстановке.

Проблемность является неотъемлемой чертой педагогического процесса, однако не всякое занятие можно назвать проблемным. Все зависит

от того, какой объем методов и организационных форм, свойственных проблемному обучению, используется на занятии.

Проблемное обучение имеет свои преимущества и недостатки.

В качестве преимуществ можно отметить: развитие мыслительной деятельности учащихся, математических способностей; формирование интереса к учению; воспитание активности в обучении, творческого начала.

Существенным недостатком такого обучения является необходимость больших временных затрат, а также специальной методической подготовки учителя.

### **Программированное обучение**

**Программированное обучение** — это такое обучение, когда решение задачи представлено в виде строгой последовательности элементарных операций, в обучающих программах изучаемый материал подается в форме строгой последовательности кадров, каждый из которых содержит, как правило, дозу нового материала и контрольный вопрос или задание.

Программированное обучение предусматривает:

- правильный отбор и разбивку учебного материала на небольшие дозы;
- частый контроль знаний;
- переход к следующей дозе учебного материала лишь после ознакомления учащегося с правильным ответом или характером допущенной им ошибки;
- обеспечение возможности каждому ученику работать со свойственной ему, индивидуальной скоростью усвоения, что является необходимым условием активной самостоятельной деятельности ученика по усвоению учебного материала.

В эпоху компьютеризации программированное обучение осуществляется с помощью обучающих программ, которые определяют не только содержание, но и процесс обучения. Существуют две различные системы программирования учебного материала — линейная и разветвленная программы с элементами циклической, отличающиеся друг от друга

некоторыми важными исходными предпосылками и структурой. Сравнивая две системы программирования учебного материала, можно отметить, что при линейном программировании ученик самостоятельно формулирует ответы на контрольные вопросы, при разветвленном он лишь выбирает один из нескольких готовых ответов. В этом преимущество линейной программы.

Программированное обучение перспективно в осуществлении принципа индивидуального подхода, своевременной обратной связи (табл. 2). Оно может осуществляться с применением обучающих машин или в виде безмашинного обучения, использующего программированные учебники. Практика показала, что программированное обучение полезно и может применяться в широкой практике школьного обучения. В качестве преимуществ программированного обучения можно отметить: дозированность учебного материала, который усваивается безошибочно, что ведет к высоким результатам обучения; индивидуальное усвоение; постоянный контроль усвоения; возможность использования технических автоматизированных устройств обучения.

Существенные недостатки применения этого метода: не всякий учебный материал поддается программированной обработке; метод ограничивает умственное развитие учащихся репродуктивными операциями; при его использовании наблюдается дефицит общения учителя с учащимися; отсутствует эмоционально-чувственная компонента обучения.

### **Математическое моделирование**

Одним из наиболее плодотворных методов математического познания действительности является метод построения математических моделей изучаемых реальных объектов или объектов, уже описанных в других областях знаний, с целью их глубокого изучения и решения всех возникающих в этих реальных ситуациях задач с помощью математического аппарата.

**Математическая модель** — это приближенное описание какого-либо класса явлений, выраженное на языке математической теории (с помощью алгебраических функций или их систем, дифференциальных или

интегральных уравнений или неравенств, системы геометрических предложений или других математических объектов).

Метод математического моделирования состоит из четырех этапов:

1. Поиск языка и средств для перевода задачи в математическую, т.е. построение математической модели.

2. Изучение математической модели, ее исследование, расширение теоретических знаний учащихся.

3. Поиск решения математической задачи, рассмотрение различных способов решения, выбор наиболее рационального пути решения.

4. Перевод результата решения математической задачи в исходный, анализ модели в связи с накоплением данных об изучаемых явлениях и модернизация модели, а в будущем — построение новой, более совершенной математической модели.

Анализ математической модели позволяет проникнуть в сущность изучаемых явлений. Математическая модель — мощный метод познания внешнего мира, а также прогнозирования и управления. Метод математического моделирования, сводящий исследование явлений внешнего мира к математическим задачам, занимает ведущее место среди других методов исследования. Методом математического моделирования решаются многие задачи межпредметного характера.

С помощью метода математического моделирования раскрывается двойная связь математики с реальным миром. С одной стороны, математика служит практике по изучению и освоению объектов окружающего нас реального мира, с другой - сама жизнь, практика способствует дальнейшему развитию математики и направляет это развитие.

#### **Аксиоматический метод**

Математика изучает формы и отношения, отвлекаясь от их содержания, все математические доказательства проводятся путем логического рассуждения. Но если теорема А выводится из теоремы В, а теорема В из теоремы С и т.д., то получается «бесконечное возвращение назад».



Аналогичная ситуация возникает при попытке давать определения новым понятиям, основываясь на ранее введенных понятиях. Чтобы избежать такого «бесконечного возвращения назад», применяют аксиоматический метод.

Первой дошедшей до нас попыткой такого изложения математической дисциплины была книга Евклида «Начала». Аксиоматический метод можно рассматривать как метод построения теорий, как научный метод познания, как метод обучения математике.

**Сущность аксиоматического метода.** Метод установления истинности предложений заключается в следующем: некоторые предложения принимаются за исходные (их называют аксиомами), истинность же других предложений, не входящих в список аксиом (называемых теоремами), устанавливается с помощью логического доказательства, в котором (обычно неявно) используются правила логического следования (вывода), гарантирующие истинность заключения при истинности посылок. Явное использование этих правил вывода (дедукции) превращает таким образом построенную математическую теорию в дедуктивную (аксиоматическую) систему.

В математике аксиоматический метод, как метод построения математических теорий, дает возможность использовать его в качестве метода обучения, если в процессе обучения привлекать самих учащихся к построению «маленьких теорий», постепенно расширяющих изучаемую теорию, в которую они включаются.

Аксиоматический метод как метод обучения служит для систематизации знаний учащихся, выяснения того, «что из чего следует», для установления истинности предложений специфическим для математики способом, для вывода новых знаний из имеющихся.

## **ТЕМА 6: КАЧЕСТВА НАУЧНОГО МЫШЛЕНИЯ**

Современное обучение характеризуется стремлением сделать развитие мышления школьников управляемым процессом, а основные приемы мышления - специальным предметом усвоения.

Научное мышление характеризуют следующие качества:

**гибкость** — умение целесообразно варьировать способы решения познавательной проблемы, легкость перехода от одного пути решения проблемы к другому; способность выходить за границы привычного способа действия, находить новые способы решения проблемы при изменении задаваемых условий; умение перестраивать систему усвоенных знаний по мере овладения новыми знаниями и накопления опыта;

**оригинальность** — высший уровень развития нешаблонного мышления, необычность способов решения учащимися известных задач. Оригинальность мышления — следствие глубины мышления;

**глубина** — способность проникать в сущность каждого изучаемого факта, в его взаимосвязь с другими фактами, выявлять специфические, скрытые особенности в изучаемом материале; умение конструировать модели конкретных ситуаций и т.д.;

**целесообразность** — стремление осуществлять разумный выбор действий при решении какой-либо проблемы, постоянно ориентируясь на поставленную этой проблемой цель, а также стремление отыскать кратчайшие пути ее достижения;

**рациональность** — склонность к экономии времени и средств для решения поставленной проблемы, стремление отыскать оптимально простое в данных условиях решение задачи, использовать в ходе решения схемы, символику и условные обозначения;

**широта** — способность к формированию обобщенных способов действий, имеющих широкий диапазон переноса и применения к частным, нетипичным случаям; умение охватить проблему в целом, обобщить ее, расширить область приложения результатов, полученных в процессе ее разрешения; а также умение классифицировать и систематизировать изучаемые математические факты и использовать аналогию и обобщение как методы решения задач;

**активность** — постоянство усилий, направленных на решение некоторой

проблемы, желание обязательно решить данную проблему, изучить различные подходы к ее решению и др.;

**критичность** — умение оценить правильность выбранных путей решения поставленной проблемы и получаемые при этом результаты с точки зрения их достоверности и значимости; умение найти и исправить собственную ошибку, проследить заново все выкладки или ход рассуждения, чтобы выявить противоречие, помогающее понять причину ошибки;

**доказательность** — умение терпеливо относиться к собиранию фактов, достаточных для вынесения какого-либо суждения; стремление к обоснованию каждого шага решения задачи; умение отличать достоверные результаты от правдоподобных;

**организованность памяти** — способность к запоминанию, долговременному сохранению, быстрому и правильному воспроизведению учебного материала. При обучении учащихся математике следует развивать как оперативную, так и долговременную память, обучать учащихся запоминанию наиболее существенного, общих методов и приемов решения задач, доказательству теорем; формировать умения систематизировать свои знания и опыт. Организованность памяти формируется у школьников особенно эффективно, если запоминание каких-либо фактов основано на их понимании.

Не нуждаются в комментариях такие качества научного мышления, как **ясность, точность, лаконичность устной и письменной речи**. Совокупность всех указанных качеств мышления называют **научным стилем** мышления.

### **Математическое мышление**

Мышление есть активный процесс отражения объективного мира в сознании человека. Специфика предмета математики такова, что ее изучение существенно влияет на развитие мышления школьников, тесно связанное с формированием приемов мышления в процессе учебной деятельности. Эти приемы мышления (анализ, синтез, обобщение и др.) выступают также как специфические методы научного исследования, особенно ярко проявляющиеся

при обучении математике как одного из базовых школьных предметов.

Основными целевыми компонентами математического образования в школе являются:

- усвоение учениками системы математических знаний;
- овладение школьниками определенными математическими умениями и навыками;
- развитие мышления учащихся.

Мыслительная деятельность школьников выполняется с помощью мыслительных операций: сравнения, анализа и синтеза, абстракции, обобщения и конкретизации.

**Сравнение** — это сопоставление объектов познания с целью нахождения сходства (выделения общих свойств) и различия (выделения особенных свойств) между ними. Сравнение лежит в основе всех других мыслительных операций.

**Анализ** — это мысленное расчленение предмета познаний на части.

**Синтез** — мысленное соединение отдельных элементов в единое целое. В реальном мыслительном процессе анализ и синтез всегда выполняются совместно.

**Абстракция** — это мысленное выделение каких-либо существенных свойств и признаков объектов при одновременном отвлечении от всех других их свойств и признаков. В результате абстракции выделенное свойство или признак становится предметом мышления.

**Обобщение** рассматривают как мысленное выделение:

— общих свойств (инвариантов) в двух или нескольких объектах и объединение этих объектов на основе выделенной общности;

— существенных свойств объекта в результате анализа их в виде общего понятия для целого класса объектов (научно-теоретическое обобщение).

**Конкретизация** также выступает в двух формах:

— как мысленный переход от общего к единичному, частному;

— как восхождение от абстрактно-общего к частному, путем выявления

различных свойств и признаков объекта.

Различают **три вида мышления:**

1. Наглядно-действенное (познание объектов совершается в процессе практических действий с этими объектами).

2. Наглядно-образное (мышление с помощью наглядных образов).

3. Теоретическое (в форме абстрактных понятий и суждений).

С развитием математики как науки и методики преподавания математики изменилось содержание, которое вкладывалось в понятие математическое мышление, существенно возросла роль проблемы развития мышления в процессе обучения математике.

Математическое мышление является одним из важнейших компонентов процесса познавательной деятельности учащихся, без целенаправленного развития которого невозможно достичь высоких результатов в овладении школьниками системой математических знаний, умений и навыков. К сожалению, в настоящее время нет единого подхода к трактовке понятия мышления, к объяснению тех механизмов, которые им управляют.

Формирование математического мышления школьников предполагает целенаправленное развитие всех качеств, присущих естественнонаучному мышлению, комплекса мыслительных умений, лежащих в основе методов научного познания, в органическом единстве с формами проявления мышления, характеризующихся спецификой предмета математики.

Выделяют следующие признаки математического мышления:

— доминирование логической схемы рассуждения;

— лаконизм мышления: предельная скупость, суровая строгость мысли и ее изложения;

— четкая расчлененность хода рассуждения;

— точность символики.

Основным определяющим признаком культуры математического мышления считается полноценность аргументации, которая предполагает:

— освоение учеником идеи доказательства;

—умение пользоваться определениями понятий (осознавать их логическую структуру, уметь выполнять действия подведения под понятие и выведение следствий);

—умение работать с теоремами (понимать их логическое строение, сущность прямой и обратной теорем и т.д.);

—владение общими логическими методами доказательства: аналитическим, синтетическим, методом от противного, полной индукцией, математической индукцией;

—владение частными методами и приемами, характерными для той или иной темы.

Органическое сочетание и повышенная активность различных компонентов мышления проявляются в особых способностях человека (математических, организаторских, педагогических и т.д.), что дает ему возможность успешно осуществлять творческую деятельность в самых разнообразных областях.

**Математические способности** — это определенная совокупность некоторых качеств творческой личности, сформированных в процессе математической деятельности.

Математическая одаренность школьников характеризуется быстрым схватыванием математического материала; тенденцией мыслить сокращенно, свернутыми структурами, стремлением к своеобразной экономии умственных усилий; наличием ярких пространственных представлений.

### **Математическое понятие и его характеристики**

Всякое явление, любой процесс представляет собой единство содержания и формы. Структуру отдельных мыслей и их особых сочетаний называют **формами мышления**. Основными формами мышления являются понятия, суждения, умозаключения. Понятия — одна из главных составляющих содержания любого предмета, в том числе и

предметов математического цикла. Полноценное изучение математических понятий систематизирует знания учащихся, способствует более

глубокому освоению предмета. Первостепенная задача учителя математики при изучении любой темы — формирование понятийного аппарата темы.

**Понятие** — форма мышления, в которой отражены существенные (отличительные) свойства объектов изучения. Понятие считается правильным, если оно верно отражает реально существующие объекты.

Каждое понятие может быть рассмотрено по содержанию и объему. Содержание понятия раскрывается с помощью определения, объем - с помощью классификации. Посредством определения и классификации отдельные понятия организуются в систему взаимосвязанных понятий.

**Содержание понятия** — это множество всех существенных признаков данного понятия.

**Объем понятия** — множество объектов, к которым применимо данное понятие.

Например, понятие треугольник соединяет в себе класс всевозможных треугольников (объем этого понятия) и характеристическое свойство — наличие трех сторон, трех вершин, трех углов (содержание понятия); понятие уравнение соединяет в себе класс всевозможных уравнений (объем понятия) и характеристическое свойство — равенство, содержащее одну или несколько переменных (содержание понятия).

**Существенные (характеристические) свойства** — это такие свойства, каждое из которых необходимо, а все вместе достаточны для характеристики объектов, принадлежащих понятию. Мы имеем понятие о некоторой вещи, если знаем и можем словесно выразить, какие условия необходимы и вместе с тем достаточны для ее однозначного определения. Однако не каждое необходимое условие является достаточным и не каждое достаточное условие является необходимым. Например, равенство двух углов является необходимым условием для того, чтобы эти углы были вертикальные, но не является достаточным. Процесс конструирования понятий заключается в поиске такого числа необходимых условий, которое было бы достаточно для однозначного определения требуемого класса вещей. Совокупность этих

условий и принимают за содержание понятия.

Так, содержанием понятия квадрата является совокупность условий: быть четырехугольником, иметь равные стороны, иметь равные углы. Квадрат можно определить как четырехугольник с равными сторонами и равными углами.

