

УДК 621.391.266

СИНТЕЗ ШУМОПОДОБНЫХ ФАЗОКОДИРОВАННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

А.Н. Леухин, Н.В. Парсаев

Аннотация

Предложен обобщенный метод синтеза фазокодированных последовательностей (ФКП) с заданным значением уровня боковых лепестков одноуровневой циклической автокорреляционной функции (АКФ). Приведены результаты синтеза новых кодовых последовательностей.

Ключевые слова: шумоподобные сигналы, фазокодированные последовательности, одноуровневая циклическая автокорреляционная функция, аналитическое решение задачи синтеза фазокодированных последовательностей.

1. Постановка задачи синтеза

Проблемой синтеза шумоподобных сигналов, начиная с работы [1], занимаются многочисленные научные коллективы [2–5]. Шумоподобные последовательности обладают одноуровневой АКФ со значением уровня боковых лепестков, значительно меньшим значения главного отсчета. Особый интерес среди таких кодов представляют фазокодированные последовательности. В работах [6, 7] ранее уже обсуждались вопросы синтеза ФКП, а в работе [8] были рассмотрены вопросы практического применения синтезированных кодов.

Дискретную ФКП $\Gamma = \{\gamma_n\}_{0, N-1}$ можно представить в виде:

$$\gamma_n = \exp(i\varphi_n), \quad n = 0, \dots, N-1. \quad (1)$$

Циклическую АКФ можно определить на основе выражения:

$$\eta_\tau = \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{n+\tau(\bmod N)} \cdot \gamma_n^*, \quad \tau = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2)$$

Нулевой отсчет циклической АКФ должен быть равен размерности кодовой последовательности $\eta_0 = N$, а все остальные отсчеты (боковые) должны принимать одинаковое значение a : $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_{N-1} = a$. Значение уровня боковых лепестков a может быть любым вещественным числом из диапазона $a \in [a_{\min}, a_{\max}]$, где верхняя граница диапазона может принимать значение $a_{\max} = N$, а нижняя граница a_{\min} удовлетворяет условию $a_{\min} \geq N/(1-N)$. На основании выражений (1), (2) задача синтеза ФКП с одноуровневой АКФ при условии $\varphi_0 = 0^\circ$ сводится к решению системы уравнений

для четных N , $K = N/2 - 1$, $n = 1, 2, \dots, K$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\varphi_n) + \cos(\varphi_{N-n}) + \sum_{m=1}^{N-n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = a, \\ \cos(\varphi_K) + \sum_{m=1}^{N-K-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+K}) = a/2, \\ \sin(\varphi_n) - \sin(\varphi_{N-n}) - \sum_{m=1}^{N-n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

для нечетных N , $K = N - 1/2$, $n = 1, 2, \dots, K$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\varphi_n) + \cos(\varphi_{N-n}) + \sum_{m=1}^{N-n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = a, \\ \sin(\varphi_n) - \sin(\varphi_{N-n}) - \sum_{m=1}^{N-n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Произвольное решение системы уравнений (3), (4) будет иметь вид:

$$\Psi = [\varphi_0 = 0^\circ \ \varphi_1 \ \varphi_2 \ \dots \ \varphi_{N-1}], \quad (5)$$

где неизвестными являются углы поворотов элементов кода $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{N-1}$.

2. Анализ корней системы уравнений для синтеза ФКП

Для произвольной размерности N может существовать K решений, полученных в результате линейных преобразований некоторого исходного решения:

$$\Psi^T = [\Psi^{(0)} \ \Psi^{(1)} \ \dots \ \Psi^{(K-1)}]. \quad (6)$$

Каждая строка матрицы представляет собой некоторое решение вида (5) системы уравнений (3), (4). На основании исходного решения системы уравнений в общем случае можно сформировать $K = N$ автоморфных решений вида:

$$\varphi_n^{(k)} = \varphi_{n+k \bmod N} - \varphi_k, \quad (7)$$

и $K = N$ сопряженных им решений вида

$$\varphi_n^{(k+N)} = \varphi_k - \varphi_{n+k \bmod N}, \quad (8)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1, \quad k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Кроме того, на основании единственного решения (5) системы уравнений можно сформировать еще $K = \varphi(N)$ изоморфных решений вида:

$$\varphi_n^{(k)} = \varphi_{n \cdot \lambda_k \bmod N}, \quad (9)$$

λ_k – число взаимно-простое с N , $k = 0, 1, \dots, \varphi(N) - 1$, $\varphi(N)$ – функция Эйлера от числа N , $n = 0, 1, \dots, N - 1$, а также применить к изоморфным решениям преобразования вида (8).

