

**КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ, ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ**  
*Кафедра экономико-математического моделирования*

**В.Л. Воронцова, Л.Н. Зайнуллина**

Методические указания  
по дисциплине «**Математика**»  
для проведения практических занятий  
со студентами, обучающимися по направлению  
38.03.02 «**Менеджмент**»

**Казань – 2016**

УДК 517,519.2  
ББК Б(В)

*Принято на заседании кафедры экономико-математического моделирования  
Протокол № 5 от 21 января 2016 года*

**Рецензенты:**

кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры ЭММ КФУ **А.Г. Багаутдинова;**  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики Института транспортных сооружений  
**КГАСУ Горская Т.Ю.**

**Воронцова В.Л., Зайнуллина Л.Н.**  
**Методические указания по дисциплине «Математика» для**  
**проведения практических занятий со студентами, обучающимися**  
**по направлению 38.03.02 «Менеджмент» / В.Л.Воронцова,**  
**Л.Н.Зайнуллина. – Казань: Казан. ун-т, 2016. – 33 с.**

Данная методическая разработка способствует системному изучению дисциплины «Математика» студентами 1 курса, обучающимися по направлению «Менеджмент» и включает: вопросы для обсуждения, практические задания, контрольные вопросы, задания для самостоятельного изучения, список литературы.

Контрольные вопросы и задания предназначены для проверки качества усвоения лекционного материала. Задания обозначены в соответствии с номером в списке литературы. Ответы на контрольные вопросы и задания готовятся студентами самостоятельно и проверяются преподавателем на практических занятиях.

© **Воронцова В.Л., Зайнуллина Л.Н. 2016**  
© **Казанский университет, 2016**

## СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Элементы аналитической геометрии на прямой и плоскости	4
Тема 2. Предел последовательности	5
Тема 3. Предел и непрерывность функции	7
Тема 4. Производная и дифференциал	9
Тема 5. Применение дифференциального исчисления для исследования функции	10
Тема 6. Функции многих переменных	12
Тема 7. Экстремумы функций многих переменных	14
Тема 8. Неопределенный интеграл.	15
Тема 9. Методы интегрирования	17
Тема 10. Определенный интеграл. Несобственный интеграл	18
Тема 11. Определители	20
Тема 12. Матрицы. Обратная матрица	21
Тема 13. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана- Гаусса. Неотрицательные решения систем линейных уравнений	22
Тема 14. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	25
Тема 15. Повторные независимые испытания	27
Тема 16. Дискретные и непрерывные случайные величины и их числовые характеристики	28
Тема 17. Основные законы распределения случайной величины	30

## Тема 1. Прямая линия на плоскости (2 часа)

### *Вопросы для обсуждения*

1. Метод координат. Формулы расстояния между двумя точками. Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении.
2. Линии на плоскости. Уравнение линии как геометрического места точек.
3. Прямая линия на плоскости. Виды уравнения прямой. Взаимное расположения прямых. Формула расстояния от точки до прямой.

### *Практические задания*

[2]: с.29, №№ 1-7, с.54 №№1-14; [3]: с.6-14, №№1.1-1.6, №№1.14-1.17, №№1.23-1.34, №№1.43-1.60.

### *Контрольные вопросы*

1. В чем состоит метод координат на плоскости?
2. Какие виды уравнения прямой на плоскости Вы знаете?
3. Каким условиям должны удовлетворять коэффициенты общего уравнения прямой? Как перейти от общего уравнения прямой к уравнению прямой с угловым коэффициентом, к уравнению прямой «в отрезках»?
4. Как вычисляется угол между двумя прямыми?
5. Каковы условия параллельности и перпендикулярности прямых?
6. Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости?

### *Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Вычисление площади треугольника методом координат.
2. Свойства биссектрисы угла. Уравнение биссектрисы.

### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с.29 №№ 1-7, с.54 №№1-14; [3]: с.7-11, №№1.7-1.12, №№1.18-1.22, №№1.35-1.39, [4]: с.14, №№ 29, 31.

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.-с.9-30.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.-с.6-15.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006.-с.14.

