УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

2018, Т. 160, кн. 4 ISSN 2541-7746 (Print)
С. 695–708 ISSN 2500-2198 (Online)

УДК 539.5

ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОНСТРУКЦИИ С ВОЛОКНИСТЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Ф.Р. Шакирзянов[1], *Р.А. Каюмов*[1,2], *И.М. Закиров*[2], *Г.Г. Каримова*[2], *И.З. Мухамедова*[1], *Б.Ф. Тазюков*[3]

[1]*Казанский государственный архитектурно-строительный университет, г. Казань, 420043, Россия*

[2]*Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, 420111, Россия*

[3]*Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия*

Аннотация

В работе рассмотрена задача оценки несущей способности панелей со складчатыми заполнителями из волокнистых материалов, в частном рассматриваемом случае – из картона. Путем испытаний образцов картона на растяжение, сжатие, трехточечный изгиб и сдвиг определены прочностные и жесткостные характеристики картона вдоль и поперек волокон. По результатам экспериментов выявлено, что при деформировании картона после достижения некоторого значения наблюдается площадка текучести. Это позволяет рассчитывать конструкцию из картона по теории предельного равновесия.

Построена модель деформирования конструкции заполнителя из картона и разработана методика оценки ее предельной нагрузки. На основе кинематической и статической теорем теории предельного равновесия определена максимальная нагрузка, при которой конструкция разрушается. Предельная нагрузка найдена с помощью метода вариации упругих характеристик, который позволяет получать нижнюю и верхнюю оценки предельной нагрузки одновременно. В качестве критерия прочности картона использовался критерий Цая – Ву. Для дискретизации области расчета был использован метод конечных элементов.

Проведен сравнительный анализ численных расчетов с результатами, полученными аналитически. Проведены численные эксперименты и выявлены закономерности влияния геометрических параметров заполнителя на предельную нагрузку конструкции. Определены оптимальные параметры геометрии заполнителя из условия минимума веса конструкции при его максимальной несущей способности.

Ключевые слова: предельная нагрузка, эксперимент, идентификация, оптимизация, метод конечных элементов

Введение

При производстве и использовании строительных и отделочных материалов (сэндвич-панелей, облицовочных и кровельных плит, межкомнатных перегородок, звукоизоляционных и теплоизоляционных панелей), а также при изготовлении упаковок важными являются вопросы экологии. Одним из способов решения экологических задач является использование материалов с возможностью вторичной переработки. К таковым относится, в частности, слоистый (гофрированный) картон (рис. 1). Он является экономичным (по стоимости и трудоемкости изготовления), а также экологичным ввиду возможности его переработки. Слоистый картон может быть использован для изготовления трехслойных панелей. Поэтому возникает

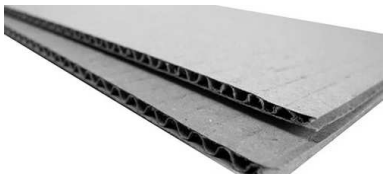

Рис. 1. Гофрокартон

потребность создания такой геометрии заполнителя, которая приводит к максимальной несущей способности панели при минимальном его весе.

На сегодняшний день проведен ряд исследований по проектированию слоистых материалов. Известны разработки, связанные с проектированием заполнителей типа z-гофр и технологического оснащения для их производства [1–4], однако исследования, связанные с изучением формообразования высоких заполнителей из слоистых материалов, нам неизвестны.

При проектировании картонов и гофрокартонов используют в основном экспериментальные методы (см., например, [5]), которые являются весьма затратными из-за необходимости проведения множества экспериментов по исследованию заполнителей разной геометрии для каждого типа материала.

Слоистые и волокнистые материалы легко расслаиваются, кроме того, в силу его малой жесткости может происходить потеря устойчивости элементов заполнителя даже при небольших нагрузках. Поэтому при изготовлении предварительной биговкой необходимо знать, каким образом следует деформировать заготовку из картона, чтобы получить качественную деталь. В связи с этим требуется решение следующих задач:

1) создание модели деформирования конструкции заполнителя из картона и разработка методики расчета предельной нагрузки, при которой конструкция разрушается;

2) определение механических характеристик картона в конструкции заполнителя из экспериментов;

3) выявление закономерностей влияния геометрических параметров заполнителя на величину предельной нагрузки на основе численных экспериментов;

4) определение оптимальных по весу и несущей способности параметров геометрии заполнителя.

1. Определение механических характеристик картона

С целью определения прочностных и жесткостных характеристик картона был проведен ряд испытаний образцов картона на растяжение, сжатие, трехточечный изгиб и сдвиг с использованием универсальной электродинамической испытательной системы Instron Electropuls E1000. Изготовление образцов и их испытания проводились согласно ГОСТам [6–8]. Испытания на изгиб проводились для длинных и коротких образцов. В результате были получены зависимости напряжений от деформаций (рис. 2–5).

