

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ
Кафедра астрономии и космической геодезии

САХИБУЛЛИН Н.А

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ АСТРОФИЗИКА.
ЗВЕЗДНЫЕ АТМОСФЕРЫ. ЧАСТЬ 2**

Учебное пособие

Казань – 2015

т

УДК 524.3-6

ББК В22

Принято на заседании кафедры астрономии и космической геодезии

Протокол № 12 от 15 мая 2015 года

Рецензент:

кандидат физико-математических наук, доцент,
старший научный сотрудник Института астрономии РАН

Н.С. Бахтигараев

Сахибуллин Н.А.

**Теоретическая астрофизика. Звездные атмосферы. Часть 2
(Учебное пособие)**

Сахибуллин Н.А., – Казань: Казан.ун-т, 2015. – 112 с.

Пособие восполняет существенный недостаток в учебной литературе по теоретической астрофизике. В этом пособии акцент делается на теории образования спектральных линий в спектрах звезд. В нем излагаются механизмы уширения линий, даются методы решения уравнения переноса излучения с учетом поглощения в линиях. Приведены главные результаты использования спектральных линий для диагностики звездных атмосфер (определение температур, давлений, химического состава, вращения). Приведены сведения о звездных ветрах, микро и макро турбуленции.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности “Астрономия”.

© Сахибуллин Н.А, 2015

© Казанский университет, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ	СТР.
Вступительные замечания	4
Функции профиля и коэффициенты Эйнштейна	6
Механизмы уширения линий	16
Решение уравнения переноса излучения с учетом линий	46
Линии как индикаторы физических параметров звезд	68
Интерпретация спектральной последовательности	75
Определение химического состава звезд	77
Методы определения химического состава звезд	84
Результаты определения химического содержания	85
Звездные ветры	86
Микро и макро турбуленция в звездных атмосферах	106

Вступительные замечания

<http://astrowww.phys.uvic.ca/~tatum/stellatm/atm10.pdf>

В Пособии 1 было обращено большое внимание на образование непрерывных спектров звезд и на методы их теоретического определения для последующего сравнения с наблюдениями. Но непрерывный спектр является не очень информативным для получения основных характеристик звезд. Практически его анализ позволяет исследователям с большой надежностью определить температуру звезд, но к другим параметрам звезд он имеет малую чувствительность.

Важность изучения спектральных линий.

Информация, которую можно получить из анализа спектральных линий, делится на следующие категории:

1. интенсивность линий (эквивалентная ширина или ее профиль) используется для:

- определения химического состава звезд,
- изучения процессов ядерного синтеза,
- определения изотопного отношения,
- изучения процессов конвективного перемешивания вещества в звездах,
- определения параметров звезд – температуры и силы тяжести (см. рис. 1).

2. профили и ширины линий определяются также хаотическим движением частиц (за счет Допплер - эффекта) и взаимодействием атомов с окружающими частицами (эффекты давления). Поэтому по изучению спектральных линий можно получить следующую информацию о физике звездных атмосфер (ЗА):

- изучать тепловые и турбулентные движения в ЗА,
- определять давление в ЗА,

т

- изучать вращение звезд,
- изучать динамические явления (расширение, сжатие, пульсации и др.)

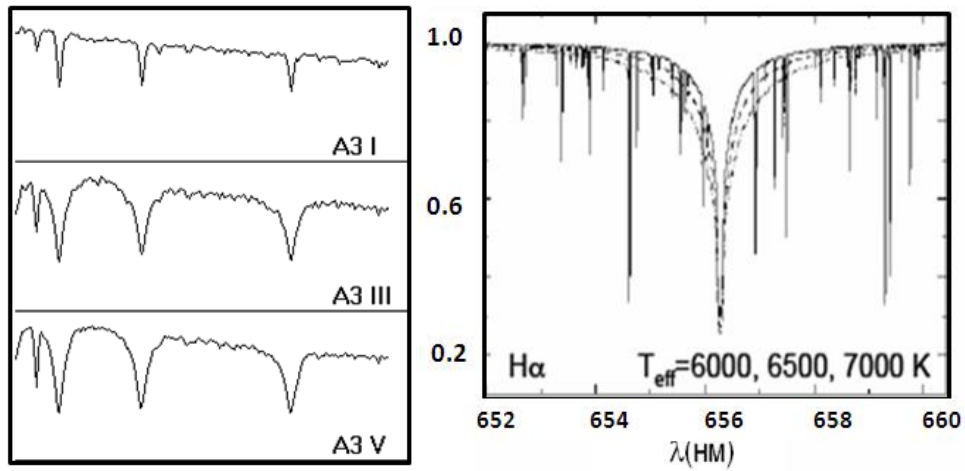


Рис.1. Слева: зависимость силы линий от класса светимости (от $\log g$).
Справа: зависимость профиля линии от температуры.

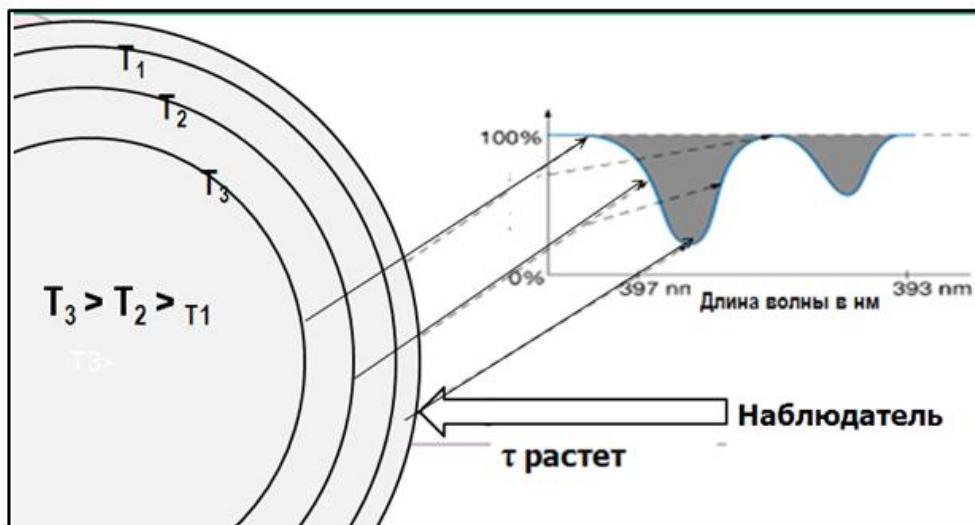


Рис. 2. Образование линий поглощения в ЗА, когда температура растет в глубину.

Для понимания физики образования спектральных линий и их использования для определения фундаментальных параметров звезд необходимо:

т

- - определить число атомов, поглощающих в данной линии; другими словами, надо знать число атомов на энергетическом уровне, переходы с которого образуют линию;
- - определить зависимость коэффициента поглощения в линии в зависимости от частоты;
- - знать, какова зависимость линии от искоемых параметров звезды.

Последующее изложение будет ориентировано на эти моменты.

Функция профиля и коэффициенты Эйнштейна.

Механизм образования спектральных линий представляется следующим образом. Наблюдатель видит излучение через слой с оптической глубиной τ не более $\tau=1$ (см. рис. 2). В континууме коэффициент поглощения α мал, поэтому наблюдатель просматривает более глубокие слои с большей температурой (T_3). Это обуславливает высокий уровень непрерывного спектра. В области линии коэффициент поглощения сильно возрастает, поэтому в среднем значение $\tau=1$ для линии соответствует поверхностным слоям атмосферы, где температура ниже (T_1).

Когда мы говорим о силе линии, то необходимо ввести ее количественную оценку. Она зависит от разрешения используемого спектрографа. При высоком разрешении имеется возможность детально проследить поведение интенсивности линии в зависимости от частоты (или длины волны)- так называемый профиль линии. При этом обычно сравнивают излучение (интенсивность I_ν^l или поток F_ν^l) в линии с излучением в непрерывном спектре (I_ν^c или F_ν^c), вводят так называемую «остаточную интенсивность»:

- $r_\nu(\theta) = I_\nu^l(\theta) / I_\nu^c(\theta)$ – только для тех случаев, когда можно наблюдать линию в различных точках диска звезды. Пока таким исключительным случаем является возможность наблюдать диск Солнца;

- $r_\nu = F_\nu^l(\theta) / F_\nu^c(\theta)$ – для звезд мы можем наблюдать только потоки излучения – проинтегрированное по невидимому диску звезды излучение.

Спектрографы низкого разрешения не позволяют гарантировать точное распределение с частотой величины r_ν . В этих случаях вводят понятие «эквивалентная ширина» линии, определяемую как $W_\nu = \int (1 - r_\nu) d\nu$ (рис. 3).

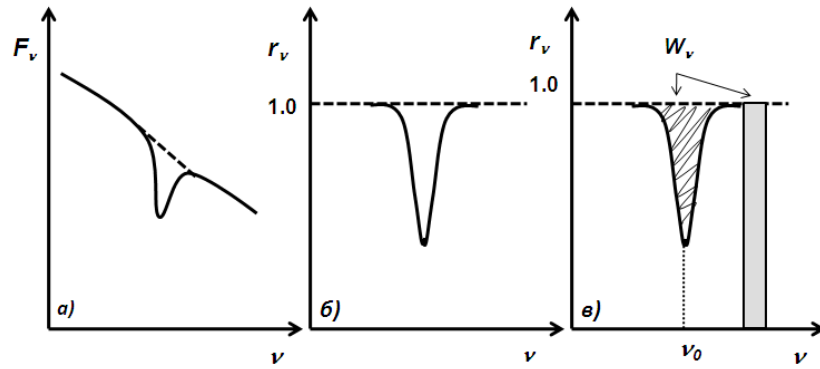


Рис. 3. а) реальное поведение линии и континуума. б) излучение в линии, нормализованное к величине континуума. в) эквивалентная ширина линии (обе площади равны).

Ранее мы считали, что уровни являются строго дискретными, т.е. со строго фиксированными значениями энергий возбуждения. Соответственно частоты переходов между уровнями будут строго фиксированными, равными ν_{ij} . Ниже мы покажем, что по ряду причин (это эффекты уширения) уровни размыты (рис. 4). По этой причине при переходах между уровнями будет иметь место размытие излучения по частотам.

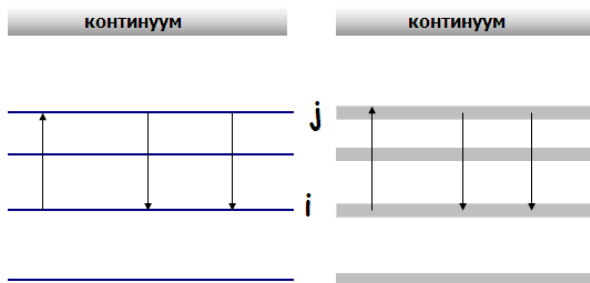


Рис. 4. Размытость энергетических уровней.

Строго говоря, такое размытие может быть разным для разных переходов и определяется так называемыми функциями профиля с размерностью [сек⁻¹]:

- ψ_ν - функция профиля при вынужденном переходе снизу вверх;
- χ_ν - функция профиля при вынужденном переходе сверху вниз;
- φ_ν - функция профиля при спонтанном переходе сверху вниз .

Следует заметить, что нормализация этих профилей в разных книгах делается разными способами. Следующее замечание: функция профиля и профиль линии это совершенно разные понятия. Функция профиля есть

т

вероятность того, что поглощенный (или излученный) квант имеет частоту в интервале $(\nu, \nu+d\nu)$. Наблюдаемый или теоретический профиль линии является результатом:

- вклада функций профиля с различных глубин и разных зон атмосферы;
- вклада излучения и поглощения (через функцию источника) вышерасположенных слоев.

Вертикальные и горизонтальные градиенты скорости поглощающего и излучающего вещества будут производить дополнительные изменения функции профиля.

При термодинамическом равновесии принцип детального баланса требует, чтобы поглощение и переизлучение на каждой частоте должны быть полностью скомпенсированы. Это означает, что функции профиля должны быть одинаковыми. Кроме того, если реализуется полное перераспределение по частотам (т.е. когда частоты поглощенного кванта и переизлученного квантов совершенно не коррелируют друг с другом), то функции профиля опять будут одинаковыми. Ниже мы покажем, что для спектральных линий полное перераспределение по частотам из-за эффектов Доплера и давления это хорошее предположение. Таким образом, в дальнейшем мы будем полагать, что

$$\varphi_\nu = \psi_\nu = \chi_\nu, \quad \int_0^\infty \varphi_\nu d\nu = 1.$$

Это существенно облегчит дальнейшее рассмотрение материала. Другими словами, если мы имеем среднюю интенсивность излучения и требуется дополнительно ее усреднить и по функции профиля, то

$$\bar{J}_\nu^\varphi = \int_0^\infty J_\nu \varphi_\nu d\nu = \bar{J}_\nu^\psi = \bar{J}_\nu^\chi \equiv \bar{J}_\nu.$$

Коэффициенты Эйнштейна. Для оценки эффективности различных переходов между уровнями удобно ввести коэффициенты Эйнштейна:

$N_j A_{ji} / 4\pi$ - число спонтанных переходов сверху вниз за 1 сек в 1 см^3 в единице телесного угла;

т

$N_j B_{ij} J_{vij} / 4\pi$ - число вынужденных переходов снизу вверх за 1 сек в 1 см^3 в единице телесного угла;

$N_j B_{ji} J_{vij} / 4\pi$ - число вынужденных переходов сверху вниз за 1 сек в 1 см^3 в единице телесного угла.

Здесь N_j есть населенность уровня. Множитель $1/4\pi$ появляется в первых двух формулах, так как расчет ведется на единицу телесного угла и оба рассматриваемых процесса считаются изотропными. Множитель $1/4\pi$ в третьей формуле поставлен просто по аналогии.

В этих формулах коэффициенты Эйнштейна рассчитаны на среднюю интенсивность. Но в некоторых книгах авторы используют эти коэффициенты в расчете на другие характеристики поля излучения. Варианты таковы:

- в расчете на плотность излучения на интервал частот ρ_ν ,
например, $N_j B_{ij} \rho_{vij}$;
- в расчете на плотность излучения и на интервал длин волн;
- в расчете на удельную интенсивность и на интервал частот;
- в расчете на удельную интенсивность и на интервал длин волн.

Все это приводит к разным размерностям коэффициентов Эйнштейна. Следующее замечание: так как средняя интенсивность в пределах функции профиля меняется очень слабо, то можно использовать следующее приближение (приближение узкой линии):

$$\bar{J}_\nu^\varphi = \int_0^\infty J_\nu \varphi_\nu d\nu \approx \bar{J}_{\nu_0} \int_0^\infty \varphi_\nu d\nu = \bar{J}_{\nu_0} \equiv \bar{J}_{\nu_{ij}}.$$

Коэффициенты Эйнштейна описывают на микроскопическом уровне процессы излучения и поглощения. На макроскопическом уровне мы вводили коэффициенты поглощения и излучения, которые связаны соотношением Кирхгофа

$$\varepsilon_\nu = \alpha_\nu B_\mu(T).$$

Естественно полагать, что подобная связь должна быть и между коэффициентами Эйнштейна. Предполагаем Полное Термодинамическое Равно-

т

весе (ПТР, см. Пособие 1). Тогда, используя соотношение Больцмана и принцип детального баланса при ПТР, будем иметь :

$$\frac{N_j}{N_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\frac{h\nu}{kT}},$$

$$N_i B_{ij} \bar{J}_\nu = N_j A_{ji} + N_j B_{ji} \bar{J}_\nu, \quad \rho_{ij} (N_i B_{ij} - N_j B_{ji}) = N_j A_{ji},$$

$$\bar{J}_\nu = \frac{N_j A_{ji}}{(N_i B_{ij} - N_j B_{ji})} = \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \frac{1}{\left(\frac{N_i}{N_j} \frac{B_{ij}}{B_{ji}} - 1 \right)} = \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \frac{1}{\left(\frac{g_i}{g_j} \frac{B_{ij}}{B_{ji}} e^{\frac{h\nu_{ij}}{kT}} - 1 \right)}.$$

Сравнивая последнюю формулу с функцией Планка, которая справедлива для излучения при ПТР

$$\bar{J}_{ij} = B_{ij} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)},$$

имеем следующие соотношения:

$$A_{ji} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{ji}, \quad \frac{B_{ij}}{B_{ji}} = \frac{g_j}{g_i}.$$

Эти формулы, называемые соотношениями Милна - Эддингтона, справедливы не только при термодинамическом равновесии. Почему?

Размерность коэффициентов такова:

$$[A_{ji}] = [\text{сек}^{-1}], \quad [B_{ij}, B_{ji}] = [\text{см}^2 \text{ эрг}^{-1}].$$

Если коэффициенты Эйнштейна рассчитаны на плотность излучения, то первая формула будет иметь вид:

$$A_{ji} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{ji}.$$

т

Заметим, что аналогичный подход был использован Милном А. для получения формулы связи между коэффициентами, описывающими фотоионизацию и фоторекомбинацию.

При переходе с верхнего уровня на нижний при наличии стимулирующего излучения в частотах перехода возникает вынужденное излучение, которое фактически уменьшает эффективность поглощения при переходе с нижнего уровня на верхний. Часто поэтому иногда процессы вынужденного излучения называют "отрицательным поглощением". Удобно коэффициент поглощения подправлять за счет такого излучения по следующим формулам:

$$\begin{aligned}\Delta &= N_i B_{ij} \bar{J}_{ij} - N_j B_{ji} \bar{J}_{ij} = N_i B_{ij} \bar{J}_{ij} \left(1 - \frac{N_j}{N_i} \frac{B_{ji}}{B_{ij}} \right) = \\ &= N_i B_{ij} \bar{J}_{ij} \left(1 - \frac{N_j}{N_i} \frac{g_i}{g_j} \right).\end{aligned}\quad (1)$$

В частном случае при локальном термодинамическом равновесии (ЛТР) имеем следующий поправочный множитель к коэффициенту поглощения

$$\left(1 - e^{-\frac{h\nu_{ij}}{kT}} \right).$$

Эйнштейн показал, что фотон, образовавшийся при переходе атома вещества с высокого энергетического состояния на низкое под действием электромагнитного стимулирующего излучения, имеет ту же энергию и летит строго в том же направлении, что и фотон, стимулировавший появление первого фотона. Другими словами, вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим излучением.

В связи с формулой (1) возникает вопрос: что произойдет, если поправочный множитель окажется отрицательным? Это произойдет, когда выполняется следующее неравенство

$$N_j > N_i \frac{g_j}{g_i}.$$

Этот случай означает, что населенность верхнего уровня оказывается выше населенности нижнего уровня. Это можно осуществить специальной накачкой верхнего уровня. В итоге коэффициент поглощения становится отрицательным, т.е. излучение по мере прохождения через среду будет

т

усиливаться. Это также видно и из решения уравнения переноса в простейшем случае, когда падающее излучение I_0 меняется по закону

$$I(\tau) = I_0 e^{-\tau}.$$

Если коэффициент поглощения является положительным, то оптическая глубина будет положительная, тогда $e^{-\tau} < 1$ и интенсивность уменьшается. Когда коэффициент поглощения становится отрицательным, то оптическая глубина становится отрицательной, тогда $e^{\tau} > 1$, и интенсивность увеличивается. Графическое представление такого процесса показано на рис. 5.

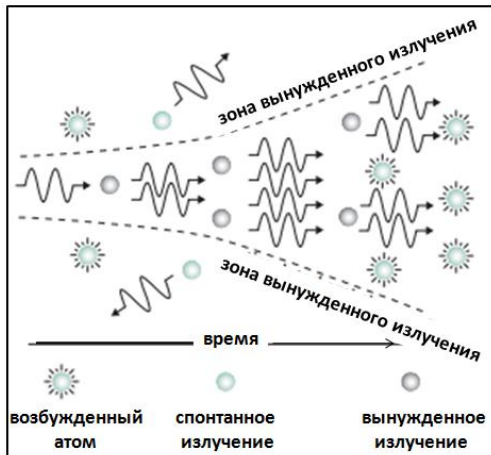
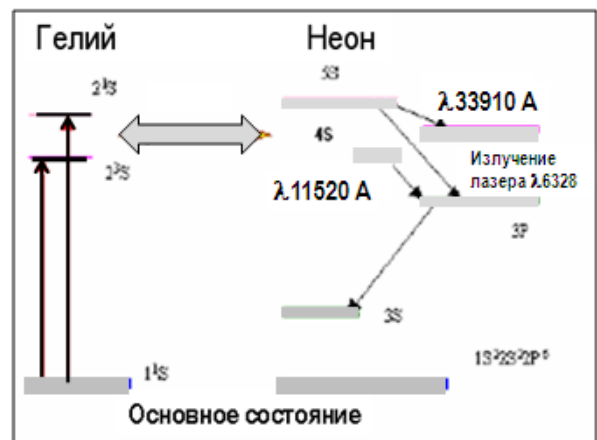
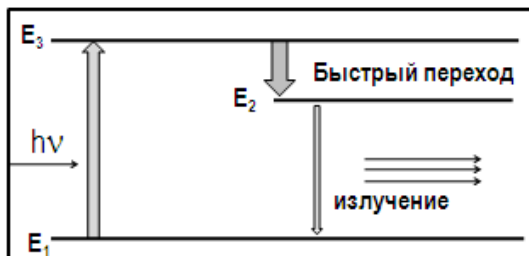


Рис. 5. Появление вынужденного излучения.

На атом падает квант, который вызывает вынужденное когерентное излучение подобного кванта. Затем эти два кванта падают на следующие два атома и вызывают появление еще двух новых фотонов. В результате дальнейшей цепочки

в соответствии с этим рисунком будут двигаться в одном направлении и с одинаковой частотой 12 квантов. Таким образом один квант вызвал появление дополнительных 11 квантов.

Все сказанное является принципом устройства лазеров (рис. 6).



Т

Рис. 6. Слева: Устройство лазера, когда накачка верхнего уровня производится переходом внутри того же атома. Справа: Другой вариант, когда подбираются 2 элемента, у которых атом (гелий в нашем рисунке) возбуждается до верхних уровней. За счет столкновений с другим атомом (неоном) этот атом оказывается в возбужденном состоянии, переходы с которого дают излучение.

Полезно выяснить в каком диапазоне длин волн вынужденное излучение преобладает над спонтанным. Выясним этот диапазон при планковском характере излучения:

$$\frac{\varepsilon_{\nu}^{\text{спонт}}}{\varepsilon_{\nu}^{\text{вынуж}}} < 1, \quad \frac{\varepsilon_{\nu}^{\text{спонт}}}{\varepsilon_{\nu}^{\text{вынуж}}} = \frac{A_{ji} N_j h \nu_{ij}}{B_{ji} N_j h \nu_{ij} \bar{J}_{\nu}(T)} = \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \frac{1}{B_{\nu}(T)} = e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 < 1,$$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 2 \Rightarrow \lambda > \frac{2.1 * 10^8}{T} (\text{А}).$$

Последняя функция приведена на графике (рис. 7). Видно, что при больших температурах вынужденное излучение преобладает для большого диапазона длин волн. Кроме того, понятно почему мазеры создавать легче, чем лазеры.

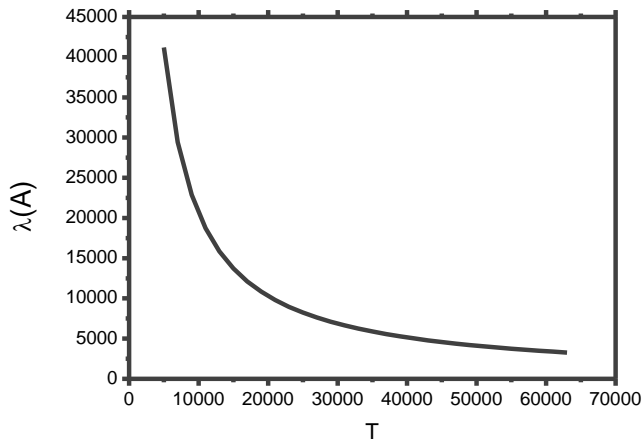


Рис. 7. Область длин волн и температур, в которой преобладает вынужденное излучение.

Коэффициенты Эйнштейна и коэффициенты излучения.

Ясно, что коэффициенты Эйнштейна и коэффициенты поглощения и излучения описывают одни и те же процессы только на разных уровнях – микроскопическом и макроскопическом. Поэтому они должны быть связаны друг с другом. Излученная энергия определяется следующим образом:

$$dE_{\text{изл}} = \varepsilon_{\nu} dV d\omega d\nu dt.$$

т

макроскопически:

микроскопически: каждый атом при переходе $j \rightarrow i$ излучает за время dt энергию $h\nu$, распределенную по телесному углу $d\omega$ и по частоте в интервале $d\nu$ в соответствии с функцией φ_ν . Тогда излученная энергия будет равна:

$$dE_{\text{изл}} = h\nu\varphi_\nu N_j A_{ji} dV \frac{d\omega}{4\pi} d\nu dt.$$

В итоге имеем:

$$\varepsilon_\nu = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} \varphi_\nu N_j A_{ji}.$$

Это есть коэффициент излучения с размерностью [эрг см⁻³ сек⁻¹ стерадиан⁻¹]. Для интегрального по частоте вклада всей линии с учетом, что величина $h\nu$ в пределах узкой ширины линии почти одинакова, имеем:

$$\int_0^\infty \varepsilon_\nu d\nu = \varepsilon_{ij} = \int_0^\infty \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} \varphi_\nu N_j A_{ji} d\nu \approx \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} N_j A_{ji} \int_0^\infty \varphi_\nu d\nu = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} N_j A_{ji}.$$

Здесь мы использовали приближение узкой линии.

Коэффициенты Эйнштейна и коэффициенты поглощения. Поглощенная энергия определяется следующими выражениями:

макроскопически:

$$dE_{\text{погл}} = \alpha_\nu J_\nu ds d\nu d\omega dA dt, \quad ds dA = dV,$$

микроскопически (с учетом вынужденного излучения):

$$dE_{\text{погл}}^{(1)} = h\nu\varphi_\nu (N_i B_{ij} - N_j B_{ji}) J_\nu \frac{d\omega}{4\pi} d\nu dt dV.$$

Тогда:

$$\alpha_\nu^{(1)} d\nu = \frac{h\nu}{4\pi} \varphi_\nu (N_i B_{ij} - N_j B_{ji}) d\nu.$$

Здесь коэффициент поглощения имеет размерность [см⁻¹ стерад⁻¹ герц⁻¹]. В приближении узкой линии имеем для интегрального по частоте коэффициента:

$$\alpha_{ij} = \int_0^{\infty} \alpha_{\nu}^l d\nu = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} (N_i B_{ij} - N_j B_{ji}).$$

Здесь коэффициент поглощения имеет размерность [см⁻¹стерадиан⁻¹]. В последних формулах индексы ij используются для идентификации линии.

Запишем коэффициент поглощения в расчете на один атом. При этом надо иметь в виду, что для сечения обычно не вводят поправку за вынужденное излучение

$$a_{ij} = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} \frac{N_i B_{ij}}{N_i} \Rightarrow a_{ij} = \frac{h\nu_{ij}}{4\pi} B_{ij}.$$

Здесь размерность коэффициента поглощения, естественно, [см²]. Запишем также выражение для функции источника:

$$S_{\nu} = \frac{\varepsilon_{\nu}}{\alpha_{\nu}} = \frac{A_{ji}}{B_{ji}} \frac{1}{\frac{N_i B_{ij}}{N_j B_{ji}} - 1} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{N_i B_{ij}}{N_j B_{ji}} - 1}.$$

Понятно, при больцмановском распределении атомов (при ЛТР) функция источника будет планковской.

У читателя может возникнуть вопрос: в каких случаях целесообразно использовать понятие «коэффициент поглощения», а в каких случаях - понятие «коэффициенты поглощения»? Опыт показывает, что с практической точки зрения для изучения процессов поглощения удобнее использовать первое понятие, а для изучения процессов излучения целесообразно использовать второе понятие. Дополнительно можно отметить, что имеется и третье понятие - «сила линий». Но этот термин используется, в основном, теоретиками-спектроскопистами.

Время жизни атома в возбужденном состоянии. Для простоты учтем только спонтанные переходы. Тогда эффективность опустошения уровня j будет определяться следующим соотношением:

$$dN_j = -N_j \sum_{i=1}^{j-1} A_{ji} dt = -N_j \gamma_j dt, \quad \gamma_j = \sum_{i=1}^{j-1} A_{ji},$$

$$\frac{dN_j}{dt} = -N_j \gamma_j.$$

Решение последнего уравнения и определение средней величины дает следующее равенство для среднего времени жизни атома в состоянии j :

$$N_j(t) = N_j(t=0)e^{-\gamma_j t},$$

$$t = \frac{\int t \gamma_j e^{-\gamma_j t} dt}{\int \gamma_j e^{-\gamma_j t} dt} = \frac{1}{\gamma_j} = \frac{1}{\sum_i^{j-1} A_{ji}}.$$

Если опустошение уровня происходит за счет других процессов (например, за счет фотовозбуждения или вынужденного излучения), то время жизни уменьшится в соответствии с формулой

$$t = \frac{1}{\sum_i^{j-1} [A_{ji} + B_{ji} J_{ji}] + \sum_{k>j} B_{jk} J_{jk}}.$$

Если предположить планковское поле излучения, то можно показать, что роль дополнительных членов будет велика, если население и опустошение уровня i будет осуществляться переходами, у которых $h\nu/kT \ll 1$.

Механизмы уширения линий

В идеальных условиях, когда атом находится в покое и на него не действуют какие-либо внешние силы, то энергетические уровни будут дискретными (т.е. со строго фиксированным значением энергии возбуждения E_i). Тогда профиль линии будет в виде дельта-функции при частоте, определяемой по следующей формуле:

$$h\nu_{ij} = E_j - E_i, \quad \nu_{ij} = \frac{E_j - E_i}{h} - \text{строго фиксированная частота.}$$

К аналогичному выводу приходит и классическая теория излучения: гармонические осцилляторы, колеблющиеся с постоянной частотой и амплитудой, также дают узкий дельта-профиль.

Т

Но физические эксперименты и наблюдения спектров звезд показывают, что спектральные линии поглощения или излучения имеют определенную ширину (см. рис. 8 на примере линии поглощения). Это важно, так как именно этот коэффициент определяет вид наблюдаемой линии, что показано последующими аргументами.