Таким образом, максимальное число возможных кодовых последовательностей (изоморфных, автоморфных и сопряженных решений), полученных на основе некоторой кодовой последовательности общего вида, определится как:

$$K = 2 \cdot \varphi(N) \cdot N. \quad (10)$$

В случае равенства нулю уровня боковых лепестков $a = 0$ от решений одного вида можно перейти к решениям другого вида на основании следующих преобразований:

$$\varphi_n^{(k)} = \varphi_n + \frac{2\pi}{N} \cdot n \cdot k, \quad (11)$$

$$n = 0, 1, \dots, N - 1, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Для решения системы уравнений (3), (4) применим следующий подход. Систему тригонометрических уравнений (3), (4) можно заменить системой алгебраических уравнений, используя подстановки вида

$$\cos \varphi_n = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi_n}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi_n}{2}}, \quad \sin \varphi_n = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi_n}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\varphi_n}{2}}$$

и вводя формальные переменные вида $\operatorname{tg} \frac{\varphi_n}{2} = x_n$, где $n = 1, 2, \dots, N - 1$. Выражая последовательно корни одного уравнения системы через корни других уравнений системы, на последнем шаге получим некоторое алгебраическое уравнение степени k вида:

$$f_k(a) x^k + f_{k-1}(a) x^{k-1} + \dots + f_1(a) x + f_0(a) = 0, \quad (12)$$

где $f_i(a)$ – различные многочлены, где $k \leq 2N$.

Далее выполним факторизацию параметрического многочлена вида $f(x) = f_k(a) x^k + f_{k-1}(a) x^{k-1} + \dots + f_1(a) x + f_0(a)$ над полем вещественных значений a . Затем для каждого неприводимого многочлена $f_i(x)$ в разложении $f(x) = \prod_i f_i(x)$

найдем хотя бы одно решение вида $\mathbf{x}^{(i)} = [x_n^{(i)} \ x_2^{(i)} \ \dots \ x_n^{(i)}]$, которое будет давать одно исходное i -е решение типа (5). Применяя преобразования (7)–(9) к каждому полученному решению, сформируем все возможные решения, соответствующие многочлену $f_i(x)$.

На рис. 1 приведено графическое представление ФКП в комплексной плоскости в виде некоторого N -мерного вектора (контура). Каждому кодовому элементу γ_n ставится в соответствие вектор единичной длины с углом поворота φ_n .

Угол поворота откладывается против часовой стрелки от оси, параллельной действительной оси. Начало каждого последующего вектора совпадает с концом предыдущего. Начало нулевого вектора γ_0 совпадает с началом системы координат.

3. Графическое представление траекторий движения ФКП

Процесс формирования траекторий движения ФКП представлен на рис. 2 на примере кодовой последовательности размерности $N = 4$.

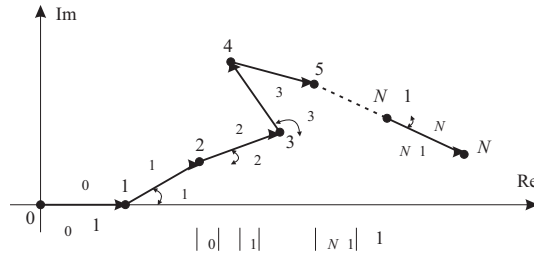


Рис. 1. Графическое представление ФКП в комплексной плоскости

При изменении уровня боковых лепестков a от значения a_{\min} до значения a_{\max} ФКП «разворачиваются» от некоторого начального контура, соответствующего значению a_{\min} , до конечного «выпрямленного» контура, соответствующего значению $a_{\max} = N$. При этом начальной кодовой последовательности при $a_{\min} = N/(1 - N)$ соответствует замкнутый контур, а конечной кодовой последовательности $\mathbf{\Gamma}^T = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]$ всегда соответствует контур в виде прямой линии, состоящий из векторов единичной длины, направленных вправо. Графическое изображение ФКП, представленной на первом рис. 2 соответствует минимально возможному уровню боковых лепестков $a = a_{\min} = -4/3$, при этом образуется замкнутый контур. Спектральные и корреляционные отсчеты представлены справа от соответствующих контуров. С увеличением значения уровня боковых лепестков a ФКП, представленная в виде контура на комплексной плоскости, постепенно «выпрямляется», как показано на рис. 2. При этом меняются значения углов поворота каждого вектора в составе контура по определенному закону. Соответственно, меняются спектральные и корреляционные характеристики. На последнем из рис. 2 представлен конечный выпрямленный контур и его корреляционные и спектральные характеристики. Конец последнего вектора в составе контура описывает траектории, отображенные на рис. 2 в виде пунктирных кривых.