Для понятия параллелограмм содержание будет представлено следующими свойствами:

- противоположные стороны равны и параллельны;
- противоположные углы равны;
- диагонали в точке пересечения делятся пополам и др.

Объем понятия параллелограмм представлен множествами следующих четырехугольников: 1) собственно параллелограммы; 2) ромбы; 3) прямоугольники; 4) квадраты (схема 2).

Содержание понятия четко определяет его объем, а объем понятия вполне определяет его содержание. Таким образом, изменение в содержании понятия влечет за собой изменение в его объеме, и наоборот. Между содержанием и объемом понятия существует обратная связь: с увеличением содержания понятия параллелограмм (диагонали взаимно перпендикулярны) сразу уменьшается его объем (остаются лишь ромб и квадрат); если уменьшить содержание этого понятия (потребовать параллельности только двух противоположных сторон), увеличится его объем (к названным четырехугольникам добавится трапеция).

Если объем одного понятия содержится в объеме другого, то второе понятие называется **родовым** по отношению к первому понятию, а первое называется **видовым** по отношению ко второму. Например, понятие ромб является родовым по отношению к понятию квадрат. Введение понятия через ближайший род и видовые заключается в следующем:

- указывается род, в который входит определяемое понятие;
- указываются видовые отличия и связь между ними.

Например, ромб — это параллелограмм, две смежные стороны которого



равны. Родовым понятием выступает понятие параллелограмма, из которого определяемое понятие выделяется посредством одного видового отличия (равенство смежных сторон).

В отношении объемов различают следующие виды понятий:

**равнозначные**, объемы которых полностью совпадают; пересекающиеся, объемы которых частично пересекаются; **находящиеся в отношении включения**: объем одного понятия содержится в объеме другого понятия.

### **Формирование понятий, классификация понятий**

Формирование понятий — сложный психологический процесс, который осуществляется и протекает по следующей схеме:

**ощущения -> восприятие -> представление -> понятие.**

Процесс формирования понятий состоит из мотивации введения понятия, выделения его существенных свойств, усвоения определения, применения понятия, понимания связи изучаемого понятия с ранее изученными понятиями. Формирование понятия осуществляется в несколько этапов:

—мотивация (подчеркивается важность изучения понятия, активизируется целенаправленная деятельность школьников, возбуждается интерес к изучению понятия с помощью привлечения средств нематематического содержания, выполнения специальных упражнений, объясняющих необходимость развития математической теории);

—выявление существенных свойств понятия (выполнение упражнений, где выделяются существенные свойства изучаемого понятия);

—формулировка определения понятия (выполнение действий на распознавание объектов, принадлежащих понятию, конструирование объектов, относящихся к объему понятия).

Выделяют два пути формирования понятий (схема 3)

Объем понятия раскрывается с помощью классификации. Под классификацией понимают последовательное, многоступенчатое разделение множества на классы с помощью некоторого свойства.

**Классификация понятий** — выяснение объема понятий, т.е. разделение множества объектов, составляющих объем родового понятия, на виды. Это разделение основано на сходстве объектов одного вида и отличии их от объектов других видов. Правильная классификация понятий предполагает соблюдение следующих условий:

—классификация проводится по определенному признаку, остающемуся неизменным в процессе классификации;

—понятия, получающиеся в результате классификации, — взаимно независимые;

—сумма объемов понятий, получающихся при классификации, равняется объему исходного понятия;

—в процессе классификации переходят к ближайшему в данном родовом понятии виду.

### **Определение понятия. виды определений**

Заключительным этапом формирования понятия является его определение. Определить понятие — значит перечислить его существенные свойства. **Определение понятия** — это предложение, в котором раскрывается содержание понятия, т.е. совокупность условий, необходимых и достаточных для выделения класса объектов, принадлежащих определяемому понятию.

**Явные и неявные определения** различаются в зависимости от своей структуры. **Явные определения** содержат прямое указание на существенные признаки определяемого понятия; определяемое и определяющее в

них выражены четко и однозначно. Например: «Углом называется фигура, образованная двумя лучами, выходящими из одной точки»; «Прямоугольник есть параллелограмм с прямым углом».

**Дескрипциями** называются определения математических объектов путем указания их свойств («То число, которое, будучи умножено на длину диаметра, дает длину его окружности» — дескрипция числа  $\pi$ ).

**Неявные определения** объектов не содержат четкого и однозначного определяющего элемента, в них содержание определяемого может быть

установлено через некоторый контекст.

**Номинальные и реальные определения.** Все определения, которые применяются в математике и других науках, делятся на номинальные и реальные, в зависимости от того, что определяется — знаковое выражение "(термин, символ) или реальный объект, обозначаемый им. С помощью **номинальных** определений вводят новый термин, символ или выражение как сокращения для более сложных выражений из ранее введенных терминов или символов,\*или уточняется значение уже введенного термина или символа. Номинальные определения являются средством обогащения языка науки и уточнения семантики его выражений «Квадратным корнем из неотрицательного числа  $a$  называется такое неотрицательное число  $x$ , что  $x^2 = a$ ».

С помощью **реальных** определений фиксируются характеристические свойства самих определяемых объектов. Деление определений на номинальные и реальные не связано с их формальной структурой. Одно и то же определение можно представить и как номинальное, и как реальное. Например, пусть дано реальное определение: «Пятиугольник есть плоская геометрическая фигура, ограниченная пятью сторонами». Это же определение можно переформулировать как номинальное: «Пятиугольником называется плоская геометрическая фигура, ограниченная пятью сторонами».

**Контекстуальные и индуктивные определения.** В математике начальных классов часто применяются **контекстуальные** определения — такие определения нового неизвестного термина, понятия, которые выясняются из смысла прочитанного, сводятся к указанию содержащих его контекстов («больше», «меньше», «равно»).

**Индуктивными** называются определения, которые позволяют из сходных объектов (теории) путем применения к ним конкретных операций получать новые объекты. Например, по индукции вводится определение натурального числа в математике.

**Аксиоматические определения.** Определения исходных понятий, которые даются посредством исходных понятий некоторой теории через ее аксиомы, —

это **аксиоматические определения**. При аксиоматическом построении математической теории некоторые понятия остаются

неопределенными, например, точка, плоскость и расстояние в аксиоматике А.Н. Колмогорова. Определением этих понятий можно считать систему аксиом, описывающих их свойства.

*Определения через род и видовые отличия.* Это классические определения, которые можно рассматривать как частный вид номинальных определений. В них определяемое выделяется из предметов некоторой области, которая при этом явно упоминается в определении (род), путем указания характеристического свойства определяемого (видовое отличие). Например: «Квадрат — прямоугольник с равными сторонами»; «Ромб — параллелограмм, у которого все стороны равны»; «Параллелограммом называется четырехугольник, противоположные стороны которого параллельны»; «Прямоугольник есть параллелограмм с прямым углом».

В школьном курсе математики через род и видовое отличие определяются: Длина ломаной. Периметр многоугольника (прямоугольника, квадрата). Куб. Круг. Радиус окружности (круга). Биссектриса угла. Развернутый угол. Прямой угол. Градус. Острый угол. Тупой угол. Виды треугольников по величине углов. Фигуры, симметричные относительно точки (центр симметрии). Перпендикулярные и параллельные прямые.

*Генетические определения.* Это такие определения, в которых описывается или указывается способ его происхождения, образования, возникновения, построения. Генетические определения представляют собой разновидность определения через род и видовые отличия. Например: «Сферой называется поверхность, полученная вращением полуокружности вокруг своего диаметра»; «Шар — это геометрическое тело, образованное вращением полукруга вокруг диаметра».

В школьном курсе математики можно выделить следующие генетические определения понятий: Отрезок. Луч. Равносторонний треугольник. Координатный луч. Равные фигуры. Площадь прямоугольника.

Площадь квадрата. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Окружность. Дуга окружности. Сектор. Угол и его элементы. Равные углы. Длина окружности. Площадь круга.

*Определение через абстракцию.* Такое название получили определения, связанные с выделением объектов через установление между ними отношений равенства, равнозначности, тождества. В определении через абстракцию математическое понятие определяется как семейство классов эквивалентности по некоторому отношению эквивалентности. Например, натуральное число  $n$  — это характеристика класса эквивалентных конечных множеств, состоящих из  $n$  элементов.

*Остенсивные определения.* Это определения значений слов путем непосредственного показа, демонстрации предметов. Часто применяются в начальной школе (понятия отрезка, окружности, угла и др.). Постепенно с развитием математического опыта и накоплением определенного числа понятий на смену остенсивным понятиям приходят вербальные понятия. **Вербальные понятия** — это понятия, в которых значения неизвестных выражений определяются через выражения, с известным значением.

Определение считается **корректным**, если выполняются два условия:

1. отсутствует порочный круг и связанная с ним возможность исключения нововведенных терминов («Решение уравнения — это то число, которое является его решением»);

2. отсутствует омонимия: каждый термин встречается не более одного раза в качестве определяемого.

## ТЕМА 7: ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Важную роль в учебном процессе играют формы организации или виды обучения, в качестве которых выступают устойчивые способы организации педагогического процесса.

**Формы обучения** — виды учебных занятий, способы организации учебной деятельности школьников, учителя и учащихся, направленные на

овладение учащимися знаниями, умениями и навыками, на воспитание и развитие их в процессе обучения.

Формы обучения: лекция, семинар, консультация, экскурсия, конференция, консультация...

Формы контроля: Контрольная работа, зачет, коллоквиум, защита реферата, переводные экзамены, выпускные экзамены, комплексное собеседование, защита темы, индивидуальное собеседование...

### **Урок — основная форма обучения**

Основной формой организации учебно-воспитательной работы с учащимися в школе является урок.

**Урок** — логически законченный, целостный, ограниченный определенными рамками времени отрезок учебно-воспитательного процесса, где представлены все основные элементы этого процесса (цели, содержание, средства, методы, формы организации). Урок представляет собой форму организации деятельности учителя и учащихся.

Урок — это занятие с классом учеников, продолжительностью 40-45 минут. Количество таких занятий определяет учебный план школы, а их содержание — госстандарт и школьные программы.

Понятие урок имеет характерные черты (основные характеристики), позволяющие рассматривать его с разных позиций. Иначе, урок состоит из компонентов:

- цель;
- содержание;
- средства и методы обучения;
- организация учебной деятельности.

Главную роль среди основных характеристик урока играют цели урока: образовательные, воспитательные и развивающие. В соответствии с целью урока отбирается содержание обучения, и прежде всего содержание урока. Определить цель урока, рационально отобрать учебный материал учителю

помогают учебные программы, методические пособия, дидактические материалы, методические рекомендации и др..

Учебный процесс предполагает органическое единство средств, методов и приемов работы с организационными формами обучения. Каждому методу, приему обучения соответствует своя организационная форма, определяемая отношениями между учителем и учащимися и учащих между собой.

Учитель управляет всей учебной деятельностью на уроке, используя при этом различные формы организации деятельности учащихся: общие (работа со всем классом), групповые (звено, группа и др.), индивидуальные. Формы организации учебной деятельности выступают на уроке в различных сочетаниях и последовательностях. Огромная роль здесь принадлежит коллективным формам работы, которые позволяют уплотнять время урока, создают ситуации взаимообучения учащихся и существенно влияют на развитие личности школьника.

Рассматривая урок с точки зрения логики процесса обучения, мы приходим к понятию структура урока. Число компонентов общей структуры урока, основная дидактическая цель которого — ознакомление учащихся с новым материалом, всегда неизменно — их три:

- 1.Актуализация прежних знаний и способов действий.
- 2.Формирование новых знаний и способов действий.
- 3.Применение полученных знаний на практике.

Используя понятие структура урока математики, важно выделить из множества возможных **основные этапы урока:**

- 1.Постановка цели урока перед учащимися.
- 2.Ознакомление с новым материалом.
- 3.Закрепление нового материала: а) на уровне воспроизведения информации и способов деятельности; б) на уровне творческого применения и добывания знаний.
- 4.Проверка знаний, умений и навыков.

## 5. Систематизация и обобщение изученного материала.

Отдельный урок — это только одно звено в цепи других уроков по данной теме или разделу школьного курса. Но, с другой стороны, урок и даже каждый его этап, — это нечто целое, законченное.

### **Типы уроков**

Тип урока — понятие, связанное с варьированием структуры урока, его содержательных элементов.

В дидактике наиболее разработанными являются следующие классификации:

- по месту урока в системе уроков по учебной теме;
- по признаку основной дидактической цели;
- по способу проведения урока.

В практике обучения наиболее часто проводятся комбинированные уроки. Структура такого урока включает:

1. Организационный момент. Мотивация.
2. Актуализация.
3. Проблемное объяснение.
4. Закрепление изученного.
5. Итог урока. Рефлексия.

Выделяют четыре основных типа уроков:

- урок по ознакомлению с новым материалом;
- урок по закреплению изученного материала;
- урок проверки знаний, умений и навыков;
- урок по систематизации и обобщению изученного материала;
- комбинированный урок.

Кроме рассмотренной классификации получила распространение классификация по способам проведения уроков (урок повторения, урок-беседа, урок — контрольная работа, комбинированный урок и т.д.). Кроме того, в практике обучения учащихся математике встречаются специальные



уроки: урок в компьютерном классе, урок по измерениям на местности, урок вычислений на счетных приборах, киноурок и другие.

Характеризуя какой либо конкретный урок, часто исходят из двух классификаций - по основной его дидактической цели и по способам проведения. Например, в самом названии урок-лекция усматриваются и его основная дидактическая цель, и способ его проведения.

Ни одна из классификаций не может всесторонне и исчерпывающе охарактеризовать урок. В качестве совета начинающему учителю можно рекомендовать как можно чаще посещать уроки опытных учителей, анализировать их опыт работы и практиковать наиболее рациональные приемы в своей деятельности.

### **Требования к современному уроку**

Урок заранее продумывается учителем во всех деталях и нюансах: распределение всей работы на уроке во времени и распределение этой работы между исполнителями — учителем и учащимися, различными категориями учащихся; содержание и размещение записей на классной доске и в тетрадях учащихся. До урока должны быть отобраны (изготовлены) необходимые технические средства обучения, проверена их готовность к использованию.

Современный урок отличают: целенаправленность, наличие основной дидактической цели, подчинение всех элементов урока (частных учебных задач) одной цели; рациональное построение содержания урока; оптимальный выбор средств, методов и приемов обучения и воспитания на уроке математики, обеспечивающих активное учение школьников; разнообразие форм организации учебной деятельности учащихся.

Реализация перечисленных требований обеспечивает организационную четкость урока. Такая организация урока достигается, когда учитель свободно владеет материалом урока, учебным предметом в целом, не тратит времени на размышления и припоминания на уроке при изложении материала, а также знает методику каждого очередного вопроса, весь арсенал вариантов, приемов и средств его изучения; знает индивидуальные особенности учащихся класса,

предвидит их возможные затруднения и пути их преодоления, располагает материалом для «загрузки» более сильных учащихся.

К современному уроку математики предъявляются требования:

- отбор главного, существенно значимого материала;
- научность и достоверность изучаемых фактов;
- мотивация и дифференцированность;
- соответствие педагогического замысла задачам урока;
- соответствие типа урока средствам и замыслам;
- познавательная активность учащихся;
- полноценность содержания;
- воспитание интереса к предмету математика;
- единство деятельности учителя и учащихся.

