УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 148, кн. 4 Естественные науки *2006*

УДК 532.546

ОЦЕНКА ОПАСНОСТИ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОДОЗАБОРА В ПОТОКЕ ПОДЗЕМНЫХ ВОД

Э.В. Скворцов, Д.Т. Суючева

Аннотация

Определены условия, при которых может быть загрязнен водозабор, находящийся в пласте, где существует естественный поток подземных вод и действует произвольно расположенный источник загрязнения. Найдены диапазоны расходов водозабора, при которых он не загрязняется.

Введение

Нехватка чистой питьевой воды – актуальная экологическая проблема. Поверхностные воды часто бывают загрязнены, и в качестве альтернативного источника питьевой воды рассматривают менее загрязненные подземные воды. Естественные фильтрационные потоки в насыщенных водой пластах способны переносить загрязнитель на большие расстояния. Поэтому моделирование фильтрационного течения подземных вод в пласте с природным потоком является важным этапом исследования опасности загрязнения подземных вод.

Пусть в пласте, насыщенном водой, где существует постоянный природный поток, имеется водозаборная эксплуатационная скважина, и в ее окрестности расположен источник загрязнения подземных вод. Проводимый ниже анализ течения призван ответить на вопрос, попадет загрязнитель в отбираемую чистую воду или нет.

Считается, что водозаборная скважина и источник расположены в однородном изотропном пласте единичной толщины, где существует поток подземных вод, жидкость однородна и несжимаема, справедлив закон Дарси, фильтрация двумерна. При этих условиях фильтрация в пласте установившаяся и линейная. Источник загрязнения и водозабор имитируются точечными источником и стоком. Обзор известных результатов по взаимодействию естественного регионального потока со скважинами в рамках описанного выше подхода представлен в работах [1, 2]. В частности, в них приведен анализ течения под действием источника и стока в случае, когда их расходы равны. Ниже эти расходы считаются произвольными.

Сток и источник загрязнения в потоке

Пусть на плоскости с координатами X, Y в точке $(-a, -b)$ расположен источник расхода $-q_1$, в точке (a, b) – сток расхода q_2. Течение осуществляется

под действием источника, стока и естественного потока с проекциями скорости $v_x = v$, $v_y = 0$.

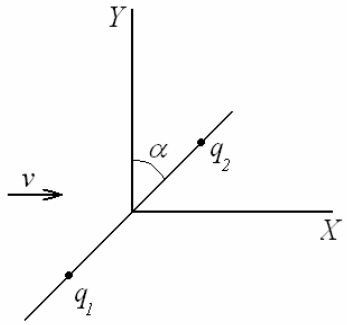

Рис. 1. Схема течения

Комплексный потенциал течения имеет вид

$$W(Z) = -vZ - \frac{q_1}{2\pi}\ln(Z + a + ib) + \frac{q_2}{2\pi}\ln(Z - a - ib), \tag{1}$$

где $Z = X + iY$, i – мнимая единица.

Введем безразмерные величины

$$z = \frac{Z}{c},\ w(z) = \frac{W(Z)}{vc},\quad Q_j = \frac{q_j}{2\pi vc},\quad c = \left(a^2 + b^2\right)^{1/2},\quad j = 1,\ 2$$

и угол α $(-\pi/2 \le \alpha \le \pi/2)$ между осью y и прямой, проходящей через источник и сток (см. рис. 1). Формулу (1) представим в виде

$$w(z) = -z - Q_1\ln(z + \sin\alpha + i\cos\alpha) + Q_2\ln(z - \sin\alpha - i\cos\alpha). \tag{2}$$

При этом функция тока течения

$$\psi(x, y) = -y - Q_1\arg(z + \sin\alpha + i\cos\alpha) + Q_2\arg(z - \sin\alpha - i\cos\alpha). \tag{3}$$

Из выражения (2) и условия $dw/dz = 0$ следует уравнение для определения координат точек нулевой скорости

$$z^2 + (Q_1 - Q_2)z + \cos 2\alpha - (Q_1 + Q_2)\sin\alpha - i\left[\sin 2\alpha + (Q_1 + Q_2)\cos\alpha\right] = 0.$$

Его решение таково

$$z_{1,2} = \frac{1}{2}\left(Q_2 - Q_1 \pm D^{1/2}\right),$$

где

$$D = (Q_2 - Q_1)^2 + 4\left\{(Q_1 + Q_2)\sin\alpha - \cos 2\alpha + i\left[\sin 2\alpha + (Q_1 + Q_2)\cos\alpha\right]\right\}.$$

С использованием обозначений

$$\begin{gathered} f = (Q_2 - Q_1)^2 + 4\left[(Q_1 + Q_2)\sin\alpha - \cos 2\alpha\right], \\ g = 4\left[(Q_1 + Q_2)\cos\alpha + \sin 2\alpha\right],\ r = \left(f^2 + g^2\right)^{1/2} \end{gathered} \tag{4}$$

координаты точек нулевой скорости можно представить в виде

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\left[-Q_1 - Q_2 \pm \left(\frac{r+f}{2}\right)^{1/2}\right],\ y_{1,2} = \pm\frac{1}{2}\left(\frac{r-f}{2}\right)^{1/2}. \qquad (5)$$

В зависимости от значений параметров Q_1 и Q_2 осуществляется или отсутствует гидродинамическая связь между источником и стоком. При некоторых критических значениях этих параметров такая связь возникает, и имеется линия тока, проходящая через обе точки нулевой скорости, так что

$$\psi_1\left[x_1\left(Q_1, Q_2^*, \alpha\right), y_1\left(Q_1, Q_2^*, \alpha\right)\right] = \psi_2\left[x_2\left(Q_1, Q_2^*, \alpha\right), y_2\left(Q_1, Q_2^*, \alpha\right)\right], \qquad (6)$$

где Q_2^* – критическое значение расхода стока.