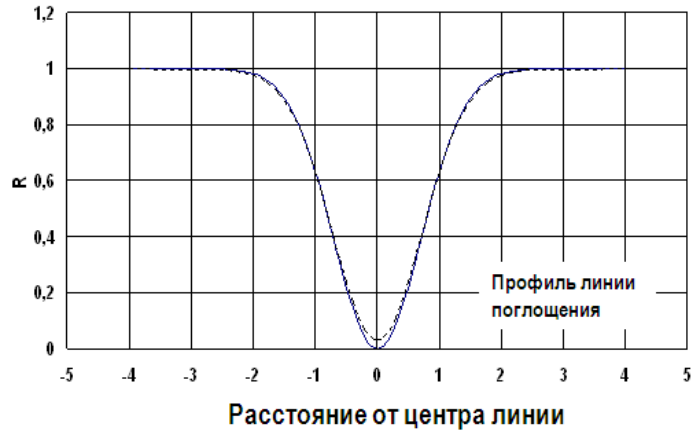


Рис. 8. Типичный профиль линии поглощения

Возьмем тонкий слой атмосферы между τ_2 (глубокий слой) and τ_1 . Тогда

$$\begin{array}{c}
 \tau_1 \\
 \hline
 \Delta x \\
 \hline
 \tau_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 I_\nu(\tau_2) = I_\nu(\tau_1)e^{-\alpha_\nu \Delta x} \approx \\
 \approx I_\nu(\tau_1)(1 - \alpha_\nu \Delta x),
 \end{array}$$

и

$$I_\nu(\tau_2) - I_\nu(\tau_1) \approx \alpha_\nu \Delta x I_\nu(\tau_1).$$

Таким образом, излучение в частотах линии пропорционален α_ν .

Уширение линий (соответственно и коэффициента поглощения в линии) вызвано различными эффектами. Их можно классифицировать следующим образом.

Эффекты, связанные с физикой самих атомов:

- естественное затухание излучения,
- тепловое уширение линий из-за хаотического кинетического движения атомов,

т

- уширение давлением – возмущения со стороны окружающих атомов/ионов/электронов,
- Штарк-эффект,
- сверхтонкая структура,
- эффект Зеемана (в магнитном поле).

Эффекты, связанные с внешним воздействием:

- вращение, турбуленция, пульсации,
- атмосферная неустойчивость, инструментальное уширение.

В нашем предыдущем пособии уже указывалось, что имеются два подхода в теории излучения : классическая физика и квантовая механика. Ниже мы будем использовать в кратком изложении оба подхода для объяснения эффектов уширения. Рассмотрим первый механизм уширения – естественное затухание.

Естественное уширение линий. Для начала используем классический подход. В конце 19 века датский физик Х. Лоренц предложил модель взаимодействия излучения и атомов. Эта модель позволила получить дифференциальное уравнение, решение которого определило вид профиля линии.

В этом подходе атом рассматривается как осциллятор. Дело в том, что реальный атом состоит из ядра и окружающих электронов. Но не все электроны являются сильно связанными с ядром. Поэтому в первом приближении можно рассматривать атом, состоящим из двух компонент как диполь: из внешнего слабо связанного электрона и оставшейся части атома. Этот диполь может колебаться по прямой линии со своей собственной круговой частотой ω_0 .

В классическом подходе свет рассматривается как набор электромагнитных волн. Электромагнитная волна состоит из взаимно перпендикулярных, осциллирующих магнитного ($B_{\text{магн}}$) и электрического ($E_{\text{эл}}$) полей. В атоме имеющийся электрон осциллирует в ответ на электрическое поле проходящей электромагнитной волны. При наличии поля излучения осциллятор будет иметь вынужденные колебания под влиянием электриче-

т

ского вектора световой волны. Это сопровождается изыманием квантов из поля излучения. Таким образом, этот процесс вызывает поглощение света.

Так как осциллирующий электрон представляет собой постоянно ускоряющийся заряд, то электрон будет излучать энергию. Это излучение появляется в виде волнового пакета с частотой $\nu_0 = \omega_0 / 2\pi$ и с затухающей амплитудой.

Как было отмечено, атом при наличии волны реагирует главным образом на электрическую компоненту:

а) если длина волны фотона больше размера атома, то изменения в электрическом поле можно игнорировать в процессе взаимодействия;

б) это означает другими словами, что период осцилляций больше, чем время прохождения заряда около (или внутри) атома.

В случае же реального взаимодействия атом существенно реагирует на синусоидальную осцилляцию электрического поля вида

$$E = E_0 \cos(\omega t).$$

Здесь волна осциллирует вдоль с круговой частотой $\omega = 2\pi\nu$. Потенциал φ связан с электрическим полем как $E = -\nabla\varphi$. Значит и потенциал будет иметь синусоидальную форму.

Потенциал электромагнитной волны, проходящей около связанного электрона, будет возмущать потенциальную энергию V_e этого электрона согласно уравнению

$$V_e = \frac{1}{2} e\varphi, \quad e - \text{заряд электрона.}$$

Это осциллирующее возмущение будет изменять состояние связанного электрона.

Теперь запишем основное уравнение колебаний электрона. Как указывалось выше, в классической физике атом представляется диполем. В нем заряд удерживается согласно закону Гука упругой силой, пропорциональной смещению и равной

$$F_1 = -kx \quad \text{или} \quad F_1 = -m_e \omega_0^2 x, \quad \omega_0 = \sqrt{k/m_e}.$$

т

Этот заряд совершает колебания, которые затухают под влиянием диссипативной силы, пропорциональной скорости, т.е.

$$F_2 = -g\dot{x} \quad \text{или} \quad F_1 = -\gamma m_e \dot{x}.$$

Допустим, что такой атом-диполь находится под влиянием света. При этом на заряд будет действовать возмущающая сила

$$F_3 = eE_0 e^{i\omega t}.$$

В результате электрон в своих движениях будет следовать за быстро меняющейся электромагнитной волной: он будет колебаться с той же частотой, что и световая волна. Если эта частота совпадает с резонансной (или собственной) частотой самого атома $\omega_0 = 2\pi\nu_0$, то амплитуда колебаний заряда может достигнуть большой величины.

Если теперь еще учесть и силу инерции движения электрона $F_4 = m_e \ddot{x}$, то в итоге уравнение движения электрона запишется как

$$m_e \ddot{x} = -\gamma m_e \dot{x} - m_e \omega_0^2 x + eE_0 e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Здесь

$m_e \ddot{x}$ - член, учитывающий инерцию,
 $\gamma m_e \dot{x}$ - член, учитывающий затухание,
 $m_e \omega_0^2 x$ - член, учитывающий восстановление,
 $E_0 e^{i\omega t}$ - член, учитывающий возбуждение.

Согласно классической теории, ускоренный электрон излучает энергию со скоростью

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2\dot{x}^2}{3c^3}.$$

Теория показывает, что средняя скорость излучения осциллятора равна

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = -\frac{8\pi^2 \nu^2 e^2}{3m_e c^3} W.$$

Следовательно, энергия электрона убывает по закону (см. рис. 10)

$$W = W_0 e^{-\gamma t}.$$

Здесь

$$\gamma = \frac{8\pi^2 \nu^2 e^2}{3m_e c^3} = \frac{0.2223 * 10^{16}}{\lambda^2} \text{сек}^{-1} \quad - \text{ постоянная затухания.}$$

Решение основного уравнения (2) можно найти в учебниках физики. Один из вариантов приведен в Дополнении. Установлено, что вид коэффициента поглощения в шкале круговых частот имеет следующий вид:

$$a_\omega = \frac{4\pi e^2}{m_e c} \frac{\gamma \omega^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \quad \omega = 2\pi\nu, \quad \omega_0 = 2\pi\nu_0.$$

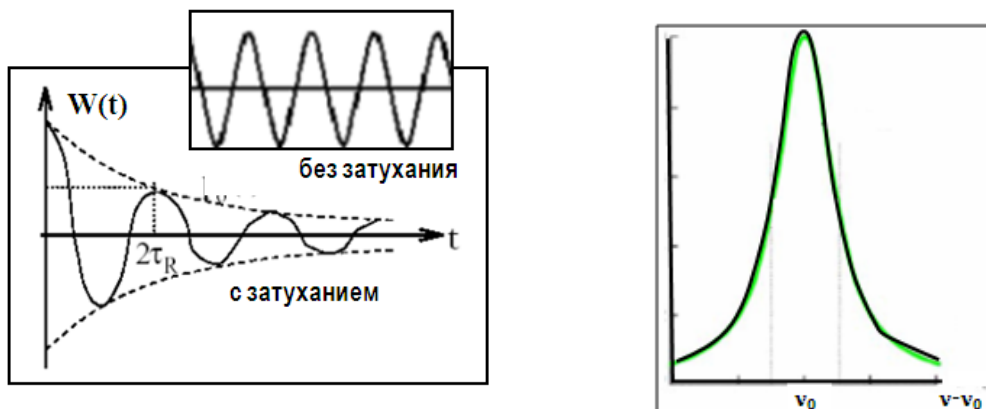


Рис. 9. Слева: Незатухающие и затухающие колебания осциллятора. Справа: график функции (3) в шкале частот.

График этой функции приведен на рис. 9. Эта функция быстро приближается к нулю, и ее величина отлична от нуля, когда $\omega \sim \omega_0$ (или $\nu \sim \nu_0$). Тогда можно упростить формулу (3), так как

$$|\omega - \omega_0| \ll \omega, \quad \omega \gg \omega_0,$$

$$(\omega^2 - \omega_0^2)^2 = (\omega + \omega_0)^2 (\omega - \omega_0)^2 \approx (2\omega_0)^2 (\omega - \omega_0)^2.$$

Аналогичное приближение будет и для шкалы частот ν . Подставив последние выражения в формулу (3), получим:

$$a_\omega \approx \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \Rightarrow a_\omega = a_0 \Phi_\omega.$$

Проведя простые преобразования, перейдем от круговых частот ω к частотам ν . Тогда имеем, что

т

$$a_\nu \approx \frac{e^2}{m_e c} \frac{\gamma / 4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma / 4\pi)^2} .$$

Правая часть формулы имеет вид известной функции Лоренца

$$\varphi_\nu^L = \frac{1}{\pi} \frac{b}{x^2 + b^2} .$$

Свойства этой функции таковы:

- симметрия относительно ν_0 ,
- имеет асимптотику $\varphi_\nu \rightarrow 1/(\Delta\nu)^2$,
- площадь этой функции нормирована к единице.

Поэтому можно записать, что

$$a_\nu = \frac{e^2}{m_e c} \frac{\gamma / 4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma / 4\pi)^2} = \frac{\pi e^2}{m_e c} \varphi_\nu^L . \quad (4)$$

Удобно для характеристики силы линии ввести понятие «полуширина $\Delta\nu_{1/2}$ » – расстояние от центральной частоты, при которой коэффициент поглощения падает в 2 раза по отношению к максимальному его значению. Из выражения (4) легко получить, что

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\gamma}{4\pi} .$$

В шкале длин волн имеем:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \quad \Delta\lambda_{1/2} = \frac{c}{\nu^2} \Delta\nu_{1/2} = \frac{c}{\nu^2} \frac{\gamma}{4\pi} = \frac{2\pi e^2}{3mc^2} = 0.000118\text{А}.$$

Видно, что полуширина коэффициента поглощения (и соответственно и полуширина линии) очень мала при учете только затухания излучения.

Естественное уширение линий. Квантово-механический подход (без деталей). Взгляд этого подхода на природу излучения и поглощения совершенно иная. Базовой идеей этого подхода является соотношение неопределенностей Гейзенберга: $\Delta E \Delta t \sim h/2\pi$. Согласно этому соотношению энергетические уровни имеют размытость (см. рис. 4) по значениям энергии:

$$E_j + \Delta E_j, \quad \gamma_j = \sum_{k < j} A_{jk}, \quad t_j \approx 1 / \sum_{k < j} A_{jk},$$

$$E_i + \Delta E_i, \quad \gamma_i = \sum_{k < i} A_{ik}, \quad t_i \approx 1 / \sum_{k < i} A_{ik}.$$

Вейскопф и Вигнер, используя аппарат квантовой механики и принцип неопределенности Гейзенберга, получили формулу, аналогичную формуле (4) за двумя исключениями:

- 1) вместо величины γ в формуле стоит величина $\Gamma = \gamma_i + \gamma_j$. В отличие от классического результата в уширении линии надо учитывать уже два уровня (верхний и нижний) перехода в линии. Величина Γ может сильно (до нескольких порядков) отличаться от классического значения γ .
- 2) в формуле надо добавить множитель f («сила осциллятора»). Необходимость введения этого множителя обоснована ниже.

Понятие «сила осциллятора».

Получим интегральный по частоте коэффициент поглощения, используя классическую теорию:

$$a_{\text{класс}} = \int_0^{\infty} a_{\nu} d\nu = \frac{e^2}{mc} \int_0^{\infty} \frac{\gamma / 4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma / 4\pi)^2} d\nu = \frac{\pi e^2}{mc}. \quad (5)$$

Мы получили универсальное соотношение, справедливое для всех переходов (линий)! Но при использовании квантовой теории излучения обнаруживается, что

$$a_{\text{квант}} \neq a_{\text{класс}} \neq \frac{\pi e^2}{mc}.$$

Причина такого расхождения вполне понятна: это неадекватность представления реального атома классическим осциллятором. Однако, чтобы не отвергать результаты классической физики излучения, а использовать их, было введено понятие «сила осциллятора f », которое удовлетворяет условию

$$a_{\text{квант}} = a_{\text{класс}} f = \frac{\pi e^2}{mc} f.$$

Таким образом, сила осциллятора есть число классических осцилляторов, суммарная эффективность излучения или поглощения которых равна эффективности излучения или поглощения реального атома. Справедливо и

другое определение: сила осциллятора это множитель, на который нужно умножить теоретическую эквивалентную ширину, вычисленную (неточно) по теории классического осциллятора, чтобы получить совпадение с наблюдаемой эквивалентной шириной линии. По сути, сила осциллятора является звеном между квантовой теорией уширения линий и классической теории естественного уширения линий.

Сила осциллятора может быть дробным числом. Для сильных линий f имеет значение около 1, для слабых линий $f < 1$, для запрещенных линий $f \ll 1$. Для примера в табл. 1 приведены силы осцилляторов для линий водорода.

$\lambda \text{Å}$	Линия	f_{lu}	g_{low}	g_{up}
1215.7	Ly α	0.41	2	8
1025.7	Ly β	0.07	2	18
972.5	Ly γ	0.03	2	32
6562.8	H α	0.64	8	18
4861.3	H β	0.12	8	32
4340.5	H γ	0.04	8	50

Табл. 1 Силы осциллятора для линий водорода

Из сравнения приведенных ниже формул имеем следующую связь:

$$a_{\text{квант}} = a_{\text{класс}} f_{ij} = \frac{\pi e^2}{m c} f_{ij},$$

$$a_{\text{квант}} = \int_0^{\infty} a_{\nu} d\nu = \frac{h \nu_{ij}}{4\pi} B_{ij} \rightarrow f_{ij} = \frac{m c^3}{8\pi^2 e^2 \nu_{ij}^2} \frac{g_j}{g_i} A_j.$$

Силы осцилляторов (обычно величины gf , g статистический вес нижнего уровня) определяются одним из методов:

- теоретические расчеты,
- лабораторные измерения,
- по измерениям интенсивностей линий в солнечном спектре.

Наиболее полные списки линий с величинами gf находятся на сайтах:

Т

- http://www_amdis/iaca.org/AMDIS
- http://acldata/nist/gov/nist_atomic_spectra.html
- <http://wwwsolar.nrl.navy.mil/chianti.html>
- <http://kurucz/harvard.edu> (список Куруца (Kurucz) – содержит данные о 50 млн. атомарных линиях и 150 млн. молекулярных линий).
- Венский список (VALD – Vien Astronomical Line Data) .

Отметим, что проблема определения сил осцилляторов чрезвычайно важна для астрофизики: без точных значений f невозможно рассчитать теоретические интенсивности спектральных линий. А точность определений f не всегда бывает удовлетворительной (см. рис. 10).

Из изложенного выше ясно, что уширение линий вследствие затухания излучения является механизмом, независимым от состояния окружающей среды: он является внутренним для самого излучающего или поглощающего атома. Поэтому в отсутствии других механизмов уширения из соответствующего профиля получить сведения о состоянии этой среды трудно. В заключение этого параграфа отметим, что естественное уширение играет большую роль в астрофизических объектах с малой плотностью среды, например, в газовых туманностях или протяженных оболочках звезд. Теперь перейдем к следующему механизму уширения линий.

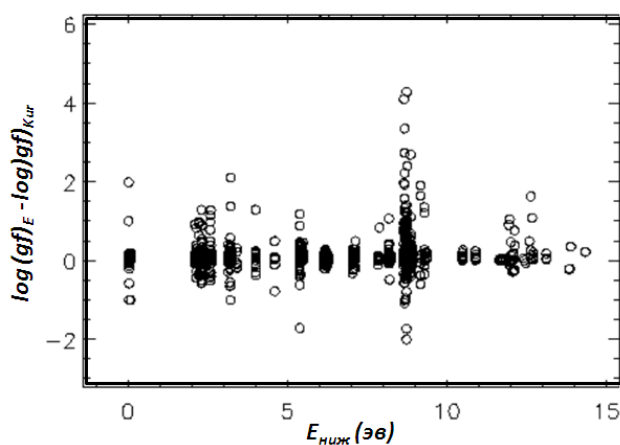


Рис. 10. Пример сравнения значений gf для линий, полученных разными авторами. Виден разброс до двух порядков.

Уширение вследствие эффекта Доплера. Временно "забудем" об естественном уширении. Тогда, как было сказано выше, линия будет иметь профиль $\delta(v-v_0)$ функции. В отсутствие движения атомы, находящиеся на нижнем уровне, поглотят все фотоны фиксированной частоты ν_0 . До окру-

т

жающих других атомов излучение уже не дойдет. Такие линии называются насыщенными, так как добавление поглощающих атомов ничего не изменяет в линии.

Но при наличии движения частота, в которой окружающие атомы могут поглощать, несколько изменится от величины ν_0 . Частицы газа в атмосфере движутся хаотически в разных направлениях и с разными скоростями. Эти скорости имеют разные проекции на луч зрения V_r . Теперь наблюдатель будет фиксировать от каждого атома поглощение на смещенной частоте

$$\nu = \nu_0 \pm \nu_0 \frac{V_r}{c}.$$

При суммировании влияния всех атомов получается уширенный коэффициент поглощения (см. рис. 11).

В астрофизике звездных атмосфер эффект Доплера возникает благодаря:

- хаотическому тепловому движению частиц;
- наличию (микро- или макро-) турбулентных движений небольших объемов газа.

Ясно, что роль эффекта Доплера в коэффициенте поглощения определяется числом атомов, имеющих определенные значения скоростей, точнее их проекций на луч зрения. А такое число атомов определяется распределением Максвелла по скоростям. Поэтому

$$a_\nu \propto dN(V_r) = N_{Total} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{2/3} e^{-\left(\frac{mV_r^2}{2kT} \right)} dV_r,$$

M – масса атома.

T

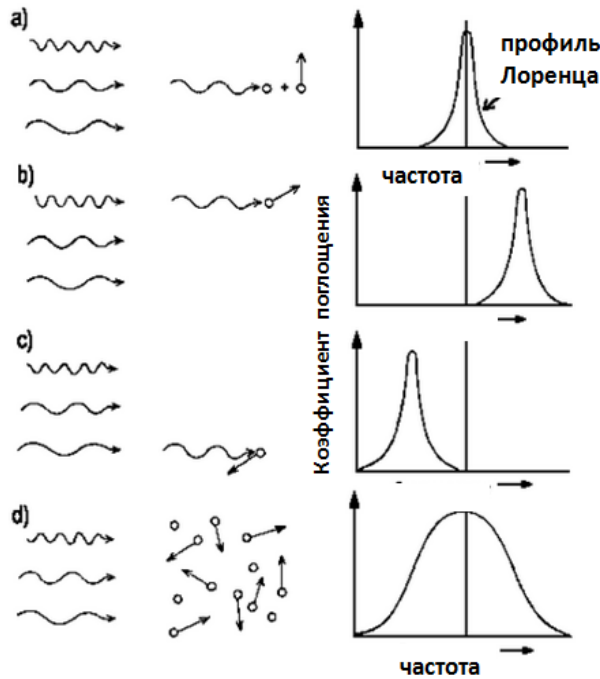


Рис. 11. Левая панель: движение фотонов разной длины волны к наблюдателю. Средняя панель: движение поглощающих атомов по отношению к наблюдателю. Правая панель: доплеровское смещение частоты и окончательный профиль линии поглощения.

Перейдем от скоростей к шкале частот следующим образом:

$$\nu = \nu_0 \pm \frac{\nu_0}{c} V_r, \quad V_r = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c,$$

$$\frac{M V_0^2}{2} = kT, \quad V_0 = \sqrt{2kT / M}, \quad \Delta \nu_D = \nu_0 \frac{V_0}{c}.$$

Последующая серия формул вполне понятна:

$$a_\nu d\nu \propto dN(V_r) = N_{Total} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{2/3} e^{-\left(\frac{M V_r^2}{2kT} \right)} dV_r$$

$$a_\nu d\nu = const e^{-\left(\frac{M V_r^2}{2kT} \right)} dV_r = const e^{-\left(\left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c \right)^2 \frac{M}{2kT} \right)} d\nu,$$

при $\nu = \nu_0$ $a_\nu = a_{\nu_0} \Rightarrow const = a_{\nu_0}$,

$$a_\nu d\nu = a_{\nu_0} e^{-\left(\left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c \right)^2 \frac{M}{2kT} \right)} d\nu.$$

Для определения постоянной a_{ν_0} - коэффициента поглощения в центре линии - воспользуемся правилом нормировки:

$$\int_0^\infty a_\nu d\nu = \frac{h \nu_0}{4\pi} B_{ij}.$$

Это дает следующий набор формул:

$$\int_0^{\infty} a_{\nu} d\nu = a_{\nu_0} \int_0^{\infty} e^{-\left(\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0} c\right)^2 \frac{M}{2kT}\right)} d\nu = 2a_{\nu_0} \int_{\nu_0}^{\infty} e^{-\left(\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0} c\right)^2 \frac{M}{2kT}\right)} d\nu =$$

$$= 2a_{\nu_0} \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} 2a_{\nu_0} \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} = \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{ij},$$

$$a_{\nu_0} = B_{ij} \frac{hc}{4\pi^{3/2}} \sqrt{\frac{M}{2kT}} = \frac{c^3}{8\pi^{3/2} \nu_0^3} \frac{g_j}{g_i} \sqrt{\frac{M}{2kT}} A_{ji}.$$

Заметим, что функция вида

$$\varphi_{\nu}^G = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2}.$$

называется функцией Гаусса и имеет следующие свойства:

- симметрия относительно центральной частоты,
- максимум функции имеет место при $1/\sqrt{\pi} \Delta\nu_D$,
- ее площадь нормирована к единице.

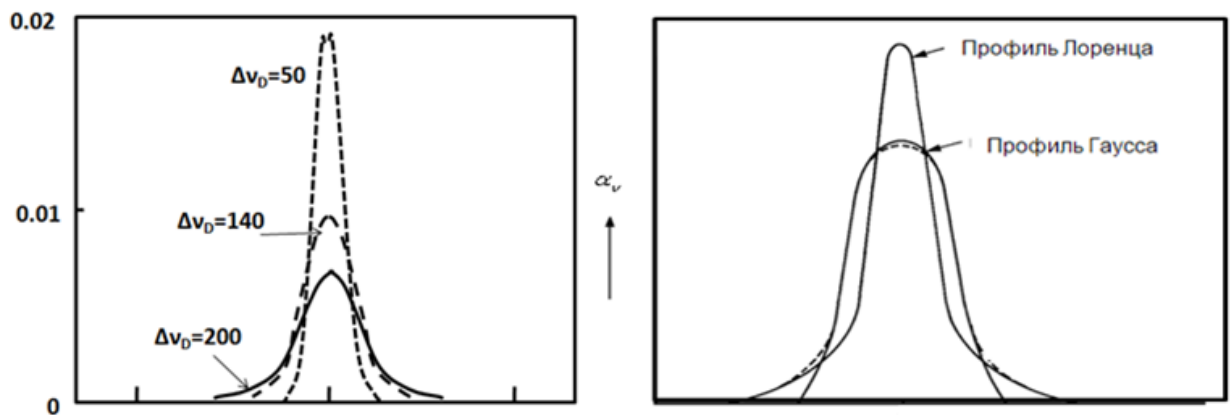


Рис. 12. Слева: функция Гаусса при разных $\Delta\nu_D$.
Справа: сравнение двух функций

Функция Гаусса представлена на рис. 12 (слева).

Для оценки роли коэффициента поглощения используют два понятия:

1. Доплеровская полуширина – расстояние от центра линии $\Delta\lambda_{1/2}$, при которой коэффициент поглощения падает в два раза по отношению к его максимальному значению

$$\frac{1}{2} a_{\lambda_0} = a_{\lambda_0} e^{-\left(\frac{\Delta\lambda_{1/2}}{\Delta\lambda_D}\right)^2} \Rightarrow \Delta\lambda_{1/2} = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\ln 2 \frac{2kT}{M}}.$$

2. Вторая величина (часто называемая также как доплеровская полуширина) это расстояние от центра линии $\Delta\lambda_D$, при котором коэффициент поглощения падает в e раз по отношению к его максимальному значению

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} ..$$

Если для оценки принять следующие параметры

$$\lambda = 5000 \text{ \AA}, \quad M = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ г}, \quad T = 10\,000 \text{ К},$$

то доплеровская полуширина будет равна $\Delta\lambda_D = 0.1 \text{ \AA}$.

Заметим, что наличие массы атома в этих формулах означает, что для тяжелых частиц доплеровская полуширина будет меньше. Например, для линий железа она будет меньше в $(56)^{1/2}$ раз.

Уширение линий вследствие эффектов давления. Наблюдения показывают (см. рис. 1 слева), что профили линий для звезд одного и того же спектрального класса, но разных классов светимости имеют разные свойства. Объяснение этому эффекту простое. В атмосферах сверхгигантов плотность вещества в 10^6 раз меньше, чем у Солнца. Таким образом, влияние соседних частиц на процесс поглощения-излучения конкретного атома на профили линий будет существенно меньше. По этой причине профили линий в спектрах сверхгигантов будут намного уже, чем в спектрах звезд главной последовательности.

Эти эффекты могут играть роль в широком диапазоне физических условий: от газовых туманностей до черных дыр. В результате действия этого механизма:

- энергетические уровни слегка размываются, тем самым увеличивая диапазон длин волн (частот) поглощения в линии: линия уширяется;
- линии могут испытывать смещение по длине волны;
- линии могут проявлять асимметрию.

Геометрия процесса взаимодействия атома и возмущающей частицы показана на рис. 13.

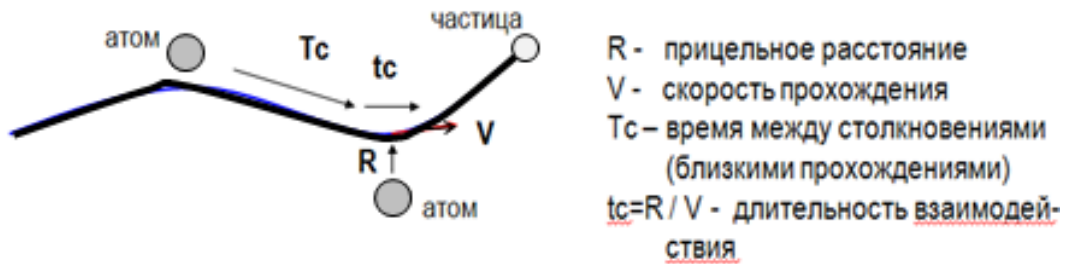


Рис. 13. Взаимодействие атома и возмущающей частицы.

Строго говоря, теория уширения линий разработана для двух предельных случаев:

$t_c \ll T_c$ – в этом случае взаимодействие «атом-частица» происходит очень быстро. Поэтому взаимодействие можно рассматривать как столкновение частиц. Такой подход называется ударным приближением (Лоренц, Ленц, Вейскопф, Линдхольм). Атом в этом приближении рассматривается как осциллятор, излучение которого прерывается только при ударах или прохождениях, вызывая мгновенное смещение по фазе.

$t_c \gg T_c$ – в этом случае частицы движутся медленно. Поэтому приближенно эти частицы можно считать неподвижными. Такой подход называется квазистатическим приближением. Уширение линии будет определяться распределением частиц около атома (Штарк, Дебай, Гольдсмарк, Маргенау).

Рассмотрим ударное приближение. Область применения ударного приближения ограничивается следующими обстоятельствами:

1) Плотность возмущающих частиц должна быть мала, чтобы влияние удаленных частиц на атом было малым по сравнению с эффектом близкого прохождения частицы. Это имеет место, если возмущающие частицы принадлежат к химическому элементу с малым содержанием.

2) Эффект близкого прохождения должен быть сильнее влияния удаленных частиц. Это имеет место при прохождении частиц с коротким временем взаимодействия, например, нейтральных атомов.

3) Возмущающие частицы должны иметь большую скорость. Это имеет место при взаимодействии с электронами.

Сперва рассмотрим роль непосредственных ударов. Ударяющая частица может привести к ударному девозбуждению уровня, уменьшая время жизни атома на этом уровне. Теория показывает, что результате коэффициент поглощения будет иметь профиль Лоренца (как и у естественного уширения) с полушириной

$$\Delta \nu_{1/2} = 1/\pi t, \quad t - \text{время между столкновениями.}$$

T

Число столкновений равно

$N\sigma V$ - N – концентрация частиц, V - скорость частиц, σ - сечение толкновения.

Так как

$$1/2MV^2 = 3/2kT, P = NkT,$$

то

$$\Delta\nu_{1/2}(\text{Hz}) = P\sigma / \pi\sqrt{3/kTM} = 3.6 \times 10^{24} P\sigma / \sqrt{MT}.$$

Для Солнца ($T=5800\text{K}$, $P=10^4$) для атома водорода прямые удары при $\sigma=\pi a_0^2=8 \times 10^{-18} \text{ см}^2$ вызывают уширение с

$$\Delta\nu_{1/2} = 3.6 \cdot 10^{24} \times 10^4 \times 8 \cdot 10^{-21} / \sqrt{1 \times 5700} = 4\text{MHz}.$$

Эта величина меньше естественного уширения! Перейдем к рассмотрению прохождения частиц.