### **Организация современного урока**

Для **подготовки урока** учителю необходимо иметь хорошие теоретические знания по методике, подготовке и планированию урока.

**Система планирования урока** включает:

1. Годовое или полугодовое планирование.
2. Тематическое планирование.
3. Поурочное планирование.

Эффективность учебно-воспитательного процесса — отношение результата обучения к его затратам. Эффективность урока зависит от многих причин: региональных возможностей обучения математике и др.

Урок должен быть нацелен на высокие конечные результаты, на повышение качества и эффективности обучения.

Подготовка учителя к урокам состоит из двух этапов:

1. Изучение педагогической, методической литературы, анализ учебных программ, передового педагогического опыта.
2. Конструирование содержания учебного материала, планирование занятий и создание дидактических условий.

При подготовке к современному уроку целесообразно придерживаться последовательности:

1. Сформулировать цель урока.
2. Подготовить содержание учебного материала.
3. Определить дидактические задачи урока.
4. Выбрать наиболее эффективные приемы и методы обучения.
5. Составить план урока.
6. Проанализировать использование дидактических средств.

В подготовке учителя к уроку центральное место занимает тематическое планирование.

## **ТЕМА 8: УЧЕБНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ**

Охарактеризуем очень кратко основные виды учебной деятельности учащихся. В основу положим трактовку видов учебной деятельности, принятую Г.И. Щукиной, где выделены три вида деятельности: *материально-практическая, социальная и духовная*.

*Материально-практическая деятельность* на первый взгляд кажется свойственной многим предметам в большей степени, чем математике. Но как раз в процессе обучения математике формируются общие трудовые навыки учащихся, причем именно в производственной деятельности (опытно-лабораторная, преобразующая). Все, естественно, зависит от правильной организации этой деятельности. Что касается опытно-экспериментальной деятельности, то вся поисковая деятельность в процессе решения математических задач (например, метод проб и ошибок, выполнение дополнительных построений и т. д.) является прекрасным примером такой деятельности.

Составной частью материально-практической деятельности является универсально-преобразующая, навыки которой тоже могут с успехом формироваться при изучении математики, так как именно при изучении математики мы преобразуем исходные данные, чтобы получить нужный

результат, ищем новые связи между объектами, строим новые комбинации объектов, показываем различные интерпретации построенных математических моделей.

Большие изменения, происходящие в настоящее время в нашем обществе и в системе образования, заставляют несколько пересмотреть параметры *социальной деятельности*. Говоря об этом виде деятельности, следует считать обучение математике рядовым, но важным компонентом в формировании ее умений и навыков.

Особое значение имеет обучение математике в формировании навыков *коммуникативной деятельности*. Так, на уроках математики могут быть правильно сформированы умения общаться, строить межличностные отношения. Немалую роль здесь играет и правильное самообразование (самооценка, самоуправление). Очень важным звеном в социальной деятельности является помощь учащимся со стороны учителя и товарищей. Хорошо известно, что именно при изучении математики эта помощь постоянно используется. Роль школы, учителя в приобщении учащихся к коллективной деятельности, к решению общей проблемы, к организации помощи товарищам чрезвычайно велика. От решения этих проблем в значительной степени зависит решение главной задачи — целостного формирования личности учащихся.

*Духовную деятельность* учащихся составляют: познавательная деятельность (самостоятельное познание окружающего и самопознание, учебно-познавательная деятельность); ценностно-ориентировочная деятельность (мотивационно-оценочная Деятельность, мотивационно-ориентирующая деятельность); эмоционально-чувственная деятельность, переживания (воспитание чувств, сопереживание, выражение чувств).

Обучение математике имеет первостепенное значение в формировании познавательной деятельности, особенно в формировании многих качеств умственной деятельности, интеллектуального труда и общей логической организации человека. Творческий подход к обучению математике может

существенно сказаться и на правильной направленности воспитания эмоционально-чувственной деятельности, таких качеств личности, как сопереживание, честность, ощущение эстетического наслаждения (удовлетворение) и т. д.

Эти виды деятельности сопровождают весь процесс обучения математике, они не могут появляться и исчезать, учитель и ученик должны постоянно ощущать потребность в высоком уровне всех видов деятельности. Для более глубокого понимания взаимосвязей видов учебной и математической деятельности полезно с этих позиций еще раз просмотреть цели обучения математике и классификацию параметров математических способностей. Эти разделы показывают несомненную связь между процессом обучения математике и формированием навыков учебной деятельности учащихся.

2. Проблемы дифференцированного обучения математике в школе тесно связаны с изучением процессов индивидуализации учебной деятельности. В связи с этим следует определить понятия *учебная деятельность* и *познавательная деятельность*, которую иногда иначе называют *учение*. Понятие «учебная деятельность» по отношению к понятию «познавательная деятельность» рассматривается как более широкое, поскольку оно включает одновременно и деятельность обучающего, и деятельность обучаемого. В процессе учебной деятельности учащиеся включаются в систему общественных отношений, в коллективную деятельность. Эта форма сотрудничества учителя и ученика направлена на достижение общей цели, она всегда присутствует в учебной деятельности, являясь ее важнейшей характеристикой.

Понятие *учение* психологи склонны рассматривать как совокупность психических процессов, обусловленных нервными механизмами. В дидактике чаще употребляется термин «учебно-познавательная деятельность». Это социальная деятельность, необходимая обществу, и это совместная деятельность, форма сотрудничества взрослого и школьника, а главное в ней

совершаются как познавательные процессы, так и социологизация подрастающих поколений.

В психологии употребляется еще один термин — *присвоение*. При этом учебная деятельность выступает как органическая часть процесса «присвоения». Немецкий психолог Г. Клаус обращает внимание на то, что нельзя сводить понимание учебной деятельности только к приобретению знаний, умений и навыков. Он пишет: «В процессе учения человек приобретает не только сведения и двигательные автоматизмы, но также и черты характера, установки, убеждения, идеологические и мировоззренческие позиции, мотивы. Все эти личностные характеристики, хотя и связаны с содержанием знаний и со способами действия, однако приобретаются и видоизменяются в ходе сознательной деятельности и должны быть четко отграничены от знаний и умений... Учебная деятельность никогда не начинается с одной и той же во все времена и для всех людей «нулевой точки», ее началом всегда является некоторая конкретная ступень исторического развития общества. Учение человека общественно обусловлено, т. е. зависит от социально-исторических условий».

На основании работ Г.И. Щукиной можно сформулировать следующие особенности учебной деятельности.

1. Деятельность школьника связана с деятельностью других людей. Это позволяет школьнику пристальнее всматриваться в свои возможности, богаче становится мотивация деятельности, развиваются различные формы самостоятельной деятельности. В последние годы много говорят о легкости, об индивидуализации обучения, но это не снижает роли коллективных форм обучения.

2. Развитие деятельности в учебном процессе знаменует собой поступательное развитие личности. Развитие деятельности идет так: вначале — исполнительская; затем — активно исполнительская; далее — активно самостоятельная; затем — творчески самостоятельная. Здесь не может быть точных границ, так, например, элементы творческой деятельности полезны всегда.

3. Изменение характера деятельности существенно влияет на изменение позиции ученика — от исполнительской к активной позиции субъекта.

4. Становление личности ученика в учебном процессе обусловлено изменением уровня саморегуляции — основного показателя и механизма личности школьника.

5. Изменение позиции ученика обусловлено межсубъективными отношениями учителя и учащихся.

6. Постепенно самоанализ ученика рождает веру в свои силы, меняется и позиция школьника: участие в учебной деятельности становится органично сопряженным с деятельностью учителя; разделение с учителем заботы об интенсивности учебного процесса, об экономных путях учения, об успешных результатах деятельности; выдвигаются собственные суждения на основе тех, что видел, прочел, узнал за пределами урока и т. д.

Все перечисленное показывает неразрывную связь учебной деятельности и процесса формирования личности учащихся, тех личностных образований, которые подводят школьника и к саморегуляции, и к позиции субъекта учебной деятельности.

### **Активность и самостоятельность учащихся**

Понятие «**активность**» очень сложное. В науке оно трактуется по-разному. Одни отождествляют активность с деятельностью, другие считают активность результатом деятельности, третьи утверждают, что активность — более широкое понятие, чем деятельность, и т. п.

Г.И. Щукина, например, саму деятельность определяет через активность: «Деятельность — это основная форма проявления активности человека, его социального назначения... В деятельности человек выступает как субъект, как активный носитель своей социальной сущности, как творец, как деятель... Человек, изменяя природу, изменяет свою собственную природу в меру своей активности, которую он привносит в деятельность, обогащая ее своим сознанием, переживаниями, вдохновением, внутренними побуждениями. Изменение, преобразование, формирование человека вне его активной

деятельности осуществлять бесперспективно».

Активность как качество личности иногда рассматривают как внимательность, расположенность, живое соучастие в общем процессе, быстрое реагирование на изменение обстоятельств деятельности. Это лишь некоторые реакции личности на определенные виды деятельности, которые стимулируют ее активность.

Но когда деятельность человека может быть активной? Отвечая на этот вопрос, В.И. Загвязинский пишет так: «Она должна быть в такой мере сложной, чтобы представлять определенную, преодолимую при мобилизации познавательных сил и опыта человека трудность. Иными словами, осваиваемые в чем-то новые действия и операции должны находиться «в зоне ближайшего развития» (Л.С. Выготский) человека».

Обучение математике доказывает, что активность есть отношение ученика к учению, к той деятельности, которую ему предлагают выполнять. Важно, чтобы эта деятельность была не просто посильна для каждого, она должна находиться в «зоне ближайшего развития» обучаемого. Ученик должен испытывать потребность мобилизации своих познавательных сил и опыта для преодоления возникающих трудностей.

Встречается также термин *познавательная активность* — ценное личностное качество школьника, которое интенсивно формируется в школьные годы. Проявления его в каждом последующем возрасте шире, богаче, оно оказывает влияние на продуктивность обучения и учения, на активизацию всей Учебной деятельности. Ценность урока чаще всего определяют через активность учащихся.

Познавательную активность можно считать подготовительной ступенью самостоятельности.

Мы видим, что общее представление о понятии активности личности весьма расплывчато, но наша основная задача активировать математическую деятельность ученика, а через это влиять на общую активность учащихся.

**Самостоятельность** связана с инициативой, с поиском различных



путей решения учебно-познавательных задач без участия взрослых. От становления самостоятельности с ранних лет зависит активность ребенка, его ориентировки в окружающей действительности.

«Я сам» — великолепное стремление уже младшего школьника, которое нужно поддерживать. Тем более необходимо; формировать учебно-познавательную самостоятельность в школах при решении самых различных учебных задач на различном предметном содержании, в самых разнообразных ситуациях процесса обучения. Понимание школьником своих возможностей происходит при активном включении в самостоятельную деятельность. Это позволяет ему ставить перед собой новые цели, осуществлять саморегуляцию.

*Самостоятельная работа* — одна из форм учебной деятельности учащихся. В педагогической литературе даются разные определения ее сущности. Одни авторы за основу берут описание способов руководства действиями учащихся, содержание выполняемых заданий и их значение для воспитания личности учащегося; другие к движущим силам и основным признакам самостоятельных действий относят собственные побуждения учащегося и осознание их смысла, цели работы; третьи — отсутствие педагогического руководства; четвертые — внесение учащимся в выполняемую работу чего-то нового по отношению к воспроизводимому образцу; пятые — проявление максимума активности, творчества, самостоятельного суждения, инициативы и т. д.

Различен подход к понятию самостоятельной работы и с точки зрения способа ее организации. В последние годы термин «самостоятельная работа» употребляется большинством современных исследователей то как понятие метода обучения, то как форма организации деятельности учащихся, то как вид познавательной деятельности ученика. Иногда самостоятельная работа рассматривается как средство, с помощью которого учитель вовлекает учащихся в самостоятельную познавательную и практическую деятельность, целенаправленно организует и управляет этой деятельностью с учетом

различных уровней развития учащихся.

Г. Клаус пишет так: «Уже к концу первого года у всех здоровых детей начинает проявляться неукротимое стремление действовать самому («Хочу сам!»). Оно есть проявление, достойное всяческой поддержки, готовности к действию. Эта готовность толкает ребенка на приобретение собственного опыта, в том числе и горького, посредством изучения последовательно раздвигает горизонт представлений о мире.

Стремление к самостоятельности принадлежит к числу фундаментальных мотивов *Homo sapiens*. Мотив этот побуждает человека к «деланию себя», к испытанию себя, к открытию себя. Ограничение свободы действия тяготит даже двухлетнего ребенка, и он стремится всячески обойти налагаемые запреты».

Возникает печальное соображение: мы или не знаем, как учить, или знаем, но не умеем. Ведь сколько сил затрачивается с первых дней рождения ребенка, чтобы привить ему самостоятельность, а результат в большинстве своем нулевой.

Одной из причин такой ситуации является отсутствие индивидуального подхода к самостоятельности вообще и к мотивам самостоятельности в частности. Кроме того, за последние годы сузились и сами формы самостоятельных работ, снизился уровень их творческого характера.

В значительной степени отсутствие умений самостоятельной деятельности объясняется недоработками действующих учеников, где за учеников думают, делают выводы, решают, и т. д.

Возникает задача — выявить эффективные формы самостоятельной работы при обучении математике и помочь учащимся в этой работе. При решении этих задач на первый план выходит понимание сущности самостоятельной математической деятельности учащихся. Практика обучения математике показывает, что на уроке и дома есть много видов самостоятельной работы: выполнение домашнего задания, решение задачи в классе, деятельность, которая непосредственно называется «самостоятельная

работа», и т. д. Таким образом, дело не в том что при обучении математике нет возможности самостоятельно работать, вопрос гораздо глубже — как научить учащихся работать самостоятельно, каковы механизмы этой работы?

Хорошо известна классификация самостоятельной деятельности учащихся: *репродуктивная, частично-поисковая и творческая*. Так вот, первая задача учителя математики — владеть этими видами самостоятельной деятельности, уметь управлять ими.

Часто в исследованиях, связанных с организацией самостоятельной работы учащихся при обучении математике, пишут об отказе от ее репродуктивного уровня. Это верно только в одной части — нельзя всю самостоятельную деятельность сводить к репродуктивной, необходимо внедрять самостоятельную работу творческого характера. Однако при этом следует помнить об индивидуальных особенностях учащихся, а также учитывать высказывание Г. Клауса о том, что «в одинаковой степени невозможен как абсолютно нетворческий, так и абсолютно творческий труд».

### **Творческая деятельность учащихся**

Проблемы творчества и творческой деятельности всегда интересовали философов, психологов, педагогов, методистов. А.Я. Хинчин писал: «...Все наши педагогические усилия должны быть направлены на то, чтобы в максимальной мере заставить школьника усваивать материал в порядке активной работы над ним, всеми средствами насыщая эту работу элементами самостоятельности и хотя бы самого скромного творчества».

Надо сказать, что до сих пор эта проблема разработана явно недостаточно. Еще в 1967 г. Г.М. Ярошевский по этому поводу говорил, что «хотя крайняя актуальность исследования природы, динамики и путей оптимизации творческой деятельности в науке, технике осознается повсеместно, размах и уровень этих исследований совершенно не соответствуют исторической ситуации, созданной современной научно-технической революцией».