Аналогичные испытания были проведены на растяжение, сжатие, изгиб образцов из картона в поперечном направлении. Согласно построенным по экспериментальным данным диаграмм растяжения и изгиба картона видно, что после достижения напряжениями некоторого предельного значения они практические не растут, значит, возникает площадка текучести. Это позволяет аппроксимировать диаграмму деформирования идеализированной кусочно-линейной диаграммой. Наличие площадки текучести позволяет рассчитывать конструкции из картона по

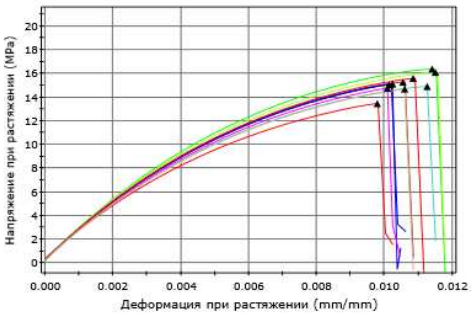

Рис. 2. Испытание образцов на сжатие

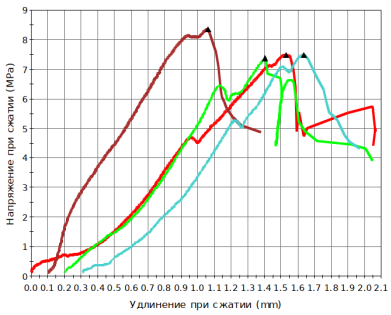

Рис. 3. Испытание образцов на растяжение

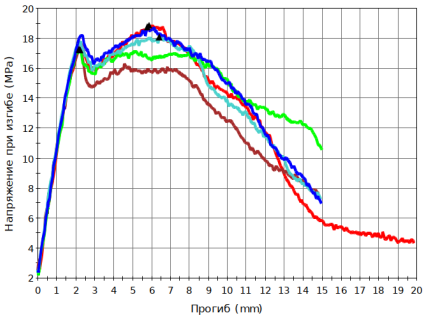

Рис. 4. Испытание образцов на изгиб

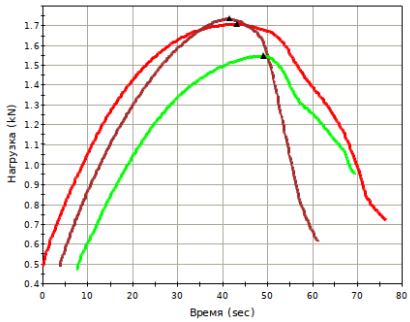

Рис. 5. Испытание образцов на сдвиг

теории предельного равновесия.

На основе данных, полученных в результате экспериментов на растяжение плоских образцов из картона, определяется предел прочности в машинном (то есть в направлении изготовления картона) и поперечном направлениях. Когда затруднительно экспериментальное определение пределов прочности на сжатие, вычисление этого предела можно провести на основе более простых испытаний длинных балок на трехточечный изгиб. При этом допустимо использование теории предельного равновесия, тогда в задаче о трехточечном изгибе балки из разнопрочного материала эпюры напряжений в сечении примут вид, приведенный на рис. 6.

Для определения предела прочности на сжатие сначала находится положение нейтральной линии из уравнения равновесия сил, изображенных на рис. 6:

$$\int\limits_{A_1} \sigma^+ dA + \int\limits_{A_2} \sigma^- dA = 0. \tag{1}$$

Для балки с прямоугольным сечением положение этой нейтральной линии из уравнения (1) определяется величиной

$$h_1 = \frac{\sigma^+ h}{\sigma^+ + \sigma^-},$$

где h – высота балки, h_1 – положение нейтральной линии, l – длина балки, σ^+ – предел прочности на растяжение, σ^- – предел прочности на сжатие.

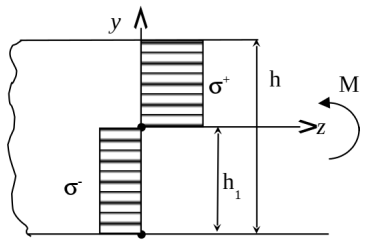

Рис. 6. Напряжения в сечении

Тогда из уравнения равновесия моментов

$$\int\limits_{0}^{h-h_1} b\cdot\sigma\cdot y\,dy + \int\limits_{-h_1}^{0} b\cdot\sigma\cdot y\,dy = M$$

находим предел прочности на сжатие по формуле

$$\sigma^- = \frac{Pl/2 - \sigma^+(h-h_1)^2}{h_1^2},$$

где P – предельная нагрузка.