## **Тема 2. Предел последовательности (1 час)**

### *Вопросы для обсуждения*

1. Числовые последовательности. Свойства числовых последовательностей.
2. Понятие предела числовой последовательности, его геометрическая интерпретация.
3. Теорема о единственности предела последовательности.
4. Необходимый признак сходимости последовательности. Достаточный признак сходимости последовательности.
5. Арифметические операции над пределами.

### *Практические задания*

- [2]: с.145-148 №№4-6; [3]: с.34-43, №№ 2.5, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.13  
[4]: с. 104-108, №№702-725, №№726-731.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется последовательностью?
2. Какая последовательность называется ограниченной, монотонной?
3. Какое из следующих утверждений является верным:
  - а) Если последовательность сходится, то она ограничена;
  - б) Если последовательность ограничена, то она сходится?
4. В чем заключается геометрический смысл предела последовательности?
5. Может ли последовательность иметь два предела?
6. В чем состоит достаточный признак сходимости последовательности?
7. Какие виды неопределенностей встречаются при вычислении пределов последовательностей?

### *Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Числовые множества.
2. Свойства числовых последовательностей.

### *Задания для самостоятельной работы*

[3]: с. 36-38, №№ 2.6-2.8, [4]: с.104-108, №№702-725, №№726-731.

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.-с.86-125.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.

4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006.-с.104-108.

### **Тема 3. Предел и непрерывность функции (1 час)**

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие функции одной переменной.
2. Предел функции одной переменной в точке и на бесконечности.
3. Теоремы о функциях, имеющих предел в точке.
4. Действия над пределами. Раскрытие неопределённостей при вычислении пределов. Число  $\epsilon$ , натуральные логарифмы.
5. Непрерывность функции в точке, в интервале, на отрезке.
6. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
7. Точки разрыва и их классификация.
8. Асимптоты кривых.

#### *Практические задания*

[2]: с.145-148 №№4-6; [3]: с.34-43, №№ 2.5, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.13  
[4]: с. 108-110, №№734-737, №№765-776.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие виды неопределенностей встречаются при вычислении пределов?
2. Какие пределы называются односторонними пределами функции в точке?
3. Какой вид неопределенности раскрывается с помощью а) первого замечательного предела; б) второго замечательного предела?
4. Какая функция называется непрерывной в точке?
5. Какая точка называется точкой разрыва функции?
6. Какая точка называется устранимой точкой разрыва?

7. Какая точка называется точкой разрыва 1-го рода, а какой разрыва 2-го рода?

8. При каких условиях существует а) наклонная асимптота кривой; б) вертикальная асимптота кривой?

#### *Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Односторонние пределы функции в точке.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теорема о связи между ними. Сравнение бесконечно малых функций.
3. Непрерывность элементарных функций.
4. Приращение аргумента и приращение функции.
5. Глобальные свойства непрерывных функций (с графической иллюстрацией).

#### *Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.34-43, №№ 2.10, 2.12, 2.14, 2.15(15-27), №№.2.18(7-12), 2.19(9-16), 2.21(3, 6, 9, 11, 13, 32, 35, 37, 38, 41), 2.22(1, 4), 2.23(3, 5, 9, 14, 16, 20), 2.26(25, 26, 28, 32), [4]: с.108-110, №№734-813, №№836-847.

#### *Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.-с.86-125.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- 576 с.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006.-с.108-110.

## Тема 4. Производная и дифференциал функции (2 часа)

### *Вопросы для обсуждения*

1. Производная функции, ее физический, геометрический и экономический смысл.
2. Основные правила и формулы дифференцирования.
3. Уравнения касательной и нормали к кривой.
4. Правило дифференцирования сложной функции.
5. Метод логарифмического дифференцирования.
6. Дифференциал функции его геометрический смысл и свойства.
7. Производные высших порядков.

### *Практические задания*

[2]: с. 252, №№1-2; [3]: с.55-82, №№ №№ 3.1-3.5, 3.11, 3.12, 3.13, 3.38, 3.41, 3.45,3.49, 3.50, 3.77, 3.90; [4]: с.120-122, с.124-126, №№ 848-873, №№ 907-936.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется производной функции, как обозначаются производные?
2. Каков физический, геометрический и экономический смысл производной функции?
3. Какой вид имеют формулы производных постоянной, суммы, произведения, частного?
4. В чем состоит правило дифференцирования сложной функции?
5. Что называется дифференциалом функции? Каков его геометрический смысл?
6. Как связаны между собой дифференциал и производная функции? В чем различие между ними?
7. В чем состоит свойство инвариантности дифференциала 1-го порядка?