В современный период активизации творческой деятельности всех слоев

общества проблема усиления творческих начал в обучении учащихся стоит особенно остро. От того, как элементы творческой деятельности будут формироваться в школе, во многом зависит будущее этого общества.

Для понимания сущности творческой деятельности личности рассмотрим вначале проблему **творчества как философскую категорию**.

«Творчество — это деятельность человека по созданию новых материальных и духовных ценностей. Как и другие виды деятельности, творчество имеет общественный характер, порождено потребностями общества, удовлетворение которых становится возможным по мере созревания всех необходимых для этого условий. Это показано историей культуры и обобщено наукой. Как и другие виды деятельности, творчество требует определенных волевых усилий, сосредоточения, внимания, упорства и т. п.; решение творческих задач, как и других, связано с рядом эмоций: удовольствия, радости, желания и т. д. Однако не эти моменты раскрывают специфику творчества. Проведенные исследования творчества позволили уяснить, что первым существенным признаком творчества является преобразование явлений, вещей, процессов действительности или их образов, наглядно-чувственных или мысленных», — писал А.Т. Шумилин.

Из данного философского понимания творчества следует одно важное обстоятельство, связанное с переносом этого понятия на учебную деятельность учащихся, — это привитие учащимся навыков в преобразовании явлений, вещей, процессов в поиске новых комбинаций, что и есть «квинтэссенция, существо творчества». Это очень важно для понимания сущности творческой деятельности школьника.

«Вторым существенным признаком творчества является его новизна, оригинальность — новизна продуктов деятельности, новизна, оригинальность, необычность приемов или орудий и средств, применяемых в процессе деятельности. Следовательно, творчеством необходимо считать ту деятельность, в процессе которой предметы (или образы), хотя и имеющиеся в действительности и не являющиеся для нее новыми, создаются при помощи

новых оригинальных приемов, операций или при помощи новых орудий. Творчество оригинально, самобытно, по крайней мере, в данном звене — оно антипод подражанию, копированию, деятельности по шаблону, по готовому образцу, по правилу, алгоритму и т. д.».

После анализа этого признака творчества становится понятна та роль, которую играет в обучении математике поиск методов решения различных задач. Поиск метода решения (рассуждения, исследования), нестандартность его использования - вот одна из задач, которая стоит перед учителем и учеником. Ясно, что курс математики дает в этом плане огромные возможности, но эти возможности сами собой не возникнут.

Кроме этого очень важно, что творчество есть антипод подражанию, копированию, работе по шаблону, и к творческой деятельности необходимо приучать учащихся как можно раньше. Правда, что касается деятельности по правилу, по алгоритму, то такая деятельность неизбежна в любом процессе обучения, и она также может иметь творческий характер, но это не влияет на общую значимость той философской базы, которая нами сейчас рассматривается.

Рассмотрим с общих философских позиций три этапа творческого процесса, поскольку они лежат в основе любой творческой деятельности.

*Первый этап творческой деятельности* — этап осознания, формирования, постановки проблемы. Интеллектуальная творческая деятельность имеет место лишь там, где возникает проблема. Четкое формулирование проблемы является важным начальным этапом творческого процесса, а также необходимым параметром включения в самостоятельную деятельность.

*Второй этап* — этап принципиального решения проблемы, в ходе которого должен быть найден «ключ» к решению задачи. Решение любой проблемы часто рассматривают как творческую деятельность, в основе которой лежат знания. «Знание всей информации, относящейся к области исследования, является условием и предпосылкой успешной творческой

деятельности. Нередко в ходе решения творческой задачи обнаруживается недостаток знаний свойств определенных явлений, их взаимодействия, что требует дополнительных исследований в этой области».

Таким образом, основу второго этапа творчества составляют знания человека. Вот почему творческая деятельность учащихся неразрывно связана со знаниями, которыми они владеют.

Говоря о решении школьниками математических задач, вернее, о процессе поиска решения, следует отметить, что иногда сложность заключается не в отсутствии тех или иных знаний, а в неумении, незнании, где и как их применить и по какому принципу их «извлекать» из всего арсенала знаний. Вот почему многим описаниям процесса поиска решения задачи присуща чисто эвристическая трактовка, в которой ученик тонет. Важно четко объяснить учащемуся принципы, по которым он будет находить «знания всей информации, относящейся к области исследования».

Очень интересно связан этот этап с рассмотренными нами основными приемами математической деятельности — анализом и синтезом. В психологии процесс, связанный с поиском необходимой информации, называется *актуализацией знаний*. Вот как описывает этот процесс С.Л. Рубинштейн: «Актуализация знаний совершается в мышлении при решении определенной задачи. Это не просто репродуктивный акт памяти. Актуализация тех именно знаний, которые нужны для решения данной задачи, предполагает анализ задачи, и знаний, которые могут быть приняты в расчет. Этот анализ предполагает синтетический акт соотнесения задачи и знаний и анализ как условий задачи, так и привлекаемых к ее решению знаний».

*Третий этап* — оформление принципиального решения проблемы. Все исследователи выделяют этап окончательного оформления найденного принципиального решения проблемы. Его специфика состоит в том, что принципиальное решение принимает конкретную, строго обоснованную и часто проверенную форму: «...добытая идея материализуется, объективируется. В научном творчестве этот этап выступает как доказательство гипотезы и ее

практическая проверка. В техническом — как конструктивное, а затем вещественное выполнение изобретения».

Как и предыдущие, этот этап осуществляется на основе знаний свойств явлений, приемов, способов, накопленных обществом.

**Творчество и творческая деятельность в процессе обучения школьников**, естественно, должна быть адаптирована, так как учащиеся в подавляющем большинстве случаев не создают новых продуктов, да еще обладающих социальной значимостью. Они в основном создают продукты, уже известные обществу.

И.Я. Лернер писал так: «Творчеством ученика мы называем вид его деятельности, направленной на создание качественно новых для него ценностей, имеющих общественное значение, то есть важных для формирования личности как общественного субъекта».

Очень важным является то, что в творческой деятельности естествоиспытателя, изобретателя и школьника есть одно общее — все они осуществляют поиск «неизвестных связей вещей». Обучение учащегося поиску неизвестных связей между рассматриваемыми объектами — это и означает приобщение его к творчеству вообще, к будущей трудовой деятельности.

На основании трактовок категории творчества можно установить некоторые качества творческой личности: *оригинальность* (способность производить идеи, отличающиеся от общепризнанных взглядов), *беглость* (количество идей в единицу времени), *гибкость, подвижность мысли* (способность переключаться с одной темы на другую), *любопытность* (чувствительность к проблемам в окружающем мире), *способность к преобразованию, мысленное конструирование* идеального образа предмета (идеализация) и т. д.

Пониманию сущности творческого процесса помогает выделение фаз творческого процесса, раскрытие их содержания.

Эти фазы имеют много общего с эвристическими приемами,

выделенными Д. Пойа и включающими в себя: обеспечение явного понимания предложенной задачи, составление плана решения, осуществление плана, проверка и критическая оценка результата, составление новых комбинаций.

В настоящее время известны различные способы и формы обучения школьника: обучение путем подражания, обучение в игре, обучение в процессе осуществления продуктивных видов деятельности — рисования, лепки, конструирования, обучение в ходе выполнения элементарных трудовых задач по самообслуживанию, наконец, систематическое школьное обучение.

Психологи отмечают, что начинать развитие творчества у младших школьников следует с развития *умения видеть*, «доставать» (припоминать) необходимые сведения из памяти, комбинировать их, и даже с развития подражательной деятельности, так как последняя в этом возрасте нередко оказывается творческой.

Следовательно, при создании условий для творческой деятельности младших школьников сначала надо давать им возможность выполнять некоторую работу, имея образец для подражания, причем образец не только готового продукта, но и приемов деятельности; иначе говоря, на начальных стадиях организации творческой деятельности нужно отвечать детям не только на вопрос: что? но и на вопрос: как? В качестве образца может быть взят готовый продукт, созданный ранее, а приемы работы рассказаны или, лучше, показаны (можно показать фильм, в котором учащиеся увидят и приемы деятельности, и получаемый в результате готовый продукт).

При этом сама подражательность в начальном учении, в условиях неизбежной недостаточности некоторых знаний, оказывается в немалой мере творческой; она требует интуиции, импровизации, непрестанной умственной инициативы. Любознательность младших школьников создает новое, не будучи связана с какими-нибудь привычными ограничениями.

В процессе подражания сначала используется аналогия буквальная и лишь постепенно в процессе упражнений учащиеся отходят от копирования, обучаются рассуждению по аналогии, которая является весьма действенным



методом. Великий Иоганн Кеплер писал: «Я больше всего дорожу аналогиями, моими самыми верными учителями. Они знают все секреты природы, и ими меньше всего следует пренебрегать в геометрии»!

Систему заданий следует строить для детей в последовательности от простого к сложному, к использованию все усложняющихся аналогий.

Говоря о целях обучения математике, мы указывали на важность формирования таких качеств личности, как **интуиция и воображение** (естественно, что речь шла о математической интуиции и математическом воображении). Сейчас мы посмотрим на эти понятия с позиций творчества и творческой деятельности.

В современной психологии указывается на то, что важнейшим механизмом творчества является интуиция. Современная психология творчества позволяет утверждать, что интуиция включает в себя ряд определенных этапов:

1) накопление и бессознательное распределение образов и абстракций в системе памяти; 2) неосознанное комбинирование и переработка накопленных абстракций, образов и правил в целях решения определенной задачи; 3) четкое осознание задачи; 4) неожиданное для данного человека нахождение решения удовлетворяющего задаче. Нередко такое решение приходит в самое неожиданное время, когда сознательная деятельность мозга ориентирована на решение других задач, или даже во сне. Таким образом, интуиция у ребенка может сработать, если задача поставлена, а акцент с интеллектуальной перенесен на эмоциональную, чувственную сферу. Недаром существует мнение, что управлять интуицией — значит переструктурировать чувственный и интеллектуальный материал. Учителю следует учитывать это обстоятельство, хотя понять его и управлять им достаточно трудно.

Знакомясь с теорией интуитивных процессов, можно отметить некоторые важные моменты, которые целесообразно учитывать для развития этого удивительного качества личности:

—знание этапов творческого процесса и использование этого знания в работе с детьми;

—отбор нужных сведений для решения задачи и определение места для каждого из них;

—продумывание (поиск) связей между элементами знания, ведущими к цели;

—получение многообразия путей решения задачи, их критическая оценка, выбор главного;

—достраивание нерешенной проблемы до решаемой;

—выход за пределы исходного знания посредством охвата максимально возможного разнообразия элементов знания и переоценки их познавательной ценности (использование внутрисубъектных и межпредметных связей);

—раскрепощение мышления посредством активного допущения парадоксальных мыслей.

В связи с этим намечаются следующие пути развития интуиции: объективные, интеллектуальные, субъективные и личностные. Среди первых назовем:

—актуализацию знаний (посредством дополнительных вопросов, подводящих к решению задач, в том числе задач обратных и деформированных);

—использование обобщенного опыта (мыслительных операций, способов рассуждений, приемов познавательной деятельности);

—сопоставление имеющихся знаний с целью;

—устранение излишней логической связанности понятий;

—вариативность шагов;

—преобразование имеющихся знаний и опыта;

—выбор оптимального пути;

—игнорирование избыточной информации.

К другой группе путей развития интуиции отнесем такие, как:

—отвлечение от окружающего посредством мышечного и

умственного расслабления (закрывать глаза, положить голову на руки и т. д.);

— постановка вопросов себе с целью выявления наличия ошибок;

— оценка правильности предпринятых шагов.

В этом направлении работает, например, Ш.А. Амонашвили.

Интуицией, как и музыкальным слухом, обладают не все. Но, как и музыкальный слух, *интуиция развивается*. Обучение без опоры на интуицию, на догадку рождает формализм, подрывает веру учащегося в свои силы. «Интуиция — один из основных источников получения математических знаний, важнейший движущий импульс математического творчества. Интуитивные соображения - не замена строгих рассуждений, а их подготовка и мотивировка». Вот почему интуитивный подход полезен на любом уровне обучения и должен цениться наряду со всеми другими подходами.

Понимание сущности творческого процесса объясняет высказывание младшими школьниками большого количества гипотез, догадок — их помощниками в этом служат присущие им воображение и фантазия. Н.С. Лейтес указывал, что в младшем школьном возрасте дети вносят элементы фантазии в познание: для них характерны неожиданные сопоставления, необычные предположения. Сама новизна предлагаемой им умственной работы требует интуиции и своеобразной умственной инициативы.

*Воображение* — сложный психический процесс, заключающийся в создании новых представлений и мыслей на основе имеющегося опыта. Процесс воображения состоит в избирательном расчленении (диссоциации) ранее выработанных связей и образовании из выделенных элементов (образов, мыслей) нового их сочетания (т. е. новых ассоциаций). Воображение поставляет пищу для мышления.

Л.С. Выготский очень высоко оценивал *творческое воображение*. Он писал, что «создание творческой личности, устремленной в будущее, готовится творческим воображением, воплощающимся в настоящем». Под воображением или фантазией он понимал «творческую деятельность,

основанную на комбинирующей способности нашего мозга». Он указывал «на особую важность культивирования творчества» в младшем школьном возрасте. Для творческого воображения задачей является изменение содержания ранее воспринимаемых, созданных образов с целью конструирования нового, отвечающего новым задачам.

Воображение и интуиция имеют нечто общее — оба они «функционируют» при высокой неопределенности ситуации. Механизмы воображения: комбинирование, акцентирование, агглютинация, типизация, реконструкция, гиперболизация.

Воображение и фантазия ребенка тесно взаимосвязаны. «Работа фантазии — та область и та форма интеллектуальной, нравственной и практической деятельности, в которой проявляется самостоятельность ребенка».

Путь к творчеству индивидуален. Вместе с тем все учащиеся в процессе изучения математики должны ощутить ее творческий характер, познакомиться в процессе обучения математике с некоторыми умениями и навыками творческой деятельности которые им будут нужны в их дальнейшей жизни и деятельности. Для решения этой сложной задачи преподавание математики должно быть построено так, чтобы ученик чаще искал новые комбинации, преобразовывая вещи, явления, процессы действительности, искал неизвестные связи между объектами.

Прекрасным способом приобщения к творческой деятельности при обучении математике является *самостоятельная работа* во всех ее видах и проявлениях. Весьма принципиальным в этом отношении является высказывание академика П.Л. Капицы о том, что самостоятельность является одним из самых основных качеств творческой личности, так как воспитание творческих способностей в человеке основывается на развитии самостоятельного мышления.

Совместно с С. Мадраимовым мы, анализируя параметры самостоятельной деятельности учащихся и содержание понятия «творческая

деятельность», выделили следующие признаки, которые могут характеризовать самостоятельную работу творческого характера.

1. Самостоятельная работа творческого характера характеризуется тем, что в ней учащийся, опираясь на имеющиеся знания, теоретический и практический опыт, на интуицию и воображение, в результате активных действий создает нечто новое для себя.

2. Самостоятельная работа будет иметь творческий характер (особенно при изучении математики), если в ней реализуется собственный замысел учащегося, в результате чего ставятся и решаются задачи, выделяются новые нестандартные методы их решения.

3. Отличительной чертой самостоятельной работы творческого характера является то, что учащиеся при ее решении должны сами найти способ (или несколько способов) решения, уметь применять знания в новых, нестандартных ситуациях.