При рассмотрении задачи изгиба короткой балки прогиб в центре содержит изгибную и сдвиговую части:

$$w = w^{\text{изг}} + w^{\text{сдвиг}} = \frac{Pl^3}{48EI^{\text{изг}}} + \frac{Pla}{G_{12}A},$$

где a – коэффициент, зависящий от формы сечения [9] (в случае прямоугольного сечения $a = 0.3$). Поскольку изгибная жесткость $EI^{\text{изг}}$ и модуль сдвига G_{12} неизвестны, то для их определения необходимо составить систему уравнений. Для этого следует провести не менее двух серий испытаний образцов с различными геометрическими характеристиками. В нашем случае изгибная жесткость определялась из экспериментов на изгиб длинных образцов, так как можно пренебречь величиной $w^{\text{сдвиг}}$.

Задача определения модуля сдвига G_{12} решалась следующим образом. Составлялась невязка между экспериментальными и численными значениями прогибов

$$\Delta = \sqrt{\left[w_1 - \left(\frac{Pl^3}{48EI^{\text{изг}}} + \frac{Pla}{G_{12}A}\right)\right]^2 + \ldots}$$

и при заданных геометрических размерах картона из условия минимума невязки отыскивалось значение G_{12} [10, 11].

В табл. 1 представлены прочностные и жесткостные характеристики картона толщиной 3 мм, полученные из экспериментов на растяжение, сжатие, сдвиг и трехточечный изгиб в машинном ($0°$) и поперечном ($90°$) направлениях.

Для оценки несущей способности конструкции из картона использовался критерий Цая – Ву [12]

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1, \tag{2}$$

где

$$F_1 = \frac{1}{\sigma^+{}_1} + \frac{1}{\sigma^-{}_1}, \quad F_2 = \frac{1}{\sigma^+{}_2} + \frac{1}{\sigma^-{}_2}, \quad F_{11} = -\frac{1}{\sigma^+{}_1\sigma^-{}_1}, \quad F_{22} = -\frac{1}{\sigma^+{}_2\sigma^-{}_2}, \quad F_{33} = \frac{1}{\tau_{12}^2}.$$

Табл. 1

Характеристики картона

Наименование	Значение (МПа)
Предел прочности при растяжении 0°	15.127
Предел прочности при растяжении 90°	8.776
Предел прочности при сжатии 0°	10.067
Предел прочности при сжатии 90°	7.771
Кажущийся предел прочности при межслойном сдвиге	0.92
Модуль упругости при растяжении 0°	2582
Модуль упругости при растяжении 90°	1321
Модуль сдвига в плоскости G_{12}	44.7

Коэффициент F_{12} необходимо определять на основе двухосного испытания, проведение которого является довольно трудным. В работе [13] показано, что этот коэффициент, как правило, является небольшим, поэтому в этой работе им пренебрегалось.

Согласно экспериментальным данным (см. рис. 2, 4) на диаграммах растяжения и изгиба картона видно, что после достижения напряжений некоторого значения они растут мало. Это позволяет аппроксимировать их идеализированными кусочно-линейными диаграммами с площадкой текучести. Такая модель позволяет рассчитывать конструкции по теории предельного равновесия.

2. Расчет по теории предельного равновесия

Максимальную нагрузку q_*, которая гарантированно разрушает конструкцию из картона, будем искать по теории предельного равновесия. В настоящей работе задача решается методом вариации упругих характеристик [14, 15], который позволяет получать нижнюю и верхнюю оценки предельной нагрузки без привлечения сложного математического аппарата минимизации функционала при заданных ограничениях.

Запишем уравнение поверхности текучести по критерию Цая – Ву (2) в виде

$$f(\{\sigma\}) = 1. \tag{3}$$

Из принципа максимума Мизеса [14] вытекает закон пластического течения

$$d\{\varepsilon^p\} = d\mu \frac{\partial f(\{\sigma\})}{\partial \{\sigma\}}. \tag{4}$$

Здесь $d\mu$ – вектор, коллинеарный нормали к поверхности текучести.

Для решения задачи о предельном состоянии преобразуем уравнение (3) к матричному виду [15]:

$$(\{\sigma\} - \{s\})^T [A] (\{\sigma\} - \{s\}) = 1, \tag{5}$$

Начнем с задачи оценки коэффициента предельной нагрузки снизу. Согласно статической теореме [14], для оценки снизу необходимо найти вектор напряжений $\{\sigma_-\}$, который должен удовлетворять уравнениям равновесия и не выходить за пределы поверхности текучести.

В теории предельного равновесия утверждение статической теоремы может быть записано в виде

$$\int\limits_{\Omega} \{\sigma_-\}^T \{\xi^+\}\, d\Omega \le \int\limits_{\Omega} \{q_*\}^T \{\dot{u}^+{}_*\}\, d\Omega + \int\limits_{S} \{P_*\}^T \{\dot{u}^+\}\, dS,$$

где $\{\sigma_-\}$ – статически допускаемое поле напряжений, $\{q_*\}, \{P_*\}$ – компоненты объемных и поверхностных предельных нагрузок, $\{\dot{u}^+\}, \{\xi^+\}$ – кинематически возможные поля скоростей перемещений и скоростей пластических деформаций.