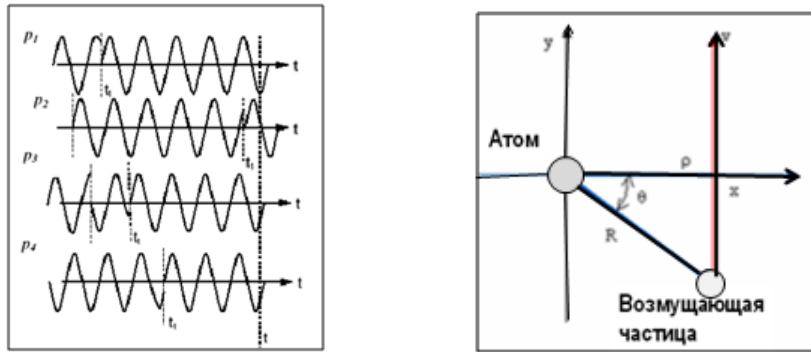


Рис. 14. Слева: смена фаза колебаний в результате возмущений. Справа: прохождение возмущающей частицы.

Предполагается, что прохождения частицы происходят мгновенно. В результате цуг волн колебаний осциллятора мгновенно меняет свою фазу ϕ (см. рис. 14). Смещение по частоте обычно представляется как

$$\Delta\nu = \frac{C_n}{R^n}.$$

Это соотношение отражает тот простой факт, что чем ближе возмущающая частица, тем сильнее ее воздействие при уширении. Варианты значений n

т

будут приведены ниже. Кумулятивный эффект в смещении фазы будет равен

$$\phi = 2\pi \int_0^{\infty} \Delta v dt = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{C_n}{R^n} dt.$$

Считаем, что движение возмущающей частицы проходит по прямой линии (см. рис.15 справа). Тогда

$$\rho = R \cos \vartheta, \quad \phi = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{C_n (\cos \vartheta)^n dt}{\rho^n}.$$

Из того же рисунка имеем:

$$V = dy / dt = (\rho / \cos^2 \vartheta) d\vartheta / dt \Rightarrow dt = (\rho / V) d\vartheta / \cos^2 \vartheta.$$

Тогда

$$\phi = \frac{2\pi C_n}{V \rho^{n-1}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{n-2} \vartheta d\vartheta.$$

Значения интеграла для разных n дано в табл. 2.

N	2	3	4	6
$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{n-2} \vartheta d\vartheta$	π	2	$\pi / 2$	$3\pi / 8$

Табл. 2. Значения интеграла.

Введем параметр ρ_0 для максимального смещения фазы $\phi=1$ радиан:

$$\rho_0 = \left(\frac{2\pi C_n}{V} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{n-2} \vartheta d\vartheta \right)^{1/(n-1)}. \quad (6)$$

Число столкновений равно

$$\pi \rho_0 V N T.$$

Здесь, N - концентрация частиц, T - интервал времени между ударами. Тогда теория показывает, что параметр γ_n , стоящий в формуле профиля Лоренца, имеет значение (без вывода):

$$\gamma_n = 2\pi \rho_0^2 V N. \quad (7)$$

т

Теория показывает, что зависимость коэффициента поглощения имеет такой же вид, как и для естественного затухания, только величина γ заменяется на γ_n :

$$a_\nu = \frac{\pi e^2}{m c} f \frac{\gamma_n / 4\pi^2}{\Delta\nu^2 + (\gamma_n / 4\pi)^2}.$$

Анализ возможных механизмов взаимодействий между частицами позволил конкретизировать значения n .

$n=2$: линейный Штарк-эффект. Это уширение особенно важно для линий H I в спектрах горячих звезд.

$n=3$: резонансное уширение атомами того же рода. Это уширение важно в атмосферах холодных звезд, например, в линии H I в спектре Солнца.

$n=4$: если возмущаемый атом имеет внутренние электроны (квадратичный Штарк-эффект). Уширение важно для линий ионов металлов в спектрах горячих звезд.

$n=5$: такого взаимодействия в природе нет.

$n=6$: уширение ван дер Ваальса нейтральными атомами. Уширение важно в спектрах холодных звезд.

Запишем ряд "рабочих" формул для γ_n при разных n .

Квадратичный эффект Штарка ($n=4$).

Для этого эффекта ($n=4$) из таблицы 2 и из формулы (6) имеем

$$\rho_0 = \left(\frac{\pi C_4}{2V} \right)^{1/3}.$$

Тогда из формулы (7) получим

$$\gamma_4 = 2\pi V N \left(\frac{\pi C_4}{2V} \right)^{2/3} = 28.8 V^{1/3} C_4^{2/3} N.$$

Более точная формула дает такой результат:

$$\gamma_4 = 38.8 V^{1/3} C_4^{2/3} N.$$

С учетом того, что возмущающими частицами являются ионы и электроны формула несколько уточняется:

$$\gamma_4 = 38.8 C_4^{2/3} \left[\frac{8kT}{\pi} \left(\frac{1}{M_{атом}} + \frac{1}{m} \right) \right]^{1/6} N_e + 38.8 C_4^{2/3} \left[\frac{8kT}{\pi} \left(\frac{1}{M_{атом}} + \frac{1}{m_{ион}} \right) \right]^{1/6} N_{ион}.$$

т

Здесь зависимость от масс иона и атома очень слаба. Поэтому можно подставить массу любого атома. Далее можно без большой ошибки считать, что $N_e = \sum N_{ion}$. Тогда

$$\gamma_4 = 38.8 C_4^{2/3} \left(\frac{8kT}{\pi} \right)^{1/6} N_e \left[\left(\frac{1}{M_{атом}} + \frac{1}{m} \right) + \left(\frac{1}{M_{атом}} + \frac{1}{m_{ион}} \right) \right]^{1/6}$$

$$\log \gamma_4 = 19.4 + \frac{2}{3} \log C_4 + \log P_e - \frac{5}{6} \log T.$$

Постоянная C_4 определяется из лабораторных исследований или по расчетам.

Учет взаимодействия ван дер Ваальса (n=6).

Не вдаваясь в подробности, запишем «рабочую» формулу:

$$n = 6, \Rightarrow \rho_0 = \left(\frac{\pi C_6}{2V} \right)^{1/3} \Rightarrow \gamma_6 = 17.0 V^{3/5} C_6^{2/5} N,$$

$$\log \gamma_6 \approx 19.6 + \frac{2}{5} \log C_6 + \log P_e - \frac{7}{10} \log T.$$

Обычно возмущающими частицами в этом эффекте являются атомы водорода. Для величины C_6 имеется приближенная формула:

$$C_6 = 3 * 10^{-31} \left[\frac{1}{\left(\chi - E_i - \frac{12400}{\lambda(A)} \right)^2} - \frac{1}{(\chi - E_i)^2} \right] \quad (\text{энергии выражены в эв}).$$

Некоторые авторы используют другую приближенную формулу:

$$\gamma_6 = 17 * C_6^{2/5} * V^{3/5} N_{per}, \quad C_6 = 6.5 * 10^{34} \frac{R_K^2}{a_0^2},$$

N_{per} - концентрация возмущающих частиц,

a_0 - радиус первой боровской орбиты,

R_K - радиус соответствующей орбиты
электрона излучающего атома.

т

Эксперименты показали, что ударное приближение хорошо воспроизводит профили линий только на частотах, близких к ядру линии.

Теперь перейдем к квазистатистическому подходу в теории уширения давлением.

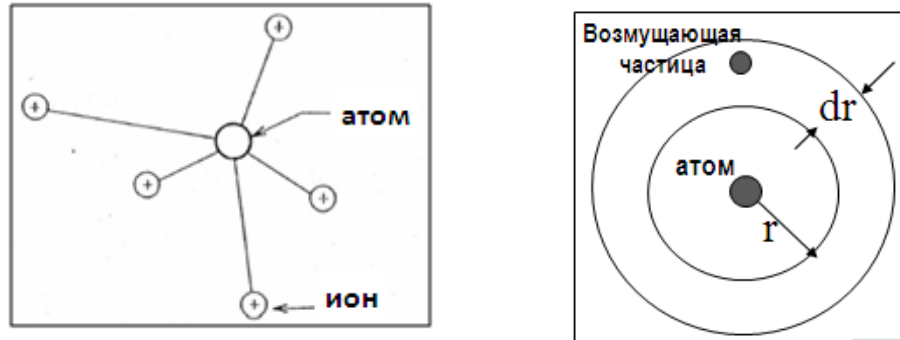


Рис. 15. Геометрия расположения возмущающих частиц.

В этой теории время возмущения атома со стороны других частиц больше времени жизни атома в возбужденном состоянии: $t \gg t_0 = 1/\sum A_{ji}$. Время t остается практически постоянным во время процесса поглощения или излучения кванта в статистически флуктуирующем поле, создаваемом другими частицами. Теория строится на следующей цепочке:

распределение возмущающих частиц \rightarrow силовое поле в месте расположения поглощающего или излучающего атома \rightarrow переход от распределения возмущающих частиц к частотному распределению (коэффициенту поглощения).

Простейший вариант этой теории- это учет влияния только одной, но ближайшей частицы. Рассмотрим это приближение.

Вероятность расположения $W(r)$ ближайшей частицы в зоне $(r, r+dr)$ (см. рис. 15) есть произведение вероятности W_1 того, что в сфере радиусом r частицы нет, и вероятности W_2 того, что внутри сферического слоя $(r, r+dr)$ частица есть. Вероятность W_1 определяется следующим соотношением :

$$W(r)dr = [1 - \int_0^r W(x)dx].$$

Понятно, что относительная вероятность W_2 нахождения 1 частицы в шаровом слое равна $W_2 = (4\pi r^2 dr N)$. Тогда

$$W(r)dr = [1 - \int_0^r W(x)dx](4\pi r^2 dr N).$$

T

Проводя дифференцирование, получим следующее уравнение:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{W(r)}{4\pi r^2 N} \right) = -W(r) = -4\pi r^2 N \left(\frac{W(r)}{4\pi r^2 N} \right).$$

Решение этого уравнения дает такой результат:

$$W(r)dr = 4\pi r^2 N e^{-\frac{4}{3}\pi r^3 N} dr.$$

Теперь следует от распределений по расстоянию перейти к частотной зависимости, используя такую связь:

$$\Delta\nu = \frac{C_n}{r^n}, \quad r = \left(\frac{C_n}{\Delta\nu} \right)^{1/n}.$$

В итоге для коэффициента поглощения следует следующая формула:

$$a_\nu = const * \frac{4\pi N}{n} \frac{C_k^{3/n}}{(3+n)} e^{-\frac{4}{3}\pi N \left(\frac{C_n}{\Delta\nu} \right)^{3/n}} (\Delta\nu)^n.$$

Рассмотрим наиболее важный случай Штарк эффекта ($n=2$). Электрическое поле, создаваемое заряженными частицами, расщепляет энергетические уровни. Поэтому переходы между этими подуровнями будут давать набор компонент линии. Степень расщепленности, естественно, зависит от напряженности электрического поля (см. рис. 16).

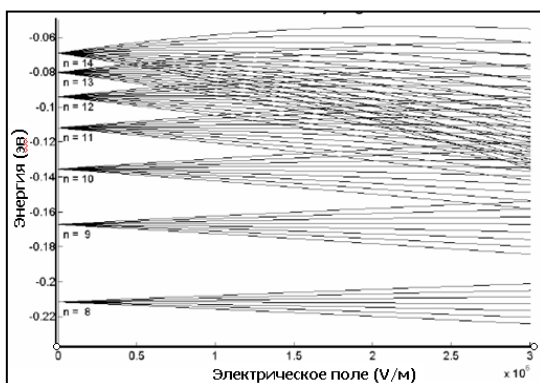


Рис. 16. Штарковское расщепление уровней.

Однако звездные атмосферы являются достаточно горячей и ионизованной плазмой, поэтому являются хорошим проводником тока. Поэтому в атмосферах не возникает градиентов электрического потенциала (поля). В

т

результате никакого расщепления линий на штарковские компоненты в спектрах звезд не наблюдается. Но Штарк – эффект важен при уширении звездных линий по следующей причине. Локальное электрическое поле может возникнуть при приближении заряженной частицы (иона или электрона) к атому. Это вызовет мгновенные расщепления уровней, которые сливаясь будут давать уширение линии.

В первом приближении ограничимся случаем ближайшей частицы. Введем среднее расстояние между частицами r_0 , равное $(4\pi N/3)^{-1/3}$. Этому расстоянию соответствует «нормальная напряженность» электрического поля $E_0=e/r_0^2$. В этих единицах выразим текущую напряженность поля, введя $\beta=F/F_0=\Delta\nu/(\Delta\nu)_0$. Здесь $(\Delta\nu)_0$ есть смещение при "нормальной напряженности" поля. Тогда в приближении ближайшей частицы формула (9) приобретает следующий вид:

$$W(r)dr \rightarrow W(\beta)d\beta, \quad W(\beta) = \frac{3}{2} \beta^{-5/2} e^{-\beta^{-3/2}},$$
$$\beta \rightarrow \infty \quad W(\beta) \sim \beta^{-5/2}.$$

Последняя формула показывает, что квазистатистическая теория в приближении ближайшей частицы дает зависимость коэффициента поглощения в виде $a_\nu \sim (\Delta\nu)^{-5/2}$, тогда как теория ударного приближения давала иную зависимость $a_\nu \sim (\Delta\nu)^{-2}$.

Такое различие можно попытаться объяснить игнорированием взаимодействия с более удаленными частицами. Учет роли таких частиц провел Хольцмарк, сделавший три основных предположения:

- ионы неподвижны,
- отсутствие корреляции в положениях ионов,
- возмущающие частицы – ионы.

В рамках этих предположений он получил, что

$$W(\beta) = \frac{2}{\pi\beta} \int_0^\infty x \operatorname{Sin}x e^{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{3/2}} dx.$$

Т

В асимптотике эта функция представляется следующим образом:

$$\beta \gg 1 \quad W(\beta) \approx 1.496 \beta^{-5/2} (1 + 5.106 \beta^{-3/2} + \dots)$$

$$\beta \ll 1 \quad W(\beta) \approx \frac{4}{3} \pi \beta^2 (1 - 0.463 \beta^2 + \dots).$$

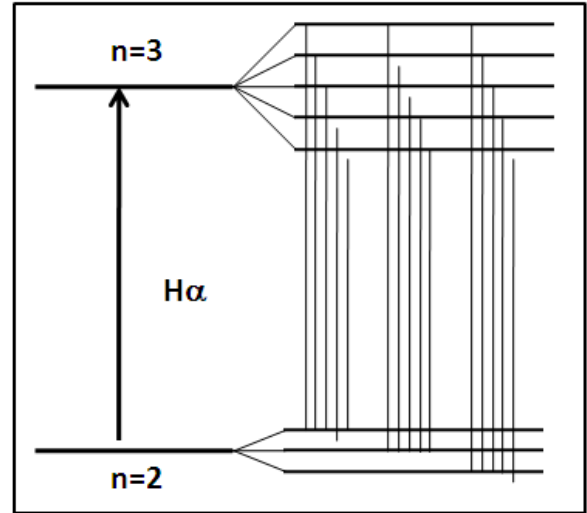
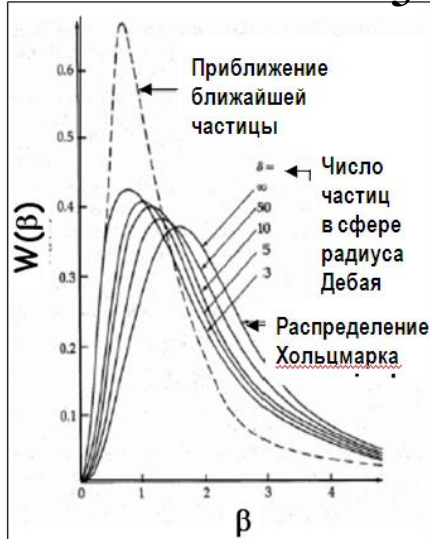


Рис. 17. Слева: функция Хольцмарка. Справа: расщепление уровней водорода для $H\alpha$ линии.

При $\beta \gg 1$ мы имеем ту же зависимость $a_\nu \sim (\Delta\nu)^{-5/2}$.

Коэффициент поглощения будет определяться суммой вкладов от поглощения различных переходов между расщепленными компонентами (рис. 17):

$$a_{ij} = \frac{\pi e^2}{m c} f_{ij} \sum_k x_k W(\beta_k) \frac{d\beta_k}{d\nu} d\nu, \quad x_k - \text{вклад в силу осциллятора}$$

от k-компоненты

На практике эта теория была применена на примере линий водорода. Поскольку для линий водорода $a_\lambda \sim N$ (см. формулу (10)), то они являются хорошим индикатором давления и в итоге и $\log g$.

К 1960 годам таким спектроскопическим методом были определены $\log g_{sp}$ для большого числа звезд. С другой стороны, для двойных звезд, определив массу и радиус звезды, можно использовать другой (динамический) метод по следующей формуле

$$g_{dyn} = GM / R^2,$$

Т

Сравнение значений g_{sp} и g_{dyn} показало систематическое различие: $g_{sp} > g_{dyn}$. Это означает, что в теории Хольцмарка следует проанализировать исходные предположения.

1) Предположение о неподвижности ионов в первом приближении вполне оправданно, так как скорость движения ионов очень мала по сравнению со скоростью электронов:

$$M_{ion} V_{ion}^2 / 2 = m_e V_e^2 / 2 \Rightarrow V_e / V_{ion} = \sqrt{M_{ion} / m_e} = \sqrt{1840}.$$

Но тем не менее следует сказать, что был разработан "метод модельного микрополя", в котором учитывается движение не только ионов, но и электронов.

2) Для оценки влияния возможной корреляции в положениях ионов необходимо подсчитать число различных частиц в сфере радиуса Дебая. Радиус Дебая это радиус сферы, внутри которой еще сохраняется воздействие электрического поля заряженной частицы. Вне этого радиуса влияние других частиц экранируется. Если внутри этой сферы число частиц велико, то рассматриваемое предположение Хольцмарка вполне оправдано.

Согласно теории этого эффекта число электронов и ионов в сфере радиуса Дебая определяется как

$$n_e = \frac{1}{6\sqrt{\pi}N_e} \left(\frac{kT}{e^2} \right)^{3/2}, \quad n_{ion} = \frac{N_{ion}}{12\sqrt{2\pi}} \left(\frac{kT}{N_e e^2} \right)^{3/2}.$$

Для примера мы вычислим эти величины для условий в солнечной атмосфере на разных глубинах (см. табл. 3).

τ	N_H	N_{ion}	N_e	N_{ion+e}
0.0001	$3.4 \cdot 10^6$	370	1040	1410
0.01	$1.2 \cdot 10^6$	120	350	470
0.1	$6.0 \cdot 10^5$	72	200	272
1.0	$4.8 \cdot 10^4$	29	82	111

Табл. 3. Число частиц в сфере радиуса Дебая.

т

Из этой таблицы видно, что число атомов водорода в сфере Дебая очень велико. И число заряженных частиц также велико. Таким образом, приближение Хольцмарка вполне оправданно.

3) Остается третье предположение – игнорирование влияния электронов. Однако быстрые электроны своим зарядом вносят мгновенные флуктуации в статическом электрическом поле ионов. Кольб, Грим и Шен решили уравнение Шредингера и получили следующий результат: влияние электронов значимо в крыльях линий. Они уточнили ранее использованную формулу, получив для коэффициента поглощения следующее выражение:

$$a_{\lambda} \approx 321C_n \frac{P_e}{T(\Delta\lambda)^{5/2}} \left[1 + R(N_e, T)\Delta\lambda^{1/2} \right]$$

Здесь $R(N_e, T)$ затабулированный коэффициент, учитывающий влияние электронов. Из этой формулы ясно, что в крыльях линий ($\Delta\lambda$ велико) роль электронов возрастает, и коэффициент поглощения принимает вид лоренцовского профиля. Применение этой уточненной теории сняло впоследствии проблему различий между спектроскопическим и динамическим определениями $\log g$.

В каких случаях целесообразно использовать каждую теорию, например, для линий водорода: ударное или квазистатистическое приближение (с учетом только ионов или с учетом только электронов)? Для этого можно вычислить предельное расстояние от центра линии $\Delta\lambda$, разграничивающее области применения (табл. 4, взята из неопубликованной книги авт. Hubeny I., Mihalas D., "The theory of stellar atmospheres", по разрешению).

Линия	Возмущающие частицы	T=10000 К	T=25000 К
H α	электроны	230.0	580.0
	протоны	0.25	0.63
H β	электроны	48.0	120.0
	протоны	0.05	0.13
H γ	электроны	19.0	48.0
	протоны	0.02	0.05

H δ	электроны	13.0	32.0
	протоны	0.01	0.03

Табл. 4. Границы применимости двух теорий $\Delta\lambda$ (в ангстремах).

Формула Инглиса-Теллера. Бальмеровские линии, уширенные линейным эффектом Штарка, могут перекрываться друг с другом. Высокие члены серий могут слиться, образуя квазиконтиниум. Определяя номер последней наблюдаемой линии, можно определить электронную концентрацию в атмосфере величину $\log g$. Для примера см. рис.18.

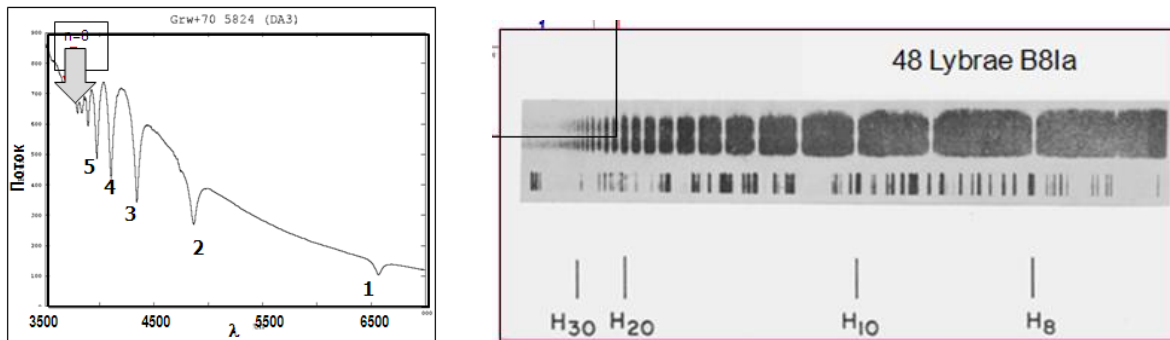


Рис. 18. Слева: спектр звезды карлика. Справа: спектр звезды гиганта.

Напомним некоторые обозначения: (ПРОАВЕРТЬ ФОРМУЛЫ!!!!)

$r_n = n^2 a_0$ - радиус орбиты электрона на орбите с номером n ,

$a_0 = 0.529 \cdot 10^{-8}$ см – радиус первой (борвской) орбиты электрона,

$E_n = \frac{13.6 \text{ эв}}{n^2} = \frac{e^2}{2n^2 a_0}$ - энергия электрона на орбите n ,

$r_0 = \left(\frac{3}{4\pi N} \right)^{1/3}$ - среднее расстояние между частицами,

$F = \frac{e}{r_0^2} = e \left(\frac{4\pi N}{3} \right)^{2/3}$ - "нормальная" напряженность электрического поля,

$\Delta E_n = r_n e F = n^2 a_0 e^2 \left(\frac{4\pi N}{3} \right)^{2/3}$ - изменение энергии электрона на n -орбите из-за возмущающей силы,

Разница между энергиями двух соседних уровней n и $n+1$ равно:

т

$$\Delta E(n) = E_n - E_{n+1} = \frac{e^2}{2n^2 a_0} - \frac{e^2}{2(n+1)^2 a_0} = \frac{e^2}{2n^2 a_0} \left[1 - \left(1 - \frac{2}{n} \right) \right] \approx \frac{e^2}{n^3 a_0}.$$

В качестве условия слияния двух линий возьмем такое соотношение:

$$\frac{\Delta E(n)}{2} = \Delta E \text{ (возм)}.$$

Это приводит к следующей цепочке выражений:

$$n^2 a_0 e^2 \left(\frac{4\pi N}{3} \right)^{2/3} = \frac{e^2}{2n^3 a_0} \Rightarrow N = \frac{1}{n^{7.5}} \left[\frac{1}{2a_0^2 (4\pi/3)^{2/3}} \right]^{1/5}.$$

Последняя формула переписывается как

$$\log N = -7.5 \log n_{\max} + 23.48.$$

Позднее эта формула была уточнена

$$\log N = -7.5 \log n_{\max} + 22.96.$$

Совместный учет всех механизмов уширения. Выше мы рассмотрели механизмы уширения линий, действующих отдельно друг от друга. В реальности все эти механизмы действуют одновременно, хотя в определенных физических ситуациях могут преобладать одни механизмы, в других ситуациях – другие (рис.19).

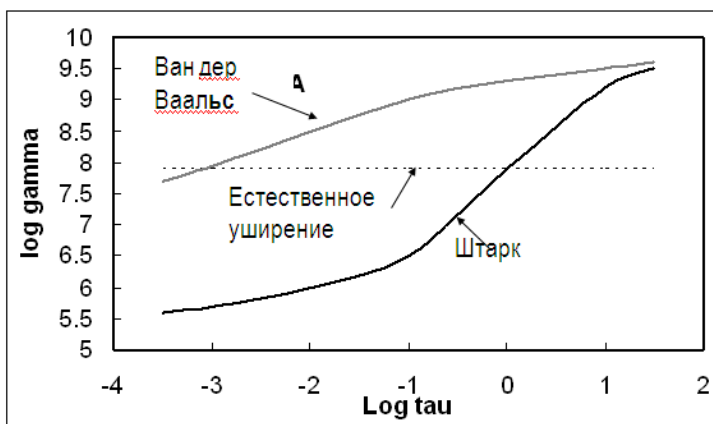


Рис. 19. Постоянная γ для солнечной атмосферы для D-линии NaI).

Перед нами стоит задача определить функцию, являющуюся результатом совместно действия нескольких других функций. В математике такая

т

операция называется конволюцией (или сверткой) и обозначается обычно звездочкой «*». Математически для двух функций f и g конволюция заключается в проведении следующей операции

$$(f * g)(x) = \int f(y)g(x - y)dy = \int f(x - y)g(y)dy. \quad (8)$$

В нашем случае эти исходные функции таковы:

- профиль Лоренца – результат естественного затухания,
- профиль Лоренца – результат действия эффектов давления, в частности сил ван дер Ваальса),
- профиль Лоренца – результат действия Штарк – эффекта,
- профиль Гаусса – результат действия эффекта Доплера.

Графически процедура конволюции двух профилей приведена на рис. 20.

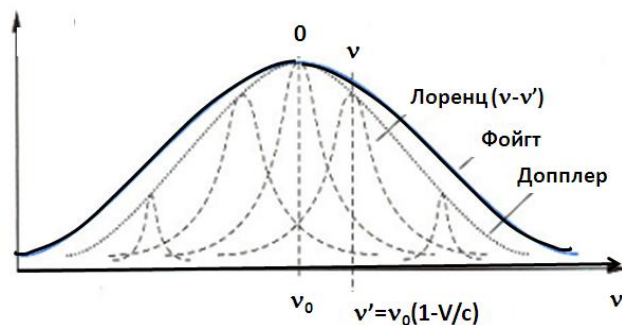


Рис. 20. Графическое представление конволюции двух профилей.

Таким образом, мы для этих функций должны осуществить операцию

$$\alpha(\text{полн}) = \alpha(\text{естеств}) * \alpha(\text{Штарк}) * \alpha(\text{вандерВаальс}) * \alpha(\text{Доплер}).$$

Если проводить свертку двух профилей Лоренца, то можно убедиться, что получаемый профиль будет иметь также профиль Лоренца. При свертке двух профилей Гаусса, получаемый профиль будет иметь также гауссов вид. В Дополнении можно найти доказательство вышесказанного.

$$\gamma = \gamma(\text{естеств}) + \gamma(\text{Штарк}) + \gamma(\text{вандерВаальс}).$$

Конволюция профиля Лоренца и профиля Гаусса приводит к следующим выражениям:

Т

$$\begin{aligned}
 a_v &= \frac{\pi e^2}{mc} f \frac{1}{\pi} \frac{\gamma/4\pi}{(v-v_0)^2 + (\gamma/4\pi)^2} * \frac{1}{\Delta v_D \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D}\right)^2} = \\
 &= \frac{\pi e^2}{mc} \frac{f}{\pi^{3/2} \Delta v_D} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma/4\pi}{(x-y)^2 + (\gamma/4\pi)^2} e^{-\left(\frac{y}{\Delta v_D}\right)^2} dy = \quad (x = \Delta v = v-v_0, \quad y = \Delta v') \\
 &= \frac{\pi e^2}{mc} \frac{f}{\pi^{3/2}} \frac{a}{\Delta v_D} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u'^2}}{(u-u')^2 + a^2} du'. \quad \left(a = \frac{\gamma}{4\pi \Delta v_D}, \quad u = \frac{\Delta v}{\Delta v_D}, \quad u' = \frac{\Delta v'}{\Delta v_D} \right)
 \end{aligned}$$

Интеграл в простой аналитической форме не представляется. Обычно он записывается с использованием функции Фойгта $V(u, a)$ или функции Хертинга $H(u, a)$, имеющих следующий вид:

$$\begin{aligned}
 V(u, a) &= \frac{a}{\pi^{3/2} \Delta v_D} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u'^2}}{(u-u')^2 + a^2} du' \\
 H(u, a) &= \sqrt{\pi} \Delta v_D V(u, a).
 \end{aligned}$$

Последняя функция нормирована таким образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(a, u) du = \sqrt{\pi}.$$

В итоге для коэффициента поглощения запись будет такой:

$$a_v = \frac{\pi e^2}{mc} f V(u, a) = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} \frac{f}{\Delta v_D} H(u, a).$$

В шкале длин волн выражение для коэффициента поглощения будет следующим:

$$a_\lambda = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{mc} \frac{\lambda^2}{c} \frac{f}{\Delta \lambda_D} H(u, a). \quad \left(u = \frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_D}, a = \frac{\gamma \lambda^2}{4\pi c \Delta \lambda_D} \right)$$

Функция Хертинга хорошо изучена и затабулирована как функция двух параметров a и u . Часто ее представляют в виде ряда $H(a, u) = H_0(u) + aH_1(u) + a^2H_2(u) + a^3H_3(u) + \dots$ (см. рис. 21).