### *Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Метод логарифмического дифференцирования.
2. Производная от неявной функции.

*Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.55-82, №№ 3.14(4, 6, 7), 3.16, 3.17, 3.22, 3.23, 3.30(3), 3.34(5, 8, 10), 3.35(6,11,12), №№ 3.41(1, 3, 5, 7-9, 17, 21, 23), 3.42, 3.44, 3.47(1-3, 6, 10, 14-15, 18-20, 23, 24), 3.49(21-25, 28, 30, 32, 35-37), 3.52(1-3, 2-9, 11-15, 23, 26, 27, 29), 3.53(18-28), 3.54(16-17, 24, 33, 22-23), 3.68(2, 4, 6, 10-12), 3.68-3.72; 3.77(19, 21, 23-25, 27, 28), 3.78(7-12), 3.79(7-11), 3.80(4, 5, 9), 3.81, 3.83, 3.100(1-7) [4]: с. 120-122, с.124-126, №№848-873.№№907-936.

*Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 152-163, с.166-180, с.186-192.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.55-82.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006.-с.120-122,с.124-126.

**Тема 5. Применение дифференциального исчисления  
для исследования функций (2 часа)**

*Вопросы для обсуждения*

1. Правило Лопиталья.
2. Исследование функций на возрастание (убывание).

3. Исследование функций на экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
4. Исследование кривых на выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
5. Полное исследование функции и построение графиков.
6. Темпы изменения функции.

#### *Практические задания*

[2]: с. 254, №№16-19; [3]: с.83-97, №№ 4.1(2, 3, 6, 9, 10), 4.3(1-4), 4.4(2, 4, 5, 6, 8, 9), 4.5(1-5), 4.10(1, 4-6, 8-10,13, 17, 21, 23, 26), 4.11(1, 5, 6, 10); [1]: с. 254, №№19-21; [2]: с.№№ 4.12(1-8), 4.13(2-7), 4.22, 4.24, 4.25, 4.30(2, 3, 5).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какая функция называется возрастающей (убывающей)?
2. Какие условия должны выполняться для функции  $f(x)$ , чтобы ее точка была критической?
3. Каковы достаточные условия существования экстремума функции( 1-е и 2-е правила)?
4. Какая точка называется называется точкой перегиба?
5. Каковы условия выпуклости, вогнутости кривых, необходимые условия существования точки перегиба?
6. Какая функция называется убывающей все быстрее, а какая убывающей все медленнее?
7. Какая функция называется возрастающей все быстрее, а какая возрастающей все медленнее?

#### *Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Теоремы Ферма, Лагранжа, Коши.

### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с 195-218, [3]: с.83-97, №№4.6(2-9), 4.8(1-7), 4.9(1-5), 4.10 (29-38, 44-46, 50-52), 4.11(13, 16, 21, 22), №№ 4.12(15-23), 4.13(13-19), 4.14, 4.16, 4.19, 4.30(13, 18, 24), 4.33, 4.34, 4.37, 4.38(8, 11, 49, 54,68), 4.39(2, 4, 6, 8, 14, 22).

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш.Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 214-243.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.83-97.

## **Тема 6. Функции многих переменных (2 часа)**

### *Вопросы для обсуждения*

1. Плоские точечные множества.
2. Понятие функции двух переменных и функции нескольких переменных.
3. Область определения, график функции двух переменных.
4. Функция Кобба-Дугласа.
5. Предел и непрерывность функции функции двух переменных.
6. Частные производные и полный дифференциал 1-го порядка функций двух переменных.
7. Частные производные и полный дифференциал 2-го порядка функций двух переменных.