Запишем уравнение равновесия в операторной форме

$$L(\{\sigma\}) = \{Q^*\}, \tag{6}$$

где нагрузка $\{Q^*\}$ имеет вид

$$\{Q^*\} = \{Q_c\} + \{Q_0\}\theta.$$

Здесь $\{Q_c\}$ – постоянная нагрузка (в частности, удельный вес), $\{Q_0\}$ – внешняя нормированная нагрузка, θ – параметр нагрузки, описывающий процесс деформирования.

Чтобы свести задачу к задаче для равнопрочного материала, введем обозначение

$$\{\tau_0\} = \frac{\{\sigma\} - \{s\}}{\theta}.$$

Тогда уравнение (6) примет вид

$$L(\{\tau_0\}) = \frac{\{q_c\}}{\theta} + \{q_0\} - \frac{L(\{s\})}{\theta}.$$

Так как напряжения не должны выходить за пределы поверхности текучести, можно допустить лишь то, что в некоторой точке вектор напряжений достигнет поверхности текучести. В этом случае нижняя граница коэффициента предельной нагрузки будет определяться соотношением

$$\theta_- = \frac{1}{\max\limits_x \sqrt{f(\{\tau_0\})}}.$$

Если матрица $[A]$ является неособенной, из соотношений (4) и (5) можно получить выражение

$$\{\sigma_+\} = \frac{[A]^{-1}}{\sqrt{\{\xi\}^T[A]^{-1}\{\xi\}}}\{\xi\} + \{s\},$$

где $\{\xi\} = \{d\varepsilon/d\theta\}$ – вектор скорости пластических деформаций, $\{\sigma_+\}$ – вектор напряжений.

Таким образом, задача оценки снизу коэффициента предельной нагрузки θ_- сводится к решению задачи деформирования конструкции из нелинейно-упругого материала. Полученные уравнения равновесия можно решать методом простых итераций.

Согласно [14], результаты, полученные в ходе определения нижней границы предельной нагрузки, можно использовать для отыскания верхней границы θ_+. По кинематической теореме верхняя граница коэффициента предельной нагрузки θ_+ вычисляется как отношение работы пластических деформаций к работе внешних сил U, то есть

$$\theta_+ = \frac{W}{U} = \frac{\int\limits_\Omega \{\sigma_+\}^T\{\varepsilon^+\}\,d\Omega - \int\limits_\Omega \{q_c\}^T\{u^+\}\,d\Omega}{\int\limits_S \{q_0\}^T\{u^+\}\,dS}.$$

3. Модельная задача

Рассмотрим задачу изгиба элемента панели из картона. Оценим предельную нагрузку сверху по кинематической теореме теории предельного равновесия. Для этого рассмотрим механизм разрушения картона, задаваемой схемой, изображенной на рис. 7. Здесь

$$\psi = \pi - \alpha, \quad \gamma = \alpha - \beta, \quad \beta = \frac{\Delta_1}{l_1},$$

$$\theta = \frac{\Delta - \delta}{l_2}, \quad \varphi = \pi - \theta - \gamma, \quad \delta = l_1(\sin\alpha - \sin\gamma).$$

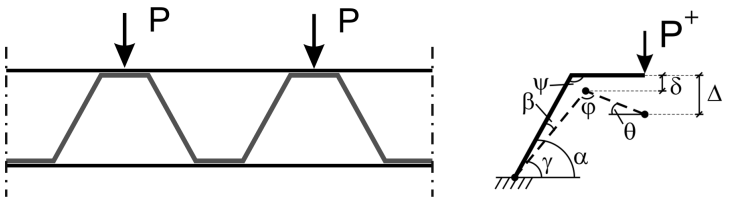

Рис. 7. Расчетная схема

Тогда оценка предельной нагрузки сверху находится из соотношения

$$P^+ = M_T(\beta + \psi - \varphi + \theta),$$

где M_T – предельный момент.

Предельную нагрузку оценим с помощью статической теоремы, согласно которой она ограничивается снизу величиной

$$P^- = 2M_T/a.$$

Задача вычисления P^+, P^- решалась и методом конечных элементов. Для этого была разработана программа расчета конструкции из картона по теории предельного равновесия на основе метода вариации упругих характеристик [15]. На рис. 8 представлено сеточное разбиение конструкции.

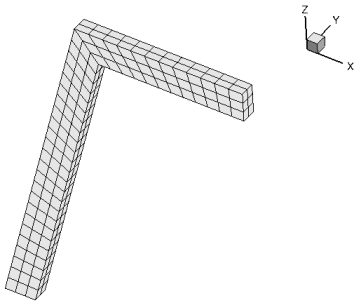

Рис. 8. Конечно-элементная сетка

На рис. 9 представлена диаграмма сходимости коэффициентов предельной нагрузки сверху и снизу в зависимости от количества итераций.