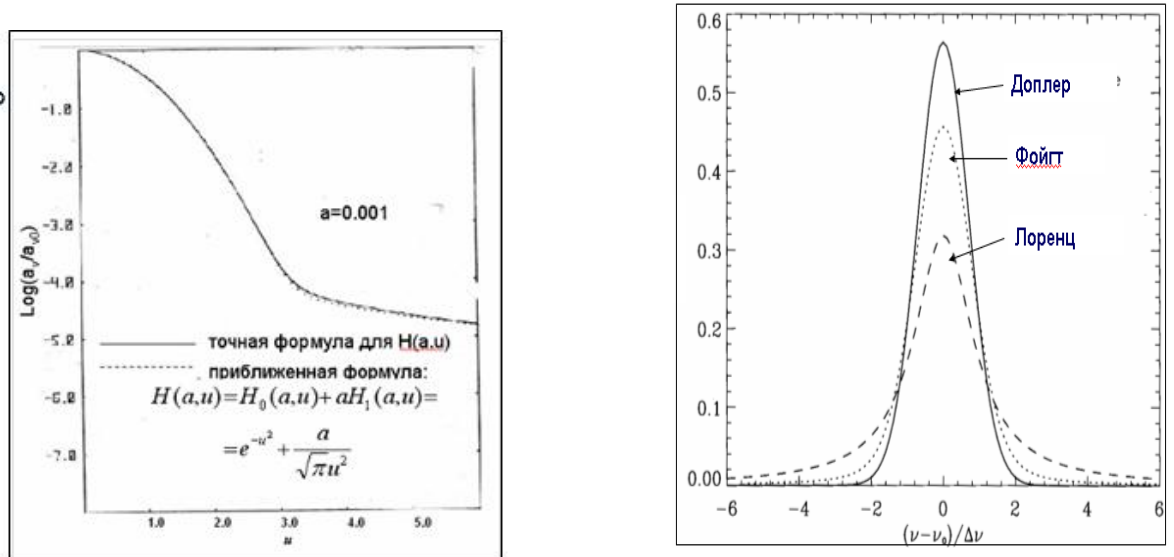


Рис. 21. Слева: точность представления функции Хертинга. Справа: Сравнение трех профилей.

Частные случаи в поведении коэффициента поглощения:

1. В центре линии имеем

$$a_{\lambda} = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m c^2} \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_D} f .$$

2. Для близких к ядру линии частот имеем

$$a_{\lambda} = \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m c^2} \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda_D} f e^{-u^2} .$$

3. Для крыльев линий

$$a_{\lambda} \sim \frac{a}{\sqrt{\pi}} u^{-2} .$$

Инструментальное уширение. Такое уширение линий не является следствием физических процессов. Такое уширение вызвано качеством приемной спектроскопической аппаратуры.

Рассмотрим два монохроматических луча, производящих линию поглощения или излучения (см. рис. 22 слева). Они будут разрешены, если расстояние между ними будет не меньше $d\lambda$. В противном случае, эти линии сольются, и будет создаваться иллюзия их уширения. Для характеристики аппаратуры вводится понятие «разрешающая сила» $R = \lambda / \Delta \lambda$. К настоящему времени созданы спектрографы с разрешением $R = 65000$. На

Т

рис. 22 справа дан вид спектра одной и той же звезды, полученные с разным разрешением. Видно, что при разрешении $R=8000$ профили линий определяются не надежно. Поэтому можно использовать только их эквивалентные ширины.

Изложение метода учета инструментального уширения выходит за пределы пособия.

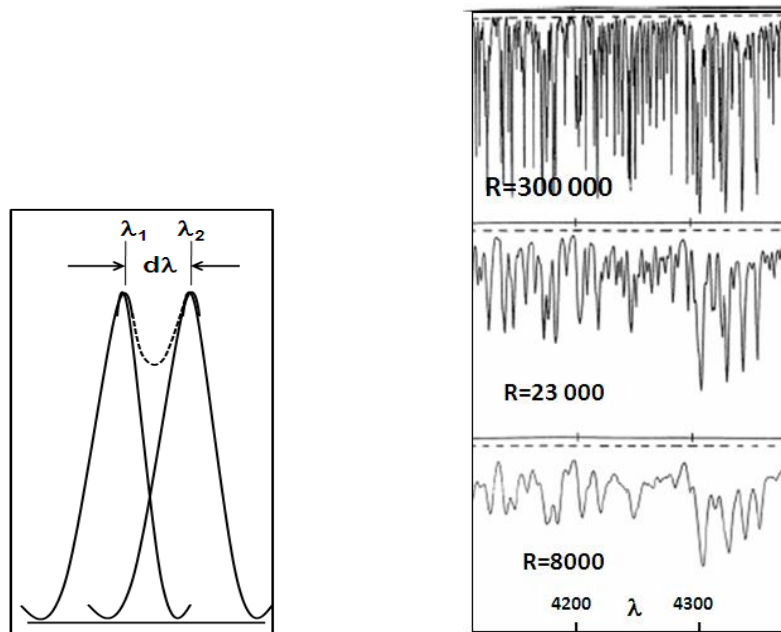


Рис. 22. Слева: разрешение двух линий. Справа: пример спектров звезды с разным разрешением.

Решение уравнения переноса с учетом линий

По сравнению с Пособием 1 теперь в уравнении переноса излучения мы должны включить в качестве агента поглощения не только поглощение в непрерывном спектре, но и поглощение в очень узком интервале длин волн, внутри которого присутствует спектральная линия. Сам этот интервал длин настолько узок, что он не играет большой роли в условии лучистого равновесия, но в нем находится профиль линии, который и несет в себе большую информацию о физических условиях в атмосфере звезды. Имеются две концепции в теории образования линий:

1 подход: Предполагается, что одно и то же значение температуры определяет процессы поглощения и излучения. Другими словами, выполняется условие локального термодинамического равновесия, т.е реализуется закон Кирхгофа. Далее, при таких процессах излученный квант в линии со-

вершенно не коррелирует с предварительно поглощенным квантом. Это может случиться, например, когда атом испытывает многочисленные столкновения за время между поглощением и излучением. Эти столкновения путем ударного возбуждения или девозбуждения переводят атом из верхнего энергетического уровня j , в котором он оказался путем предварительного поглощения кванта при переходе с нижнего уровня i , на любые другие уровни. Такое опустошение верхнего уровня j уменьшает шансы для радиативного перехода $j \rightarrow i$. Ясно, что такие столкновения должны успеть произойти за время жизни атома на верхнем уровне. При таких процессах кванты изымаются из поля излучения («гибнут»), и их энергия передается в тепловую энергию. В таких случаях говорят, что линия образуется механизмом истинного поглощения.

2 подход: Предполагается, что никакого равновесия между атомами и полем излучения не имеется. Среда просто рассеивает излучение, достигшее данной точки из других слоев. В противоположность истинному поглощению линия излучения образуется так быстро после предварительного поглощения, что атом не успевает подвергнуться ударам или другим процессам опустошения населенности уровня, например, за счет фотоионизации. Поэтому шансы для обратного перехода $j \rightarrow i$ с излучением кванта, идентичного с поглощенным квантом за счет перехода $i \rightarrow j$, будут велики. Такие процессы рассеяния не вызывают изымание квантов из поля излучения. У рассеянных квантов просто меняется направление их движения с малой вероятностью их движения в направлении к наблюдателю. И наблюдатель будет «видеть» недостаток квантов в определенных частотах, т.е. спектральную линию поглощения. Такой механизм образования линий поглощения называется механизмом рассеяния. Но надо отметить, что изменение направления движения излученного кванта увеличивает его путь прохождения до его покидания с поверхности атмосферы. А увеличение этого пути увеличивает вероятность поглощения этого кванта за счет других процессов, например, в континууме при фотоионизации.

В каких случаях важен каждый из рассмотренных двух механизмов (поглощения и рассеяния)? Для ответа рассмотрим 2 типа линий (рис. 23).

- 1) Резонансная линия возникает при переходах с основного (первого уровня). После поглощения кванта при переходе на верхний уровень (в нашем примере – на второй) этот уровень может опустошаться за

счет разных переходов. Но есть определенный шанс, что произойдет обратный переход 2-1 с излучением такого же по частоте кванта (но в другую сторону). Фактически это есть процесс рассеяния. Таким образом, резонансные линии поглощения преимущественно образуются механизмом рассеяния.

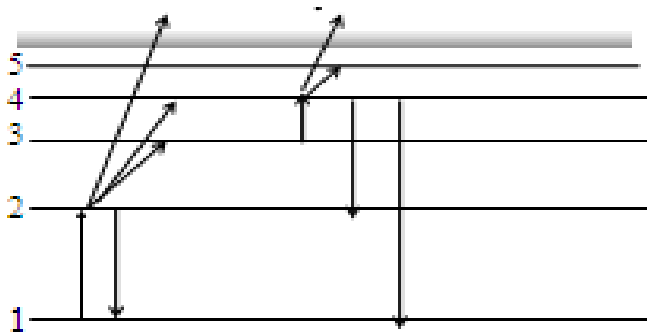


Рис. 23. Образование резонансных и субординатных линий

- 2) Субординатная линия возникает при переходах между верхними уровнями. Например, при переходе 3-4 образуется линия поглощения. Уровень 4 будет опустошаться за счет перехода 4-3 с излучением кванта. Но для этого перехода есть конкурирующие переходы, например, вниз (4-2, 4-1) с излучением квантов, но с другой частотой, отличной от частоты линии перехода 3-4. Другими словами, кванты с частотой перехода 3-4 были выведены из поля излучения. Таким образом, субординатные линии преимущественно образуются механизмом истинного поглощения.

Отметим, что два приведенных выше вывода не являются категоричными из-за сильной и сложной взаимосвязи между уровнями, определяемой различными физическими процессами. Учет всех этих процессов при населении и опустошении уровней составляет так называемую не-ЛТР задачу. О ней будет идти речь в Пособии-3.

Формально задача решения уравнения переноса излучения ничем не отличается от всех рассмотренных в Пособии 1 методов.

Прежде всего рассмотрим механизм истинного поглощения. Теперь общий коэффициент поглощения равен сумме коэффициентов поглощения в континууме α_ν^c и в линиях α_ν^l . Соответственно и оптическая глубина будет определяться как

$$dt_\nu = -(\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l)dx.$$

т

Функция источника также будет иметь следующий вид:

$$S_V = \frac{\varepsilon_V^l + \varepsilon_V^c}{\alpha_V^l + \alpha_V^c}, \quad S_V^l = \frac{\varepsilon_V^l}{\alpha_V^l}, \quad S_V^c = \frac{\varepsilon_V^c}{\alpha_V^c}, \quad S_V = \frac{S_V^c + \frac{\alpha_V^l}{\alpha_V^c} S_V^l}{1 + \frac{\alpha_V^l}{\alpha_V^c}}. \quad (9)$$

Уравнение переноса будет формально иметь обычный вид:

$$\begin{aligned} \cos\theta \frac{dI_V}{dt_V} &= I_V - S_V, \\ dt_V &= -(\alpha_V^c + \alpha_V^l) dx. \end{aligned}$$

Чтобы решить уравнение переноса, надо знать функцию источника для континуума и для линии. Они обе зависят от населенностей уровней, которые сами определяются полем излучения в континууме и в линии. Эта взаимосвязь сильно усложняет решение уравнения переноса с учетом линий. В простейшем случае ЛТР полагаем, что

$$S_V^c = B_V(T), \quad S_V^l = B_V(T).$$

Фактически это означает, что населенности уровней зависят только от температуры и не зависят от поля излучения. Это приближение хорошо работает в том случае, когда населенности уровней определяются только столкновениями, а не полем излучения.

Для получения непрерывного спектра надо решить уравнение

$$\mu \frac{dI_V}{d\tau_V} = I_V - B_V, \quad d\tau_V = -\alpha_V^c dx.$$

Для вычисления «континуум + линия» надо решить уравнение

$$\mu \frac{dI_V}{dt_V} = I_V - B_V, \quad dt_V = -(\alpha_V^c + \alpha_V^l) dx.$$

Формальное решение этих уравнений дает такой результат:

$$I_V^c(0, \mu) = \int_0^\infty B_V(T) e^{-\frac{t_V}{\mu}} \frac{dt_V}{\mu}, \quad I_V^l(0, \mu) = \int_0^\infty B_V(T) e^{-\frac{t_V}{\mu}} \frac{dt_V}{\mu}. \quad (10)$$

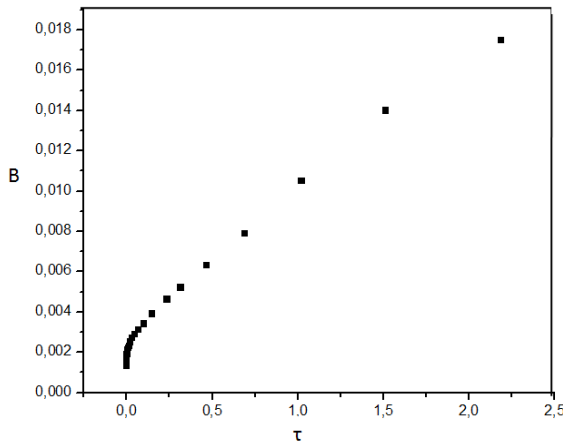


Рис. 24. Линейное представление функции Планка для солнечной атмосферы.

Для интегрирования (10) нужно знать поведение функции Планка с глубиной. Сделаем допущение, что оно носит линейный характер по отношению к средней глубине τ . Точность такого представления проиллюстрирована рис. 24 для модели солнечной атмосферы Куруца, на котором приведена функция Планка при $\lambda=5000 \text{ \AA}$ в зависимости от средней оптической глубины. Видно, что линейность соблюдается для широкого интервала глубин за исключением очень поверхностных глубин с $\tau \sim 10^{-4}$.

Запишем линейную зависимость функции Планка от средней глубины τ

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu \tau.$$

Для нахождения величин a_ν и b_ν запишем эту формулу следующим образом:

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu \tau = B_\nu(T_0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial T} \right)_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_0 \tau.$$

Аналогично и для других глубин

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu^{(1)} \tau_\nu = B_\nu(T_0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial T} \right)_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_0 \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_\nu} \right) \tau_\nu,$$

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu^{(2)} t_\nu = B_\nu(T_0) + \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial T} \right)_0 \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_0 \left(\frac{\partial \tau}{\partial t_\nu} \right) t_\nu. \quad (11)$$

Используя запись для функции Планка и серое распределение температуры в зависимости от средней глубины τ , можно получить следующий набор формул

Т

$$T^4(\tau) = T_{eff}^4 \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \tau \right) = T_0^4 \left(1 + \frac{3}{2} \tau \right), \quad \left(\frac{\partial B_\nu}{\partial T} \right)_0 = \frac{x_0}{T_0} \frac{B_\nu(T_0)}{1 - e^{-x_0}},$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_0 = \frac{3}{8} T_0, \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial \tau_\nu} \right) = \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c}, \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial t_\nu} \right) = \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l}, \quad x_0 = \frac{h\nu}{kT_0}, \quad X_0 = \frac{x_0}{1 - e^{-x_0}}.$$

Отсюда имеем, что

$$a_\nu = B_\nu(T_0), \quad \beta_\nu = \frac{3}{8} B_\nu(T_0) X_0,$$

$$b_\nu^{(1)} = \beta_\nu \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c}, \quad b_\nu^{(2)} = \beta_\nu \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l}. \quad (12)$$

Теперь равенства (11) с учетом (12) можно переписать следующим образом:

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0)(1 + \beta_\nu \tau + \dots), \quad d\tau = -\alpha dx,$$

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0) \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c} \beta_\nu \tau_\nu + \dots \right), \quad d\tau_\nu = -\alpha_\nu^c dx,$$

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0) \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l} \beta_\nu t_\nu \right), \quad dt_\nu = -(\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l) dx.$$

Остаточная интенсивность в линии определяется как:

$$r_\nu = \frac{H_\nu^l(0)}{H_\nu^c(0)}, \quad r_\nu(\mu) = \frac{I_\nu^l(0, \mu)}{I_\nu^c(0, \mu)}.$$

Интегрирование (10) дает такой результат:

$$r_\nu = \frac{1 + \frac{2}{3} \beta_\nu \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l}}{1 + \frac{2}{3} \beta_\nu \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c}}, \quad r_\nu(\mu) = \frac{1 + \beta_\nu \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c + \alpha_\nu^l} \mu}{1 + \beta_\nu \frac{\alpha}{\alpha_\nu^c} \mu}. \quad (13)$$

Полученные результаты следует сравнить с наблюдениями (например, диска Солнца).

1) Из первой формулы следует, что глубина сильной линии, у которой $\alpha_\nu^l \gg \alpha_\nu^c$, будет конечной и определяемой как

$$r_{\nu} \approx \frac{\alpha_{\nu}^c}{\alpha_{\nu}^c + \frac{2}{3} \beta_{\nu} \alpha}$$

Но если нет градиента температуры в области формирования линии (т.е. $\beta_{\nu} = 0$), то линия исчезает.

2) Согласно (13) при продвижении по диску Солнца к лимбу остаточная интенсивность $r_{\nu}(\vartheta)$ стремится к единице, так как $\mu = \cos 90^{\circ} \rightarrow 0$. Другими словами, линия на лимбе исчезает. Наблюдения не подтверждают этот прогноз и другие прогнозы. Поэтому перейдем к другому альтернативному механизму образования линий поглощения - механизму рассеяния.

При рассмотрении механизма рассеяния примем два важных допущения:

- чистое рассеяние: энергия, излученная в линии, равна энергии, поглощенной в этой линии;
- когерентное рассеяние: несмотря на размытость уровней, считаем, что нет перераспределения энергии по частотам внутри линии.

При таких предположениях будет выполняться условие монохроматического равновесия:

$$4\pi \varepsilon_{\nu}^l = \alpha_{\nu}^l \oint_{4\pi} I_{\nu} d\omega, \quad \frac{\varepsilon_{\nu}^l}{\alpha_{\nu}^l} = \frac{1}{4\pi} \oint_{4\pi} I_{\nu} d\omega \equiv J_{\nu} = S_{\nu}, \quad S_{\nu} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} I_{\nu} \sin \vartheta d\theta.$$

В первой записи мы использовали факт изотропного излучения. Последняя запись говорит, что в случае рассеяния функция источника полностью определяется полем излучения.

В рамках сделанных выше предположений рассмотрим механизм рассеяния при образовании линий поглощения. Классические работы по решению проблемы переноса излучения с учетом линий основываются на ряде упрощений. Много приближенных методов было разработано для разных частных случаев: чистое рассеяние, некогерентное рассеяние и др. Но главное достоинство приближенных методов заключается в том, что они дают определенную ориентацию в понимании физики образования спектральных линий.

Для начала рассмотрим самый простой подход на основе модели образования линий («модель Шварцшильда-Шустера»), в которой предполагается, что атмосферу можно разделить на два слоя (рис. 25):

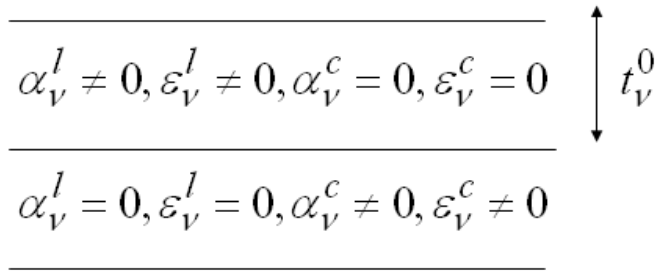


Рис. 25. Модель Шварцшильда-Шустера строения атмосферы. t_v^0 — оптическая толщина в частотах линии.

- в верхнем слое (названном как «обращающий слой») происходит только образование линии;

- в более глубоком слое образуется только непрерывное излучение.

Для верхнего слоя мы должны решить два уравнения:

$$\mu \frac{dI_v}{dt_v} = I_v - S_v^l, \quad dt_v = -\alpha_v^l dx.$$

$$S_v^l = J_v = \frac{1}{2} \int_0^\pi I_v d\mu,$$

Поскольку вид уравнений ничем не отличается от уравнений для серого случая (см. уравнения 10 Пособия 1), то в качестве решения этих уравнений мы возьмем результат, полученный методом Чандрасекара при $n=1$ (см. формулы 14 Пособия 1) для выходящего с поверхности излучения в частотах линии:

$$I_+^l(t_v^0 = 0) = \frac{3}{4} F_v^l \left(t_v^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} + Q \right),$$

$$I_-^l(t_v^0 = 0) = \frac{3}{4} F_v^l \left(t_v^0 - \frac{1}{\sqrt{3}} + Q \right) = 0 \quad (14)$$

Напомним, что $Q=1/\sqrt{3}$. Для используемой модели интенсивность линии в основании верхнего «обращающего» слоя фактически равна интенсивности выходящей с поверхности этого слоя в континууме, т.е.

$$I_+^c(t_v^0) = \frac{3}{4} F_c \left(0 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) = \frac{3}{4} F_v^l \left(t_v^0 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right).$$

Из последнего равенства имеем выражение для остаточной интенсивности линии:

$$r_v = \frac{F_v^l}{F_c} = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2} t_v^0}.$$

Если бы мы для этой модели использовали метод Шварцшильда-Шустера, то результат был бы несколько другим:

$$r_v = \frac{F_v^l}{F_c} = \frac{1}{1 + t_v^0}.$$

Оптическая глубина в частотах линии равна

$$t_v^0 = -\int_0^Z \alpha_v^l dz = -\int a_v^l N dz \approx a_v^l \int N dz = a_v^l N_{abs} \Rightarrow r_v = \frac{1}{1 + a_v^l N_{abs}}. \quad (15)$$

Смысл величины N_{abs} таков: это «число поглощающих атомов», т.е. число атомов, производящих линию и находящихся в столбце сечением в 1 см^2 и протяженностью, равной протяженности «обращающего слоя».

Из формулы (10) следует важный вывод: у сильной линии, у которой величина $a_v^l N_{abs}$ очень большая, остаточная интенсивность может быть нулевой ("черная" линия).

Теперь установим зависимость остаточной интенсивности от положения на диске звезды, т.е. от μ . Интенсивность в линии определим из формального решения, полагая, что

$$S_v^l(t_v) = J_v^l(t_v) = \frac{1}{2} (I_+ + I_-) = \frac{3}{4} F_v^l \left(t_v + \frac{1}{\sqrt{3}} \right). \quad (16)$$

Тогда

$$I_v^l(\mu, 0) = \int_0^\infty J_v^l(t_v) e^{-\frac{t_v}{\mu}} \frac{dt_v}{\mu} + I_c e^{-\frac{t_v^0}{\mu}}.$$

т

Проведя интегрирование с учетом (16) и поделив результат на интенсивность в континууме I_c , получим

$$r_v(\mu) = \frac{3F_c}{4I_c(\mu,0) \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} t_v^0\right)} \left[\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\mu + t_v^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) e^{-\frac{t_v^0}{\mu}} \right] + e^{-\frac{t_v^0}{\mu}}.$$

Для слабой линии ($t_v^0 \ll 1$) имеем, что

$$r_v(\mu) \approx 1 - \frac{3F_c}{4I_c(\mu,0)} t_v^0.$$

Из этой формулы ясно, что у слабой линии нет зависимости от μ за исключением влияния потемнения диска к краю в континууме. Для сильной линии ($t_v^0 \gg 1$) имеем следующую формулу:

$$r_v(\mu) \approx \frac{3F_c}{4I_c(\mu,0) t_v^0} (\mu + \sqrt{3}).$$

Отсюда следует, что интенсивность линии в центре диска будет в 1.6 раз больше, чем на лимбе.

Теперь мы рассмотрим более общий случай, учитывающему механизмы как истинного поглощения, так и рассеяния. При рассмотрении этого вопроса мы используем несколько формул из книги Хубены И. и Михаласа Д. (с их разрешения). Для начала введем предварительные обозначения. Для начала введем предварительные обозначения.

1) При переходе в линии перехода $i \rightarrow j$ образуется линия с коэффициентом поглощения α_v^i .

2) Не все атомы с верхнего уровня перейдут вниз с излучением: может произойти опустошение этого уровня за счет ударов и других процессов. Потери энергии излучения в переходе $j \rightarrow l$ за счет таких процессов охарактеризуем величиной γ . Эти потери компенсируются тепловым излучением с коэффициентом излучения

$$\varepsilon_v^l = \gamma \alpha_v^l B_v(T).$$

т

Величина параметра γ свидетельствует о возможном отсутствии чистого рассеяния в линиях. Вклад в коэффициент излучения при перехода $j \rightarrow i$ теперь будет оцениваться как

$$\varepsilon_{\nu}^S = (1 - \gamma)\alpha_{\nu}^l J_{\nu}.$$

3) Для излучения в континууме введем обозначения: α_{ν}^c - коэффициент поглощения теплового излучения в континууме, σ_{ν}^c - коэффициент рассеяния (например, электронами или атомами водорода) в континууме.

4) Обозначим далее

$$d\tau_c = -(\alpha_{\nu}^c + \sigma_{\nu}^c)dz - \text{оптическая глубина в континууме,}$$

$$d\tau_{\nu} = -(\alpha_{\nu}^l + \sigma_{\nu}^c + \alpha_{\nu}^l)dz - \text{оптическая глубина с учетом поглощения в континууме и в линии,}$$

$$\beta_{\nu} = \frac{\alpha_{\nu}^l}{\alpha_{\nu}^c + \sigma_{\nu}^c}, \quad \eta_{\nu} = \frac{\sigma_{\nu}^c}{\alpha_{\nu}^c + \sigma_{\nu}^c}. \quad (17)$$

Как и ранее, сделаем предположение о линейности функции Планка с глубиной. Для частот в непрерывном спектре предполагаем, что

$$B_{\nu}(T) = a_{\nu} + b_{\nu}\tau_c = a_{\nu} + \frac{b_{\nu}\tau_{\nu}}{1 + \beta_{\nu}} \equiv a_{\nu} + c_{\nu}\tau_{\nu}.$$

Величины a_{ν} и b_{ν} были определены в Пособии -1. Для нашего случая они равны

$$a_{\nu} = B_{\nu}(T_0), \quad b_{\nu} = \frac{3}{8} B_{\nu}(T_0) X_0 \frac{\alpha}{\alpha_c + \sigma_c}.$$

Аналогично для линейного поведения функции Планка в зависимости от оптической глубины в частотах линии имеем

$$a_{\nu} = B_{\nu}(T_0), \quad b_{\nu} = \frac{3}{8} B_{\nu}(T_0) X_0 \frac{\alpha}{\alpha_{\nu}^c + \sigma_{\nu}^c + \alpha_{\nu}^l}.$$

Теперь можно приступить к решению уравнения переноса. С учетом выше сказанного уравнение переноса излучения будет таким:

т

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = -(\alpha_\nu^c + \sigma_\nu^c + \alpha_\nu^l)I_\nu + (\alpha_\nu^c + \gamma\alpha_\nu^l)B_\nu(T) + [\sigma_\nu^c + (1-\gamma)\alpha_\nu^l]J_\nu.$$

С использованием введенных выше обозначений это уравнение переписывается следующим образом

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - \frac{\beta_\nu + (1-\eta_\nu)}{1+\beta_\nu} B_\nu(T) - \frac{(1-\gamma)\beta_\nu + \eta_\nu}{1+\beta_\nu} J_\nu.$$

Для упрощения записи введем дополнительное обозначение

$$\delta_\nu = [\gamma\beta_\nu + (1-\eta_\nu)]/(1+\beta_\nu).$$

Тогда уравнение будет иметь следующий вид:

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - \delta_\nu B_\nu(T) - (1-\delta_\nu)J_\nu. \quad (18)$$

Это уравнение называется уравнением Милна - Эддингтона. Оно может быть решено аналитически только при предположении независимости величин от глубины и линейной зависимости функции Планка от глубины в континууме.

Используя подход Эддингтона, умножаем уравнение (18) на $d\omega/4\pi$ и интегрируем по сфере. Тогда

$$\frac{dH_\nu}{d\tau_\nu} = J_\nu - (1-\delta_\nu)J_\nu - \delta_\nu B_\nu = \delta_\nu (J_\nu - B_\nu).$$

Умножение (13) на $\cos\theta d\omega/4\pi$, интегрирование по сфере и вынос среднего значения $\cos^2\theta=1/3$ дает следующее уравнение

$$\frac{1}{3} \frac{dJ_\nu}{d\tau_\nu} = H_\nu. \quad (19)$$

Из двух последних уравнений будем иметь одно дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{1}{3} \frac{d^2 J_\nu}{d\tau_\nu^2} = \frac{dH_\nu}{d\tau_\nu} = \delta_\nu (J_\nu - B_\nu) \rightarrow \frac{d^2 (J_\nu - B_\nu)}{d\tau_\nu^2} = \frac{dH_\nu}{d\tau_\nu} = 3\delta_\nu (J_\nu - B_\nu).$$

Последняя запись верна только при линейном законе по глубине функции Планка. Стандартное решение последнего уравнение дает следующее выражение

$$J_\nu(\tau_\nu) = B_\nu(T) + Ae^{-\tau_\nu \sqrt{3\delta_\nu}} + Be^{\tau_\nu \sqrt{3\delta_\nu}} = a_\nu + c_\nu \tau_\nu + Ae^{-\tau_\nu \sqrt{3\delta_\nu}} + Be^{\tau_\nu \sqrt{3\delta_\nu}}. \quad (20)$$

Поскольку при $\tau_\nu \rightarrow \infty$ имеем, что $J_\nu = B_\nu$. Это означает, что $B=0$. Для нахождения постоянной A используем верхнее граничное условие: отсутствие падающего излучения. Тогда

$$J_\nu(\tau_\nu = 0) = \frac{1}{2} \int_0^1 I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) d\mu,$$

$$H_\nu(\tau_\nu = 0) = \frac{1}{2} \int_0^1 I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) \mu d\omega \approx \frac{1}{4} \int_0^1 I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) d\mu,$$

Тогда

$$J_\nu(\tau_\nu = 0) = 2H_\nu(\tau_\nu = 0).$$

Более точный метод Чадрасекара дает более точное соотношение

$$J_\nu(\tau_\nu = 0) = \sqrt{3} H_\nu(\tau_\nu = 0). \quad (21)$$

Запишем для поверхности выражение (20) для средней интенсивности на поверхности

$$J_\nu(\tau_\nu = 0) = a_\nu + A. \quad (22)$$

Поток определяется из формулы (19)

$$H_\nu(\tau_\nu) = \frac{1}{3} \frac{dJ_\nu(\tau_\nu)}{d\tau_\nu} = \frac{1}{3} \left(c_\nu - A\sqrt{3\delta_\nu} e^{-\tau_\nu \sqrt{3\delta_\nu}} \right).$$

Тогда

$$H_\nu(\tau_\nu = 0) = \frac{1}{3} \left(c_\nu - A\sqrt{3\delta_\nu} \right). \quad (23)$$

Используя формулы (21-23), имеем, что

т

$$A = \left[\frac{c_v - a_v \sqrt{3}}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{\delta_v})} \right].$$

Таким образом, средняя интенсивность определяется как

$$J_v(\tau_v) = a_v + c_v \tau_v + \left[\frac{c_v - a_v \sqrt{3}}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{\delta_v})} \right] e^{-\tau_v \sqrt{3\delta_v}}. \quad (24)$$

Для выходящего потока в линии используем формулу (21):

$$H_v(0) = \frac{J_v(0)}{\sqrt{3}} = \frac{c_v + a_v \sqrt{3\delta_v}}{3(1 + \sqrt{\delta_v})}.$$

Для континуума имеем $\beta_v=0$, тогда $c_v=b_v$ и $\delta_v=1-\eta_c$. Тогда поток будет равен

$$H_c(0) = \frac{a_v \sqrt{3(1+\eta_c)} + b_v}{3(1 + \sqrt{1-\eta_v})}.$$

Профиль линии будет определяться как

$$r(0) = \frac{H_v(0)}{H_c(0)} = \frac{a_v \sqrt{3\delta_v} + c_v}{1 + \sqrt{\delta_v}} \frac{1 + \sqrt{1-\eta_c}}{a_v \sqrt{3(1-\eta_c)} + b_v}.$$

Рассмотрим важные частные примеры для разных физических ситуаций.