### *Практические задания*

[2]: с. 298 – 301 , №№1 – 7; [3]: с.121-123, 129-130, №№ 6.1(2 – 6, 9, 11), 6.2, 6.4, 6.5, 6.9(1– 4), 6.18, 6.19, 6.21(1-6), 6.23, 6.24, 6.25, 6.35, 6.36,6.37, 6.38,6.39,6.40, 6.46, 6.80,6.81, 6.88.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется открытым и замкнутым, ограниченным и не ограниченным плоским множеством?
2. Что называется функцией двух переменных?
3. Что представляет собой график функции двух переменных?
4. Какая функция называется функцией Кобба-Дугласа?
5. Как находятся частные производные 1-го порядка функции двух переменных?
6. Какой вид имеет формула полного дифференциала 1-го порядка функции двух переменных?
7. Как находятся частные производные 2-го порядка функции двух переменных?
8. Какой вид имеет формула полного дифференциала 2-го порядка функции двух переменных?
9. Сколько различных производных 2-го порядка имеет дифференцируемая функция двух переменных? Как они определяются?

### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с. 301, №8, [2], № 7; [3]: с.121-123, 129-130, №№ 6.10(1-7, 10), 6.11, 6.13, 6.14(2-5), 6.17(1-3), 6.27, 6.29(1-7), 6.30 – 6.33, 6.41(1-9), 6.42, 6.51(1 -5), 6.75, 6.76, 6.78, 6.85(1-6), 6.86, 6.88, 6.89, 6.106, 6.107.

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>

2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 257-301.

3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.121-123, 129-130.

### **Тема 7. Экстремумы функций многих переменных (2 часа)**

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие безусловного экстремума функции двух переменных.
2. Необходимое условие существования безусловного экстремума; достаточное условие его существования.
3. Условный экстремум функции двух переменных. Функция Лагранжа.

#### *Практические задания*

[2]: с. 302-303, №№ 10, 12; [3]: с. 132-134, №№ 6.90(1-5, 9-11), 6.92(1-5).

#### *Контрольные вопросы*

1. Что называется безусловным максимумом и минимумом функции двух переменных?
2. Какие точки называются критическими точками функции двух переменных?
3. Можно ли утверждать, что критические точки – это точки экстремума функции двух переменных?
4. Что является достаточным условием существования безусловного экстремума функции двух переменных?

5. В чем отличие условного экстремума функции двух переменных от безусловного?
6. Какое уравнение называется уравнением связи?

*Задания для самостоятельной работы*

[2]: с. 302, №11; [3]: с. 132-134, № 6.91(1 -8), №6.98(1 -6).

*Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 277 – 296.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.130-132.

**Тема 8. Неопределенный интеграл (2 часа)**

*Вопросы для обсуждения*

1. Первообразная функция и ее свойства.
2. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица формул интегрирования. Инвариантность формул интегрирования.
4. Метод разложения, подведения под знак дифференциала, метод замены переменной.

*Практические задания*

[2]: с.378, № 1(а); [3]: с.137-143, №№ 7.1(2, 4, 5, 6, 9, 11, 14, 15, 17 – 23, 25 – 29), 7.3, 7.4(1, 5, 7, 8, 10, 12, 14 – 16, 17 – 19, 21 – 25, 31 – 35), 7.5(1 – 4, 6 – 11, 16 – 18), 7.6(1 – 10).

### *Контрольные вопросы*

1. Какая формула связывает функцию и ее первообразную?
2. Сколько первообразных имеет непрерывная функция?
3. Что называется неопределенным интегралом и какими свойствами он обладает?
4. В чем состоит свойство инвариантности формул интегрирования?
5. На каких свойствах неопределенного интеграла основан метод разложения?
6. Какие свойства дифференциала функции применяются при подведении функций под знак дифференциала?

### *Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Таблица формул интегрирования.

### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с. 378-379, №1(б,в); [3]: с.137-143, №№ 7.2(2-6, 8, 9, 11, 13, 15, 16, 18, 20, 24), 7.7, 7.8(1-17), 7.9(1-11, 15-17).

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш.Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 331 – 383.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.137-143.

## Тема 9. Методы интегрирования (2 часа)

### *Вопросы для обсуждения*

1. Интегрирование по частям.
2. Интегрирование простейших дробей.
3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование простейших иррациональных функций.

### *Практические задания*

[2]: с. 378-379, №1(а,б); [3]: с.147-155, №№ 7.11(1-9, 15, 28), 7.13(1-15, 26, 29, 31), 7.15(2, 4-7, 9, 11, 15-17, 22, 24, 26, 28), 7.16(1-6), 7.19(1-11, 13-20, 27, 33).