Были получены значения предельных нагрузок, при которых конструкция достигает предельного состояния при разных размерах толщины, высотах и углах наклона картона в конструкции.

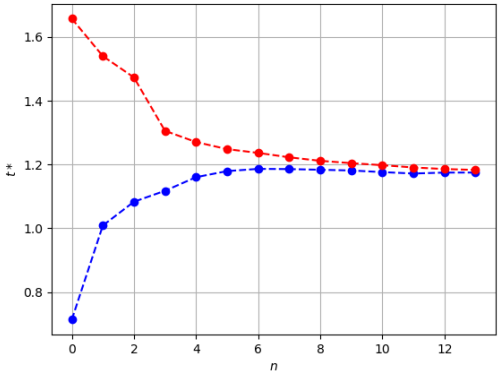

Рис. 9. Сходимость предельной нагрузки

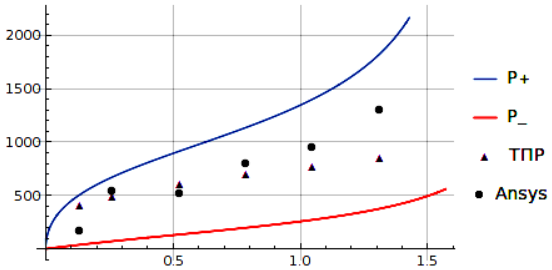

Рис. 10. Сравнительный анализ разных методов расчета

Для оценки результатов эта задача решалась также с помощью расчетного комплекса ANSYS. В отличие от авторской программы, комплекс ANSYS позволяет определять НДС по упруго-пластической модели деформирования, когда достижение предельного состояния определяется достижением нагрузки такого значения, при котором отношение нормы приращения деформаций к норме приращения нагрузки превышает некоторое значение (то есть когда решение задачи расходится). Недостаток этого подхода заключается в том, что он позволяет оценить предельную нагрузку лишь снизу [16, 17].

На рис. 10 представлены результаты расчетов предельной нагрузки в зависимости от угла наклона складчатого заполнителя по инженерной методике, по теории предельного равновесия методом конечных элементов и с помощью расчетного комплекса ANSYS.

Оптимальные параметры геометрии конструкции определяются из критерия максимума отношения предельной нагрузки к весу конструкции. Ниже представлены уровни значений удельной предельной нагрузки при разных значениях углов наклона, толщины и высоты картона (см. рис. 11, 12), по которым можно выбрать оптимальные параметры при наличии на них ограничений.

Заключение

Представлены результаты экспериментов, на основе которых получены прочностные и жесткостные характеристики картона. Анализ этих результатов пока-

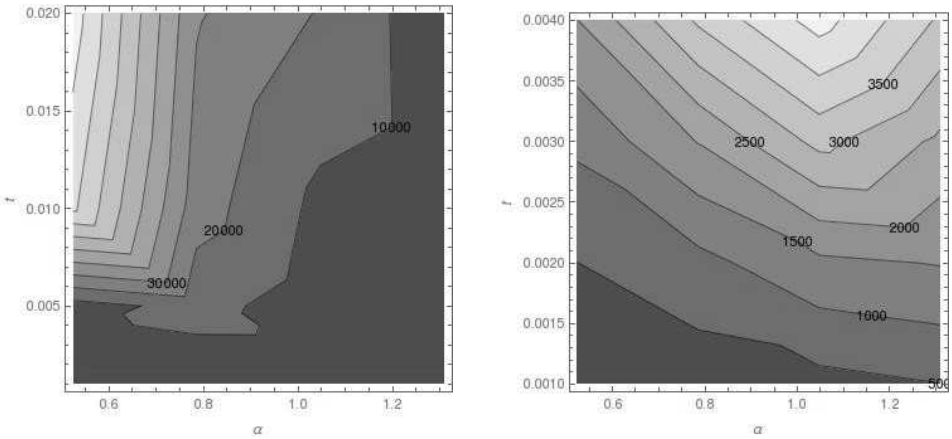

Рис. 11. Зависимость предельной нагрузки от угла наклона α и толщины картона t (слева – для высоты заполнителя h=0.01 м, справа – для h=0.02 м)