Аналитическое решение системы уравнений (3), (4) приводит к трем исходным решениям при $N = 4$, из которых с помощью преобразований (7)–(9) можно получить все возможные остальные решения.

1) Для $a \in [-\frac{4}{3}, 0]$ и $a = 4$ получим первое исходное решения вида:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3.$$

На рис. 3 такому решению будет соответствовать траектория движения, образованная кривой линией между точками 4 и 3. С помощью преобразований (7) можно получить решения вида:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_2 = \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4} - \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}$$

(образует нижнюю дугу между точками 4 и 2);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = 2\pi - \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4},$$

$$\varphi_2 = 2\pi - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4} - \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_3 = 2\pi - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}$$

(образует дугу между точками 4 и 5);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = 2\pi - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4},$$

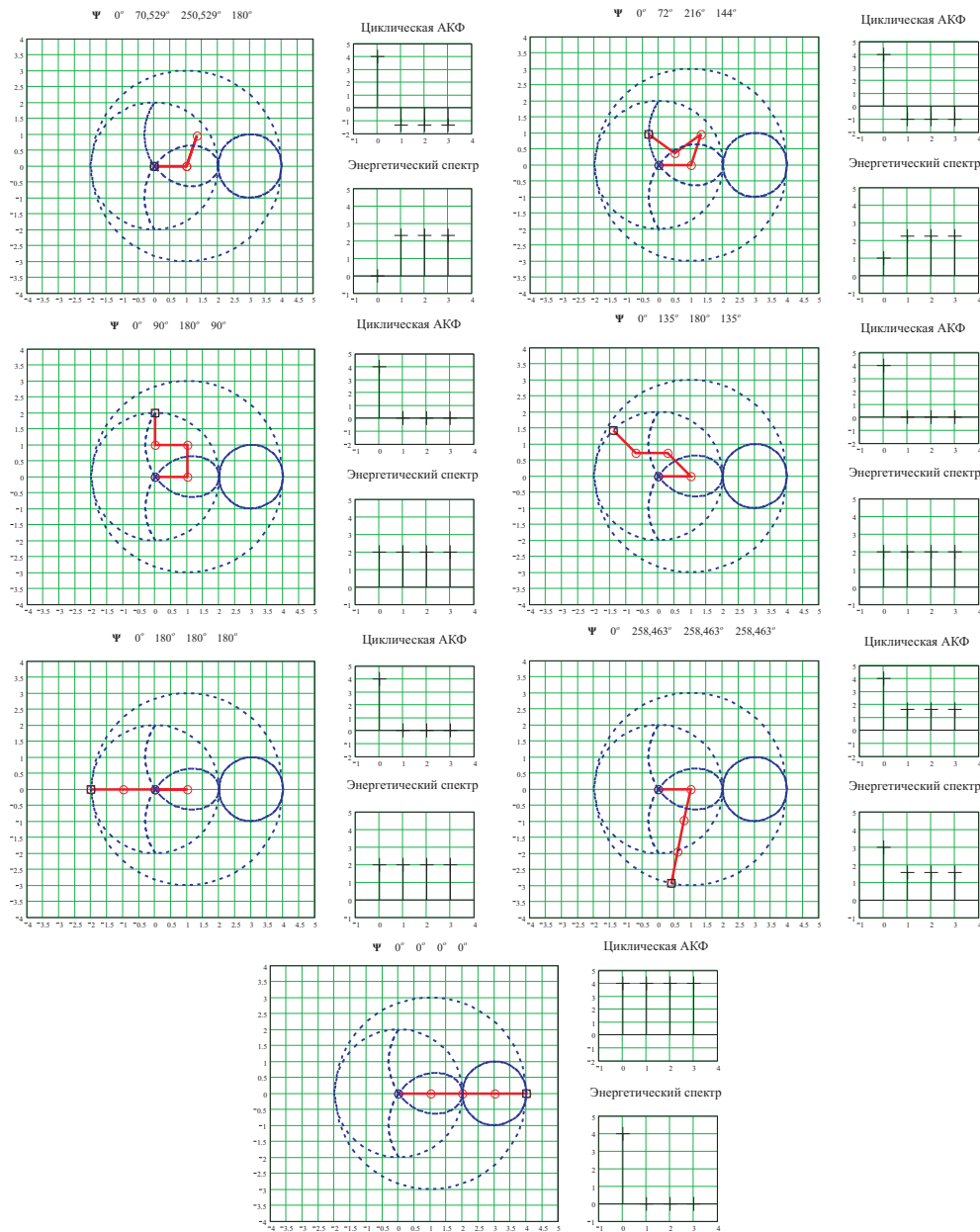


Рис. 2. Пояснение к процессу формирования траекторий движения при $N = 4$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4} - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_3 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}$$

(образует верхнюю дугу между точками 4 и 2).