### *Контрольные вопросы*

1. В каких случаях применяется метод интегрирования по частям?
2. Какая алгебраическая дробь называется правильной? Неправильной? Приведите примеры.
3. Какие дроби называются простейшими? Приведите примеры.
4. Когда и как производится разложение правильной дроби на простейшие?
5. Какие методы и формулы применяются при интегрировании тригонометрических функций?
6. Какой метод чаще всего применяется при интегрировании простейших иррациональных функций?
7. При интегрировании каких иррациональных функций применяются тригонометрические подстановки?

### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с. 379-381, №1(в-д); [3]: с.147-155, №№ 7.11(1-9, 15, 28), 7.13(1-15, 26, 29, 31), 7.15(2, 4-7, 9, 11, 15-17, 22, 24, 26, 28), 7.16(1-6), 7.19(1-11, 13-20, 27, 33).

*Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш.Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001, с.343-383.
- 3.Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009, с.147-155.

**Тема 10. Определенный интеграл. Несобственный интеграл.**

**(2 часа)**

*Вопросы для обсуждения*

1. Понятие определенного интеграла.
2. Свойства определенного интеграла, классы интегрируемых функций.
3. Теорема о среднем значении определенного интеграла.
4. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Вычисление определенного интеграла.
6. Определение и геометрическая интерпретация несобственных интегралов от непрерывной функции по бесконечному промежутку.
7. Понятие сходимости несобственных интегралов 1-го рода.

*Практические задания*

[2]: с.419, №23; [3]: с.159-176, №№ 8.1(3, 5, 8-15), 8.2(1-6, 10-13,17,19), 8.3(4), 8.4(1), 8.9(3, 6, 19, 20); [2]: с. 436, №№ 6, 7, 8(в); [3]: №№ 8.27(1-15), 8.28(1-11).

*Контрольные вопросы*

1. Что называется интегральной суммой функции  $f(x)$  на данном отрезке  $[a;b]$ ?
2. Что называется определенным интегралом от функции на данном отрезке?
3. В чем состоит свойство сохранения знака определенного интеграла?
4. В чем состоит свойство аддитивности определенного интеграла?
5. В чем смысл формулы Ньютона-Лейбница?
6. В чем состоит метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле?
7. Что называется несобственным интегралом от непрерывной функции по бесконечному промежутку?
8. Какие интегралы относятся к несобственным интегралам I рода?
9. Какие несобственные интегралы называются сходящимися; расходящимися?

*Вопросы для самостоятельного изучения*

1. Определенный интеграл, как предел интегральной суммы.
2. Вычисление площадей криволинейных фигур.

*Задания для самостоятельной работы*

[2]: с. 419-420, № 24,25; [3]: с.159-176, №№ 8.5(2-15), 8.6(1-12, 19, 29, 31), 8.7, 8.8(2-3), 8.13(4, 10, 15, 17), №№ 8.33(1-19), 8.34(1-15), 8.35.

*Рекомендуемая литература*

1. <http://do.kpfu.ru/course/view.php?id=1983>
2. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш.Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001, с.384-419, с.425-427.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А.

Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009,с.161-176.

## **Тема 11. Определители (1 час)**

### *Вопросы для обсуждения*

1. Определители 2 - го, 3 - го,  $n$  - го порядков.
2. Свойства определителей.
3. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
4. Методы вычисления определителей  $n$  - го порядка: разложение определителя, метод понижения порядка.

### *Практические задания*

[2]: с.159-176, №№ 21.1, 21.3, 21.10, 21.12, [3]: с. 89, № 589-597; [4]: с.44 №№ 4.15, 4.20, 4.22, 4.24, 4.25, с.45, 4.29(а), с.49, 4.41, 4.42.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется определителем 2-го, 3-го порядка?
2. Что называется минором, алгебраическим дополнением определителя?
3. Какими свойствами обладает определитель?
4. Какие существуют методы вычисления определителя  $n$ -го порядка и в чем их суть?

### *Задания для самостоятельной работы*

[4]: с. 44, №№ 4.17, 4.19, 4.21, 4.23,с.45, 4.29(б), с.49, 4.38, 4.39.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика: учебное пособие для экономических специальностей вузов / под ред. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во Казанского гос. университета, 2007. – Ч.3. – с.5-15.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А.Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- с.319-320, 322-325.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2006, с. 89-93.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учеб. пособие / Под ред. В. И. Ермакова. – 2-е изд.,испр. – М.: ИНФРА-М, 2008.