Самостоятельная работа творческого характера позволяет учащимся освобождаться в процессе учебной работы от готовых образцов, шаблонов, сложившихся установок, придает учебной деятельности гибкий поисковый и проблемный характер.

Перечислим некоторые практические рекомендации, предъявляемые к самостоятельной работе творческого характера.

1. Организация на уроке (вне урока) самостоятельной работы творческого характера должна соответствовать основным целям и задачам обучения.

2. Самостоятельная работа творческого характера должна сочетаться с другими видами самостоятельной работы.

3. Отличительной и главной чертой самостоятельной работы творческого характера является то, что уровень новизны, степени сложности и строгости изучаемого материала должны носить дифференцированный характер. Самостоятельная работа творческого характера может быть разной длительности по времени.

## **Исследовательская деятельность учащихся**

В процессе обучения математике в школе бывает полезно вычлениить из всего объема творческой деятельности его часть — **исследовательскую деятельность**. Это творческая деятельность, продуктом которой являются новые знания (либо новое знание о самом исследуемом объекте, либо новые знания о конкретном или специфическом методе исследования). Так как исследовательская деятельность является в то же время творческой, то она и процессуально не отличается от нее.

Эту трактовку исследовательской деятельности трудно применять к обучению, так как, с одной стороны, результат обучения для ученика (то есть субъективно) всегда является новым, объективно, напротив, таковым не является.

Учебная исследовательская деятельность по логической структуре в принципе не отличается от научной исследовательской деятельности, хотя уровни строгости доказательства в ее процессе могут быть ниже. Учебную исследовательскую деятельность даже на этапе завершения и оформления результатов исследования допустимо осуществлять на уровне правдоподобных рассуждений, заменяя ими строгие доказательные рассуждения.

Очевидно, что исследовательская деятельность присутствует при изучении всех школьных предметов, однако при обучении математике она имеет особо важное значение.

Во-первых, в связи с проникновением математических методов исследования во все области науки, техники и производства неизмеримо возросла потребность в подготовке людей, не только обладающих некоторой системой математических знаний, но и умеющих их применять, причем в неизвестной заранее ситуации. Поэтому владение элементарными исследовательскими умениями математического характера необходимо для обеспечения подготовки к творческому труду в широкой сфере деятельности.

Во-вторых, учебная деятельность учащихся, связанная с использованием

математических средств, встречается не только при изучении курса математики, но и в процессе изучения предметов естественно-научного цикла. Поэтому исследовательские умения, полученные в курсе математики, неизбежно оказывают положительное влияние на характер всей учебной деятельности школьников.

Проблемами всевозможных подходов к решению геометрических задач, обучения поиску их решения, отыскания эффективного метода решения (это все — элементы исследовательской деятельности) занимались многие математики и методисты. Но зачастую авторы увлекались слишком трудными задачами, ориентируясь на сравнительно высокий уровень исследовательской деятельности, не уделяя должного внимания разработке методики индивидуализации учебной деятельности, посильной для учеников всех возможных уровней развития, допускающей различные скорости и формы овладения этой деятельностью.

## **ТЕМА 9: ПРАКТИЧЕСКАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ**

### **Вычислительные навыки.**

### **Системы упражнений и требования к ним.**

Усиление практической направленности преподавания математики — одна из основных задач, поставленных перед системой образования реформой общеобразовательной и профессиональной школы.

Превращение науки в непосредственную производительную силу ведет к тому, что знания по предметам естественно-математического цикла становятся не только базой для овладения специальными знаниями: они выступают в качестве квалифицированного требования к рабочим многих современных профессий.

В современной школе несколько нарушилась пропорция между теорией и практикой: учащиеся недостаточно владеют навыками работы с литературой, не умеют использовать полученные знания в нестандартных новых ситуациях, не могут привести примеры математических моделей и т.д. Все это

свидетельствует об ослабленной практической направленности обучения математике, выполняющей две взаимосвязанные функции: мировоззренческую и социально-педагогическую.

**Мировоззренческая функция** реализуется в процессе изучения элементов истории возникновения математических понятий, при установлении связей математики с другими дисциплинами, в процессе составления алгоритмов и т.д.

**Социально-педагогическая функция** реализуется через решение задач профессиональной ориентации средствами математики, при осуществлении экономического воспитания, при решении задач оптимизации технологических процессов в современном производстве и т.д. Эти две функции очень тесно связаны между собой.

В школьном курсе математики особую ценность составляют задания, показывающие применение теоретических положений и выводов для практической жизни. Формирование способности и умений учащихся применять теоретические математические знания в конкретных ситуациях осуществляется в процессе целесообразного педагогического воздействия на протяжении длительного периода времени. Высокий уровень математической подготовки достигается в процессе обучения, ориентированного на широкое раскрытие связей математики с окружающим миром, в конкретных производственных процессах.

Прикладная направленность обучения математике предполагает ориентацию его содержания и методов на тесную связь с жизнью, основами других наук, на подготовку школьников к использованию математических знаний в будущей профессиональной деятельности, на широкое использование в процессе обучения современной компьютерной техники. Одним из путей осуществления прикладной направленности обучения математике являются *задачи с практическим содержанием* (прикладные задачи), раскрывающие применение математики в окружающей нас действительности (вычисление значений величин, встречающихся в практической деятельности; построение графиков, диаграмм, простейших



номограмм и т.д.). Задачи с практическим содержанием используются в процессе обучения для раскрытия многообразия применений математики в жизни.

Проблема математического образования в школе сводится не только к передаче учащимся определенной суммы знаний и навыков по предмету математики. Не менее важной задачей является реализация возможностей предмета математики в развитии личности учащихся. Важно подбирать материал, содержание которого способствует воспитанию нравственности, чувства долга, ответственности, — через раскрытие роли ученых в развитии математической науки, ознакомление с их мировоззрением и общественной деятельностью, через использование текста условия задачи и подтекстуального содержания математических задач.

Этимология математических терминов и объяснение их происхождения способствуют хорошему запоминанию, правильному произношению и усвоению этих терминов.

Включение в объяснение нового материала отдельных элементов из истории развития математики активизирует учащихся на организацию и проведение различных форм внеклассной работы: историко-математические кружки, математические вечера, защита математических проектов и др.

Математика обладает особыми возможностями для воспитания нравственных принципов. В процессе изучения математики у гуманитариев вырабатывается привычка к тому, что любая ошибка в вычислениях или неточность в рассуждениях не останется незамеченной. Математика формирует целенаправленность, системность, последовательность. Каждый ученик должен достаточно точно и объективно оценить объем своих знаний и степень вложения в работу усилий, т.е. дать самооценку, очень важную для формирования личности школьника. Задача учителя заключается, в первую очередь, в том, чтобы научить детей основам арифметики, ее теории и практики. Учитель приближает преподавание арифметики к разрешению жизненно важных вопросов и воспитывает у учащихся умения и навыки,

которые должны найти непосредственное применение в различных видах практической деятельности.

При выполнении операций над целыми и дробными числами проводятся: прикидка вычислений, проверка вычислений, вычисления на счетах, вычисления с помощью таблиц, процентные вычисления и т.д.

При работе с приближенными вычислениями детям напоминает о том, что числа, с которыми мы встречаемся в газетах, справочниках, задачниках, на упаковочных материалах, почти все являются приближенными. Используется округление, деление с остатком, нахождение среднего арифметического, приближенного частного, абсолютной и относительной погрешности.

В процессе изучения математики учащиеся должны знать единицы измерения величин, соотношения между ними и уметь выполнять действия над ними.

Для овладения системой мер следует предлагать учащимся различные упражнения, например: найти вес различных жидкостей (керосин, масло, ртуть и т.д.) по данным объемам и удельным весам.

Полезно ознакомить учащихся с действительными размерами известных им предметов, со средними скоростями пешехода, велосипедиста, автомобиля, поезда и т.д.

Вычислительные и измерительные задания формируют у учащихся навыки, необходимые в их будущей трудовой деятельности. Такая работа осуществляется на практических занятиях по математике, на вычислительных практикумах, лабораторных работах по измерению геометрических величин, в процессе проведения приближенных вычислений, в ходе измерительной работы на местности и др.

В учебном материале по математике описываются различные измерительные инструменты. Это дает возможность активизировать работу учащихся по формированию вычислительных навыков, навыков измерений и работы с единицами измерения.

**Межпредметные связи как средство формирования мировоззрения учащихся.** Проникновение математических знаний и

методов в различные учебные предметы создает благоприятные условия для формирования научного мировоззрения учащихся. Учет внутрипредметных и межпредметных связей школьного курса математики при обучении способствует систематизации и углублению знаний учащихся, формированию у них диалектико-материалистического мировоззрения, навыков и умений самостоятельной познавательной деятельности.

**Связь** — взаимообусловленное существование явлений, разделенных в пространстве и во времени.

**Внутрипредметные связи** — это взаимозависимость и взаимообусловленность математических понятий, которые разделены лишь временем их изучения. Внутрипредметные связи представляют собой объединение преемственных, рекурсивных связей и взаимосвязей между главными линиями и идеями развития науки математики.

**Межпредметные связи** способствуют пониманию школьниками целостной картины мира, диалектических взаимосвязей явлений природы. Межпредметные связи с точки зрения комплексного подхода обеспечивают единый подход учителей разных школьных дисциплин к формированию основ научного мировоззрения школьников.

Наличие межпредметных связей позволяет создать у учащихся интегративные представления о системе математических понятий и универсальных законах развития, об общих теориях и комплексных глобальных проблемах человечества. Благодаря межпредметным связям наука для учащихся представляется не только как система знаний, но и как система методов.

### **Развитие вычислительных навыков и умения решать арифметические задачи**

Задачей начального обучения математике является формирование математических понятий, выработка у учащихся вычислительных, измерительных и графических навыков, а также умений решать арифметические примеры и задачи.

Отличительным признаком навыка, как одного из видов деятельности человека, является автоматизированный характер этой деятельности, тогда как умение представляет собой сознательное действие.

Однако навык вырабатывается при участии сознания, которое первоначально направляет действие к определенной цели при помощи осмысленных способов его выполнения и контролирует его. Советский психолог С. Л. Рубинштейн пишет: «Высшие формы навыка у человека, функционирующие автоматически, вырабатываются сознательно и являются сознательными действиями, которые стали навыками; на каждом шагу — в частности при затруднениях— они вновь становятся сознательными действиями; навык, взятый в его становлении, является не только автоматическим, но и сознательным актом; единство автоматизма и сознательности заключено в какой-то мере в нем самом».

Например, воспроизведение табличных результатов умножения выполняется автоматически; на вопрос, чему равняется произведение чисел 5 и 6, ученик сразу дает ответ 30. Однако первоначально ученик сознательно вычисляет сумму шести одинаковых слагаемых, каждое из которых равно 5, а затем, выполняя упражнения и заучивая таблицу, запоминает результаты. В том случае, если ученик забудет нужный результат, он знает, как его получить: он может взять 5 слагаемым 6 раз, или умножить 5 на 3, а полученный результат умножить на 2, или 5 умножить на 5 и прибавить еще 5 и т. п.

Умение же является, как сказано выше, сознательно выполняемым действием, в котором используются такие мыслительные операции, как анализ и синтез, сравнение, аналогия, и которое опирается на приобретенные ранее знания и навыки.

«... В любую форму деятельности навыки входят необходимой составной частью; только благодаря тому, что некоторые действия закрепляются в качестве навыков и как бы спускаются в план автоматизированных актов, сознательная деятельность человека, разгружаясь от регулирования

относительно элементарных актов, может направляться на разрешение более сложных задач» (Рубенштейн С.Л.).

Пусть ученику III класса, который изучил правила порядка действий в сложных примерах, надо решить такой пример: При решении примера ученик может начать с рассмотрения данных в примере чисел и знаков действий в их последовательности. Разбирая пример, он замечает, что к 100 нельзя прибавить 75, так как сначала надо вычислить произведение 75 на 4, что он и делает, затем аналогично, отклоняя возможность прибавления 18, вычисляет произведение  $18 \cdot 5$ ; потом выполняет сложение в том порядке, как это указано в примере.

Возможно разбирать предложенный пример иначе. Можно поставить вопрос, какое действие надо выполнить последним? Учащиеся замечают, что последним по порядку действием будет не умножение 18 на 5, а действие сложения, но слагаемые неизвестны, их надо предварительно вычислить, для этого необходимо 75 умножить на 4 и 18 на 5. Тогда можно выполнять сложение. И в том и в другом случае, при решении сложного примера приходится применять опирающиеся на анализ и синтез рассуждения, основанные на знании правил порядка выполнения действий, а при вычислениях использовать приобретенные ранее навыки устных вычислений.

Как же вырабатываются навыки и умения в процессе начального обучения математике? Рассмотрим для примера, как вырабатывается навык письменного сложения в пределах 1000. В основе выработки навыка письменного сложения лежат знания, которые учащиеся приобрели при изучении нумерации и при устном сложении; а именно: любое трехзначное число можно разбить на разряды — сотни, десятки, единицы; сложение выполняется поразрядно. Расположение записей при письменном сложении и последовательность выполнения отдельных операций сообщаются детям учителем в виде показа образца решения примера, сопровождаемого объяснениями.

Учитель показывает, как надо подписывать одно число под другим поразрядно, поясняет, что удобнее начинать сложение с единиц низшего разряда, разъясняет, что при получении от сложения единиц числа, равного или большего 10, единицы (или нуль) надо подписывать под единицами, а десяток прибавлять к десяткам, аналогично поступают и при сложении десятков.

После этого ученик под контролем учителя сам решает предложенный ему пример, сопровождая решение объяснением. Далее ученику предлагаются упражнения в решении аналогичных примеров.

Упражнения тогда достигают цели — выработки навыка, когда они выполняются учеником сознательно, т. е. на основе знания приемов вычисления, вытекающих из свойств арифметических действий и при наличии осознанной цели — овладеть навыком. Необходимыми условиями выработки навыка являются повторность выполнения аналогичных действий в установленной системе и подтверждение правильности решения данного примера. Установление правильности решения примера может быть сделано повторным решением примера, или выполнением обратного действия, или путем прикидки. Допущенные ошибки следует разобрать, выяснив их причины, разъяснить ученику, если он неверно понял правило или неправильно его применял. В процессе упражнений при указанных условиях навык не только закрепляется, но и совершенствуется: вычисления производятся все более точно и быстро.

### **Различные точки зрения на упражнения. Актуальность знания требований к системе упражнений**

В методике преподавания математики существуют две различные точки зрения на упражнения. Одна из них понятие *упражнения* рассматривает как синоним понятия *задача* (В.А. Онищук, Г.И. Саранцев), и исходя из этого упражнения наделяются различными функциями: мотивационной, организации подготовки к изучению нового материала, усвоения, закрепления и повторения изученного.

Чтобы специально выделить этапы закрепления и применения знаний, выяснить особенности организации деятельности учащихся на этих этапах, рассмотрим упражнения в их традиционном смысле - как многократное выполнение сходных действий с целью овладения умениями и навыками (М.А. Данилов, Я.И. Груденов). С точки зрения теории деятельности упражнение - это та задача, для решения которой имеется ориентировочная основа. Упражнение предназначено для усвоения способа действия, отдельных операций действия, доведения действий до свернутой формы - до операции. При таком понимании упражнение - частный случай задачи, используемый при закреплении и применении.