Пример 1: механизм чистого рассеяния. Предположим:

$$\eta_c = \frac{\sigma_c}{\alpha_c + \sigma_c} = 0 \rightarrow \text{отсутствует рассеяние в континууме}$$

$$\gamma = 0 \rightarrow \text{нет потери энергии излучения в линии перехода } j \rightarrow i \text{ (чистое рассеяние)}.$$

Тогда

$$\delta_v = \frac{1}{1 + \beta_v} \Rightarrow H_c(0) = \frac{1}{6} (b_v + a_v \sqrt{3}),$$

$$r_v^{scat}(0) = 2 \left(\frac{a_v \sqrt{3} + \frac{b_v}{\sqrt{1 + \beta_v}}}{1 + \sqrt{1 + \beta_v}} \right) (a_v \sqrt{3} + b_v).$$

т

Из последней формулы следует, что при $\beta_v \rightarrow \infty$ (коэффициент поглощения очень велик) остаточная интенсивность в ядре линии, образованной механизмом рассеяния, стремится к нулю, т.е. ядро становится абсолютно черным. Этот результат мы получили выше.

Пример 2. Механизм истинного поглощения. Предположим

$$\eta_c = \frac{\sigma_c}{\alpha_c + \sigma_c} = 0 \rightarrow \text{отсутствует рассеяние в континууме}$$

$$\gamma = 1 \rightarrow \text{линия образуется истинным поглощением (ЛТР).}$$

Тогда $\delta_v = 1$, и профиль линии определяется как

$$r_v^t(0) = \frac{a_v \sqrt{3} + \frac{b_v}{1 + \beta_v}}{a_v \sqrt{3} + b_v}.$$

Тогда при $\beta_v \rightarrow \infty$ имеем конечную величину остаточной интенсивности, определяемую как

$$r_v^t(0) = \frac{1}{a_v \sqrt{3} + b_v}.$$

При $\beta_v \rightarrow \infty$ излучение исходит только с поверхностных слоев, и оно определяется величиной a_v , т.е. значением функции Планка при температуре $T=T(0)$. Если при этом нет и температурного градиента (т.е. $b_v=0$), то линия исчезает: $r_v^t \rightarrow 1$.

Итак, при механизме рассеяния линий в ядре становится черной, а при механизме истинного поглощения линия исчезает.

Полезно рассмотреть поведение линий в разных точках диска звезды. Из наблюдений это можно проверить только на примере Солнца. Из уравнение (13) следует, что функция источника определяется как

$$S_v(\tau_v) = \delta_v B_v(T) + (1 - \delta_v) J_v(\tau_v).$$

С другой стороны, средняя интенсивность J_v определяется выражением (12). Тогда для выходящей удельной интенсивности имеем: ?????

$$I_v(0, \mu) = \int_0^\infty S_v(t_v) e^{-\frac{t_v}{\mu}} \frac{dt_v}{\mu} = \int_0^\infty \left[B_v + (1 - \delta_v)(J_v(t_v) - B_v) \right] e^{-\frac{t_v}{\mu}} \frac{dt_v}{\mu}.$$

После интегрирование будем иметь для излучения в линии, что

$$I_v(0, \mu) = a_v + c_v \mu + \left[\frac{(1 - \delta_v)(c_v - \sqrt{3}a_v)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{\delta_v})(1 + \sqrt{3\delta_v}\mu)} \right]. \quad (25)$$

Для излучения в континууме следует принять следующие значения:

$$\beta_v = 0, \quad \eta_c = 0, \quad \text{тогда} \Rightarrow \delta_v = 1, \quad c_v = b_v.$$

Тогда получим известный закон потемнения диска:

$$I_v^c(0, \mu) = a_v + b_v \mu.$$

В итоге остаточная интенсивность определится как

$$r_v(0, \mu) = \frac{a_v + c_v \mu}{a_v + b_v \mu} + \left[\frac{(1 - \delta_v)(c_v - \sqrt{3}a_v)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{\delta_v})(1 + \sqrt{3\delta_v}\mu)(a_v + b_v \mu)} \right]. \quad (26)$$

Применим эту формулу для случая линии, образованной механизмом истинного поглощения. Тогда надо считать, что $\gamma=1$ и $\eta_c=1$. Тогда $\delta_v=1$, и предыдущая формула будет иметь следующий вид:

$$r_v(0, \mu) = \frac{a_v + c_v \mu}{a_v + b_v \mu} = \frac{a_v + \frac{b_v \mu}{1 + \beta_v}}{a_v + b_v \mu}.$$

Из формулы следует простой вывод: при приближении к лимбу, когда $\mu \rightarrow 0$, линия исчезает. Причина этого явления будет ясна, если учесть физические условия в поверхностных слоях атмосферы в районе лимба. Когда луч зрения наблюдателя проходит по касательной линии через слои атмосферы в районе лимба, то этот луч фактически проходит через слои с постоянными условиями, включая постоянство температуры и функции источника. Если нет других фотонов линии, которые могут появиться на луче зрения из других мест атмосферы, то единственным источником излучения в линии является изотермический слой вдоль луча зрения. Если градиента температуры и функции нет, то и нет и линии. Наблюдения не подтверждают этот прогноз!

Для линии, образованной за счет процессов рассеяния, когда $\gamma=0$, имеем следующие параметры

$$\beta_\nu \rightarrow \infty, \Rightarrow \delta_\nu \rightarrow 0, c_\nu \rightarrow 0.$$

Тогда из формулы (15) следует, что ядро такой линии будет «черной» даже на лимбе. Физически такая малая остаточная интенсивность линии в рамках механизма чистого и когерентного рассеяния объясняется так. Отдельный квант при своем движении через атмосферу испытывает много актов поглощения и переизлучения. При переизлучении он имеет множество направлений движения, и направление к наблюдателю лишь одно из них. Другими словами, переизлучение в направлении к наблюдателю не велико: наблюдатель видит почти черную линию (рис. 26).

Сравнивая приведенные данные с наблюдениями Солнца следует отметить следующее: глубина некоторых линий в спектре Солнца действительно уменьшается при продвижении к лимбу, но многие линии этого эффекта не показывают.

В заключение отметим, что все предыдущие рассуждения носят весьма схематический характер. Как уже отмечалось, реальная физика образований линий чрезвычайно сложна и требует более детального не-ЛТР подхода, который будет описан в Пособии 3.

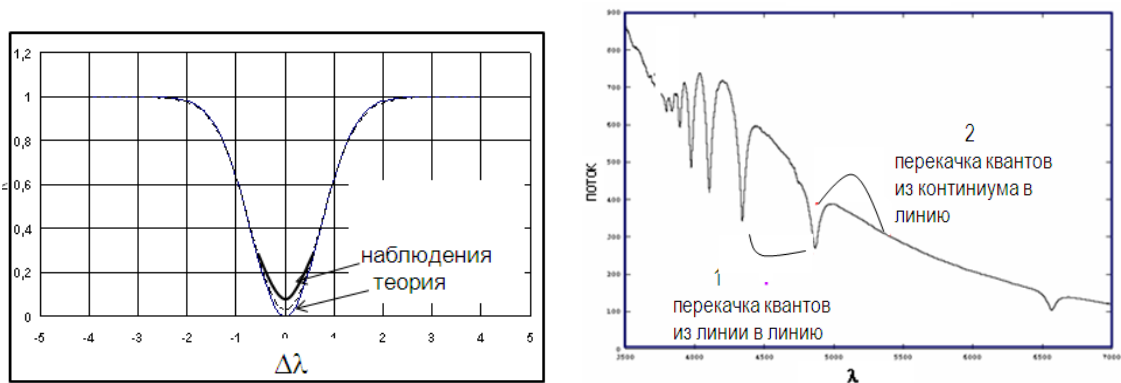


Рис. 26. Слева: теоретический и наблюдаемый профили линий.

Справа: перекачка квантов из континуума в линию.

Флуоресценция в линиях.

До сих пор мы, вводя параметр γ , учитывали возможные процессы, которые уменьшали эффективность перехода $j \rightarrow i$ с появлением рассеянных квантов в линии. Но могут иметь место и такие процессы, в результате которых могут появиться кванты в линии перехода $j \rightarrow i$. О необходимости учета такого эффекта свидетельствует следующее. Исследования показы-

т

вают, что очень часто теоретические глубины линий имеют большие глубины, чем предсказывает теория (см. рис. 25 слева). Это говорит о том, что в наблюдаемых линиях имеется дополнительный приток квантов. Такому притоку квантов могут способствовать следующие эффекты (см. рис. 25 справа).

- 1) Кванты, поглощенные в одной линии, могут переизлучаться в другой, повышая ее остаточную интенсивность. Но этот механизм без перспективы: улучшение ситуации с одной линией ухудшит ситуацию для другой линии.
- 2) Кванты, поглощенные в континууме, могут переизлучаться в линии. Понятно, что изымание квантов из континуума совершенно не приведет к его существенному понижению. Этот механизм имеет перспективу. Рассмотрим его подробнее, чтобы выяснить его эффективность.

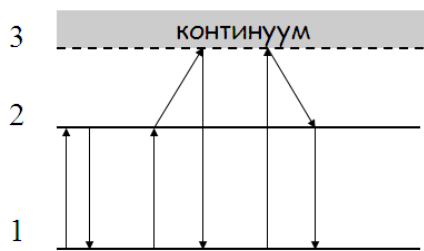


Рис. 27. Модель атома с 3 уровнями.

Для простоты рассмотрим трехуровневый атом (см. рис. 27). Между этими уровнями возможны следующие типы переходов:

1-2-1 : поглощение в линии и последующее излучение в линии. Этот процесс рассеяния мы рассмотрели выше. Эффективность этих процессов пропорциональна $N_1\rho_{12}$. Здесь ρ_{12} есть плотность излучения в соответствующем переходе.

1-2-3-1 : поглощение в линии с последующими фотоионизацией и рекомбинацией. Этот процесс есть процесс истинного поглощения, тоже рассмотренного выше. Его эффективность пропорциональна $N_1\rho_{12}\rho_{23}$.

1-3-2-1: фотоионизация с последующими фоторекомбинацией и излучением в линии. Это фактически есть процесс флуоресценции. Его эффективность пропорциональна $N_1\rho_{13}$.

т

Очевидно, что именно третий процесс может нам дать дополнительный приток квантов (при условии его эффективности по сравнению, например, с процессом 1-2-3-1). Сравним роль переходов (1-3-2-1) и (1-2-3-1). Для простоты будем считать излучение планковским без учета вынужденного излучения, но с учетом фактора диллюции W : $J_\nu = WB_\nu$. Тогда скорости переходов по циклу $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ записываются как

$$R_{1321} = B_{13}WB_{\nu 13} \left(\frac{A_{32}}{A_{32} + A_{31}} \right) \left(\frac{A_{21}}{A_{21} + B_{23}WB_{\nu 23}} \right).$$

Здесь число переходов $1 \rightarrow 3$ подправляется за счет возможных переходов с уровня 3 (первая скобка) и за счет возможных переходов с уровня 2 (вторая скобка). Аналогично можно записать выражение для переходов $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$:

$$R_{1231} = B_{12}WB_{\nu 12} \left(\frac{B_{23}WB_{\nu 23}}{B_{23}WB_{\nu 23} + A_{21}} \right) \left(\frac{A_{31}}{A_{31} + A_{32}} \right).$$

Тогда ясно, что

$$z = \frac{R_{1321}}{R_{1231}} = WB_{12}A_{21}B_{\nu 12} \left(\frac{B_{23}B_{\nu 23}}{A_{32}} \right) \left(\frac{A_{31}}{B_{13}B_{\nu 13} + A_{32}} \right).$$

Теперь, используя виновское выражение для функции Планка и соотношения между коэффициентами Эйнштейна, можно получить окончательно, что $z = 1/W \gg 1$. Таким образом мы доказали теорему Росселанда. Ее физический смысл сводится к тому, что в звездных атмосферах постоянно происходит процесс переработки высокочастотных квантов (в нашем примере кванты частоты ν_{13}) в кванты более низких частот (в нашем примере кванты частот ν_{32} и ν_{21}). Для нашей задачи это означает, что учет флюоресценции вполне способен повысить остаточную глубину линии за счет поглощенных фотонов при фотоионизации.

Отсылая читателя к учебнику Соболева В.В., где изложены подробности решения УП с учетом нового процесса флюоресценции, мы просто дадим перечень некоторых определяемых величин и окончательное решение уравнения переноса излучения.

т

$\varepsilon_v^l(1-2-1) = \alpha_v^l J_v$ - коэффициент излучения при переходе 1-2-1.

$\varepsilon_v^l(1-2-3-1) = \gamma \alpha_v^l J_v$ - поправка к предыдущему выражению за счет того, что не все атомы со второго уровня переходят вниз, а только их часть γ .

$\varepsilon_v^l(1-3-2-1) = \varepsilon_v^l$ - коэффициент излучения для перехода 1-3-2-1.

$\varepsilon_v^l = (1-\gamma)\alpha_v^l J_v + \varepsilon_v^l$ - суммарный коэффициент излучения в линии 2-1.

Мы не определили величину коэффициента ε_v^l . Для ее нахождения поступим следующим образом.

Возьмем случай глубоких слоев, где выполняется ЛТР. В этом случае все прямые процессы компенсируются обратными, например:

$$N(1-2-3-1) = N(1-3-2-1).$$

Тогда $\varepsilon_v^l(1-3-2-1) = \varepsilon_v^l$
 $\varepsilon_v^l(1-2-3-1) = \gamma \alpha_v^l J_v \rightarrow \varepsilon_v^l = \gamma \alpha_v^l J_v \rightarrow \varepsilon_v^l = \gamma \alpha_v^l B_v(T).$

В поверхностных слоях ЛТР может не соблюдаться. Поэтому введем поправочный множитель Q :

$$\varepsilon_v^l = \gamma Q \alpha_v^l B_v(T).$$

В итоге имеем: $\varepsilon_v^l = (1-\gamma)\alpha_v^l J_v + \gamma Q \alpha_v^l B_v^l.$

Теперь УПИ будет таким:

$$\begin{aligned} \cos \vartheta \frac{dI_v}{dx} &= (\alpha_v^c + \alpha_v^l) I_v + (1-\gamma)\alpha_v^l J_v + \gamma Q \alpha_v^l B_v(T) + \alpha_v^c B_v(T), \\ \cos \vartheta \frac{dI_v}{d\tau_v} &= (1 + \eta_v^l) I_v - (1-\gamma)\eta_v J_v - (1 - \gamma Q \eta_v) B_v(T), \\ d\tau_v &= -\alpha_v^c dx, \quad \eta_v = \frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c} \end{aligned}$$

Проведя стандартные для метода Милна-Эддингтона операции (см. Пособие 1), получим уравнение

$$\frac{d^2 J_v}{d\tau_v^2} = 3(1 + \eta_v) \left[(1 + \gamma \eta_v) J_v - (1 + Q \gamma \eta_v) B_v(T) \right]$$

т

Решив это уравнение и определив интенсивность и поток излучения, можно получить окончательное выражение для остаточной интенсивности:

$$r_{\nu} = \frac{1 + Q\gamma\eta_{\nu}}{1 + \gamma\eta_{\nu}} \frac{2 + \sqrt{3}}{1 + \beta_{\nu}^*/\sqrt{3}} = \frac{\beta_{\nu}^* + b_{\nu}}{2b_{\nu} + 3(1 + \eta_{\nu})}, \quad b_{\nu} = 3\sqrt{(1 + \gamma\eta_{\nu})(1 + Q\gamma\eta_{\nu})}.$$

Подставим в эту формулу типичные значения:

$$\gamma \approx 10^{-3}, \quad \gamma\eta_{\nu_0} \approx 10^6, \quad \gamma\eta_{\nu} \approx 10^3 \gg 1.$$

В итоге имеем $r_{\nu_0} \approx \sqrt{\gamma} = 0.03$, т.е. линия становится менее глубокой по сравнению с «черными» линиями, предсказанными ранее.

Мы получили два фундаментальных результата:

- учет флюоресценции существенно влияет на профиль спектральной линии и приводит к неплохому согласию с наблюдениями ;

- ясно, что рассмотрение более сложной модели атома вместо трехуровневой, может привести к трудно предсказуемым изменениям профиля линий. По сути дела, мы пришли еще раз к необходимости решать не-ЛТР задачу с более сложной моделью изучаемого атома. Этим и занимается Казанская школа астрофизиков!

Некогерентность рассеяния.

Теперь осталось рассмотреть вопрос о следующем предположении в теории рассеяния, сделанное нами выше: учет некогерентности рассеяния. Суть некогерентности показана на рис. 28.

При когерентности поглощение и переизлучение происходит на одной и той же частоте, т.е. $\nu = \nu'$. При некогерентности поглощение происходит на одной частоте ν , а переизлучение происходит на несколько другой частоте ν' (но в пределах линии).

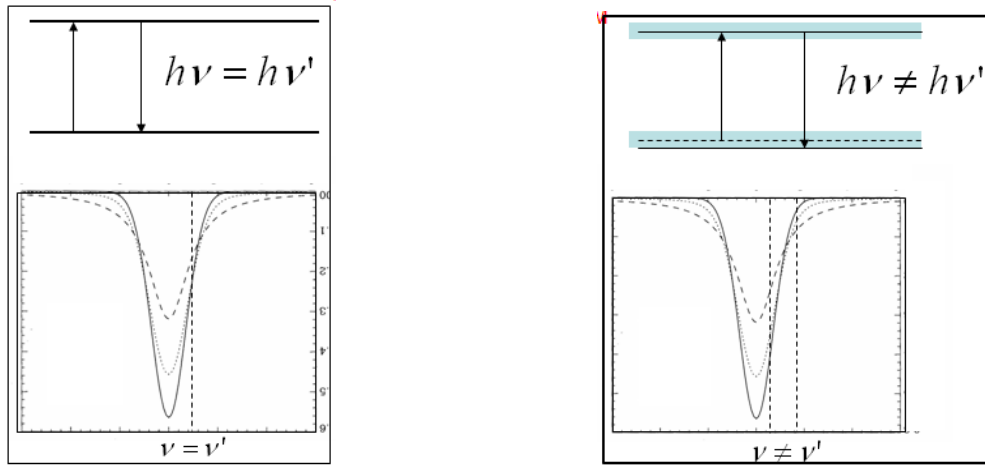


Рис. 28. Слева: когерентное рассеяние в линии.
Справа: некогерентное рассеяние в линии.

Механизмы, вызывающие некогерентность рассеяния, такие же, что вызывают уширение линий:

1. Естественная размытость уровней;
2. Эффект Доплера;
3. Эффекты давления.

В последнем случае частоты ν и ν' являются полностью независимыми. Действительно, если взять плазму с температурой $T=10000$ К и с концентрацией частиц $N=10^{12}$ см⁻³, то среднее расстояние между частицами будет порядка $r_0 \sim 10^{-4}$, а скорость движения атомов равна $V \sim 10^6$ см/сек. Это означает, пока атом находится на энергетическом уровне в течение времени порядка 10^{-8} сек., возмущающие частицы будут менять свое положение в течение времени $t \sim 10^{-4} / 10^6 \sim 10^{-10}$ сек. Такое рассеяние именуется полностью некогерентным.

В теории рассеяния вводится функция перераспределения, которая отражает вероятность того, что падающий фотон в интервале частот $\nu'+d\nu'$ и внутри телесного угла $d\omega'$ около направления n' рассеивается в интервале частот $\nu+d\nu$ внутри телесного угла $d\omega$ около направления n :

$$R(\nu', n'; \nu, n) d\nu' d\nu \frac{d\omega'}{4\pi} \frac{d\omega}{4\pi}, \quad \int_0^\infty \int_0^\infty \int_{4\pi} \int_{4\pi} R(\nu', n'; \nu, n) d\nu d\nu' \frac{d\omega}{4\pi} \frac{d\omega'}{4\pi} = 1$$

Тогда средняя интенсивность будет определяться как

$$J(\nu) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{4\pi} I(\nu, \nu', \omega, \omega') R(\nu, \nu', \omega, \omega') d\nu' d\omega'.$$

Возможные варианты функции R могут быть такими:

- когерентное рассеяние: нет изменений в частоте поглощенного и излученного квантов, но есть изменение в направлении:

$$R = R(\delta(\nu - \nu'), \omega, \omega').$$

- изотропное рассеяние: направления рассеянного кванта и упавшего на атом кванта совершенно не связаны друг с другом:

$$R = R(\nu, \nu'),$$

- некогерентное рассеяние: частоты ν и ν' совершенно не связаны друг с другом :

$$R = R(\omega, \omega'),$$

- когерентное и изотропное рассеяние:

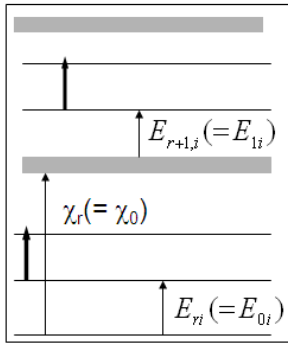
$$R = \delta(\nu - \nu').$$

Исследования вопроса учета некогерентности показали, что для плоскопараллельных однородных слоев ЗА эффектами некогерентности можно пренебречь. Поэтому в заключении лишь приведем формулу, при выводе которой были учтены совместные эффекты флюоресценции и некогерентности:

$$r_{\nu_0} \approx \sqrt{\left(\frac{a}{\eta_{\nu_0}}\right)^{1/4}} + \gamma \approx 0.03.$$

Линии как индикаторы физических параметров звезд.

Для выяснения вопроса, каким образом линии позволяют определить температуру, давление и химический состав звезд, необходимо использовать следующие формулы:



$$\frac{N_{ri}}{N_{\text{полн}}} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}}$$

$$\begin{aligned} \frac{N_{r+1}}{N_r} P_e &= \frac{2U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{5}{2}}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} = \\ &= 0.333 \left(\frac{2U_{r+1}}{U_r} \right) T^{5/2} e^{-\chi_r/kT} = \Phi(T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ri} &= N_{r+1} P_e \frac{g_{ri}}{2U_{r+1}} \frac{h^3}{(2\pi m)^{3/2}} \frac{1}{(kT)^{5/2}} e^{(\chi_r - E_{ri})/kT} = \\ &= 1.506 N_{r+1} \frac{P_e}{T^{5/2}} \frac{g_{ri}}{U_{r+1}} e^{(\chi_r - E_{ri})/kT} \end{aligned}$$

Обозначения в формулах ясны из приложенного рисунка. Для упрощения мы рассмотрим линии двух соседствующих степеней ионизации: нейтральных и однажды ионизованных атомов (они обозначены жирными стрелками). Возможные комбинации преимущественных степеней ионизации показаны в табл. 5.

Наблюдаемая линия	Преимущественная степени ионизации
1) нейтральный атом	нейтральная, $N_0 \gg N_1$
2) нейтральный атом	ионизованная, $N_0 \ll N_1$
3) ионизованный атом	нейтральная $N_0 \gg N_1$
4) ионизованный атом	ионизованная $N_0 \ll N_1$

Табл. 5.

Начнем с возможности по линиям определить температуру звезды. При анализе для примера рассмотрим случай невысоких температур, когда основным агентом поглощения в континууме является отрицательный ион водорода, для которого мы имели (см. Пособие 1)

$$\alpha_{\lambda}(H^{-}) = 4.158 * 10^{-10} a_{\lambda}(H^{-}) P_e \left(\frac{5040}{T} \right)^{5/2} e^{0.755/kT} N_H.$$

т

Будем сравнивать между собой коэффициенты поглощения в линии и в континууме, чтобы выяснить зависимость от температуры.

Случай 1: $N_0 \gg N_1$. В этом случае число атомов, создающих линию, определяется формулой Больцмана:

$$N_{0i} = \frac{g_{0i}}{U_0} e^{-\frac{E_{0i}}{kT}} N_0.$$

Тогда имеем, что

$$\beta_1 = \frac{\alpha_\lambda^l}{\alpha_\lambda(H^-)} = 1.334 \frac{a_\lambda^l}{a_\lambda(H^-)} \frac{g_{0i}}{U_0} \frac{N_0}{N_H} e^{-(E_{0i} + 0.755)/kT}.$$

Случай 2: $N_0 \ll N_1$. В этом случае число атомов, создающих линию, определяется формулой Саха-Больцмана :

$$N_{0i} = 1.506 \frac{g_{0i}}{U_1} \frac{P_e}{T^{5/2}} e^{-(\chi_0 - E_{0i})/kT} N_1.$$

И тогда имеем:

$$\beta_2 = \frac{\alpha_\lambda^l}{\alpha_\lambda(H^-)} = 2.0 \frac{a_\lambda^l}{a_\lambda(H^-)} \frac{g_{0i}}{U_1} \frac{N_1}{N_H} e^{-(\chi_0 - E_{0i} - 0.755)/kT}.$$

Случай 3: $N_0 \gg N_1$. В этом случае число атомов, создающих линию, определяется формулой Саха-Больцмана:

$$N_{1i} = 0.666 \frac{g_{1i}}{U_0} \frac{T^{5/2} P_e}{P_e} e^{-(\chi_0 + E_{1i})/kT} N_0.$$

Случай 4: $N_0 \ll N_1$. В этом случае число атомов, создающих линию, определяется соотношениями, аналогичными случаю 1:

$$\beta_4 = \frac{\alpha_\lambda^l}{\alpha_\lambda(H^-)} = 1.334 \frac{a_\lambda^l}{a_\lambda(H^-)} \frac{g_{1i}}{U_1} \frac{N_1}{N_H} e^{-(E_{1i} + 0.755)/kT}.$$

Проведем расчеты для воображаемого атома с такими характеристиками:

$$\chi_0 = 8 \text{ эв}, \quad E_{0i} = 3 \text{ эв}, \quad E_{1i} = 4 \text{ эв}.$$

Тогда получим:

$$\beta_1 = 1.334 \frac{T^{5/2}}{P_e} e^{-43530/T}, \quad \beta_2 = 2.000 e^{49270/T},$$

$$\beta_3 = 0.889 \frac{T^5}{P_e^2} e^{-148040/T}, \quad \beta_4 = 1.334 \frac{T^{5/2}}{P_e} e^{-55190/T}.$$

Т

Для простоты будем считать, что величина вида $\frac{a_\lambda^l}{a_\lambda(H^-)} \frac{g_{li}}{U_1} \frac{N_1}{N_H}$ постоянна.

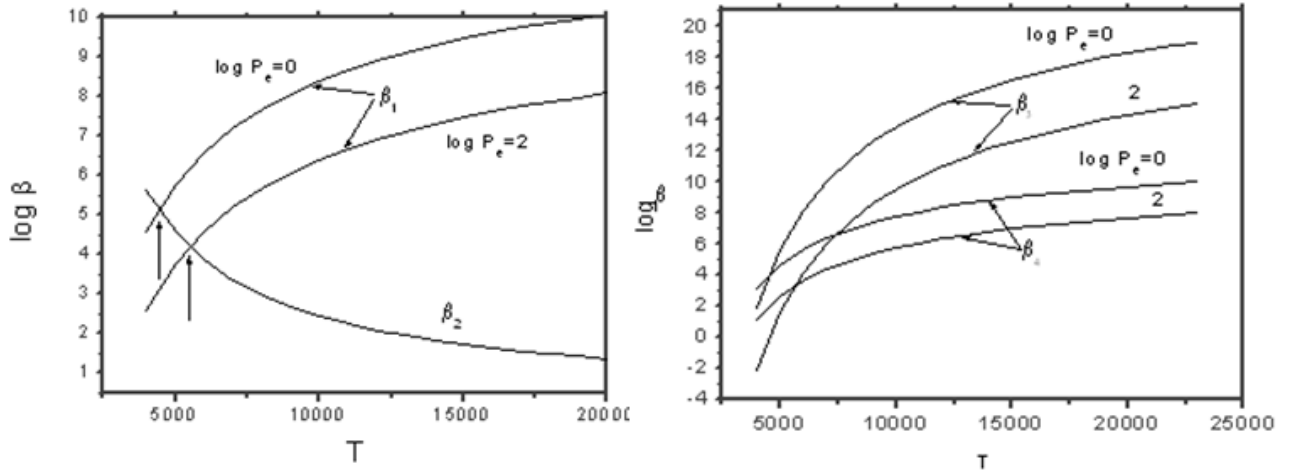


Рис. 29. Слева: поведение линий для случая 1-2.

Справа: поведение линий для случая 3-4.

Рис. 29 (слева) иллюстрирует поведение линий для случаев 1-2. Видно, что при низких температурах сила линий нейтральных атомов растет (рост β_1). Но затем усиливается ионизация, и сила линий так же падает (падение β_2). Максимумы силы линии (показаны стрелками) для звезд гигантов происходят при более низких температурах.

Рис. 29 (справа) дан для случаев 3-4. На этом рисунке не наблюдаются максимумы силы линий по следующей причине: в нашей модели атома не учитывается вторая степень ионизации. Если ввести в расчеты эту степень, то получится кривая β_5 .

Перейдем к определению ускорения силы тяжести. Физической основой для спектроскопических методов определения $\log g$ является то, что профили линий чувствительны к эффектам уширения давлением, т.е. к концентрации частиц N и, следовательно, к давлению $P_g = NkT$. Само же давление уже связано с ускорением g . Эта связь была показана в нашей монографии (том 2, стр. 152-154). Здесь мы дадим основные выводы.

- 1) Случай низких температур: $P_g \sim \text{const}(T)g^{2/3}$.
- 2) Случай умеренных температур: $P_g \sim g$.
- 3) Случай высоких температур: $P_g \sim g^{1/2}$.

Рассмотрим линии элемента в стадии ионизации “r” для следующих случаев, представленных в табл. 6.