## **Тема 12. Матрицы. Обратная матрица (1 час)**

### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие матрицы. Виды матриц.
2. Действия над матрицами и их свойства.
3. Обратная матрица, теорема о ее существовании.
4. Алгоритм нахождения обратной матрицы.

### *Практические задания*

[2] : с.332. №№ 22.1 (1,3,4,10, 11,13), 22.13(1.4,5,6,7), [3]: с.51-52, №№ 5.1, 5.8, 5.10, 5.15(в), с.55, 5.34-5.36.

### *Контрольные вопросы*

1. Какие виды матриц вы знаете?
2. У каких матриц существует определитель?
3. Как выполняются операции сложения и вычитания матриц, умножения матрицы на число?

4. При каком условии существует произведение матриц?
5. Как выполняется операция умножения матрицы на матрицу?
6. Какими свойствами обладают действия над матрицами?
7. Каково определение обратной матрицы?
8. Как записывается система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными в матричной форме?
9. Как решаются матричные уравнения?

#### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с. 342, №№ 22.17, [3]: с.52, №№ 5.4, 5.9, 5.12.

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. Ч. 3 / Под науч. ред. проф. Р. Ш. Марданова. – Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2007, стр. 58 – 59.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- с.319-320, 322-325, 329-333, с.341.
3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учеб. пособие / Под ред. В. И. Ермакова. – 2-е изд., испр. – М.: ИНФРА-М, 2008, с.51-56.

### **Тема 13. Произвольные системы линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса. Неотрицательные решения систем линейных уравнений (4 часа)**

#### *Занятие 1*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Произвольные системы  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.

2. Понятие общего, частного и базисного решений системы уравнений.
3. Алгоритм метода Жордана - Гаусса.
4. Переход от одного базисного решения к другому.

#### *Практические задания*

[2], №№ 24.1(2), 24.2(3), 24.4(3).

#### *Контрольные вопросы*

1. Что называется решением системы уравнений?
2. Какие системы уравнений называются совместными и несовместными, определенными и неопределенными?
3. Какие переменные называются базисными, свободными?
4. Каковы понятия общего, базисного и частного решений системы уравнений?
5. Какая система уравнений называется приведенной к единичному базису?
6. В чем заключается суть метода Жордана – Гаусса?
7. Что означает выражение «однократное замещение» применительно к решениям системы уравнений?
8. По какой формуле вычисляется максимально возможное число различных базисных решений системы уравнений?

#### *Задания для самостоятельной работы*

[2]: с.378-387, №№ 24.1(1), 24.2(2), 24.4(5).

#### *Занятие 2*

##### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие опорного и допустимого решений систем линейных уравнений.
2. Симплексные преобразования.
3. Переход от одного опорного решения к другому.

### *Практические задания*

[1]: с. 112, № 3, 4; [2]: с.387-388, №№ 24.5(5), 24.6(6), 24.7(5).

### *Контрольные вопросы*

1. Какие решения систем линейных уравнений называются опорными, допустимыми?
2. Какие преобразования систем линейных уравнения называются симплексными?
3. Как звучит правило выбора разрешающей строки при симплексных преобразованиях?
4. Как формулируется теорема о симплексных преобразованиях?
5. Как перейти от найденного опорного решения системы уравнений к новому?

### *Задания для самостоятельной работы*

[1]: с. 112, №1-3; [2]: с.387-388, №№ 24.5(7-10), 24.6(7-10), 24.7(7).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. Ч. 3 / Под науч. ред. проф. Р. Ш. Марданова. – Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2007, с. 77 – 112 .
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009, с.377-388.

## Тема 14. Основные понятия и теоремы теории вероятностей (4 часа)

### *Занятие 1*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Алгебра событий.
3. Классическая вероятность и свойства вероятности. Относительная частота наступления события.
4. Теорема сложения для несовместных событий.
5. Независимые и зависимые события. Теоремы умножения для независимых и зависимых событий.