В школьном курсе математики закреплению подлежат определения понятий, теоремы, правила, предписания по выполнению определенных действий.

При закреплении определений необходимо предусмотреть упражнения на выделение существенных свойств понятий, на их запоминание, на установление взаимосвязей между существенными свойствами, на усвоение терминологии, на установление объема понятия, на узнавание понятия, на выделение «зоны поиска» понятия, на получение следствий из имеющихся свойств понятий, раскрытие взаимосвязей с другими понятиями.

При закреплении теорем упражнения способствуют анализу формулировки и ее усвоению, запоминанию, узнаванию, уяснению области применения теоремы, получению следствий из теорем, установлению взаимосвязей с различными теоремами.

При закреплении правил, предписаний отрабатываются отдельные шаги и действие целиком, выясняется область их применения, особые случаи их использования.

Умения и навыки создаются в процессе выполнения упражнений, но не всякая их система приводит к формированию соответствующих умений и навыков.

Вопрос о системах упражнений является объектом внимания методистов,

психологов, учителей. Однако он еще не стал традиционным вопросом методики преподавания математики, таким, например, как методика решения задач, изучения понятий. Есть необходимость в специальном рассмотрении вопроса в силу следующего важного обстоятельства.

В ряде школьных учебных пособий системы упражнений страдают различными недостатками, очень часто учителю самому приходится отбирать упражнения из имеющейся системы. Учитель является главным лицом, предъявляющим систему упражнений. «Там, где начинается чуть-чуть, - заметил И.Е. Репин, - начинается искусство». Чтобы владеть этим «чуть-чуть», необходимо знать определенные закономерности. Укажем отдельные закономерности, которых полезно придерживаться при отборе и составлении системы упражнений и при их выполнении.

### **Принципы отбора и составления систем упражнений**

Рассмотрим вначале реализацию при отборе и составлении системы упражнений одного из основных педагогических принципов *-принципа систематичности*. Анализируя процесс познания, исходя из этого принципа, можно выделить следующие этапы при изучении нового материала - понятий, теорем, правил: изучение понятия, теоремы, правила как отдельно взятого факта, изолированного от ранее изученного материала, как факта самого по себе; установление связей между вновь изученным фактом и ранее изученным материалом, включение нового в различные системы изученного; систематизация накопленного материала с учетом вновь изученного факта.

Соответственно этим этапам все упражнения можно разделить на три вида: упражнения на изучение отдельных фактов изолированно от ранее изученного; упражнения, связывающий новый факт с ранее изученным, позволяющие рассматривать новый факт как элемент других систем и, наконец, упражнения на систематизацию изученного материала. Остановимся кратко на каждом виде упражнений.

Когда можно считать понятие, теорему, правило усвоенными учеником? Это возможно, если ученик понимает каждое слово в



формулировке, запоминает формулировку, узнает и применяет их в стандартных и нестандартных ситуациях, когда фактвстроен в имеющуюся систему знаний и умений.

Первый вид упражнений обеспечивает понимание и запоминание, а также узнавание и применение понятия, теоремы, правила в простейших случаях. Первый вид упражнений способствует рассмотрению объекта вне содержащей его системы. При этом объект подвергается всестороннему анализу. Эти упражнения не несут нагрузки в плане создания системы знаний. Упражнения этого вида, как правило, не требуют привлечения дополнительных сведений, кроме изученного факта. При отборе и составлении упражнений на этом этапе необходим детальный анализ формулировки определений, теорем, правил. Каждая составная их часть, каждое существенное свойство и отношения между ними находят свое отражение в упражнениях этого вида. Упражнения первого вида включают в себя отработку всех существенных сторон понятий, теорем, правил.

Второй вид упражнений предполагает связывание вновь изученного материала с ранее изученным. Происходит многократное взаимодействие различных систем знаний, развитие старых знаний под воздействием новых.

Одновременно этот вид упражнений является препятствием на пути забывания старого, что происходит достаточно интенсивно, это подтверждает график забывания информации. Отдельные авторы (Виноградова Л.В.) считают, что выходом из такого положения является включение упражнений на повторение, сходных по некоторым несущественным признакам с упражнениями на закрепление нового материала, но в существенной части отличных от них.

Такой подход важен, но не менее важно целенаправленное непрерывное повторение, непосредственно связываемое с изучением нового. Оно актуально также вследствие дефицита времени на организацию специального повторения. Непрерывное повторение позволит организовать рассредоточенное повторение материала, которое, по исследованиям

психолога А.А. Шеварева, является более эффективным, чем концентрированное. При необходимости любое содержание из изученного ранее может быть повторено при решении задач на применение вновь изученного материала.

Аналогично можно связать с системой ранее изученного любое вновь изучаемое содержание.

Третий вид упражнений - упражнения на систематизацию материала, полученного при выполнении упражнений первого и второго видов. Это могут быть упражнения на классификацию понятий, на установление генетических взаимосвязей между понятиями. Упражнениями третьего вида могут быть упражнения: на установление взаимосвязей между теоремами, например, указать взаимосвязь между теоремами.

Систематизации знаний, их гибкости способствует выполнение упражнений, направленных на выявление возможных различий в чем-то сходных ситуаций, требующих использования различных теоретических сведений. Уровни систематизации материала при этом могут быть различными: локальная - систематизация на уровне двух фактов, систематизация внутри одной темы, внутри нескольких тем, внутри всего предмета, между предметами.

Формы систематизации (уроки по обобщению и систематизации материала) описаны в методической литературе.

При отборе и выполнении системы упражнений важно соблюдение *принципа последовательности*. Этот принцип лежит в основе составления программ, написания учебников. При составлении и подборе систем упражнений он проявляется в том, что упражнения располагаются в порядке возрастания сложности: от менее сложного к более сложному, от менее трудного к более трудному, от более известного к менее известному. При этом в предлагаемых упражнениях производится вариация несущественного.

Перечисленные упражнения - это лишь представители видов, сама

система содержит несколько упражнений каждого вида. При этом следует иметь в виду, что умение выполнить действие в стандартной ситуации не обеспечивает овладение этим действием в особенных случаях. Другими словами, без наличия упражнений на различные варианты широкого переноса нельзя обеспечить обобщенного умения учащихся. Ученику, не встречавшемуся с различными вариациями упражнений, приходится совершать акт творчества, на которое способен не каждый ученик.

Согласно теории деятельности, разработанной А.Н. Леонтьевым, те особенности, которые должны быть осознаны учащимися, должны стать целью деятельности, т. е. входить в состав упражнений. Отсутствием их объясняется несформированность соответствующего обобщенного умения у учащихся. Более того, согласно исследованиям Е.Н. Кабановой-Меллер, особенности системы упражнений, ее несущественные признаки должны проговариваться учащимися. Хотя прорешивание каждого вида упражнений, согласно этой теории, необязательно.

Далее рассмотрим реализацию педагогического *принципа прочности* при составлении систем упражнений. Принцип проявляется в наличии однотипных упражнений. По данным ряда психологов, чтобы у учащихся произошло самостоятельное обобщение, в некоторых случаях необходимо более ста однотипных упражнений. У сильных учащихся такое обобщение может происходить «с места», после решения единственного упражнения.

Отсутствие простейших однотипных упражнений сказывается на результатах обучения слабых учащихся.

При подборе или составлении однотипных упражнений необходимо руководствоваться закономерностью появления неверных ассоциаций, выделенных психологом П. А. Шеваревым. Она состоит в том, что если в процессе обучения выполняются три условия: 1) учащийся выполняет задания одного типа; 2) некоторые несущественные особенности заданий неизменно повторяются; 3) учащийся может получить верный ответ и в том случае, когда не осознает эту особенность, то степень осознания этой

особенности снижается.

Благоприятствует образованию неверной ассоциации то обстоятельство, что действие ускоряется, укрупняется, контроль сознания под влиянием однотипных упражнений ослабевает, процесс девербализуется. Методистом Г.И. Саранцевым установлено, что упрочение ошибочной ассоциации, возникающей в соответствии с закономерностью П.А. Шеварева, начинается после трех однотипных упражнений.

Созданию неверных ассоциаций препятствует система упражнений, включающая контрпримеры. Я.И. Груденов называет контрпримером любую задачу, любое упражнение, которое помогает выявить, а значит, устранить неверную ассоциацию. Такое использование термина «контрпример» отличается от принятого в логике. Это, если можно так выразиться, дидактический контрпример.

В качестве подобного рода контрпримеров могут быть использованы различные взаимообратные упражнения, эффективность наличия которых показана в работах методиста П.М. Эрдниева. Еще И.П. Павлов доказал, что применение контрастных перемежающихся раздражителей вместо одного является рациональной основой обучения. Эрдниев считает, что обратная задача, упражнение должны решаться вслед за прямой, пока информация находится в активной форме, при этом особенно благоприятным моментом для вторичного включения сознания, т. е. для решения обратной задачи являются ближайшие 30-40 минут. Важным моментом в концепции П.М. Эрдниева является наличие в системе упражнений полного цикла взаимно обратных упражнений.

Создание такого цикла упражнений предполагает наличие нескольких этапов: 1) изменение форм действий на обратные при сохранении данных; 2) выполнение обратного действия с последующей проверкой с помощью прямого; 3) выполнение упражнений без всякого порядка, проверка осуществляется в отдельных случаях.

Последние три упражнения качественно отличаются от исходного. Если при выполнении однотипных упражнений ученик быстро перестает

проводить обосновывающие рассуждения, сокращает звенья рассуждений, то при выполнении обратных - наоборот. Выполнение обратных упражнений предполагает осуществление проверки каждой операции, постоянного контроля, а значит, способствует развитию самоконтроля.

Следовательно, одновременное изучение взаимообратных действий и выполнение соответствующих упражнений целесообразно. При выполнении системы упражнений важно соблюдение педагогического *принципа сознательности*.

Рассмотрим некоторые наиболее важные психологические аспекты выполнения упражнений, влияющие на сознательность усвоения изучаемого материала.

В теории поэтапного формирования умственных действий, разработанной П.Я. Гальпериным и Н.Ф. Талызиной, доказывалась необходимость выполнения действий на первичное закрепление определений, правил, теорем развернуто, т. е. без пропусков отдельных операций в материализованной и громкоречевой формах, которые должны предшествовать действиям в уме.

Чтобы помочь учащемуся сознательно усвоить материал, чтобы научить ученика, особенно не очень способного к математической деятельности, учителю необходимо представить себе то умственное действие, которому он хочет научить ученика в полном объеме, без пропусков каких-либо операций, т. к. пропуски отрицательно сказываются на сознательном восприятии умственных действий. Противоположностью полноты является свернутость действия, пропуск какой-либо умственной операции. Постепенно, с увеличением опыта, необходимость в материализованной опоре у учащихся отпадает, действие производится в громкоречевой форме, а затем и в форме внутренней речи, с ориентацией на ранее приведенную схему, но которой теперь перед глазами нет.

Согласно учению о поэтапном формировании умственных действий, контроль за их выполнением должен осуществляться со стороны учителя на

этапах материализации и громкой речи до появления самоконтроля. Понятно, что в условиях классно-урочной системы пооперационный контроль со стороны учителя за действиями каждого ученика осуществить невозможно. Но возможна показательная корректировка отдельных ответов учащихся.

### **Виды заданий в учебниках математики для начальных классов**

Умение осознанно составлять задания и выстраивать задания в систему предполагает умение правильно **опознавать** и на основе этого опознания затем строить внутреннюю структуру урока (систему заданий). Теоретически предполагается что любой педагог, закончивший специальное учебное заведение (педучилище, педвуз), умеет правильно опознавать цель задания (как дидактическую, так и математическую) в учебниках любого предмета. Однако не существует ни одного методического пособия ни к одному учебнику, которое бы имело целью сделать для учителя «прозрачной» триединую **цель** каждого задания (обучающую, развивающую, воспитывающую). Неумение же учителя правильно определить цель и роль того или иного задания превращает его в «раба» учебного пособия, когда учитель либо слепо доверяет автору учебника («идет» по учебнику подряд), не в силах что-то видоизменить в последовательности заданий, даже если очевидно, что дети его класса не готовы к такой структуре урока; либо «выдергивает» из последовательности заданий, предлагаемой автором, те, что кажутся ему наиболее привлекательными или целесообразными, полностью нарушая при этом как логику урока, так и замысел автора. Таким образом, неумение учителя осознать смысл задания и его роль на уроке лишает его возможности управлять методическим процессом на уроке.

Приведем одну из возможных классификаций учебных заданий (упражнений), разработанных для учителей начальной школы. В дидактике учебные задания классифицируют по различным основаниям.

**В зависимости от этапов обучения выделяют задания:**

- *на актуализацию знаний, умений и навыков* (задания, выполнение которых готовит детей к пониманию сути и смысла проблемной ситуации);
- *связанные с изучением нового материала* (задания, попытки выполнить которые ставят перед ребенком проблемную ситуацию или подводящие детей к осознанию недостаточности наличного уровня знаний или умений);
- *на закрепление и применение знаний и умений* (задания, выполнение которых требует от ребенка применения вновь приобретенных знаний или умений в различных практических ситуациях);
- *на повторение* (задания, выполнение которых требует от детей применения ранее приобретенных знаний или умений в *новых или вариативных* практических ситуациях).
- *контролирующие* (задания, процесс выполнения, или качество выполнения, или способ выполнения которых ребенком показывает педагогу и самому ребенку уровень и качество его достижений на данном этапе);

Употребление одного и того же задания на различных этапах обучения будет менять его тип.

**В зависимости от характера познавательной деятельности ребенка задания подразделяются на:**

- *репродуктивные* (требующие *воспроизведения* выученных ранее знаний или способов действий);
- *тренировочные* (требующие от ребенка либо *подражания* данному педагогом *образцу*, стремясь при этом достичь наибольшего сходства с ним, либо самостоятельного применения ранее приобретенных знаний, умений и навыков в условиях, аналогичных тем, в которых они формировались
- *частично-поисковые* (требующие от ребенка либо применения

ранее приобретенных знаний, умений и навыков в условиях, в большей или меньшей степени отличающихся от тех, которые имели место при их формировании либо частичной самостоятельности в выборе способа действия, либо переноса известного способа действия в другие условия и применения его на другом родственном содержании);

- *творческие* (требующие от ребенка поисковой активности при выполнении нового, непривычного вида задания, либо самостоятельного выбора и применения нужного способа действия из имеющихся в наличии на непривычном содержании, либо «изобретения» нового способа действия или видоизменения старого для выполнения новых функций)

Данная классификация позволяет определить дидактическую цель задания. Дидактические цели заданий являются едиными для любого года обучения и любого учебного предмета. Методическую цель задания определяет главным образом его математическое содержание. Это содержание зависит от программы обучения в соответствующем классе.

## **ТЕМА 10: ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

Термин *дифференциация* (от лат. *differentia* — различие) означает расчленение, разделение целого на различные формы и ступени.

Дифференцированным считается учебно-воспитательный процесс, для которого характерен учет типичных индивидуальных различий учащихся.

Выделяют два основных вида дифференциации обучения школьников:

### **1. Внешняя дифференциация (дифференцированное обучение).**

Предполагает создание особых типов школ и классов, в которые зачисляются учащиеся с определенными индивидуальными особенностями.

Школы особого типа ориентированы на учащихся:

- имеющих определенные способности, проявляющих интерес к какому-либо циклу предметов, с высоким уровнем обучаемости и т.д.