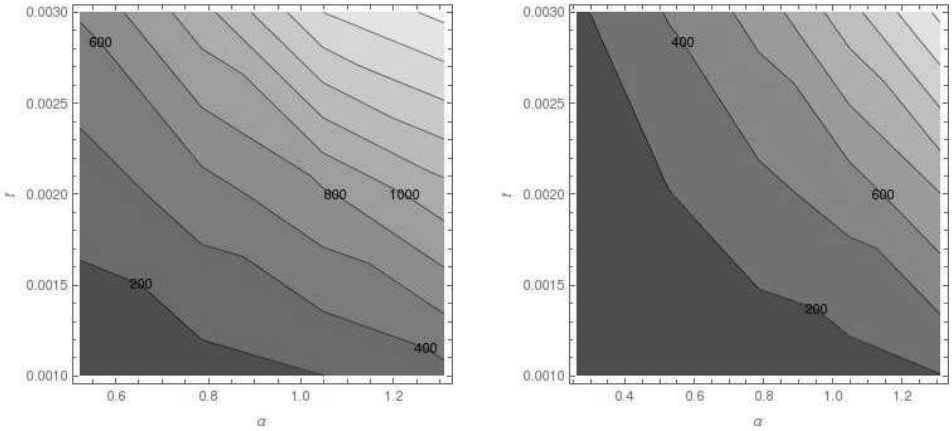

Рис. 12. Зависимость предельной нагрузки от угла наклона α и толщины картона t (слева – для высоты заполнителя h=0.03 м, справа – для h=0.04 м)

зал возможность аппроксимации диаграмм деформирования кусочно-линейными зависимостями, что позволяет рассчитывать конструкции по теории предельного равновесия. Для оценки предельной нагрузки, приложенной к заполнителю из картона, разработана методика с использованием инженерного и конечно-элементного методов. Приведены результаты расчетов, позволяющие выбрать оптимальные параметры геометрии заполнителя из гофрированного картона.

Благодарности. Результаты исследований получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России № 9.5762.2017/ВУ (проект № 9.1395.2017/ПЧ), гранта РФФИ (проект № 19-08-00349) и за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности (проект № 1.12878.2018/12.1.).

Литература

1. *Закиров И.М., Каримова Г.Г.* Усилие при биговке листового материала с прижимом в жесткой матрице с пазом // Евразийский Союз Ученых (ЕСУ). – 2016. – № 2. – С. 60–61.
2. *Zakirov I., Alexeev K.* Sandwich panel featuring chevron cores for airframe and building structures: properties and technology thereof // SAMPE Europe 29th Int. Conf. and Forum. – Paris, 2008. – P. 201–205.
3. *Закиров И.М., Никитин А.В., Каримова Г.Г.* Исследование операции биговки и складывания картона // Вестн. КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2015. – № 5. – С. 76–82.
4. *Алексеев К.А., Закиров И.М., Каримова Г.Г.* Геометрическая модель биговального валка технологической линии для изготовления склдачатого заполнителя клиновидной формы // Изв. вузов. Авиац. техника.– 2011. – № 1. – С. 74–76.
5. *Nagasawa S., Endo R., Fukuzawa Y., Uchino S., Katayama I.* Creasing characteristic of aluminum foil coated paperboard // J. Mater. Process. Technol. – 2008. – V. 201, No 1–3. – doi: 10.1016/j.jmatprotec.2007.11.253.
6. ГОСТ 32659-2014. Композиты полимерные. Методы испытаний. Определение кажущегося предела прочности при межслойном сдвиге методом испытания короткой балки. – М.: Стандартинформ, 2014. – 19 с.
7. ГОСТ ИСО 1924-1-96. Бумага и картон. Определение прочности при растяжении. Часть 1. Метод нагружения с постоянной скоростью. – М.: ИПК Изд-во стандартов, 1999. – 10 с.
8. ГОСТ 13648.2-68. Картон. Метод определения разрушающего усилия и предела прочности при статическом изгибе. М.: ИПК Изд-во стандартов, 1999. – 4 с.
9. *Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г.* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 263 с.
10. *Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Таирова Л.П.* Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов // Расчеты на прочность. – 1989. – Т. 30. – С. 16–31.
11. *Каюмов Р.А.* Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций из них // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2004. – № 2. – С. 94–105.
12. *Hahn H.T., Tsai S.W.* Introduction to Composite Materials. – Technomic Publ. Comp., 1980. – 467 p.
13. *Narayanaswami R., Adelman H.M.* Evaluation of the tensor polynomial and Hoffman strength theories for composite materials // J. Compos. Mater. – 1977. – V. 11, No 4. – P. 366–377. – doi: 10.1177/002199837701100401.
14. *Каюмов Р.А.* Об одном методе двусторонней оценки предельной нагрузки // Проблемы прочности. – 1992. – № 1. – С. 51–55.
15. *Каюмов Р.А., Шакирзянов Ф.Р.* Моделирование поведения и оценка несущей способности системы тонкостенная конструкция-грунт с учетом ползучести и деградации грунта // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2011. – Т. 153, кн. 4. – С. 67–75.
16. *Бережной Д.В., Амирова Р.М., Балафендиева И.С., Секаева Л.Р.* Расчет напряженно-деформированного и предельного состояния грунта в зоне бурения и монтажа скважины // Материалы XXII Междунар. симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. – М.: ООО «ТР-принт», 2016. – Т. 1. – С. 42–44.