#### *Практические задания*

[3]: с.219-220, №№ 11.1-11.12, с.223-224, 11.24-11.33, с.226-228, 11.47-11.61.

#### *Контрольные вопросы*

1. Что называется событием? Какие виды событий Вы знаете?
2. Какие события называются совместными, а какие несовместными?
3. Какие события называются зависимыми, а какие независимыми?
4. Какие события называются равновозможными, а какие единственно возможными?
5. Что называется суммой, разностью и произведением двух событий?
6. Что называется классической вероятностью появления события  $A$ ?
7. В чем различие частоты наступления события от его вероятности?
8. Когда применяется теорема сложения для несовместных событий?
9. В чем различие формул умножения для зависимых и независимых событий?

### *Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.220-221, №№ 11.13-11.23, с.224-225, 11.34-11.46, с.228-229, 11.62-11.75.

### *Занятие 2*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Теоремы сложения вероятностей для несовместных событий.
2. Независимые и зависимые события.
3. Условная вероятность.
4. Теоремы умножения вероятностей для зависимых событий.
5. Вероятность появления хотя бы одного события.
6. Формула полной вероятности.
7. Формула Байеса.

#### *Практические задания*

[3]: с.230-234, №№ 11.78, 11.81, 11.85, 11.88, 11.91, 11.96, 11.97, с.235-236, 11.116, 11.118, с.238-241, 11.138, 11.140. 11.142, 11.147, 11.149, 11.154, 11.155.

#### *Контрольные вопросы*

1. Для каких событий применяется теорема сложения вероятностей для совместных событий?
2. Что называется условной вероятностью?
3. Для каких событий применяется теорема умножения вероятностей для зависимых событий?
4. Как вычислить вероятность появления хотя бы одного события?
5. Когда применяется формула полной вероятности?
6. Как формула Байеса связана с формулой полной вероятности?
7. Каким свойством обладают гипотезы в формуле полной вероятности и в формуле Байеса?

### *Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.234-235, №№ 11.105-11.115, с.236-237,11.117-11.137, с.241-242. 11.157-11.165.

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://bars.kfu.ru/course/view.php?id=783>
2. Математика: учебное пособие для экономических специальностей вузов / под ред. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- Ч.2.- с.5-26.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А.Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- с. 219-242.

## **Тема 15. Повторные независимые испытания (2 часа)**

### *Вопросы для обсуждения*

1. Формула Бернулли.
2. Локальная теорема Лапласа.
3. Наивероятнейшая частота наступлений события.
4. Интегральная теорема Лапласа.
5. Следствие из интегральной теоремы Лапласа.

### *Практические задания*

[3]: с.243-247, №№ 12.1, 12.2, 12.6,12.7, 12.11, 12.12, 12.15, 12.16, 12.17, 12.22, 12.25, 12.26,12.31.

### *Контрольные вопросы*

1. Какие испытания называются повторными независимыми испытаниями?
2. Что называется наивероятнейшим числом наступления события?
3. При каких условиях применяется формула Бернулли, а при каких - локальная теорема Лапласа?

4. При каких условиях применяется интегральная теорема Лапласа?
5. Какими свойствами обладает функция  $\varphi(x)$  из локальной теоремы Лапласа?
6. Какими свойствами обладает функция Лапласа  $\Phi(x)$ ?
7. Какой вид имеет формула из следствия к интегральной теореме Лапласа?

*Задания для самостоятельной работы*

Выполнить задания [3]: с.248-250, №№12.35-12.55.

*Рекомендуемая литература*

1. <http://bars.kfu.ru/course/view.php?id=783>
2. Математика: учебное пособие для экономических специальностей вузов / под ред. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- Ч.2.- с.29-40.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р.А.Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- с.242-250.

**Тема 16. Дискретные и непрерывные случайные величины  
и их числовые характеристики (2 часа)**

*Вопросы для обсуждения*

1. Дискретная случайная величина и способы ее задания.
2. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
3. Математическое ожидание и дисперсия числа появлений события в  $n$  независимых испытаниях.
4. Непрерывная случайная величина. Функция распределения и ее свойства.
5. Функция плотности непрерывной случайной величины и ее свойства.
6. Числовые характеристики непрерывной случайной величины

### *Практические задания*

[3], с.252-253, №№ 13.1-13.8, 13.12, с.258-263, 14.3, 14.4, 14.6, 14.7, 14.9 (а,б,г), 14.17.