(гимназии, лицеи, школы с углубленным изучением отдельных предметов);

- с отклонениями в физическом или интеллектуальном развитии (коррекционные школы разных типов). Внешняя дифференциация проявляется и в создании особых классов. В средней школе обычно организуются профильные классы с учетом проектируемой профессии, интересов, склонностей учащихся и др. В начальной школе создаются классы для детей с трудностями в обучении, например классы компенсирующего обучения (ККО), классы коррекционно-развивающего обучения (КРО).

Таким образом, внешняя дифференциация бывает профильная и уровневая. Профильная дифференциация означает создание профиля обучения, уровневая — учет уровня развития учащихся.

## **2. Внутренняя дифференциация (дифференциация учебной работы).**

Предполагает организацию работы внутри класса соответственно группам учащихся, отличающихся одними и теми же более или менее устойчивыми индивидуальными особенностями.

Организация учителем внутриклассной дифференциации включает несколько этапов:

1. Определение критериев, в соответствии с которыми создаются группы учащихся для дифференцированной работы.

2. Проведение диагностики на основе выбранных критериев.

3. Распределение учащихся по группам с учетом результатов диагностики.

4. Определение способов дифференциации, разработка дифференцированных заданий для выделенных групп учащихся.

5. Реализация дифференцированного подхода к учащимся на различных этапах урока.

6. Диагностический контроль за результатами работы учащихся, в соответствии с которым могут изменяться состав группы и характер

дифференцированных заданий.

Рассмотрим каждый этап внутриклассной- дифференциации.

Определение критериев дифференциации

Большинство школьных классов являются разноуровневыми, поскольку дети не отбираются в них специально по какому-либо критерию. Учителя обычно выделяют в таких классах группы, называя их «сильные», «средние» и «слабые» ученики. При этом одни педагоги считают главным критерием деления на группы успеваемость школьников, другие — способности учащихся.

Основные критерии деления учеников на группы, которые целесообразно использовать в начальных классах.

### **1. Готовность к обучению.**

Этот критерий используется для деления на группы детей, только поступивших в школу. Важно учитывать как предметную готовность, т.е. наличие определенных знаний и умений (например, умение ребенка читать), так и психологическую готовность.

### **2. Обученность.**

Обученность включает «как наличный, имеющийся к сегодняшнему дню запас знаний, так и сложившиеся способы и приемы их приобретения (умение учиться). Все это вместе взятое составляет то, чему ребенка обучили» 2.

Умение учиться связано с уровнем сформированности различных компонентов учебной деятельности.

Для изучения состояния знаний учителю важно определить, чего именно в знаниях ученика не хватает, какого уровня усвоения знаний он достиг, каковы качества знаний.

В практической деятельности удобно ориентироваться на следующие уровни усвоения знаний:

нулевой уровень — узнавание;

первый уровень — репродукция (воспроизведение) знаний;

второй уровень — применение знаний в знакомой ситуации;

третий уровень — применение знаний в измененной и новой ситуации.

Важно также учитывать, какого этапа развития навыка или умения достиг ученик.

Выделяют четыре этапа развития навыка:

1. Ознакомительный (ориентировочный) этап — ознакомление с приемами выполнения действия, общее осмысливание действий и их представление, т.е. общая ориентация в задании.

2. Аналитический (подготовительный) этап — овладение отдельными элементами действия, анализ способов их выполнения. Для этого этапа характерно сознательное, но неумелое выполнение действия.

3. Синтетический (стандартизирующий) этап — сочетание и объединение отдельных элементов в единое целое, автоматизация элементов действия.

Варьирующий (ситуативный) этап — овладение произвольным регулированием характера действия. Достигаются гибкое, целесообразное выполнение действия, пластическая приспособляемость действия к ситуации.

### **3. Обучаемость.**

Обучаемость — это восприимчивость школьника к обучению, т.е. «восприимчивость к усвоению новых знаний и новых способов их добывания, а также готовность к переходу на новые уровни умственного развития»

Уровень обучаемости определяется степенью сформированности различных качеств ума, от которых зависит продуктивность учебной деятельности. К таким качествам относятся глубина, гибкость, осознанность, самостоятельность ума, обобщенность и экономичность мыслительной деятельности.

Показателями обучаемости также являются:

- активность ориентировки в новых условиях;
- самостоятельное обращение к более трудным заданиям;
- настойчивость в достижении учебной цели;
- умение работать в ситуациях помех, препятствий;
- восприимчивость к помощи другого человека;
- способность к самообучению;
- работоспособность, выносливость и др.

«Для высокого уровня обучаемости характерны: умение действовать в уме, осуществлять ориентировку и перенос, открытость к помощи, способность к самостоятельной постановке целей обучения. Для низкой обучаемости характерны: слабая откликаемость на помощь, но в то же время потребность в большем ее количестве, отсутствие инициативы и самостоятельности».

Кроме общей, выделяют специальную обучаемость.

Соотношение обученности и обучаемости бывает разным. Как правило, высокая обученность является результатом высокого уровня обучаемости и наоборот. Но у педагогически запущенных детей обученность может быть низкой, а обучаемость достаточно высокой.

Кроме основных критериев дифференциации — готовности к обучению, обученности и обучаемости, могут использоваться и другие, например отношение к учению, познавательные интересы, мотивы учения, познавательные способности и др. Но все они взаимосвязаны с тремя основными критериями и являются частными по отношению к ним.

Далее приводятся примеры дифференцированных заданий, рассчитанных на три группы учащихся:

первая группа — с низким уровнем обучаемости;

вторая группа — со средним уровнем обучаемости;

третья группа — с высоким уровнем обучаемости.

Учитель в своей практической деятельности выбирает критерии дифференциации в зависимости от особенностей класса, целей, задач и

содержания конкретного урока и других факторов.

### **Способы дифференциации учебной работы школьников**

Дифференциация осуществляется чаще всего при закреплении и повторении ранее изученного материала, поскольку имеется возможность организовать самостоятельную работу учащихся. Поэтому подробнее рассмотрим те способы дифференциации, которые используются на уроке на этапе закрепления.

Способы дифференциации предполагают:

- дифференциацию содержания учебных заданий:
  - по уровню творчества;
  - по уровню трудности;
  - по объему;
- использование разных способов организации деятельности детей, при этом содержание заданий является единым, а работа дифференцируется:
  - по степени самостоятельности учащихся;
  - по степени и характеру помощи учащимся;
  - по характеру учебных действий.

Способы дифференциации могут сочетаться друг с другом, а задания предлагаться ученикам на выбор.

## **ТЕМА 11: ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

Понятие «технология» и еще более «технология обучения» пока не являются общепринятыми в традиционной педагогике, в то же время их нельзя считать новыми применительно к процессу обучения. Для традиционного процесса обучения всегда существовала и существует своя технология обучения, характерная для тех методов и средств, которыми учитель пользуется при организации учебного процесса. Технология обучения, с одной стороны, воспринимается как совокупность методов и средств обработки, представления, измерения и предъявления учебной информации, а с другой стороны, как наука

о способах воздействия учителя на учащегося в процессе обучения с использованием необходимых технических или информационных средств.

Среди существующих определений термина «технология обучения» интересен первоначальный вариант, связывающий это понятие с применением технических средств обучения и методов программированного обучения. Компьютеризация общества, а также развитие средств коммуникации существенно расширили и изменили понятие термина «технология обучения» в сторону системного анализа и проектирования процесса обучения.

**Технология** — это определенная последовательность процедур для достижения тех или иных целей.

**Технология обучения** — это способ реализации содержания обучения (предусмотренного учебными программами), представляющий систему форм, методов и средств обучения, обеспечивающую наиболее эффективное достижение поставленных целей.

**Содержание обучения** рассматривается как состав, структура учебной информации, предъявляемой школьникам с целью овладения ими этого объема учебного материала.

**Формы обучения**, или виды учебных занятий, — это устойчивые способы организации учебной деятельности школьников, направленные на овладение школьниками знаниями, умениями и навыками, на воспитание и развитие их в процессе обучения.

**Методы обучения** — это взаимосвязанные способы деятельности учителя и учащегося, направленные на овладение учащимися знаниями, умениями, навыками, на воспитание и развитие их в процессе обучения.

Классификация технологий обучения осуществляется по разным аспектам, единого взгляда на проблему классификации технологий обучения в современной педагогической и научно-методической литературе не существует. Выделяют следующие классификации:

*По направленности действия технологии обучения:* учеников, студентов, учителей, преподавателей, работников отрасли, государственных деятелей;

**По целям обучения:** в процессе обучения может быть использовано несколько целей обучения;

**По предметной среде, для которой разрабатывается эта технология,** для дисциплин: гуманитарных, естественных; технических, общепрофессиональных, специальных (конкретные наименования);

**По технической среде:** аудиовизуальная, видеотехническая, компьютерная, видеокомпьютерная, масс-медиа и др;

**По организации учебного процесса:** индивидуальная, коллективная, смешанная;

**По методической задаче:** технология одного предмета, технология одного средства, технология одного метода.

### **Информационные технологии обучения**

**Информационная технология обучения** — это педагогическая технология, использующая специальные способы, программные и технические средства (аудио- и видеосредства, компьютеры, телекоммуникационные сети) для работы с информацией.

В настоящее время во многих учебных заведениях разрабатываются и используются как отдельные программные продукты учебного назначения, так и автоматизированные обучающие системы по различным учебным дисциплинам, которые включают комплекс учебно-методических материалов (демонстрационных, теоретических, практических, контролирующих), а также компьютерные программы, управляющие процессом обучения.

К программным продуктам учебного назначения относятся электронные варианты следующих учебно-методических материалов:

- компьютерные презентации иллюстрационного характера;
- электронные словари-справочники и учебники;
- лабораторные практикумы с возможностью моделирования реальных процессов;
- программы-тренажеры;
- тестовые системы.

В сфере обучения, особенно с появлением операционной системы Windows, открылись новые возможности. Прежде всего, это доступность диалогового общения в так называемых интерактивных программах. Стало осуществимым широкое использование графики (рисунков, схем, диаграмм, чертежей, карт, фотографий). Применение графических иллюстраций в учебных компьютерных системах позволяет на новом уровне передавать информацию обучаемому и улучшить ее понимание. Учебные программные продукты, использующие графику, способствуют развитию таких важных качеств, как интуиция, образное мышление.

В современном обучении активно используются **технологии мультимедиа** (от англ. *multimedia* — многокомпонентная среда), которая позволяет использовать текст, графику, видео- и мультипликацию в интерактивном режиме, что расширяет области применения компьютера в учебном процессе.

**Гипертекст** (от англ. *hypertext*—сверхтекст), или гипертекстовая система, — это совокупность разнообразной информации, которая может располагаться не только в разных файлах, но и на разных компьютерах.

Основная черта гипертекста — это возможность переходов по так называемым гиперссылкам, которые представлены либо в виде специально оформленного текста, либо определенного графического изображения. Современную гипертекстовую обучающую систему отличает удобная среда обучения, в которой легко находить нужную информацию, возвращаться к уже пройденному материалу и т.п. Использование динамического, т.е. изменяющегося, гипертекста позволяет провести диагностику обучаемого, а затем автоматически выбрать один из возможных уровней изучения одной и той же темы. Гипертекстовые обучающие системы представляют информацию так, что и сам обучаемый, следуя графическим или текстовым ссылкам, может использовать различные схемы работы с материалом. Все это создает условия для реализации в таких курсах дифференцированного подхода к обучению.

Использование в электронных изданиях различных информационных



технологий дает весомые дидактические преимущества электронной книге по сравнению с традиционной: в технологии мультимедиа создается обучающая среда с ярким и наглядным представлением информации, что особенно привлекательно для школьников; осуществляется интеграция значительных объемов информации на едином носителе; гипертекстовая технология, благодаря применению гиперссылок, упрощает навигацию и предоставляет возможность выбора индивидуальной схемы изучения материала; технология ИОС на основе моделирования процесса обучения позволяет дополнить учебник тестами, отслеживать и направлять траекторию изучения материала, осуществляя, таким образом, обратную связь.

Новый импульс информатизации образования дает развитие информационных телекоммуникационных сетей. Глобальная сеть *Internet* обеспечивает доступ к гигантским объемам информации, хранящимся в различных уголках нашей планеты. Многие эксперты рассматривают технологии Internet как революционный прорыв, превосходящий по своей значимости появление персонального компьютера.

К числу базовых обычно относят следующие технологии Internet:

WWW (от англ. *World Wide Web* — всемирная паутина) — технология работы в сети с гипертекстами;

FTP (от англ. *File Transfer Protocol* — протокол передачи файлов) — технология передачи по сети файлов произвольного формата;

IRC (от англ. *Internet Relay Chat* — поочередный разговор в сети) — технология ведения переговоров в реальном масштабе времени, дающая возможность разговаривать с другими людьми по сети в режиме прямого диалога;

*E-mail, электронная почта* — целая серия услуг:

1) отправка и прием электронных писем, которые доставляются абонентам электронной почты в любую точку земного шара в течение нескольких часов;

2) информационное обслуживание по пересылке абонентам сети

обзоров, сводок и иных справочных материалов от различных фирм и организаций;

телеконференции — технология получения и отсылки материалов дискуссий, в которых могут принимать участие люди, разделенные большими расстояниями.

Специфика технологий Internet заключается в том, что они предоставляют громадные возможности выбора источников информации: базовая информация на серверах сети; оперативная информация, пересылаемая по электронной почте; разнообразные базы данных ведущих библиотек, научных и учебных центров, музеев; информация о гибких дисках, компакт-дисках, видео- и аудиокассетах, книгах и журналах, распространяемых через Internet-магазины.

Средства телекоммуникации, включающие электронную почту, глобальную, региональные и локальные сети связи и обмена данными, могут предоставить в целях обучения широчайшие возможности: оперативную передачу на разные расстояния информации любого объема и вида; интерактивность и оперативную обратную связь; доступ к различным источникам информации; организацию совместных телекоммуникационных проектов; запрос информации по любому интересующему вопросу через систему электронных конференций.

Конкретные программные и технические средства, относящиеся к перечисленным выше информационным технологиям, активно разрабатываются (зачастую параллельно) и используются в различных учебных заведениях.

**Основными педагогическими целями использования информационных технологий обучения являются:**

— Развитие личности обучаемого, подготовка к самостоятельной продуктивной деятельности в условиях информационного общества.

— Развитие алгоритмического мышления благодаря особенностям общения с компьютером.

—Развитие коммуникативных способностей на основе выполнения совместных проектов.

—Развитие творческого мышления за счет уменьшения доли репродуктивной деятельности.

—Формирование умений принятия оптимальных решений в сложной ситуации.

—Развитие навыков исследовательской деятельности.

—Формирование информационной культуры, умений осуществлять обработку информации (при использовании текстовых, графических и табличных редакторов, локальных и сетевых баз данных).

Сущность компьютера — в его универсальности, в способности к имитации. Его многоликость и многофункциональность — залог того, что он может удовлетворить множество потребностей. Но при всех своих возможностях компьютер остается средством повышения эффективности человеческой деятельности. Как информационное средство он предназначен для информационного обслуживания потребностей человека. В том, как сделать это обслуживание наиболее продуктивным именно для учебно-педагогического процесса, и состоит главный вопрос всей многоплановой проблемы совершенствования образования на базе информационных технологий. Успешное его решение будет способствовать повышению качества и степени доступности образования всех уровней - от школы до систем подготовки и переквалификации специалистов, интеграции национальной системы образования в научную, производственную, социальную и культурную информационную инфраструктуру мирового сообщества.