	Линия стадии ионизации	Значения N_{r-1}, N_r, N_{r+1}
Случай 1	r	$N_{r+1} \gg N_r, N_{r+1} \approx N_{полн}$
Случай 2	r	$N_r \gg N_{r-1}, N_r \gg N_{r+1}, N_r \approx N_{полн}$
Случай 3	r	$N_{r-1} \gg N_r, N_r \approx N_{полн}$

Табл. 6.

Случай 1: F, G и K звезды.

- 1) Элемент находится в более высокой степени ионизации, чем степень ионизации наблюдаемой линии. Тогда

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} = \frac{\Phi(T)}{P_e}, \quad N_r \approx \frac{N_{r+1}P_e}{\Phi(T)} = C_1(T)P_e, \quad \alpha_v^l \sim N_r \sim C_1(T)P_e.$$

- 2) Допустим, что основным источником непрерывного поглощения является отрицательный ион водорода. Тогда

$$\alpha_v^c = \alpha_v^c(H^-) \approx C_2(T)P_e.$$

- 3) Тогда

$$\beta_1 = \frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c} \sim \frac{C_1(T)}{C_2(T)}.$$

В этом случае зависимость силы линии от давления отсутствует!

Случай 1: A и B звезды.

- 1) Элемент находится в более высокой степени ионизации, чем степень ионизации наблюдаемой линии. Тогда

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} = \frac{\Phi(T)}{P_e}, \quad N_r \approx \frac{N_{r+1}P_e}{\Phi(T)} = C_1(T)P_e, \quad \alpha_v^l \sim N_r \sim C_1(T)P_e.$$

т

- 2) В этом случае основным источником непрерывного поглощения является нейтральный водород:

$$\alpha_v^c = \alpha_v^c(HI) \approx C_2(T)N_{HI}.$$

- 3) Тогда

$$\beta_1 = \frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c} \sim \frac{C_1(T)}{C_2(T)} \frac{P_e}{N_{HI}}.$$

В этом случае зависимость силы линии от давления имеется!

Случай 2: G, F и K звезды.

- 1) В этом случае элемент находится преимущественно в той же степени ионизации, что и наблюдаемая линия. Тогда

$$N_r \approx N_{полн} \sim C_4(T).$$

- 2) Если опять взять случай с поглощением отрицательным водородом, то получим, что

$$\frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c(H^-)} \approx \frac{C_4(T)}{C_3(T)P_e} \sim \frac{1}{P_e}.$$

Зависимость от давления достаточно сильная!

Случай 2: A и B звезды.

- 1) В этом случае элемент находится преимущественно в той же степени ионизации, что и наблюдаемая линия. Тогда

$$N_r \approx N_{полн} \sim C_4(T).$$

- 2) Если опять взять случай с поглощением нейтральным водородом, то

$$\alpha_v^c = \alpha_v^c(HI) \approx C_2(T)N_{HI}.$$

- 3) В результате имеем

$$\frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c(H)} \approx \frac{C_4(T)}{C_2(T)N_{HI}}.$$

Зависимость от давления отсутствует!

Случай 3: F, G и K звезды.

- 1) В этом случае $N_{полн} \approx N_{r-1}.$

т

2) Тогда из формул $\frac{N_r}{N_{r-1}} = \frac{\Phi(T)}{P_e}$, $N_r \sim \frac{C_5(T)}{P_e}$, $\alpha_v^c(H^-) \sim C_3(T)P_e$.
следует, что

$$\frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c(H^-)} \sim \frac{1}{P_e^2}.$$

Имеется очень сильная зависимость от давления!

Случай 3: А и В звезды.

1) В этом случае $N_{полн} \approx N_{r-1}$.

2) Тогда из формул

$$\frac{N_r}{N_{r-1}} = \frac{\Phi(T)}{P_e}, \quad N_r \sim \frac{C_5(T)}{P_e}, \quad \alpha_v^c(HI) \sim C_3(T)N_{HI}$$

следует, что

$$\frac{\alpha_v^l}{\alpha_v^c(HI)} \sim \frac{1}{P_e}$$

Имеется зависимость от давления!

Выводы из вышеприведенного:

- Когда большая часть атомов элемента находится на следующей стадии ионизации, чем линии, то линии не чувствительны к давлению.
- Когда атомы находятся преимущественно в той же стадии или в меньшей стадии ионизации, чем линии, то имеется чувствительность линии к давлению.
- Когда большая часть атомов находится в более низкой степени ионизации, чем линии, то зависимость линии от давления очень высокая.

Наиболее чувствительные к давлению линии:

- Sr II резонансные линии – у звезд солнечного типа.
- 7770 А - линии триплета O I - у звезд солнечного типа.
- Линии [O I] – у звезд К-гигантов.
- Линии Fe I и Fe II – у звезд солнечного типа.
- Линии Fe I и Fe II у звезд К-гигантов.

- Линии Li I - у звезд К-гигантов.

Объяснение спектральной последовательности.

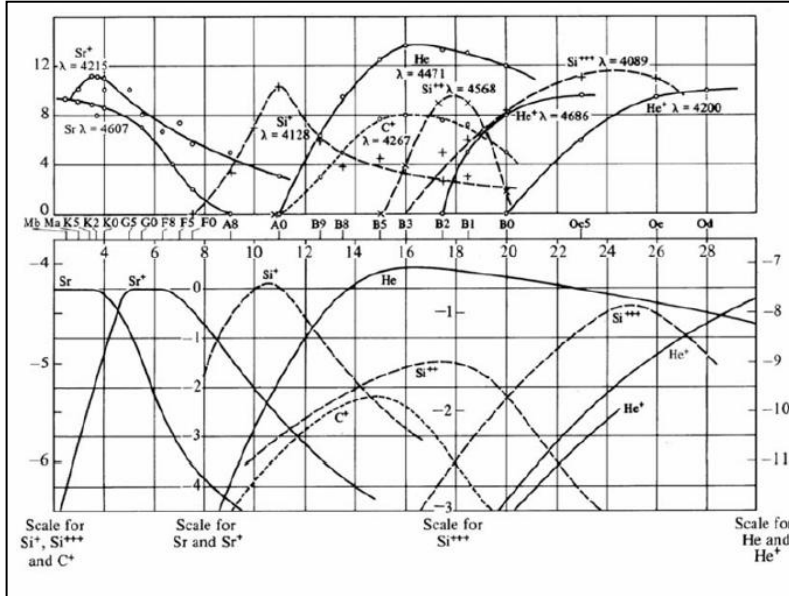


Рис. 30. Верхняя часть рисунка показывает наблюдаемое поведение линий в зависимости от спектрального класса (нижняя шкала рисунка) или от температуры (указаны ниже в тысячах градусов)

Как известно, спектральная последовательность, созданная в Гарварде в начале 1900х годов, была сугубо эмпирической и базировалась на поведении спектральных линий (рис. 30). В течение некоторого времени она не имела теоретической интерпретации. И лишь с получением соотношений Саха-Больцмана стало ясным, что эта классификация есть классификация по температуре. Позднее было установлено, что это классификация и по давлению (точнее и по светимости).

Будем исходить из основного утверждения: сила линии определяется числом атомов N_{ri} , находящихся на нижнем энергетическом уровне i степени ионизации r , переход с которого на верхний уровень и производит эту линию. Основные формулы – это следующие формулы:

$$\frac{N_{ri}}{N_r} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_r i}{kT}}, \quad (27)$$

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}}. \quad (28)$$

Введем следующую величину – отношение населенностей нижнего уровня к полному числу исследуемого атома N с учетом всех степеней ионизации

$$Z_{ri} = \frac{N_{ri}}{N} = \frac{N_{ri}}{N_r} \frac{N_r}{N}, \quad N = \sum_r N_r.$$

Первый множитель определяется по формуле Больцмана (27). Для второго множителя приведем следующий подход. Запишем формулу Саха для последовательных степеней ионизации

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = 2 \frac{U_1}{U_0} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_0}{kT}} = K_0,$$

$$\frac{N_2}{N_1} P_e = 2 \frac{U_2}{U_1} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_1}{kT}} = K_1,$$

.....

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} P_e = 2 \frac{U_{r+1}}{U_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} = K_r.$$

Перемножим последовательно эти формулы

$$\frac{N_1}{N_0} P_e = K_0,$$

$$\frac{N_2}{N_0} P_e^2 = K_0 K_1, \quad \frac{N_{r+1}}{N_0} P_e^r = K_0 K_1 K_2 \dots K_r,$$

$$\frac{N_3}{N_0} P_e^3 = K_0 K_1 K_2,$$

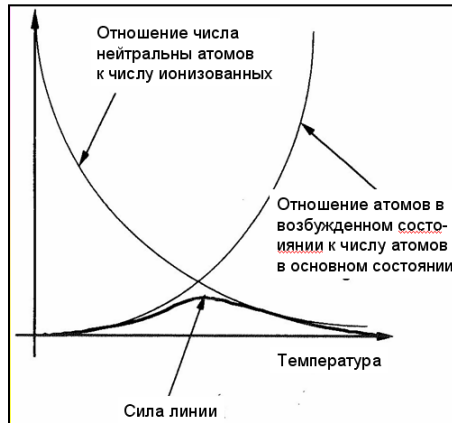
Тогда имеем

$$\begin{aligned} N &= \sum_r N_r = N_0 \left[1 + \frac{N_1}{N_0} + \frac{N_2}{N_0} + \dots + \frac{N_{r+1}}{N_0} \right] = \\ &= N_0 \left[1 + \frac{K_0}{P_e} + \frac{K_0 K_1}{P_e^2} + \dots + \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_{r+1}}{P_e^r} \right] = N_0 S(T, P_e). \end{aligned}$$

Тогда окончательно

$$Z_{ri} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{K_0 K_1 K_2 \dots K_{r-1}}{P_e^r S(T, P_e)} = \frac{g_{ri}}{U_r} e^{-\frac{E_{ri}}{kT}} \frac{\prod_{r=0}^{r-1} K_r}{P_e^r S(T, P_e)}. \quad (29)$$

Ввиду того, что потенциалы ионизации соседних степеней ионизации у атомов сильно различаются, то в расчетах можно ограничиться только этими степенями ионизации. Например, для случая нейтральных и однажды ионизованных атомов формула (29) упрощается



$$Z_{0i} = \frac{g_{0i}}{U_0} \frac{e^{-\frac{E_{0i}}{kT}}}{1 + \frac{K_0}{P_e}} \quad (30)$$

Рис. 31. Графическое представление формулы (30).

Рис. 31 иллюстрирует расчеты по формуле (30). Результаты расчетов для конкретных линий показаны на нижней части рисунка 28. Видно хорошее согласие наблюдаемых и теоретических интенсивностей линий в зависимости от температуры.

Определение химического состава звезд.

Метод кривых роста

Имеются несколько вариантов понятия «химический состав»:

по весу: берется 1 грамм вещества: $M_{\text{элемента}} / M_{\text{водорода}}$.

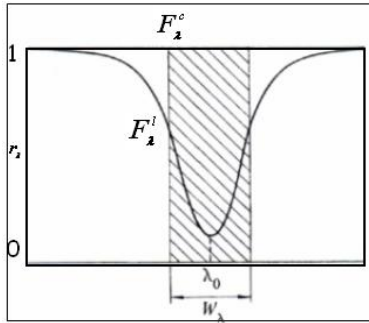
по числу атомов: берется 1 кубический см: $N_{\text{элемента}} / N_{\text{водорода}}$ Обычно используют значение $\epsilon = \log (N_{\text{элемента}} / N_{\text{водорода}}) + 12$.

«Металличность» звезды: $[Fe/H] = \log (N_{Fe} / N_H)^* - \log (N_{Fe} / N_H)_{\odot}$

Пример: Металличность $[Fe/H] = -1.0$ означает 1/10 солнечной металличности.

Выбор метода определения химического состава прежде всего определяется качеством полученного наблюдательного материала. Если имеются спектры высокого разрешения, то по сравнению наблюдаемых профилей и профилей, теоретически вычисленных по моделям атмосфер для отдельно выбранных линий конкретного химического элемента. Такие спектры можно получить лишь для ярких звезд. В тех случаях, когда качество наблюдательного материала не позволяет точно определить профили линий, то определяются эквивалентные ширины линий. Использование этих данных осуществляется в методе кривых роста.

Кривая роста это математическая (и графическая) зависимость между химическим содержанием элементов в атмосфере звезды и эквивалентной шириной спектральной линии.



Напомним, что эквивалентная ширина это площадь, занимаемая спектральной линией в нормированном спектре:

$$W_\nu = \int_0^\infty (1 - r_\nu) d\nu, \quad r_\nu = \frac{F_\nu^l}{F_\nu^c}.$$

В большинстве случаев, чем больше содержание химического элемента в ЗА, тем сильнее (больше W_λ) его линии в спектре и наоборот. Найдем эту связь в математической форме. Существует много методов получения этой формулы. Подробное получение этой формулы дано в Дополнении. Здесь мы приведем более короткий вариант. Используем модель Швацшильда-Шустера. Для этой модели мы имеем слой "обращающего" слоя, освещаемого снизу излучением в континууме I_c . В этом слое происходит образование только линий. Для континуума он прозрачен. Для этого случая выходящая интенсивность определяется как

$$I_\nu^l = I_\nu^c e^{-t_\nu^0}.$$

Оптическая толщина в частотах линии t_ν^0 определяется формулой

$$t_\nu^0 = a_\nu^l N_{abs} = a_{\nu_0}^l \varphi_\nu N_{abs}, \quad a_{\nu_0}^l = \frac{\pi e^2}{mc} f \left(1 - e^{-\frac{h\nu_0}{kT}} \right).$$

Эквивалентная ширина равна

$$W_\nu = \int_0^\infty \left(1 - \frac{I_\nu^l}{I_\nu^c} \right) d\nu = \int_0^\infty \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_\nu N_{abs}} \right) d\nu.$$

Подстановка в эту формулу фойгтовской функции профиля φ не дает аналитической формулы. Поэтому учтем факт, что различные механизмы уширения линий действуют в разных частях профиля линии. Рассмотрим несколько случаев.

$$t_\nu^0 = a_{\nu_0}^l \varphi_\nu N_{abs} \ll 1.$$

т

1. Слабые линии:

Тогда

$$W_{\nu} = \int_0^{\infty} \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs}} \right) d\nu \approx \int_0^{\infty} a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs} d\nu = a_{\nu_0}^l N_{abs} \int_0^{\infty} \varphi_{\nu} d\nu = a_{\nu_0}^l N_{abs}.$$

Мы получили линейную зависимость для слабых линий. Как видно, этот результат не зависит от функции профиля, т.е. от механизмов уширения.

2. Сильные линии: $t_{\nu}^0 = a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs} \gg 1.$

Ясно, что это неравенство не может выполняться для всех частот линии, так как при удалении от ядра функция профиля стремиться к нулю: $\varphi_{\nu} \rightarrow 0$ (см., например, рис. 13). Допустим, что на расстоянии $\pm \Delta\nu$ от ядра линии оптическая толщина в частотах линии достигает единицы

$$t_{\nu_0 \pm \Delta\nu}^0 = a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu \pm \Delta\nu} N_{abs} = 1.$$

Эквивалентную ширину представив в виде трех слагаемых:

$$W_{\nu} = \int_0^{\nu_0 - \Delta\nu} \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs}} \right) d\nu + \int_{\nu_0 - \Delta\nu}^{\nu_0 + \Delta\nu} \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs}} \right) d\nu + \int_{\nu_0 + \Delta\nu}^{\infty} \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs}} \right) d\nu.$$

В первом и третьем интегралах оптическая толщина меньше единицы из-за нашего выбора величины $\Delta\nu$, поэтому они дают значения

$$\int_{\nu_0 \pm \Delta\nu}^{\infty} \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs}} \right) d\nu \approx \int_{\nu_0 \pm \Delta\nu}^{\infty} \left(1 - 1 + a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs} \right) d\nu = a_{\nu_0}^l N_{abs} \int_{\nu_0 \pm \Delta\nu}^{\infty} \varphi_{\nu} d\nu = a_{\nu_0}^l N_{abs} \ll 1$$

Поэтому вкладом этих двух интегралов можно пренебречь. В среднем интеграле, наоборот, оптическая толщина намного больше единицы. Поэтому он дает значение

$$W_{\nu} = \int_{\nu_0 - \Delta\nu}^{\nu_0 + \Delta\nu} \left(1 - e^{-a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs}} \right) d\nu \approx \int_{\nu_0 - \Delta\nu}^{\nu_0 + \Delta\nu} d\nu = 2\Delta\nu.$$

Для определения $\Delta\nu$ рассмотрим два случая.

2.1. Умеренно сильные линии. В этом случае за пределами $\Delta\nu$ выполняется условие

$$t_{\nu}^0 = a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs} < 1,$$

т

но частоты еще находятся в пределах доплеровского ядра. Тогда для функции профиля берем профиль Гаусса:

$$t_{\nu}^0 = a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu} N_{abs} = 1, \quad \varphi_{\nu}^G = \frac{1}{\Delta \nu_D \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\Delta \nu}{\Delta \nu_D}\right)^2}.$$

Это приводит к такому результату:

$$\Delta \nu = \Delta \nu_D \sqrt{\ln\left(\frac{a_{\nu_0}^l N_{abs}}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_D}\right)}, \quad \rightarrow \quad W_{\nu} = 2\Delta \nu = \Delta \nu_D \sqrt{\ln\left(\frac{a_{\nu_0}^l N_{abs}}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_D}\right)}.$$

2.2. Очень сильные линии. В этом случае оптическая толщина достигает единицы в области крыльев линий, уширенных в соответствии с профилем Лоренца. Тогда имеем

$$t_{\nu}^0 = a_{\nu_0}^l \varphi_{\nu}^L N_{abs} = 1 = a_{\nu_0}^l N_{abs} \frac{\gamma}{(4\pi)^2 (\Delta \nu)^2 + (\gamma/2)^2}.$$

Постоянная затухания всегда меньше единицы ($\gamma \ll 1$). Отсюда следует, что

$$\Delta \nu = \frac{\sqrt{a_{\nu_0}^l N_{abs} \gamma}}{2\pi}, \quad \rightarrow \quad W_{\nu} = \frac{\sqrt{a_{\nu_0}^l N_{abs} \gamma}}{\pi}.$$

В итоге мы получили три участка кривой роста с разной зависимостью эквивалентной ширины от числа поглощающих атомов:

$$W_{\nu} \approx a_{\nu_0}^l N_{abs} - \text{линейная часть,}$$

$$W_{\nu} \approx \Delta \nu_D \sqrt{\ln\left(\frac{a_{\nu_0}^l N_{abs}}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_D}\right)} - \text{часть плато,}$$

$$W_{\nu} \approx \frac{\sqrt{a_{\nu_0}^l N_{abs} \gamma}}{\pi} - \text{часть затухания.}$$

Графическое представление полученных соотношений дано на рис. 32. Видно, что кривая роста имеет три участка: линейный, плато и участок кривой затухания. На том же рисунке сверху указано, за счет каких эффектов происходит увеличение эквивалентной ширины.

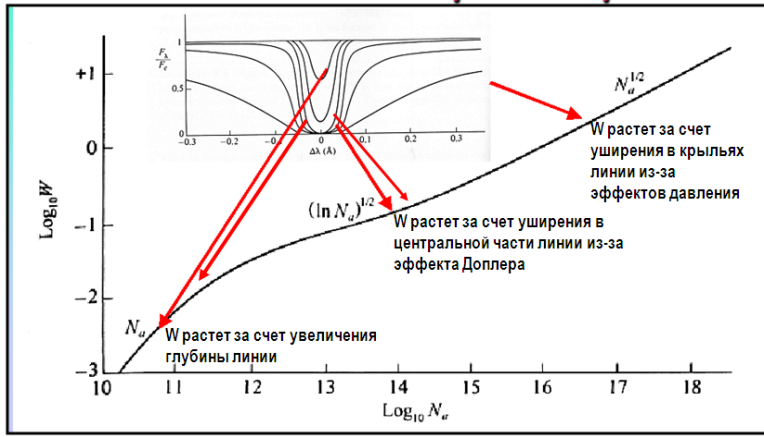


Рис. 32. Теоретическая кривая роста.

Теоретическая кривая роста может быть построена в разных величинах по координате «у». Возможные варианты показаны ниже.

$$W_{\lambda} \approx \sqrt{\pi} \Delta \lambda_D t_{v_0}^0, \quad W_{\nu} \approx \sqrt{\pi} \Delta \nu_D t_{v_0}^0,$$

$$W_{\lambda} \approx 2 \Delta \lambda_D \sqrt{\ln t_{v_0}^0}, \quad W_{\nu} \approx 2 \Delta \nu_D \sqrt{\ln t_{v_0}^0}, \quad \Delta \nu_D = \frac{V}{c} \nu_0,$$

$$W_{\lambda} \approx \pi^{3/4} \Delta \lambda_D \sqrt{a t_{v_0}^0}, \quad W_{\nu} \approx \pi^{3/4} \Delta \nu_D \sqrt{a t_{v_0}^0}, \quad a = \frac{\gamma \lambda^2}{4 \pi c \Delta \lambda_D},$$

$$\frac{W_{\nu}}{\nu_0} \approx \sqrt{\pi} \frac{V}{c} t_{v_0}^0, \quad \frac{W_{\lambda}}{\lambda_0} \approx \sqrt{\pi} \frac{V}{c} t_{v_0}^0, \quad \frac{W_{\lambda}}{\lambda_0} \frac{c}{V} \approx \sqrt{\pi} t_{v_0}^0,$$

$$\frac{W_{\nu}}{\nu_0} \approx 2 \frac{V}{c} \sqrt{\ln t_{v_0}^0}, \quad \frac{W_{\lambda}}{\lambda_0} \approx 2 \frac{V}{c} \sqrt{\ln t_{v_0}^0}, \quad \frac{W_{\lambda}}{\lambda_0} \frac{c}{V} \approx 2 \sqrt{\ln t_{v_0}^0},$$

$$\frac{W_{\nu}}{\nu_0} \approx \pi^{3/4} \frac{V}{c} \sqrt{a t_{v_0}^0}, \quad \frac{W_{\lambda}}{\lambda_0} \approx \pi^{3/4} \frac{V}{c} \sqrt{a t_{v_0}^0}, \quad \frac{W_{\lambda}}{\lambda_0} \frac{c}{V} \approx \pi^{3/4} \sqrt{a t_{v_0}^0}.$$

Теперь встает вопрос: как построить наблюдаемую кривую роста? Дело в том, что в теоретической кривой роста по оси «х» отложена пока неизвестная (искомая) величина N_{abs} :

$$\begin{aligned} \log t_{\lambda_0}^0 &= \log a_{\lambda_0}^l + \log N_{abs} = \\ &= -1.8825 + \log \lambda_0 - \log V + \log f + \log N_{abs} = \\ &= A + \log N_{abs} + \log f. \end{aligned}$$

Как сделать, чтобы первые два члена (A и $\log N_{abs}$) были постоянными? Тепловая скорость V обычно считается постоянной по всей атмосфере. Что касается постоянства N_{abs} и λ_0 , то можно поступить следующим образом. Надо в спектре звезды найти линии какого-либо химического элемента, принадлежащие одному мультиплету.

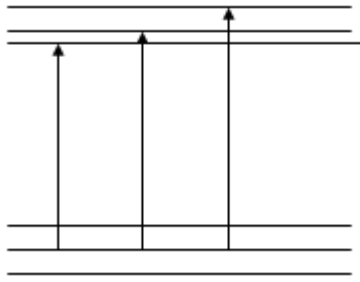


Рис. 33. Три линии одного мультиплета.

Напомним, что мультиплетные линии это линии, возникающие при переходах с одного и того же подуровня, у которого N_{abs} одно и то же (рис. 31). Кстати, и длины волн таких линий почти одинаковые из-за малого расщепления уровня на подуровни.

Таким образом, процедура построения наблюдаемой кривой роста будет выглядеть так.

1. По спектру звезды с отождествленными линиями отбираем линии разных мультиплетов разных элементов. Для этой процедуры очень полезны специальные таблицы Ш. Мур.
2. Определяем их эквивалентные ширины.
3. По специальным справочникам находим силы осцилляторов f .
4. Строим график зависимости для каждого мультиплета

$$\log \frac{W_\lambda}{\lambda_0} \leftrightarrow \log f.$$

5. Для каждого мультиплета проводим среднюю прямую. Из-за разных значений N_{abs} для разных элементов и разных мультиплетов эти отрезки на кривой роста будут в разных местах графика.
6. Горизонтальным перемещением все отрезки по мультиплетам сводим в одну кривую. Ее положение может быть произвольным.
7. Горизонтальным перемещением эту кривую совмещаем с теоретической кривой роста, которая построена в координатах

$$\log \frac{W_\lambda}{\lambda_0} \frac{c}{V} - \log t_{\lambda_0}^0.$$

8. Отрезок по оси x , равный расстоянию между первоначальным положением отрезка мультиплета и его положением на теоретической кривой роста это

$$\Delta x = -1.8225 + \log \lambda_0 - \log V + \log N_{abs}.$$

Это дает нам искомую величину N_{abs} .

9. Зная число атомов данного элемента на нижнем уровне данного мультиплета, теперь пользуясь соотношениями Больцмана – Саха, можно определить полное число атомов. Другими словами, определить химическое содержание исследуемых элементов.

Рис. 34 (слева) дает положение разных мультиплетов на кривой роста по наблюдениям Солнца. На правом рисунке показано положением мультиплетов титана на теоретической кривой роста. Для совмещения с ней наблюдаемую кривую роста надо было сместить по горизонтали на величину -7.72 . Это означает, что содержания титана на Солнце $\log \epsilon = -7.72$

Помимо определения химического состава кривые роста позволяют определить и другие параметры звезд, например, среднее давление, а затем и значение $\log g$. Дело в том, что кривая роста в своей верхней части зависит также и от параметра затухания a . Если наблюдаемая кривая роста идет в верхней части вдоль теоретической, вычисленной при определенном значении a , то зная это значение, можно оценить роль эффектов давления в уширении линий.

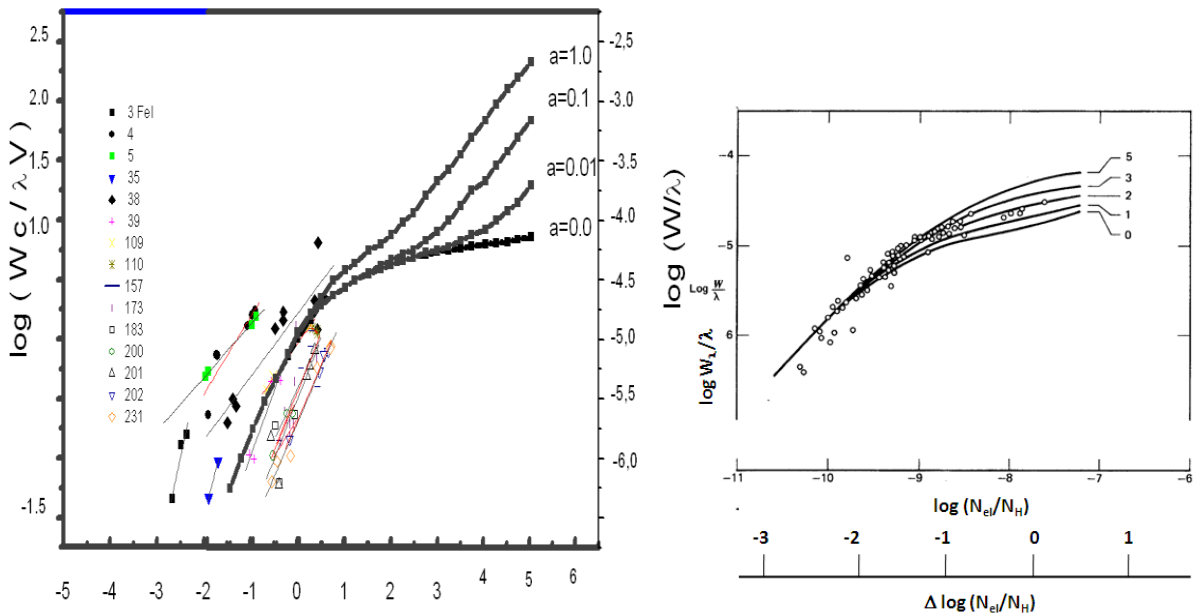


Рис. 34. Слева: построение наблюдаемой кривой роста по линиям Fe I и Ti I для Солнца. Справа: определение содержания титана на Солнце.

Другое применение кривых роста заключается в следующем. В некоторых случаях возникает необходимость перемещать наблюдаемую кривую роста и по оси u . Величина этого смещения дает значение $\log V/c$. Если V окажется по величине больше тепловой скорости, то это означает, в атмосфере имеется дополнительное поле скоростей, например, микротурбулентция. К этому вопросу мы вернемся ниже.

Методы определения химического состава звезд

Синтетический метод.

Следует отметить, что изложенный выше метод кривых роста в настоящее время не является широко распространенным. С внедрением компьютерных методов исследователи предпочитают использовать синтетический метод. Для этого надо проделать следующие шаги.

1. Для исследуемой звезды необходимо предварительно определить температуру T_{eff} , значение $\log g$.
2. В соответствии с этими значениями подбирается соответствующая модель атмосферы.
3. Если в спектре есть линии разных элементов, то для каждого элемента предполагается его начальное химическое содержание.
4. Для выбранной модели ЗА решаем уравнение переноса для разных частот для всех линий с учетом всех возможных механизмов уширения.
5. Затем сравнение полученного таким образом синтетического спектра с наблюдаемым позволяет заключить, верно ли предварительно выбрано предполагаемое содержание. В случае отсутствия согласия надо уточнить содержание и повторить процедуру, начиная с шага 4.

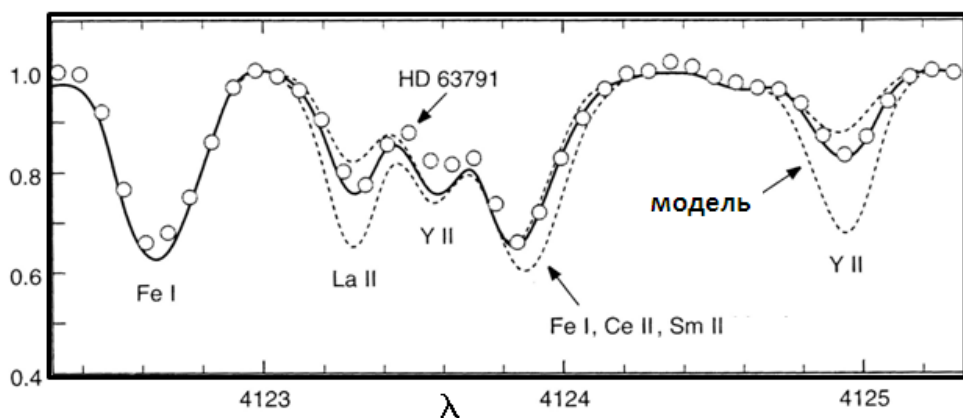


Рис. 35. Синтетический спектр для звезды HD63791 для определения химического содержания.