### *Контрольные вопросы*

1. Какая случайная величина называется дискретной?
2. Что называется законом распределения дискретной случайной величины?
3. Какие формы задания дискретной случайной величины существуют?
4. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величины? Какими свойствами обладает математическое ожидание?
5. Что называется дисперсией дискретной случайной величины? Какими свойствами она обладает?
6. Какая случайная величина называется непрерывной?
7. Какие способы задания непрерывной случайной величины существуют?
8. Что называется функцией распределения непрерывной случайной величины? Какими свойствами оно обладает?
9. Что называется функцией плотности непрерывной случайной величины? Какими свойствами оно обладает?
10. По какой формуле вычисляется математическое ожидание для непрерывной случайной величины?
11. По каким формулам вычисляются дисперсия и среднее квадратическое отклонение для непрерывной случайной величины?

### *Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.254-256, №№ 13.16-13. с.261-264, №№14.14-14.20.

### *Рекомендуемая литература*

1. <http://bars.kfu.ru/course/view.php?id=783>

2. Математика: учебное пособие для экономических специальностей вузов / под ред. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- Ч.2.- с.43-78.

3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- с.250-264.

## **Тема 17. Основные законы распределения случайной величины (4 часа)**

### *Занятие 1*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Модели законов распределения вероятностей, наиболее употребляемые в социально-экономических приложениях.
2. Закон нормального распределения.
3. Влияние параметров нормального распределения на форму кривой нормального распределения.
4. Теоремы о нормально распределенной случайной величине.
5. Биномиальное распределение.

#### *Практические задания*

[3]: с.267-270. №№ 15.4, 15.15.3, 15.15.6, 15.7, 15.10.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какая случайная величина называется нормально распределенной случайной величиной?
2. Какой вид имеют функция плотности и функция распределения нормально распределенной случайной величины?
3. Какими параметрами определяется нормально распределенная случайная величина? Каков их смысл?

4. Чему равна вероятность того, что нормально распределенная случайная величина  $X$  примет значения из интервала  $(c;d)$ ?
5. В чем состоит смысл правила трех сигм?
6. Какая случайная величина называется распределенной по биномиальному закону?
7. Чему равны  $M(X)$  и  $D(X)$  в биномиальном распределении?

*Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.270-271, №№ 15.26-15.28.

*Занятие 2*

*Вопросы для обсуждения*

1. Распределение Пуассона.
2. Равномерное распределение.
3. Экспоненциальное (показательное) распределение.
4. Функция надежности.

*Практические задания*

[3]: №№ 15.11, 15.12-15.17, 15.19, 15.21, 15.22, 15.23.

*Контрольные вопросы*

1. Какая случайная величина называется распределенной по закону Пуассона?
2. Что называется простейшим потоком? Какими свойствами он обладает?
3. Какая случайная величина называется распределенной по равномерному закону распределения?
4. Какой вид имеют функция плотности и функция распределения равномерно распределенной случайной величины?
5. Чему равны  $M(X)$  и  $D(X)$  в равномерном распределении?

6. Чему равна вероятность того, что равномерно распределенная случайная величина  $X$  примет значения из интервала  $(\alpha, \beta)$ ?
7. Какая случайная величина называется распределенной по показательному закону?
8. Какой вид имеют функция плотности и функция распределения показательно распределенной случайной величины?
9. По каким формулам вычисляются  $M(X)$  и  $D(X)$  в показательном распределении?
10. Какую величину называют функцией надежности? Что она определяет?

*Задания для самостоятельной работы*

[3]: с.270-271, №№ 15.25, 15.29-15.33.

*Рекомендуемая литература*

1. <http://bars.kfu.ru/course/view.php?id=783>
2. Математика: учебное пособие для экономических специальностей вузов / под ред. Р.Ш. Марданова. – Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- Ч.2.- с.111-120.
3. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009.- с.264-271.

*Учебное издание*

**Воронцова Валерия Леонидовна  
Зайнуллина Лейсан Наилевна**

Методические указания  
по дисциплине «**Математика**»  
для проведения практических занятий  
со студентами, обучающимися по направлению  
38.03.02 «Менеджмент»