### **Технология дистанционного обучения**

В последние годы в разных странах обратили внимание на возможности использования компьютерных телекоммуникационных технологий для организации обучения. Компьютерные телекоммуникации обеспечивают эффективную обратную связь, которая предусматривает как организацию учебного материала, так и общение (через электронную почту,

телеконференцию) с преподавателем, ведущим определенный курс. Такое обучение на расстоянии получило название **дистанционного обучения** (от англ. *distance education* — обучение на расстоянии).

Понятие дистанционное обучение еще недостаточно нам знакомо, часто его просто воспринимают как синоним заочного обучения. В чем же особенности дистанционного обучения и чем оно отличается от других форм образования?

Основное отличие — это самые современные на сегодняшний день методы обучения: и с позиций методологии с применением новаций в области педагогики и психологии, и с точки зрения использования новых информационных технологий и систем мультимедиа как необходимого условия самого учебного процесса. Дистанционное обучение получает все более широкое распространение, поскольку способствует удовлетворению образовательных потребностей общества. Оно не снижает качества обучения, которое соответствует государственным образовательным стандартам; дает возможность получить образование в самые короткие сроки; эффективно действует на любом расстоянии от учебного центра.

Идея создания такой формы обучения родилась давно — еще задолго до начала информационного бума, вызванного широким

распространением компьютерных технологий. В 1963 г. у англичанина Гарольда Вильсона появилась мысль создать «эфирный университет», который с помощью телевидения и радио объединил бы существующие учебные заведения и осуществлял бы таким образом «доставку» преподавателя на дом.

Основа дистанционного обучения — самостоятельная работа учащегося со всеми специально подобранными по теме его курса учебными материалами: литературой, записями на аудио- и видеокассетах, компьютерными программами. Значительную роль в образовательном процессе играет преподаватель-консультант. К началу занятий учащийся получает кейс со всеми необходимыми материалами: методической литературой, учебными

пособиями, а также аудио- и видеокассетами.

Характеристики дистанционного образования:

—уникальная доступность, наибольший выигрыш дает дистанционное образование в удаленных от центральных районов городах;

—модульное построение курсов, каждый может выбрать себе курсы по потребности;

—низкие относительные затраты на обучение, что связано с малой потребностью в аудиториях и преподавателях;

—высокая мобильность;

—максимальная экономия свободного времени обучаемого.

### **Технология развивающего обучения**

В последнее время все большее внимание педагогической общественности привлекают идеи развивающего обучения. Еще в начале 30-х гг. XX в. выдающийся русский психолог — гуманист Л.С. Выготский обосновал возможность и целесообразность обучения, ориентированного на развитие ребенка как на свою непосредственную основную цель. Развитие ребенка он ставил во главу угла.

Одна из первых попыток практически реализовать идеи развивающегося обучения была предпринята Л. В. Занковым, который в 50 - 60-е гг. XX в. разработал новую систему начального обучения. Наиболее полно и последовательно идеи Л.С. Выготского были развиты в рамках психологической теории деятельности (А.Н. Леонтьев, П.Я. Гальперин, и др.), которая выдвинула на первый план становление ребенка как субъекта разнообразных видов и форм человеческой деятельности. Этот подход был сформулирован в начале 60-х гг. XX в. Д.Б. Элькониным, который анализировал учебную деятельность школьников и рассматривал ее сущность не в усвоении тех или иных знаний, а в самоизменении ребенком самого себя как субъекта этой учебной деятельности. Этим и был заложен фундамент **концепции развивающегося обучения**, в которой ребенок рассматривается не как *объект* обучающих воздействий учителя, а как самоизменяющийся

*субъект* учения, как *учащийся*. Быть таким субъектом — значит иметь потребность в самоизменении и быть способным удовлетворить ее посредством учения.

Традиционная педагогика, опирающаяся на известный дидактический принцип «от частного — к общему, от конкретного — к абстрактному», категорически отрицает эту возможность. Авторы концепции развивающего обучения теоретически обосновали и практически продемонстрировали возможность раскрытия общих принципов построения тех или иных действий уже на самых начальных этапах обучения. Так, например, прежде чем осваивать частные способы сложения, вычитания, умножения и деления однозначных, а затем многозначных чисел, школьники вместе с учителем анализируют понятие числа как отношения величин, опираясь на которое, он получает возможность осознанно конструировать способы действий с самыми разными числами (целыми и дробными, положительными и отрицательными). Таким образом, в качестве важнейшего условия достижения конечной цели развивающего обучения его авторы рассматривают кардинальное изменение его содержания, основ системы научных понятий.

**Функция методов** развивающего обучения состоит в том, чтобы организовать и поддерживать учебную активность учащихся, обеспечивающую достижение целей развивающего обучения. Организация такой активности предполагает, что ученики четко выделяют и зафиксируют предложенный для усвоения способ действия; в той или иной степени поймут его смысл и строение; сумеют более или менее точно воспроизвести его при выполнении соответствующих упражнений. На обеспечение этих трех важнейших условий успешности воспроизводящей активности учащихся и должны быть направлены усилия учителя в процессе обучения. Учителю предстоит **продемонстрировать** образец предлагаемого для усвоения способа решения, по возможности доходчиво **объяснить** его и **обеспечить** надежный **контроль** за правильностью его применения при решении тренировочных задач.

Развивающее обучение — это целостная педагогическая система,

альтернативная традиционной системе школьного обучения, основные характеристики которой (содержание, методы, тип учебной активности учащихся, форма организации учебного процесса и др.) взаимосвязаны и в конечном счете обусловлены целями развивающего обучения.

## **ТЕМА 12: КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ И НАВЫКОВ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ**

**Контроль** – это выявление и сравнение (на определенном этапе обучения) результата учебной деятельности с требованиями, которые задаются к этому результату программой (контроль ЗУН ученика предусматривает оценку этих ЗУН только по результатам его личной учебной деятельности). Контроль является частью процесса обучения.

**Составные компоненты** контроля: проверка знаний; оценивание (как процесс) и выставление отметки (результат оценивания).

Выделяют **3 типа контроля** (в зависимости от того, кто его оценивает):

- 1) Внешний (осуществляет учитель).
- 2) Взаимный (осуществляют учащиеся).
- 3) Самоконтроль (осуществляет сам ученик).

Основная **цель** контроля и оценки знаний – это определенные качества усвоения учащимися учебного материала, уровня овладения ими ЗУН, предусмотренными учебной программой.

Будучи составной частью процесса обучения, контроль имеет образовательное, воспитательное и развивающее значение; т.к. проверочные задания аналогичны обучающим, сохраняются и функции обучения.

**Задачей** контроля также является определение меры ответственности каждого ученика за результаты своей учебы, уровня добывать знания самостоятельно.

**Функции** контроля и проверки ЗУН по математике.

1) Контролирующая и диагностическая функция (выявление и диагностика результатов обучения).

2) Образовательная (обучающая) функция (повышение качества знаний, их систематизация, формирование приемов учебной работы).

3) Стимулирующая (развивающая) (стимулирование и условия для познавательной активности школьников).

4) Воспитывающая (воспитание у каждого школьника чувства ответственности за результат учебы, формирование познавательной мотивации).

5) Прогностическая (управление процессом усвоения знаний, умений и его коррекция).

### **Педагогические требования к контролю знаний учащихся.**

Контроль знаний должен быть:

- Мотивационным.
- Систематическим и регулярным.
- Разнообразным по формам (индивидуальный, групповой, фронтальный).
- Всесторонним и объективным на основе дифференцированного подхода.
- Базируется на единстве требований учителей.

**Методы контроля** – способы, с помощью которых определяются результативность учебно-познавательной деятельности учителя и учащихся.

#### **Методы контроля:**

Устные (опрос, устная контрольная вопроса).

Письменные (математический диктант, контрольная и самостоятельная работы, тематический реферат, либо сообщение).

Практические (практическая и лабораторная работы, экспериментальные задания).

Зачеты (таблица сложения, вычитания, умножения, деления).



### **Виды контроля:**

- Предварительный.
- Текущий (различные формы устного опроса, проверка домашнего задания, тетрадей, проверка с помощью перфокарт, тесты).
- Итоговый
- тематический (тематические контрольные работы, тематический срез знаний).

### **Формы контроля.**

В соответствии с формами обучения выделяют формы контроля:

- Фронтальный
- Групповой
- Индивидуальный
- Комбинированный
- Самоконтроль

**Средства контроля.** Средства контроля – это задания, которые предлагается ученикам, могут быть задания – тесты. Тесты делят на 2 вида:

1. На припоминание или дополнения.
2. Избирательные тесты.

Альтернативный тест – задания, при выполнении которого из двух предложенных ответов выбирает один.

Различают **оценку** – процесс оценивания осуществляется человеком и **отметку** – это внешнее выражение оценки. Существует погрешность, которые делятся на ошибки и недочеты.

**Нормы оценки знаний, умений и навыков учащихся по математике.**

*1. Оценка письменных контрольных работ обучающихся по математике.*

**Ответ оценивается отметкой «5», если:**

- работа выполнена полностью;

- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

**Отметка «4» ставится в следующих случаях:**

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

**Отметка «3» ставится, если:**

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

**Отметка «2» ставится, если:**

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

**Отметка «1» ставится, если:**

- работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Учитель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

***2. Оценка устных ответов обучающихся по математике***

**Ответ оценивается отметкой «5», если ученик:**

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов учителя;
- возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил после замечания учителя.

**Ответ оценивается отметкой «4», если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:**

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившее математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания учителя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания учителя.

**Отметка «3» ставится в следующих случаях:**

- неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание

вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для усвоения программного материала (определены «Требованиями к математической подготовке учащихся» в настоящей программе по математике);

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;

- ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

- при достаточном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

**Отметка «2» ставится в следующих случаях:**

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

**Отметка «1» ставится, если:**

- ученик обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изученному материалу.

### ***3. Общая классификация ошибок.***

При оценке знаний, умений и навыков учащихся следует учитывать все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

#### **3.1. Грубыми** считаются ошибки:

- незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;

- незнание наименований единиц измерения;

- неумение выделить в ответе главное;

- неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;

- неумение делать выводы и обобщения;

- неумение читать и строить графики;

- неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками;

- потеря корня или сохранение постороннего корня;

- отбрасывание без объяснений одного из них;

- равнозначные им ошибки;

- вычислит. ошибки, если они не являются опиской;

- логические ошибки.

3.2. К **негрубым** ошибкам следует отнести:

- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;

- неточность графика;

- нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);

- нерациональные методы работы со справочной и другой литературой;

- неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

3.3. **Недочетами** являются:

- нерациональные приемы вычислений и преобразований;

- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Акимова М.К., Козлова В.Т. Индивидуальность учащихся и индивидуальный подход. — М.: Знание, 1992. — 103 с.
2. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах / Под ред. М.И.Моро, А.М. Пышкало. — М.: Педагогика, 1977. — С. 76.
3. Артемов А.Е. Формирование обобщенных умений решать задачи. — Начальная школа, № 1, 1992.
4. Бантова М.А. Ошибки учащихся в вычислениях и их предупреждение // Начальная школа. — 1982. — № 8.
5. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе. — М.: Владос, 2005. — 455 с.
6. Брызгалова СИ. Проблемное обучение в начальной школе. — Калининград, 1998.
7. Воронцова-Горошевская Г.А. Для проверки вычислительных навыков // Начальная школа. — 1993. — № 10.
8. Вьюнкова Ю.Н. Педагогическая техника учителя, работающего по системе Л.В. Занкова // Начальная школа. — 1996. — № 9.
9. Гальперин П.Я. Метод, факты и теория в психологии формирования умственных действий и понятий. — М., 1996. — 246 с.
10. Гусева В.И., Заварзина Л.Ф. Формирование вычислительных навыков // Начальная школа. 1992. — № 7.
11. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения. — М.: Знание, 1986.
12. Загорский А.Н. Как упростить вычислительную работу на уроках математики // Начальная школа — 1992. — № 5
13. Занков Л.В. Избранные педагогические труды. — М.: Педагогика, 1990.
14. Истомина Н.Б. Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах. — М.: Институт практической психологии, 1996.
15. Кабанова-Миллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. — М., 1986.
16. Касярум Е.И., Поздняков И.И., Позднякова ИМ. Решение задач различными способами как средство развития учащихся//Начальная школа. — 1992. — № 3.
17. Крутецкий ВЛ. Психология математических способностей. — М., 1968.
18. Куничкова О.П., Уланова Н.Н. Формирование вычислительных навыков в процессе игры // Начальная школа. — 1987. — № 2.

19. Лошкарев К.А. Формирование общеучебных умений и навыков школьников как составная часть целостного учебно-воспитательного процесса. — М., 1990.
20. Лысенкова С.Н. Методом опережающего обучения. М., 1988.
21. Никулина А.Л. Формирование вычислительных умений и навыков // Начальная школа. — 1998. — № 11.
22. Перькова О.И., Сазонова Л.И. Один из приемов организации работы по формированию навыков // Начальная школа. — 1992. — № 4.
23. Петерсон Л.Г. Программа по математике для трехлетней и четырехлетней начальной школы // Начальная школа. — 1996. — № 11.
24. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. — М, 1966. — С. 36.
25. Рудакова Е.А., Царева СЕ. Разбор задачи с использованием графических схем // «Начальная школа» — 1992. — № 11-12.
26. Русанов В.Н. Задачи, связанные с квадратом// Начальная школа. — 1990. — № 6. — С. 40-43.
27. Смолеусова Т.В. Обучение студентов приему переформулировки задачи в курсе математики // Начальная школа. — 1990. — № 5.
28. Стойлова А.П. Математика. — М.: Академия, 2000
29. Темербекова А.А. Методика преподавания математики. — М.: Владос, 2003. — 176 с.
30. Фоменко М.В., Хаустова Н.Н. Дифференциация в обучении математике // Начальная школа. — 1999. — № 2.
31. Формирование учебной деятельности школьников. / под ред. В.В. Давыдова, А.Л. Марковой. — М.: Педагогика, 1992.
32. Фридман А.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. — М.: Педагогика, 1977. — 207 с.
33. Чернова Л.И. Постановка учебной задачи на уроках математики // Начальная школа. — 1990. — № 2.
34. Шихалиев Х.-А. Ш. Больше внимания учебным вычислениям на уроках математики // Начальная школа. — 1991. — № 8. — С. 34-36.
35. Эльконин Д.Б. Психология обучения младшего школьника. — М.: Педагогика, 1974. — 234 с.
36. Эрдниев П.М. Обучение математике в начальных классах. — М.: Столетие, 1995.

*Учебное издание*  
**Сабирова Эльвира Гильфановна**  
МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ЧАСТЬ I

Дизайн обложки  
***М.А. Ахметов***

Подписано в печать 15.12.2015.  
Бумага офсетная. Печать цифровая.  
Формат 60x84 1/16. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. .  
Тираж экз. Заказ

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в типографии Издательства Казанского университета

420008, г. Казань, ул. Профессора Нужи́на, 1/37  
тел. (843) 233-73-59, 233-73-28