17. *Sultanov L.U.* Calculation of elastic-plastic deformations by FEM // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2016. – V. 158, No 1. – Art. 012090, P. 1–5. – doi: 10.1088/1757-899X/158/1/012090.

Поступила в редакцию
22.01.18

Шакирзянов Фарид Рашитович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики

Казанский государственный архитектурно-строительный университет
ул. Зеленая, д. 1, г. Казань, 420043, Россия
E-mail: *faritbox@mail.ru*

Каюмов Рашит Абдулхакович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры механики; ведущий научный сотрудник

Казанский государственный архитектурно-строительный университет
ул. Зеленая, д. 1, г. Казань, 420043, Россия
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ
ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *kayumov@rambler.ru*

Закиров Ильдус Мухаметгалеевич, академик АН РТ, доктор технических наук, профессор кафедры «Прочность конструкций»

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ
ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия

Каримова Гульназ Гумаровна, аспирант кафедры «Прочность конструкций»

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ
ул. К. Маркса, д. 10, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *kgg_1@mail.ru*

Мухамедова Инзилия Заудатовна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики

Казанский государственный архитектурно-строительный университет
ул. Зеленая, д. 1, г. Казань, 420043, Россия
E-mail: *muhamedova-inzilija@mail.ru*

Тазюков Булат Фэридович, кандидат физико-математических наук, заместитель директора по научной деятельности Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *bulat.tazioukov@kpfu.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)
ISSN 2500-2198 (Online)

**UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)**

2018, vol. 160, no. 4, pp. 695–708

Optimization Calculation of the Geometric Parameters of a Structure with Cardboard Filler

F.R. Shakirzyanov[a*], *R.A. Kayumov*[a,b**], *I.M. Zakirov*[b], *G.G. Karimova*[b***], *I.Z. Muhamedova*[a****], *B.F. Tazyukov*[c*****]

[a]*Kazan State University of Architecture and Engineering, Kazan, 420043 Russia*
[b]*A.N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan, 420111 Russia*
[c]*Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia*
E-mail: **faritbox@mail.ru*, ***kayumov@rambler.ru*, ****kgg_1@mail.ru*,
*****muhamedova-inzilija@mail.ru*, ******bulat.tazioukov@kpfu.ru*

Received January 22, 2018

Abstract

The problem of estimation of the bearing capacity of panels with a folded filler from cardboard has been considered.

The strength and stiffness characteristics of the cardboard along and across the fibers have been determined by testing the cardboard samples for tension, compression, three-point bending, and shear. The results of the experiments demonstrate that when the cardboard is deformed after reaching a certain value, the yield surface is observed. This enables us to calculate the structure of cardboard according to the theory of limit equilibrium.

A model of deformation of the structure of a core from cardboard has been constructed. A technique for estimating its ultimate load has been developed. Based on the kinematic and static theorems of the theory of limit equilibrium, the maximum load at which the structure collapses is determined. The limiting load has been found using the method of variation of elastic characteristics, which allows to obtain the lower and upper bounds of the limiting load simultaneously. As a criterion for cardboard strength, the Tsai–Wu criterion has been used. To sample the calculation area, the finite element method has been used.

The comparative analysis of the numerical calculations with the results obtained from analytical formulas has been carried out. Numerical experiments have been performed. The regularities of the influence of geometrical parameters of the filler on the maximum load of the structure have been revealed. The optimal parameters of the geometry of the aggregate have been determined from the condition of the minimum weight of the structure with its maximum bearing capacity.

Keywords: limit load, experiment, identification, optimization, finite element method

Acknowledgments. The study was performed within the the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation no. 9.5762.2017/VU (project no. 9.1395.2017/PCh) and supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 19-08-00349) and by the subsidy allocated to Kazan Federal University for the state assignment in the sphere of scientific activities (project no. 1.12878.2018/12.1.).

Figure Captions

Fig. 1. Corrugated cardboard.

Fig. 2. Compression test.

Fig. 3. Tensile Testing.

Fig. 4. Bending test.

Fig. 5. Shear test.

Fig. 6. Stresses in section.

Fig. 7. Calculation scheme.

Fig. 8. Finite-element mesh.

Fig. 9. Maximum load convergence.

Fig. 10. Comparative analysis of different calculation methods.

Fig. 11. Dependence of the maximum load on the angle of inclination α and the thickness of the cardboard t (on the left – for $h = 0.01$ m, on the right – for $h = 0.02$ m).

Fig. 12. Dependence of the maximum load on the angle of inclination α and the thickness of the cardboard t (on the left for $h = 0.03$ m, on the right for $h = 0.04$ m).