Достоинство метода заключается в следующем. Лишь в ограниченном числе случаев наблюдаемая линия принадлежит отдельному химическому элементу. Наиболее типична следующая ситуация: наблюдаемая абсорбция является наложением многих линий, принадлежащих разным химическим элементам. Поэтому необходимо рассчитывать синтетический спектр, задавая для линий определенное химическое содержание всех линий, входящих в бленду. Итеративный процесс позволяет в итоге согласовать результаты расчетов с наблюдениями, тем самым зафиксировав химический состав. Рис. 35 дает результат такого анализа для звезды HD63791, бедной металлами. Расчеты синтетического спектра для определения химического содержания в интервале от 0.1 до 3 солнечного состава, показывает хорошее согласие при значениях $\log \varepsilon_{Eu} = -1.05$ и $\log \varepsilon_{Y} = -0.46$ (в шкале $\log \varepsilon_{H} = 12.0$).

Результаты определения химического состава

Точность определения химического состава по линиям определяется точностью учета механизмов уширения линий и надежностью значений сил осцилляторов. Ошибки в учете механизмов уширения можно избежать использованием слабых линий. Но в этом случае для таких линий плохо известны силы осцилляторов. Поэтому единственный выход – использовать как можно большее число линий. Тогда при отсутствии систематических ошибок в силах осцилляторов можно получить достаточно уверенное значения химического содержания. Приведем небольшой обзор результатов.

Из теории Большого Взрыва следует, что в первые минуты образовались только легкие элементы. Тяжелые элементы образовались позже в результате следующих процессов.

- 1) Ядерные реакции в звездах: В результате таких реакций образуются легкие элементы - H , He , C , Ne , O , Si и элементы CNO)
- 2) Ядерные реакции горения гелия (тройной альфа-процесс). Все эти реакции образуют элементы с массовым числом, кратным 4, вплоть до Ca^{40} .
- 3) Все эти реакции идут до образования Fe . Из рис. 36 ясно, что железо имеет самую высокую энергию связи между частицами ядра. Это означает, что превращение железа в другие более тяжелые частицы потребуют дополнительной энергии (эндотермическая реакция). Но в звезде нет этой дополнительной энергии, поэтому после образования железа термоядерные реакции прекращаются. Более тяжелые, чем железо, элементы образуются за счет других процессов .
- 4) Ядерные реакции при взрывах Сверхновых производят элементы тяжелее Fe .
- 5) Реакции скалывания космическими частицами производят легкие элементы 3He , Li , Be и B .

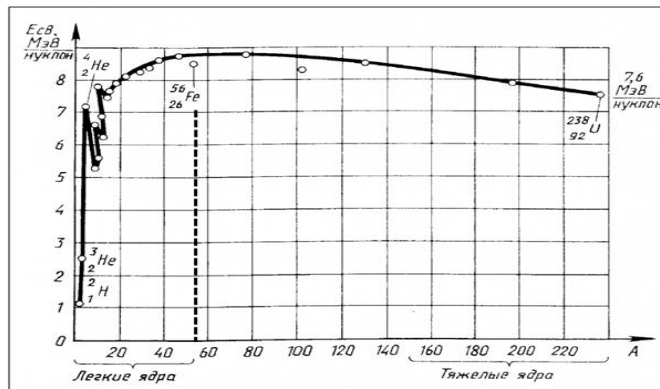


Рис. 36. Энергии связи для химических элементов.

Солнечный химический состав представлен на рис. 37. В результате различных причин

(возраст, диффузия атомов в 3А и др.) химический состав других звезд может существенно отличаться от солнечного. Например, более молодые звезды населения I имеют в 15 раз большее содержание тяжелых элементов, чем более старые звезды населения II, которые образовались недавно из уже обогащенной взрывами Сверхновых среды.

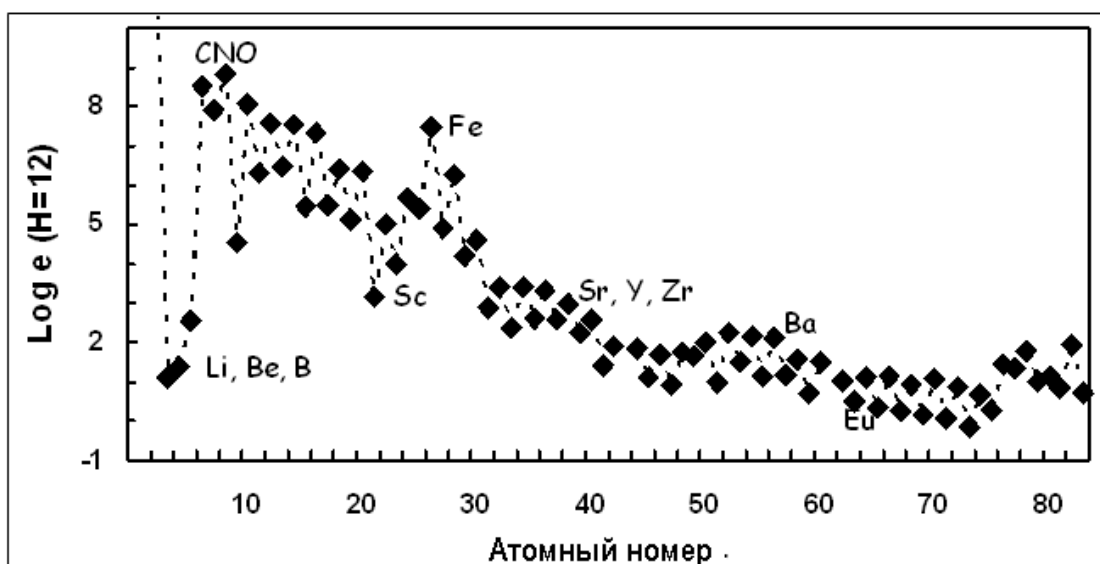


Рис. 37. Содержание химических элементов на Солнце.

Было установлено, что есть звезды, которые отличаются от этого «стандартного» содержания, называемые как химически пекулярные звёзды. Большинство из них это достаточно горячие звезды главной последовательности. Их доля достаточно велика - примерно 20-25% от нормальных по химическому составу звёзд. К настоящему времени нет полной теории таких аномалий. Одна (но единственная) из причин это наличие сильного магнитного поля. Установлено, что эти звезды делятся на 4 основные группы:

- металлические звёзды (звёзды с сильными линиями металлов), среди этих звезд есть подклассы:

- Am - звезды (CP1), показывают слабые линии однократно ионизованного кальция и/или скандия, но более сильные линии тяжелых металлов. Кроме того, они, как правило, медленно вращаются их эффективные температуры лежат в районе 7 000 К до 10 000 К.

- Ap - звезды (CP2), имеют сильные магнитные поля, а также в спектре имеют сильные линии Si, Cr, Sr, Eu. Они также медленно вращаются, их эффективная температура составляет от 8 000 К и 15 000 К

- ртутно-марганцевые звезды (CP3).

- бедные гелием звезды (He-weak, CP4).

Окончательная сводка по пекулярным звездам приведена в табл. 7.

Тип звезд	Особенности	Сила линий	Диапазон температур
HgMg – 10-20% от всех поздних В-звезд	Магнитное поле отсутствует	Слабы: He, Al, Ne Сильны: Hg, Pt, Mn, Sb, Cu, Ga, Sr, Y...	T=10 000 – 15 000 K
Am – 10-50% всех А-звезд	магнитное поле отсутствует	Слабы: Сильны: Ca, Sc	T=7 000-10 000 K
Ar – подтипы SrCrEu и др., 5% от В-звезд	Сильное магнитное поле, переменность спектра	Сильны: Cr, редко-земельные элементы	T=7 000-12 000
Si – 3-5% В-звезд	Сильное магнитное поле, переменность	Сильны: Si, Cr	T=10 000 – 15 000
He-weak		Слабы: HeI	T=4000-200000
He-reach		Сильны: HeI	T=20000-25000

Табл.7. Типы пекулярных звезд.

В последующих таблицах 8-10 показаны элементы, образованные во Вселенной за счет разных процессов.

Вращение звезд

Впервые вращение Солнца установил Галилей (по движению пятен). Сейчас установлено, что вращение звезд является весьма важным фактором, определяющим строение ЗА и эволюцию самой звезды по следующим причинам:

- изменяет структуру звезды и ее светимость,
- изменяет положение звезды на Диаграмме Рессела-Герцшпрунга,

Табл. 8. Элементы, образованные при Большом Взрыве (штриховые символы) и при эволюции маломассивных звезд (сплошные символы).

		ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ															
период	группа	I	II	III	IV	V	VI	VII								VIII	
1	I	H															He
2	II	Li	Be	B	C	N	O	F								Ne	
3	III	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl								Ar	
4	IV	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni					Zn	
5	V	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd				Ag		
6	VI	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt				Au		
7	VII	Fr	Ra	Ac	Ku											Rn	
*ЛАНТАНОИДЫ																	
**АКТИНОИДЫ																	

Табл. 9. Химические элементы, образованные при эволюции массивных звезд.

		ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ															
период	группа	I	II	III	IV	V	VI	VII								VIII	
1	I	H															He
2	II	Li	Be	B	C	N	O	F								Ne	
3	III	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl								Ar	
4	IV	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni					Zn	
5	V	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd				Ag		
6	VI	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt				Au		
7	VII	Fr	Ra	Ac	Ku											Rn	
*ЛАНТАНОИДЫ																	
**АКТИНОИДЫ																	

Табл. 10. Химические элементы, образованные при вспышках Сверхновых.

- вызывает дополнительное перемешивание и турбулентность в звезде, вызывая обогащение атмосферы звезды и явление пекулярных звезд,
- является индикатором возраста звезд, поверхностной активности,
- вызывает изменение температуры по поверхности звезды: повышение температуры на полюсах и понижение температуры на экваторе.

При наблюдениях вращение звезды проявляет в спектрах звезд следующим образом:

- вращение уширяет все линии в спектре при сохранении эквивалентной ширины (см. рис. 38);
- уширение линий больше для длинноволновой области спектра;
- если наблюдаются мультиплетные линии, то отношения их эквивалентных ширин будут всегда равны известным теоретическим отношениям для линий мультиплетов независимо от скорости вращения.

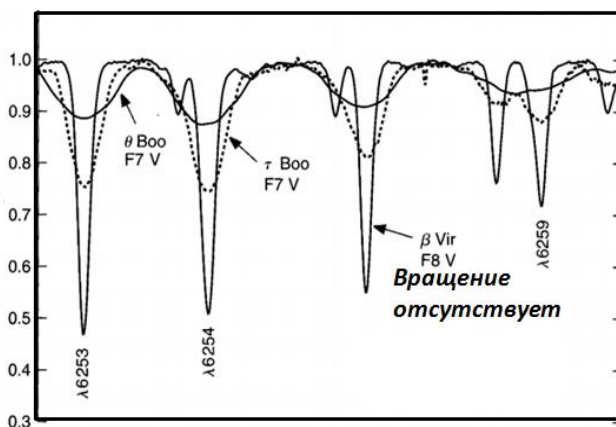


Рис. 38. Уширение линий за счет вращения звезды (при сохранении эквивалентной ширины)

Само уширение линий просто объясняется эффектом Доплера (см рис. 39).

- Проекция скорости вращения звезды на луч зрения имеет разные значения. Разными будут и смещения линий из-за эффекта Доплера.
- Одна половина звезды вращается в сторону к наблюдателю, другая – от наблюдателя. В результате смещение линии будет в синюю область и красную часть спектра. Интегральное излучение от всего диска звезды дает уширенную линию.

Теория образования линий поглощения, искаженных вращением осуществляется в несколько этапов. В первом приближении предполагается, что:

- звезда сферически симметричная,

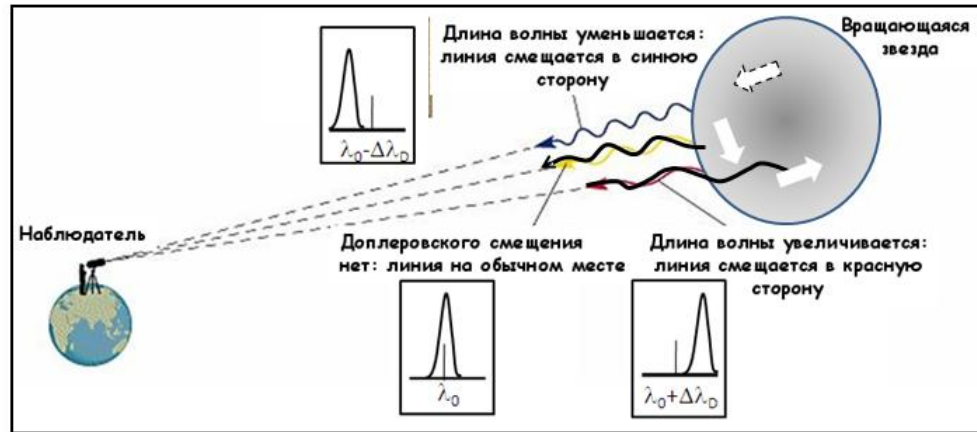


Рис. 39. Уширению линий вследствие вращения звезды.

потемнение диска к краю отсутствует,

- вращение твердотельное,
- исходный профиль линии (т.е. в отсутствии вращения) намного уже, чем профиль с вращением.

Во втором приближении уже учитываются более тонкие эффекты:

- учет потемнения диска к краю,
- учет дифференциального вращения,
- учет изменения формы звезды (при быстром вращении),
- учет гравитационного потемнения диска,
- зависимость силы линии от широты и углового расстояния от лимба.

Мы рассмотрим теорию в первом приближении, включив дополнительно потемнение диска звезды в континууме. Выберем систему координат следующим образом (см. рис. 40).

- Ось Z направлена к наблюдателю.
- Оси X и Y перпендикулярны оси Z, поэтому плоскость YOX является картинной. Они ориентированы таким образом, чтобы ось вращения лежала в плоскости ZOY.

т

- Точка А находится на поверхности звезды, а ее проекция (точка В)- в картинной плоскости диска звезды

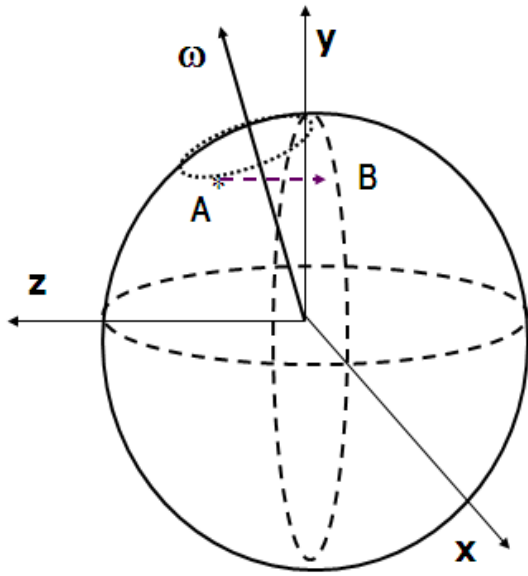


Рис. 40. Ориентация осей при рассмотрении вращения звезды.

Если бы звезда не вращалась, то из точки В исходило бы излучение $I(X, Y, \nu - \nu_0)$. Но из-за вращения точки А излучение из ее проекции (точки В) для наблюдателя будет казаться смещенным по частоте:

$$I(X, Y, \nu - \nu_0 \pm \nu_0 V_z / c)$$

V_z – проекция скорости вращения точки А на луч зрения (на ось Z). Для определения этой проекции воспользуемся простыми соотношениями:

$$\vec{V} = [\vec{\omega} \vec{r}],$$

$$\vec{\omega}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = \vec{\omega}(0, \omega \sin i, \omega \cos i),$$

$$\vec{r}(x, y, z) \quad \vec{i} \quad \vec{j} \quad \vec{k}$$

$$\vec{V} = [\vec{\omega} \vec{r}] = \begin{matrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ x & y & z \end{matrix} = \vec{i} V_x - \vec{j} V_y + \vec{k} V_z$$

$$V_z = (y\omega_x - x\omega_y) = -x\omega \sin i = -x \frac{V}{R} \sin i .$$

Таким образом, от точки А исходит излучение в уже смещенной частоте

$$I(x, y, \nu - \nu_0 \pm \nu_0 \frac{xV}{cR} \sin i).$$

т

Определим теперь остаточную интенсивность линии, проинтегрировав излучение в линии и излучение в непрерывном спектре и взяв их отношение:

$$\bar{r} = \frac{\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} I\left(x, y, \nu - \nu_0 \pm \nu_0 \frac{xV}{c}\right) dy}{\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x, y) dy}. \quad (31)$$

Здесь $I_0(x, y)$ - интенсивность в непрерывном спектре. Кроме того мы все координаты измеряем в единицах радиуса звезды. Понятно, что если бы звезда не вращалась, то остаточная интенсивность определялась как

$$r(x, y, \nu - \nu_0) = \frac{I(x, y, \nu - \nu_0)}{I_0(x, y)}.$$

Эта запись, говорит о том, что эта остаточная интенсивность (или профиль линии) будет разной для разных точек диска. И здесь мы делаем основное предположение метода: излучение в линии в спектре невращающейся звезды одинаково для всех точек диска, т.е.

$$r(\nu - \nu_0) = \frac{I(x, y, \nu - \nu_0)}{I_0(x, y)}.$$

Тогда мы можем записать и следующее выражение

$$I\left(x, y, \nu - \nu_0 \pm \nu_0 \frac{xV}{c}\right) = r\left(\nu - \nu_0 \pm \nu_0 \frac{xV}{c}\right) I_0(x, y).$$

Подставляя это выражение в (28), имеем

$$\bar{r}(\nu - \nu_0) = \int_{-1}^1 r\left(\nu - \nu_0 \pm \nu_0 \frac{V}{c} x \sin i\right) A(x) dx, \quad (32)$$

$$A(x) = \frac{\int_0^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x, y) dy}{\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} I_0(x, y) dy}.$$

т

Следует обратить внимание, что под интегралом стоит значение не самой скорости вращения V , а значение $V \sin i$. Поэтому метод позволяет определить только эту величину.

Как видно, функция $A(x)$ зависит только от переменной $I_0(x, y)$, т.е. от закона потемнения диска в непрерывном спектре. Существует много аппроксимаций этого закона, простейший из них это линейный закон:

$$I_0(x, y) = \text{const}(1 + \beta \cos \theta), \quad \cos \theta = \left[1 - (x^2 + y^2)\right]^{1/2}.$$

Тогда

$$A(x) = \frac{3}{3 + 2\beta} \left[\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - x^2} + \frac{\beta}{2} (1 - x^2) \right].$$

Если для (29) ввести новую переменную

$$t = \frac{v - v_0}{v_0 \frac{V}{c} \sin i},$$

то будем иметь следующее компактное уравнение, связывающее профиль линии у вращающейся звезды с профилем этой же звезды при отсутствии вращения

$$\bar{r}(t) = \int_{-1}^1 r(t \pm x) A(x) dx.$$

Но как найти это профиль $r(t \pm x)$? Существует не очень много возможностей. Приведем два примера.

Первый метод:

- по каталогам, в которых дана компиляция скоростей вращения для большого числа звезд, ищем звезду сравнения с нулевой скоростью. Эта звезда должна иметь спектральный класс и класс светимости, близкие к исследуемой звезде,

- выбираем исследуемую линию в спектре этой звезды,

- определяем ее профиль.

Второй метод:

- для исследуемой звезды надо определить T_{eff} и $\log g$,

Т

- по моделям рассчитать профиль линии.

Опыт показал, что удобными линиями для определения скоростей вращения являются:

- для O9-B8 звезд линия HeI 4471A,
- для B8-F0 звезд MgII 4481 A,
- для F0-F8 звезд FeI 4476 A.

Результаты определений скоростей вращения приведены в табл. 11.

Спектр. класс	M/M_0	R/R_0	V (км/сек)	Период (дни)
O5	39.5	17.2	190	4.85
B0	17.0	7.6	200	1.91
B5	7.0	4.0	210	0.96
A0	3.6	2.6	190	0.73
A5	2.2	1.7	160	0.56
F0	1.75	1.3	95	0.73
F5	1.4	1.2	25	2.42
G0	1.05	1.05	12	4.55

Табл. 11. Скорости вращения звезд главной последовательности.

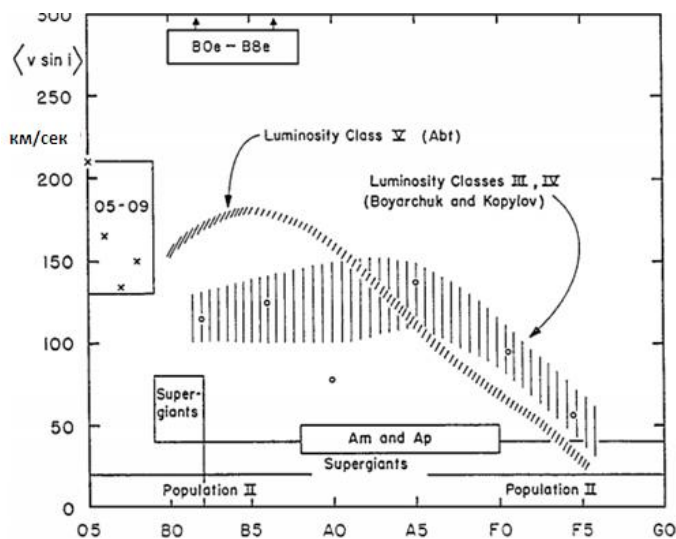


Рис. 41. Средние скорости вращения звезд разных типов.

Результаты определения скоростей вращения звезд разных типов приведены на рис. 41.

Звездные ветры

Вступительные замечания. До сих пор мы рассматривали ЗА без каких либо признаков нестационарности. Однако многие звезды имеют определенного вида движения, которые отражаются на линейчатом спектре. Мы в этом параграфе ограничимся лишь кратким описанием некоторых теоретических подходов к этой проблеме. Рассмотрение этого вопроса диктуется тем, что роль звездных ветров в эволюции Вселенной очень велика, так как они вносят обратно в межзвездную среду дополнительные пыль и металлы, из которых в дальнейшем рождаются звезды следующего поколения.

Прямым наблюдательным индикаторам наличия звездного ветра являются профили линий типа РСуг. Было установлено, что разные спектральные области дают информацию о разных районах звездного ветра. Например, линия Н α (оптическая часть) дает информацию о строении внешних слоев фотосферы и нижних (близких к звезде) слоев звездного ветра. Инфракрасные линии формируются выше атмосферы и в средних слоях звездного ветра. Широкие линии типа РСуг образуются по всей протяженности звездного ветра. Другим индикатором является избыток теплового и радио излучения в длинноволновой области спектра по сравнению с излучением самой звезды. Этот избыток возникает в далеких от звезды районах звездного ветра.

Общие сведения. Звездные ветры это движущиеся с поверхности звезды массы вещества (протоны, электроны, атомы, ионы). Скорости движения лежат в диапазоне 20 - 2000 км/сек. Ясно, что возникновению ветра расширяющееся вещество должно приобрести скорость, превышающую величину параболической скорости

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{r}},$$

r – расстояние до центра звезды, M – масса звезды.

Причины возникновения ветров зависят от массы звезды. У холодных и

мало массивных звезд (как Солнце) причиной движения является корона с температурой до 10^6 К, возникающая при взаимодействии магнитных полей на поверхности звезды. В результате корональный газ приобретает достаточную энергию для преодоления сил гравитации. Причина нагрева короны связана с передачей механической энергии конвективными верхними слоями звезды. Эти корональные механизмы обеспечивают движение очень малых масс - примерно 10^{-14} массы Солнца в год.

Массивные звезды производят потери масс в миллионы раз больше – до 50% своей массы в течение эволюции. У этих горячих звезд конвективная оболочка на поверхности отсутствует, поэтому механизм возникновения таких ветров иной, а именно лучевое давление, возникающее при поглощении спектральными (главным образом резонансными) линиями излучения звезды. Теоретически возможны и другие механизмы (звуковые, ударные, магнитно-динамические и др.). Но эти механизмы не играют большой роли в создании ветров.

Наиболее важные параметры звездного ветра, которые необходимо извлечь из наблюдаемого спектра такие:

- скорость расширения. Уже отмечалось, что для начала расширения звездный ветер должен приобрести скорость выше параболической скорости относительно звезды. Затем при удалении от звезды эта скорость достигает своего максимального значения V_{∞} . Далее при большом удалении от звезды скорость не растет.

- предельная скорость расширения (на большом удалении от звезды).

- потеря массы вещества при истечении, она измеряется в единицах массы Солнца в год,

- распределение плотности ветра с расстоянием.

Главные уравнения движения вещества должны отражать условия сохранения и стационарности расширения. Они приведены ниже:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r)[g(r) - g_{rad}(r)] - \rho(r)V(r)\frac{dV}{dr}$$

$$\frac{dP}{dr} = a^2 \frac{d\rho}{dr} + \rho \frac{da^2}{dr} = a^2 \left(-\frac{\rho}{V} \frac{dV}{dr} - \frac{2\rho}{r} \right) + \rho \frac{da^2}{dr}$$

$$\left(1 - \frac{a^2}{V^2} \right) V \frac{dV}{dr} = -\frac{GM}{r^2} + g_{rad} + \frac{2a^2}{r} - \frac{da^2}{dr}$$

P – давление в звездном ветре

ρ – плотность

g – гравитационное ускорение

g_{rad} – радиативное ускорение (в линиях)

V – скорость расширения ветра

a – скорость звука в изотермической среде = $\sqrt{\gamma kT/m}$ ($\gamma \approx 1.4$)

M – масса звезды

Эти уравнения могут быть приведены к более простым выражениям для частных случаев.

Первый частный случай: звездный ветер образуется за счет преобладания давления. Такие ветры образуются, если около звезды имеется горячая корона ($T \sim 10^6$ K). Для такого ветра $g_{rad} = 0$. Тогда в первом уравнении правая часть изменяет знак в критической точке на расстоянии r_c :

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r)[g(r) - g_{rad}(r)] - \rho(r)V(r)\frac{dV}{dr} \Rightarrow r_c = \frac{GM}{2a^2}. \quad (33)$$

Если взять $T \sim 1.5 \cdot 10^6$ K, то скорость звука будет $a = 160$ км / сек. Тогда положение критической точки будет на расстоянии $r_c \sim 3.9R$. Уравнение (33) имеет 4 разных решения (мы их не приводим), но лишь одно решение соответствует наблюдениям. Это решение дает следующие параметры ветра:

При объяснении механизма образования короны обычно пытаются ответить на следующие вопросы:

1. Как конвективное движение влияет на магнитное поле на поверхности звезды?
2. Как энергия содержится выше атмосферы в магнитном поле?

3. Как энергия выделяется в виде тепла (через соударения частиц или при соударении частиц с волнами)?

Второй частный случай: звездный ветер образуется за счет преобладания лучевого давления. Эта идея была предложена Милном еще в 1924-1926 годах. Напомним, что у горячих звезд нет на поверхности конвекции. Как результат, в отличие от предыдущего случая нет и нагретой короны. Для возникновения такого ветра необходимо:

- большое число фотонов, т.е. большая светимость звезды,
- большое число линий ($\sim 10^4$ - 10^5), находящихся в области максимума излучения;
- наличие пылевых частиц (не обязательно).

Все эти условия выполняются для звезд с большой светимостью L .

Обычно теория таких ветров рассматривает стационарное движение. В этом случае в основных уравнениях отсутствуют все частные производные по времени. Это в определенной степени делает численные решения этих уравнений вполне доступными.

1) Например, условие сохранения массы будет таким:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho V) = 0 \Rightarrow r^2 \rho \Rightarrow \dot{M} = \frac{dM}{dt} = 4\pi r^2 \rho = const. \quad (34)$$

2) К этому уравнению следует добавить уравнение для момента:

$$V \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{GM}{r^2} + g_{rad}^c + g_{rad}^l. \quad (35)$$

Последние три члена включают гравитационное ускорение и давление излучения в континууме и линиях. Напомним (см. Пособие 1), что давление излучения определяется как

$$g_{rad} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\nu} F_{\nu} d\nu}{c},$$

т

где α_ν есть коэффициент поглощения и рассеяния в расчете на единицу объема, а F_ν есть поток излучения.

3) Это означает к приведенным уравнениям необходимо добавить и уравнение переноса излучения. Но следует отметить, что решение этого уравнения для движущейся среды требует разработки совершенно иных более сложных методов. Но В.В. Соболев высказал замечательную идею, которая позволила решать уравнение переноса в движущейся среде достаточно эффективно. Он показал, что в случае наличия большого градиента скорости относительные доплеровские смещения в линиях, вызванные движением среды, позволяют рассматривать образование линии в одной точке среды независимо от образования линии в другой точке среды. При больших скоростях движения район ветра, где фотоны в линии приобрели доплеровское смещение не больше величины ширины линии, является тонким. Поэтому вклад в наблюдаемый профиль на какой либо частоте линии возникает от излучения (или поглощения), возникшего на поверхностях одинаковой лучевой скорости. Это идея Соболева сильно упрощает решение уравнения переноса излучения.