Из геометрической схемы течения непосредственно следует, что при угле $\alpha = \pi/2$ жидкость из источника попадает в сток при любых значениях параметров Q_1 и Q_2.

При $\alpha = -\pi/2$ согласно той же схеме гидродинамическая связь между источником и стоком возникает при условии $x_1\left(Q_1, Q_2^*, -\pi/2\right) = x_2\left(Q_1, Q_2^*, -\pi/2\right)$.

В соответствии с формулами (5) при этом

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}\left\{Q_2^* - Q_1 \pm \left[\left(Q_2^* - Q_1\right)^2 - 4\left(Q_1 + Q_2^* - 1\right)\right]^{1/2}\right\}.$$

Поэтому параметры Q_1 и Q_2^* подчиняются квадратному уравнению

$$\left(Q_2^*\right)^2 - 2Q_2^*\left(Q_1 + 2\right) + \left(Q_1 - 2\right)^2 = 0,$$

следовательно,

$$Q_2^* = \left(Q_1^{1/2} \pm 2^{1/2}\right)^2.$$

С учетом условия $-1 < x < 1$ получим

$$Q_2^* = \left(Q_1^{1/2} - 2^{1/2}\right)^2, \qquad (7)$$

причем $0 < Q_1 < 2,\ 0 < Q_2^* < 2$. Таким образом, в случае $\alpha = -\pi/2$ при $Q_2^* < \left(Q_1^{1/2} - 2^{1/2}\right)^2$ загрязненная жидкость из источника в сток не попадает и, наоборот, при $Q_2^* \geq \left(Q_1^{1/2} - 2^{1/2}\right)^2$ – попадает.

Из работы [2] следует, что при $Q_1 = Q_2 = Q$ максимальное критическое значение величины расхода $Q^* = 2/\pi$ достигается при угле $\alpha_0 = -\arcsin 2/\pi$. Система уравнений (3)–(6) решалась численно.

На рис. 2 в качестве иллюстрации изображены кривые 1–6 зависимости критического расхода стока (водозабора) Q_2^* от величины расхода источника

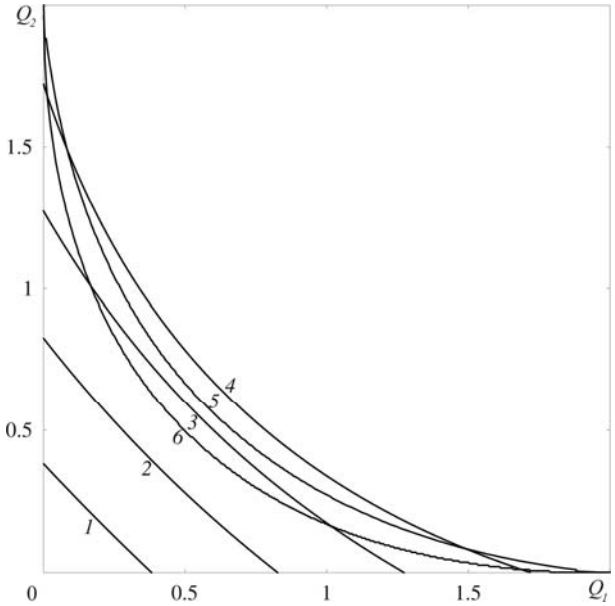

Рис. 2. Критический расход водозабора как функция расхода источника загрязнения

загрязнения Q_1, соответствующие значениям $\alpha = \pi/3,\ \pi/6,\ 0,\ \alpha_0, -1.24, -\pi/2$. Кривая 6 построена по формуле (7).

Для указанных углов α результаты расчетов отвечают на вопрос, поставленный во введении к работе. Если при произвольных значениях величин Q_1 и Q_2 и фиксированном угле α точка $A = A(Q_1, Q_2)$ оказывается на границе соответствующего криволинейного треугольника или вне его, то это означает, что загрязнитель достигает водозабора. Обеспечить непопадание загрязнителя в водозабор при известной величине расхода источника загрязнения Q_1 можно, уменьшив расход водозабора Q_2 настолько, чтобы точка A попала внутрь указанного треугольника.

Таким образом, решение системы уравнений (4)–(6) при заданном угле α определяет диапазон изменения расхода водозабора, в котором гарантируется его защита от загрязнения.

Summary

E.V. Skvortsov, D.T. Suyucheva. The estimation of water well contamination danger in groundwater flow.

The problem of water well in aquifer with regional groundwater flow and arbitrary located source of contaminant with given discharge was considered. The equation for determination of dimensionless critical pumping rate value in which the contaminant reaches the well was derived. The solution of this equation determines the pumping rate value range in which the danger of well contamination is excluded.

Литература

1. *Скворцов Э.В., Суючева Д.Т.* Управление потоками загрязненных подземных вод через скважины // Уч. зап. Казан. ун-та. Сер. Естеств. науки. – 2005. – Т. 147, Кн. 1. – С. 21–31.
2. *Скворцов Э.В., Суючева Д.Т.* Взаимодействие скважин с потоком подземных вод // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2005. – № 4. – С. 86–96.

Поступила в редакцию
14.06.06

Скворцов Эдуард Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой моделирования экологических систем Казанского государственного университета.

E-mail: *Eduard.Scvortsov@ksu.ru*

Суючева Диляра Таировна – аспирант кафедры моделирования экологических систем Казанского государственного университета.