References

1. Zakirov I.M., Karimova G.G. The effort applied for creasing plates having a clip in a rigid matrix with a groove. *Evraz. Soyuz Uch. (ESU)*, 2016, no. 2, pp. 60–61. (In Russian)

2. Zakirov I., Alexeev K. Sandwich panel featuring chevron cores for airframe and building structures: Properties and technology thereof. *Proc. SAMPE Europe 29th Int. Conf. and Forum.* Paris, 2008, pp. 201–205.

3. Zakirov I.M., Nikitin A.V., Karimova G.G. Investigation of creasing and cardboard folding operations. *Vestn. KGTU im. A.N. Tupoleva*, 2015, no. 5, pp. 76–82. (In Russian)

4. Alekseev K.A., Zakirov I.M., Karimova G.G. Geometrical model of creasing roll for manufacturing line of the wedge-shaped folded cores production. *Russ. Aeronaut.*, 2011, vol. 54, no. 1, pp. 104–107. doi: 10.3103/S1068799811010181.

5. Nagasawa S., Endo R., Fukuzawa Y., Uchino S., Katayama I. Creasing characteristic of aluminum foil coated paperboard. *J. Mater. Process. Technol.*, 2008, vol. 201, nos. 1–3. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2007.11.253.

6. State Standard 32659-2014. Polymer composites. Testing methods. Determination of interlaminar shear strength by short-beam method. Moscow, Standartinform, 2014. 19 p. (In Russian)

7. State Standard 1924-1-96. Paper and board. Determination of tensile properties. Part 1. Constant rate of loading method. Moscow, Izd. Standartov, 1999. 10 p. (In Russian)

8. State Standard 13648.2-68. Paper and board. Determination of tensile properties. Part 1. Constant rate of loading method. Moscow, Izd. Standartov, 1999. 4 p. (In Russian)

9. Alfutov N.A., Zinov'ev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloinykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of Multilayer Plates and Shells of Composite Materials]. Moscow, Mashinostroenie, 1984. 263 p. (In Russian)

10. Alfutov N.A., Zinov'ev P.A., Tairova L.P. Identification of elastic characteristics of unidirected materials on the basis of testing multilayer composites. *Raschety Prochn.*, 1989, vol. 30, pp. 16–31. (In Russian)

11. Kayumov R.A. The extended problem of identification of mechanical characteristics of materials based on the results of testing of constructions. *Izv. Ross. Akad. Nauk, Mekh. Tverd. Tela*, 2004, no. 2, pp. 94–105. (In Russian)

12. Hahn H.T., Tsai S.W. *Introduction to Composite Materials*. Technomic Publ. Comp., 1980. 467 p.

13. Narayanaswami R., Adelman H.M. Evaluation of the tensor polynomial and Hoffman strength theories for composite materials. *J. Compos. Mater.*, 1977, vol. 11, no. 4, pp. 366–377. doi: 10.1177/002199837701100401.

14. Kayumov R.A. A method for two-sided limiting load estimation. *Strength Mater.*, 1992, vol. 24, no. 1, pp. 64–70. doi: 10.1007/BF00777227.

15. Kayumov R.A., Shakirzyanov F.R. Behavior simulation and bearing capacity estimation of a thin-walled structure-soil system with account of soil creep and degradation. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2011, vol. 153, no. 4, pp. 67–75. (In Russian)

16. Berezhnoi D.V., Amirova R.M., Balafendieva I.S., Sekaeva L.R. Calculation of stress-strain and ultimate state of soil in the zone of well drilling and installation. *Materialy XXII Mezhdunar. simpoziuma "Dinamicheskie i tekhnologicheskie problemy mekhaniki konstruktsii i sploshnykh sred im. A.G. Gorshkova"* [Proc. XXII Int. Symp. "Dynamic and Technological Problems of Structural Mechanics and Continuous Media" Dedicated to A.G. Gorshkov]. Vol. 1. Moscow, TR-Print, 2016, pp. 42–44.

17. Sultanov L.U. Calculation of elastic-plastic deformations by FEM. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2016, vol. 158, no. 1, art. 012090, pp. 1–5. doi: 10.1088/1757-899X/158/1/012090.

Для цитирования: *Шакирзянов Ф.Р., Каюмов Р.А., Закиров И.М., Каримова Г.Г., Мухамедова И.З., Тазюков Б.Ф.* Оптимизационный расчет геометрических параметров конструкции с волокнистым заполнителем // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2018. – Т. 160, кн. 4. – С. 695–708.

For citation: Shakirzyanov F.R., Kayumov R.A., Zakirov I.M., Karimova G.G., Muhamedova I.Z., Tazyukov B.F. Optimization calculation of the geometric parameters of a structure with cardboard filler. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2018, vol. 160, no. 4, pp. 695–708. (In Russian)