4) Для давления используем закон идеального газа:

$$P = \frac{\rho k T}{\mu m_H} = \rho a^2, \quad a = \sqrt{\frac{k T}{\mu m_H}}, \quad \frac{1}{\mu} = 2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z.$$

Молекулярный вес μ записан для полностью ионизованной плазмы. Величина a есть звуковая скорость. Если температура ветра известна, то и известна зависимость звуковой скорости от расстояния. Поэтому в уравнении постоянства потока масс (34) можно исключить величину ρ , записав уравнение (35) в следующем виде:

$$\left(V^2 - \frac{a^2}{V^2} \right) \frac{dV}{dr} = \frac{2a^2}{r} \frac{GM}{r^2} + g_{rad}^c + g_{rad}^l.$$

5) Уравнение сохранения для внутренней энергии газа энергии $d j, \text{от} dblt$ записывается так:

$$V \frac{dE}{dr} - \frac{PV}{\rho^2} = E_A + E_c + E_{rad}.$$

Здесь E_A , E_c и E_{rad} вклад в энергию за счет акустических процессов, теплопроводности и излучения соответственно. Для нашего случая $E_A = E_c = 0$. Если использовать предположение о лучистом равновесии, то

$$E_{rad} = \int \alpha_\nu (J_\nu - B_\nu) d\nu \approx 0.$$

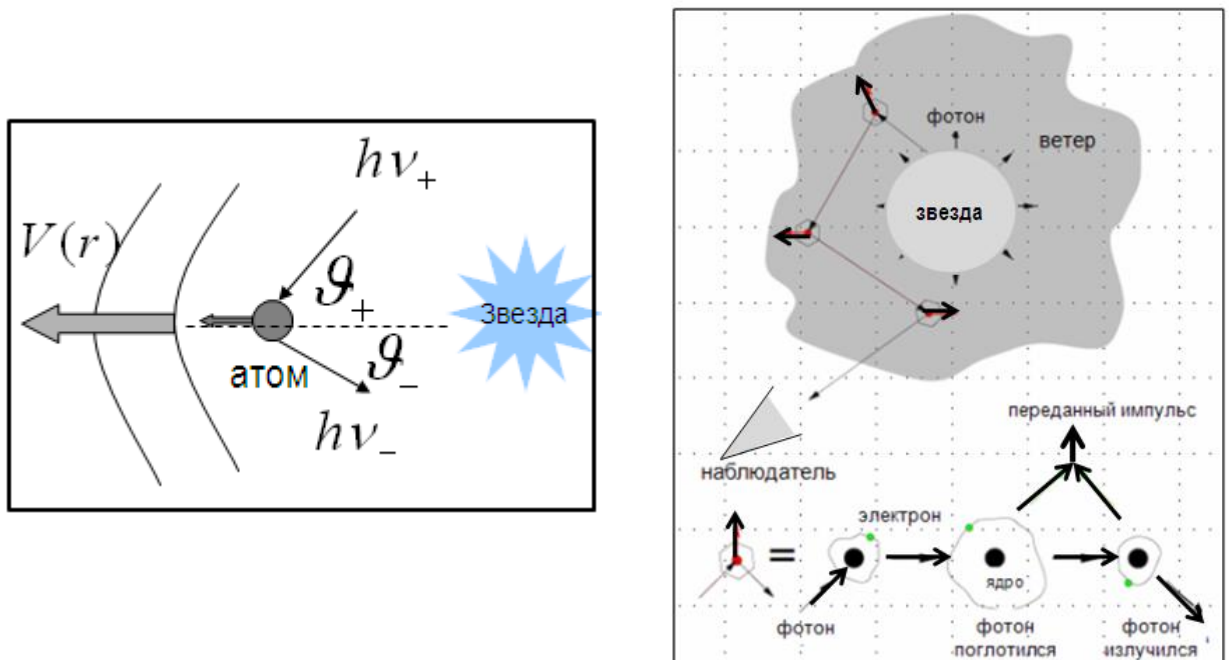


Рис. 42. Слева: Передача импульсов от фотона атомам. Справа: угловое распределение импульса атома при поглощении и излучении.

Для горячих звезд скорость звука мала: $a=20$ км / сек. Поэтому роль газового давления будет второстепенна. Радиативный импульс химических элементов, у которых есть соответствующие линии, заставляет эти элементы двигаться вверх. Это происходит по следующей причине. Фотосфера звезды выделяет энергию в широком диапазоне длин волн. Через одно-два взаимодействия с частицами (ионами) ветра фотоны передают часть своего импульса частицам (ионам) – см. нижнюю часть рисунка 42.

Так как фотоны образуются в лежащей ниже фотосфере, то ионы двигаются радиально от звезды. При переизлучении фотона ион также приобретает импульс в противоположном направлении от излученного кванта. Но так как переизлучение изотропно, то в среднем импульсы за счет излу-

т

чения дают нулевой эффект. Далее кулоновские столкновения ионов с другими частицам создают общее движение ветра.

Остановимся подробнее на других формулах, используемых в теории светового давления.

- 1) Импульс, передаваемый радиально атому при поглощении и переизлучении равен

$$\Delta P = \frac{h}{c} (v_+ \cos \vartheta_+ - v_- \cos \vartheta_-).$$

- 2) Средние значения косинуса такие (см. рис. 42 справа):

$\langle \cos \theta_- \rangle = 0$ - из-за изотропности переизлучения,

$\langle \cos \theta_+ \rangle = 1$ - из-за того, что падающий фотон преимущественно исходит от звезды.

- 3) В итоге, среднее значение полученного атомом импульса равно

$$\langle \Delta P \rangle = \frac{h}{c} v_+.$$

- 4) Обозначим: ν_{obs} - частота кванта, вышедшего от звезды и в системе координат, связанной с наблюдателем; ν_i - частота перехода (линии) в системе координат самого атома.

- 5) Поглощение кванта будет происходить, если $\nu_{obs} = \nu_i$.

- 6) Из-за эффекта Доплера, эти частоты связаны как

$$\nu_i = \nu_{obs} - \frac{\nu_i}{c} V, \quad \nu_i = (\nu_{obs} + d\nu_{obs}) - \frac{\nu_i}{c} (V + dV), \quad d\nu_{obs} = \nu_i \frac{dV}{c}.$$

- 7) Радиативное ускорение, создаваемое импульсом данной линии, определяется обычной формулой:

$$g_{rad}^i = \frac{\Delta P}{\Delta t \Delta m}.$$

- 8) Надо подсчитать число фотонов, которые могут поглотиться и создать эффект радиативного давления:

$$\frac{N_\nu}{\Delta t} = \frac{\Delta(E_\nu / h\nu)}{\Delta t} = \frac{L_\nu \Delta \nu_{obs}}{h \nu_{obs}}.$$

- 9) Для общего ускорения необходимо просуммировать вклады от всех возможных линий.
- 10) Выше молчаливо предполагалось, что все фотоны от звезды поглощаются в линии. Это, разумеется, учитывается в более строгой теории. Ее результат таков:

$$g_{rad} = \sum_i g_{rad}^i = \frac{const}{4\pi r^2} \left(\frac{dV/dr}{\rho} \right)^\alpha, \quad \alpha \approx \frac{2}{3}.$$

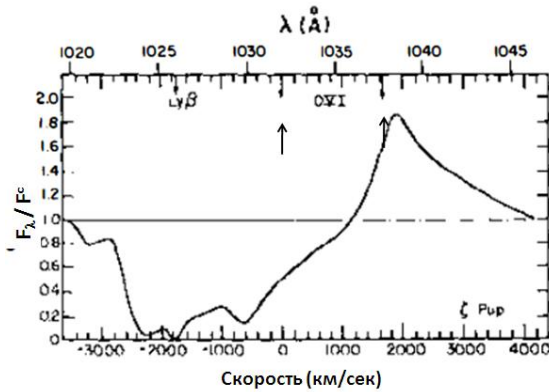


Рис. 43. Профили типа P Cyg. Показан профиль линий OVI $\lambda 1031.7$ и $\lambda 1037.6$ Å в спектре звезды ξ Pup (O4f). Стрелки показывают лабораторное положение линий.

Явление расширения приводит к поведению профиля линии, который именуется как профиль типа P Cyg. Для двух резонансных линий OVI наблюдаемые профили приведены на рис. 43. Видна эмиссия на центральной длине волны линии и сдвинутая в синюю часть абсорбционная компонента. Причина такого поведения линии ясна из следующих соображений (рис. 44).

Непрерывный спектр (горизонтальные линии на панелях 1-3 слева) возникает в атмосфере звезды и проходит через зону α без поглощения.

Линия поглощения: в области « α » (панель справа) рассеяние (поглощение) происходит в линиях на ионах. Это рассеяние (поглощение) происходит в интервале длин волн от λ_0 (это соответствует областям ветра около атмосферы звезды) до λ_m (это соответствует доплеровскому смещению от областей ветра, удаленных от звезды). В итоге схематически имеем прямоугольный профиль (см. затененную область на панели 1 рис. 44).

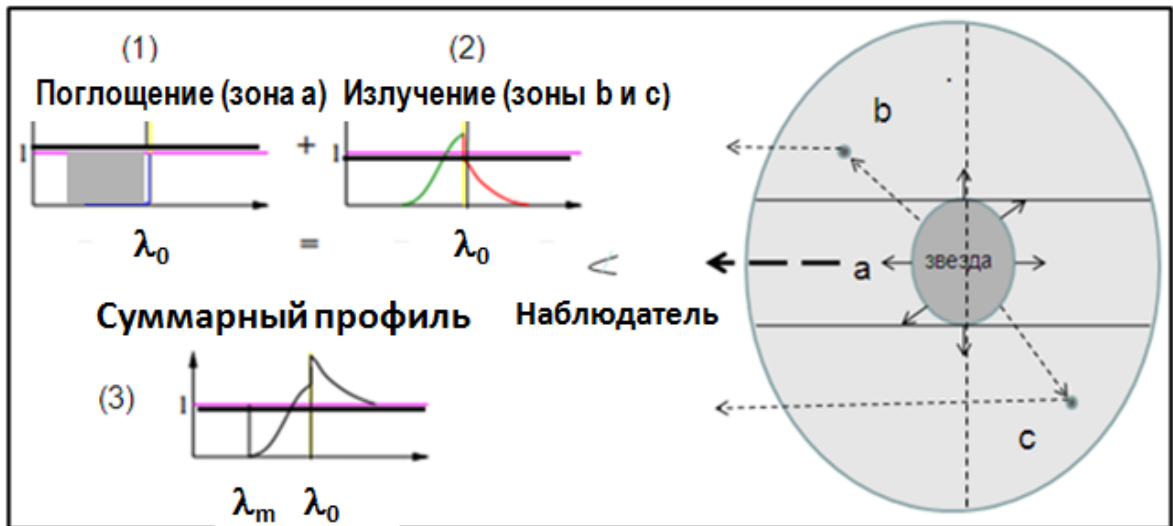


Рис. 44. Звездный ветер (объяснения см. в тексте)

Линия излучения: Область «b» содержит ионы, которые переизлучают в линии энергию континуума, часть этой энергии направлена в сторону к наблюдателю. Так как эта область ветра преимущественно движется к наблюдателю, то в результате появляется эмиссия в профиле синей части профиля (см. панель 2 рис.44).

Линия излучения: Область «с» содержит вещество, которое преимущественно движется от наблюдателя. Это вещество рассеивает кванты, часть из которых могут быть направлены к наблюдателю. В результате появляется эмиссия с красной стороны профиля.

Итоговый профиль показан на панели 3 рис. 44. Он воспроизводит основные характеристики линий типа P Cyg.

Диагностика ЗА на основе таких профилей линий опирается на следующие положения:

- профили насыщенных линий позволяют определить закон изменения скорости движения газа в зависимости от расстояния до звезды.
- профили ненасыщенных линий позволяют определить скорость потери массы. Если известен закон распределения скорости, то можно путем подбора числа поглощающих атомов (ионов) добиться согласия между предсказанными профилями линий и наблюдаемыми.

Конкретные шаги будут такие.

т

1) Определение предельной скорости расширения:

- измеряем предельную «синюю» длину волны λ_m абсорбционной компоненты;
- тогда предельная скорость определяется по формуле:

$$V_m = \frac{\lambda_0 - \lambda_m}{\lambda_m} c.$$

- следует отметить, что если число атомов, создающих линию мало на больших расстояниях от звезды, то не обязательно, что $V_m = V_\infty$

Пример такого сравнения дан на рис. 45.

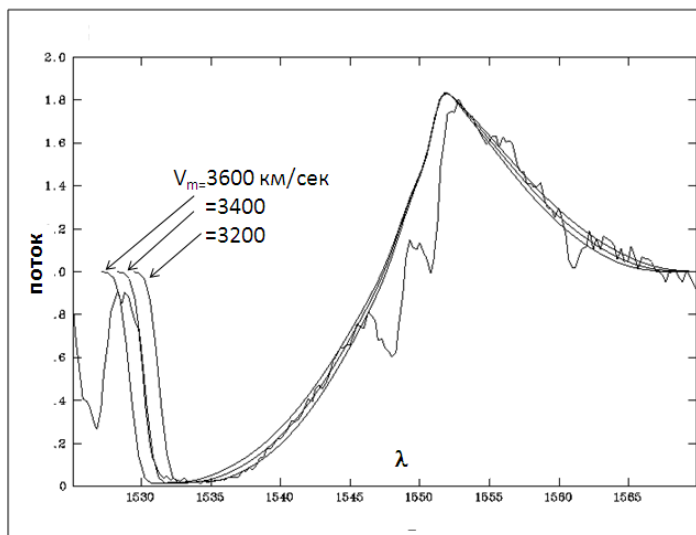


Рис. 45. Сравнение теоретически профилей и наблюдаемых профиля линии CIV $\lambda 1550 \text{ \AA}$ для звезды Sk - 67°137.

2) Определение концентрации атомов, создающих линию. Для этого применяется синтетический метод: используя теорию образования линий в звездном ветре (строгое изложение этой теории выходит за рамки курса) и варьируя концентрацию атомов, добиваемся согласия теоретического и наблюдательного профилей. Для такой диагностики (как сказано выше) следует использовать ненасыщенные линии, то есть такие линии, у которых профиль не достигает нулевой остаточной интенсивности. Если известен закон распределения скорости, то можно путем подбора числа поглощающих атомов (ионов) добиться согласие между предсказанными профилями линий и наблюдаемыми.

3) Установление закона расширения. Для этой цели следует использовать насыщенные линии. Такие линии более чувствительны к изменению ско-

т

рости, поскольку доплеровское смещение ядра линии дает возможность определить $V(r \rightarrow \infty)$. Варьируя разные законы поведения скорости от расстояния, можно достичь согласия в теоретических и наблюдаемых профилях.

Типичные законы распределения плотности и скорости расширения показаны на рис. 46. Основные параметры звездных ветров, определенные приведенными выше методами, приведены в табл. 11.

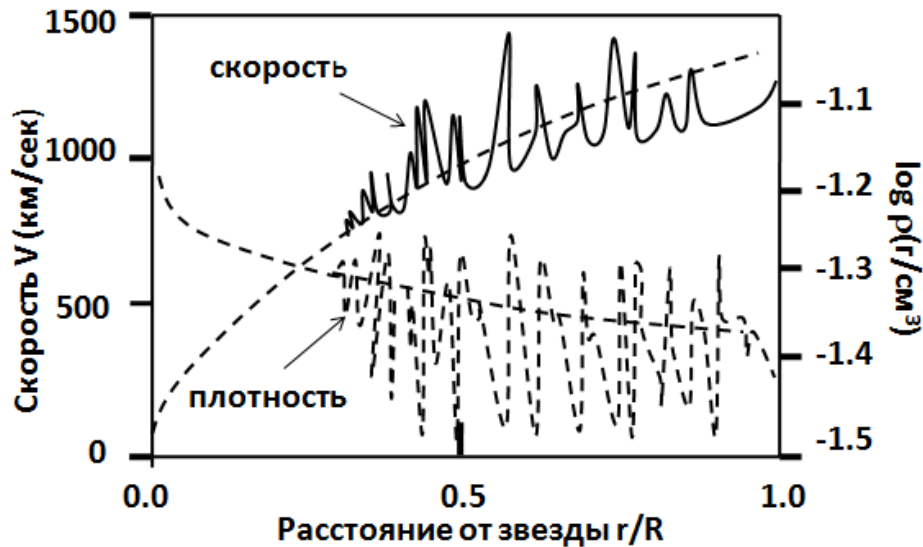


Рис. 46. Типичные законы распределения плотности и скорости расширения звездного ветра.

Микротурбулентция и макротурбулентция

Принято считать, что в ЗА существуют два типа поля скоростей: тепловой и нетепловой. Тепловые скорости обусловлены хаотическим движением частиц, имеющих при данной температуре определенную кинетическую энергию. К нетепловым для статичной атмосферы относится прежде всего турбулентное движение объемов с частицами, размер которых

	Солнце	Голубые и белые А-О гиганты
Масса (M_{\odot})	1	10...100
Teff	5570	10^4 (А)... $5 \cdot 10^4$

Радиус (R_{\odot})	1	10...200(A)
Светимость(L_{\odot})	1	$10^5 \dots 10^6$
M_V	4.83	-6...-9(A)
Температура ветра	10^6	8000(A)...40000
Скорость потери массы(M_{\odot} /год)	10^{-14}	$10^{-6} \dots 10^{-5}$
Предельная скорость (км/сек)	500	200(A)...3000
Полная потеря массы звезды	10^{-4}	90%

Табл. 12. Основные параметры звездных ветров.k

меньше среднего пути фотона («микротурбуленция») и больше этой длины («макротурбуленция»). Это отражено на рис. 47. Это означает, что при просмотре атмосферы луч зрения просматривает множество малых конвективных ячеек.

К сожалению, теория турбулентных потоков недостаточно развита, поэтому приходится делать ряд априорных предположений, в частности:

- распределение ячеек (объемов) по скоростям является гауссовым;
- скорости турбулентных движений не зависят от глубины в ЗА.

L – протяженность атмосферы
 D – размер турбулентной ячейки

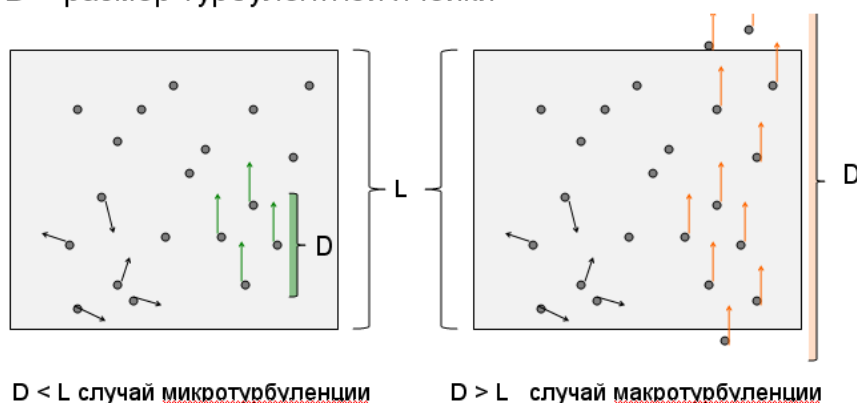


Рис. 47. Сравнительные размеры микро и макро турбуленции.

Наблюдательное различие между линиями, уширенными тепловым или микротурбулентным движением заключается в следующем:

- при тепловом движении маломассивные частицы двигаются с большими скоростями, чем тяжелые частицы, так как

$$V_{\text{тепл}} = \sqrt{\frac{2kT}{M}} \Rightarrow \Delta v_{\text{тепл}} = \frac{v_0}{c} V_{\text{тепл}}.$$

Поэтому линии легких элементов будут ушириваться сильнее.

- для уширения вследствие микротурбуленции такой зависимости не имеется.

Микротурбулентность.

Для начала опишем метод определения микротурбулентных скоростей, основанный на анализе эквивалентных ширин (метод кривых роста).

Первый вариант основан на том, что в области плато кривая роста зависит от $V_{\text{микро}}$ (рис. 48). Наложение наблюдаемой кривой роста на теоретическую позволяет оценить значение $V_{\text{микро}}$. Рис. 48 (справа) дает пример определения скорости. Видно, что наилучшее согласие будет при $V_{\text{микро}}=2$ км/сек.

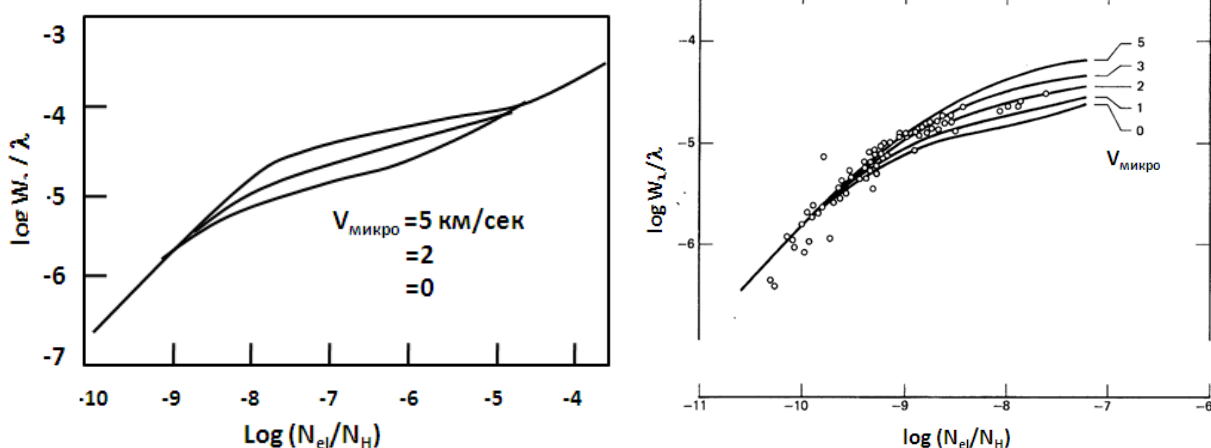


Рис. 48. Слева: поведение кривой роста в области плато. Справа: Пример определения $V_{\text{микро}}$ по линиям TiI в спектре Солнца.

Т

Второй вариант основан на том, что в некоторых случаях наблюдаемую кривую роста надо сместить по u для достижения согласия с теоретической, в которой по оси u откладывается величина $\log (W_\lambda V / \lambda c)$. Такое смещение фактически дает величину $\log V_{набл} / c$. Если $V_{набл} > V_{тепл}$, то это различие приписывается дополнительному полю излучения - микротурбуленции. Поскольку тепловое движение следует максвелловскому распределению скоростей, то предполагается, что турбулентное движение соответствует гауссовому распределению :

$$V_{набл}^2 = V_{тепл}^2 + V_{микро}^2$$

Третий вариант основан на следующем:

- 1) методом кривых роста определяют химическое содержание какого либо элемента по его различным линиям;
- 2) строят зависимость содержания от эквивалентной ширины линий элемента (рис. 49 слева);
- 3) понятно, что содержание этого элемента не должно зависеть от силы линий, но если же такая зависимость имеется (рис. 49 слева), то подбирают такую микротурбулентную скорость, чтобы эта зависимость пропала. Пример для линий кислорода приведен на рис. 49 справа..

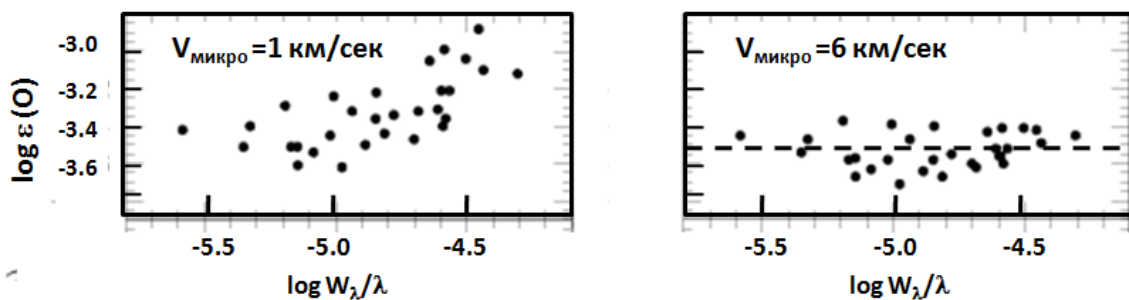


Рис.49. Определение скорости микротурбуленции.

Четвертый вариант основан на методе спектрального синтеза, когда скорость микротурбуленции определяется по согласованию профилей сильных и слабых линий одного и того же элемента (рис. 50-51).

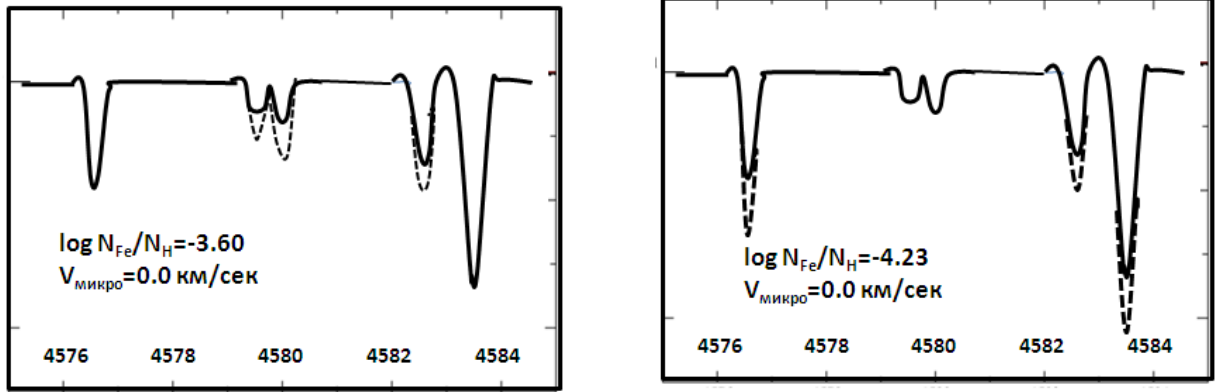


Рис. 50. Слева: теоретический спектр (штриховая линия) хорошо объясняет сильные линии при указанных параметрах. Но слабые линии плохо согласуются. Микротурбуленция здесь не учтена.

Справа: Здесь уже при других параметрах хорошо объясняются слабые линии, но сильные линии не согласуются. Микротурбуленция в этом примере так же не учтена.

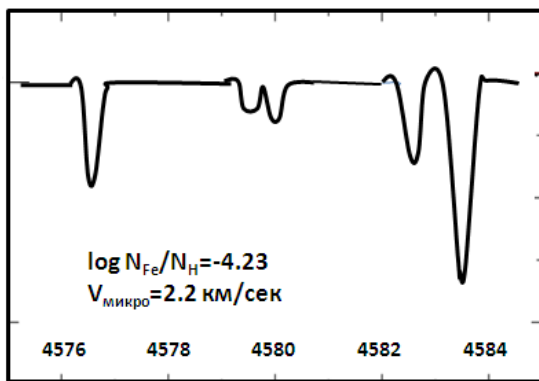


Рис. 51. Полное согласие профилей слабых и сильных линий одновременно достигается лишь при введении микротурбулентной скорости $V_{\text{микро}}=2.2$ км/сек.

Описанные выше методы (а также и другие) с подробностями описана в нашей монографии (том 2). Всего $V_{\text{микро}}$ определено для более 700 звезд. Результаты определений $V_{\text{микро}}$ для некоторых из них приведены на рис. 52.

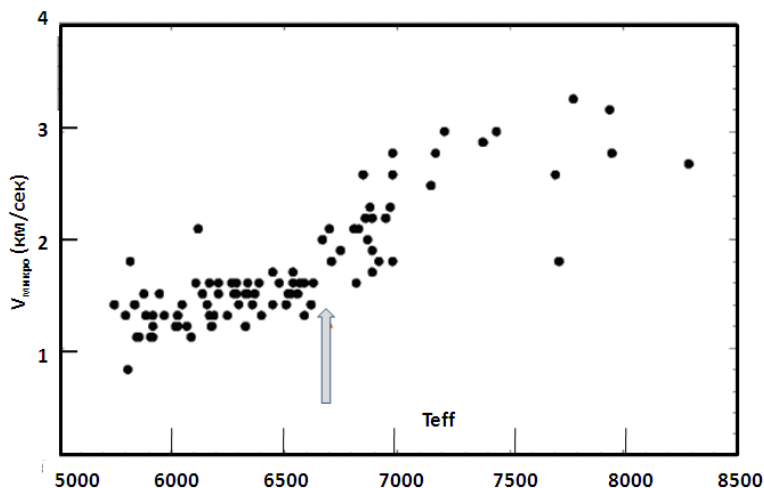


Рис. 52. Видно, что значение скорости меняется с температурой. Максимум достигается для А-звезд.

Макротурбулентность.

Аргюрі предполагается что распределение макротурбулентных ячеек по скоростям носит хаотический, т. е. гауссов характер:

$$W(V)dV = \frac{1}{V_{\text{макро}} \sqrt{\pi}} e^{-V^2/V_{\text{макро}}^2} dV.$$

Это предположение приводит к гауссовой функции профиля линии

$$\varphi_V = \frac{1}{\Delta v_{\text{макро}} \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_{\text{макро}}}\right)^2}, \quad \Delta v_{\text{макро}} = v_0 \frac{V_{\text{макро}}}{c}.$$

Но в отличие от такого же предположения для микротурбулентности дополнительно предполагаются разные значения $V_{\text{макро}}$ в радиальном и тангенциальном направлениях: в половине диска линии имеют гауссово распределение в радиальном направлении, в другой половине – тангенциальное.

$$\varphi_V^{(\text{рад})} = \frac{1}{\Delta v_D^{(\text{рад})} \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D^{(\text{рад})}}\right)^2}, \quad \varphi_V^{(\text{танг})} = \frac{1}{\Delta v_D^{(\text{танг})} \sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v-v_0}{\Delta v_D^{(\text{танг})}}\right)^2}.$$

$$\Delta v_D^{(\text{рад})} = v_0 \frac{V^{(\text{рад})}}{c}, \quad \Delta v_D^{(\text{танг})} = v_0 \frac{V^{(\text{танг})}}{c}.$$

Дальнейшие расчеты теоретических профилей на основе этих предположений при различных комбинациях микротурбулентных и макротурбулентных скоростей позволяют достичь согласия в профилях линий. Но какие линии наиболее чувствительны для разделения эффектов микро- и макротурбулентности? Исследования показали (детали мы не приводим), что при анализе профилей слабых линий различить эти два вида турбулентности разделить невозможно. Но если линия сильная, т.е. насыщенная, то её профиль позволяет разделить оба типа турбулентности. Это можно делать, используя метод Грея, основанный на Фурье преобразованиях.

Т

Результаты определений макротурбулентной скорости приведены на рис. 53.

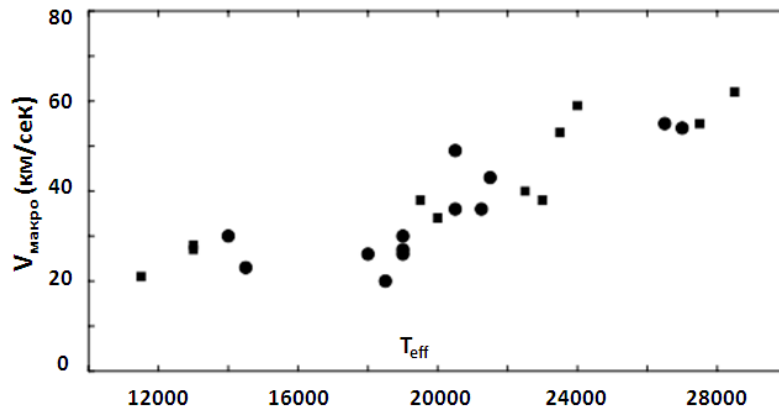


Рис. 53. Макротурбулентные скорости в зависимости от температуры.