Преобразования вида (8) приведут к решениям, совпадающим с рассмотренными. С помощью преобразований (9) получим изоморфные решения вида:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_3 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_3$$

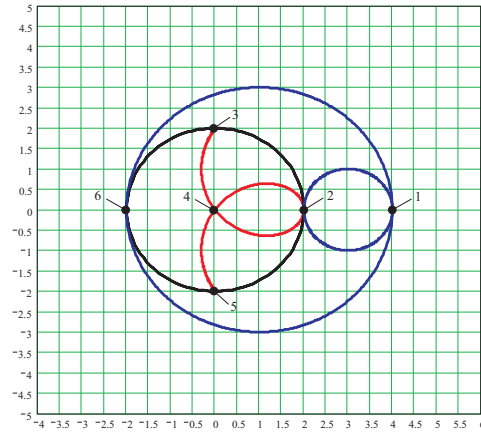


Рис. 3. Точки бифуркации на траекториях движения

(образуют дугу между точками 4 и 3);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4},$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4} - \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_3 = \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}$$

(образует нижнюю дугу между точками 4 и 2);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = 2\pi - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4},$$

$$\varphi_2 = 2\pi - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4} - \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_3 = 2\pi - \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4}$$

(образует дугу между точками 4 и 5);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4},$$

$$\varphi_2 = \arccos \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{4} - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}, \quad \varphi_3 = 2\pi - \arccos \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{4}$$

(образует верхнюю дугу между точками 4 и 2).

Преобразования вида (8) приведут к решениям, совпадающим с рассмотренными.

2) Для $a \in [0, 4]$ получим второе исходное решение вида:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \arccos \left(\frac{a}{2} - 1 \right)$$

(образует верхнюю дугу между точками 6 и 1).

С помощью преобразований (7) можно получить решения вида:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_3 = 0, \quad \varphi_2 = \arccos \left(\frac{a}{2} - 1 \right)$$

(образует верхнюю дугу между точками 2 и 1);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = \arccos\left(\frac{a}{2} - 1\right)$$

(образует верхнюю дугу между точками 2 и 1);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_2 = \varphi_3 = 0, \quad \varphi_1 = \arccos\left(\frac{a}{2} - 1\right)$$

(образует верхнюю дугу между точками 2 и 1).

Применяя к ним преобразования вида (8) получим решения вида:

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 2\pi - \arccos\left(\frac{a}{2} - 1\right)$$

(образует нижнюю дугу между точками 6 и 1);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_3 = 0, \quad \varphi_2 = 2\pi - \arccos\left(\frac{a}{2} - 1\right)$$

(образует нижнюю дугу между точками 2 и 1);

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = 2\pi - \arccos\left(\frac{a}{2} - 1\right)$$

(образует нижнюю дугу между точками 2 и 1).

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_2 = \varphi_3 = 0, \quad \varphi_1 = 2\pi - \arccos\left(\frac{a}{2} - 1\right)$$

(образует нижнюю дугу между точками 2 и 1).

Для приведенного решения изоморфные решения, задаваемые преобразованием (9), совпадут с автоморфными решениями, задаваемыми преобразованиями (7).

3) Для $a = 0$ получим третье исходное решение вида

$$\Psi = [0 \ \varphi \ \pi \ \varphi], \quad \text{где } \varphi \in [0, 2\pi].$$

Это решение образует окружность радиусом $R = 2$ с центром в точке 4 с координатами $(0; 0)$, проходящую через точки 2, 3, 6 и 5.

Преобразования вида (8) приведут к решению:

$$\Psi = [0 \ \varphi \ 0 \ \varphi + \pi], \quad \text{где } \varphi \in [0, 2\pi].$$

Это решение образует бесконечное множество решений в одной точке 2.

Таким образом, проведенный анализ траекторий движений на примере размерности кодовой последовательности $N = 4$ позволяет сделать следующие выводы и ввести некоторые определения:

Определение 1. Точками бифуркации назовем точки пересечения траекторий движения.

Например, точки 1–6 – точки бифуркации на рис. 3. Эти точки задают граничные значения a_{\min} и a_{\max} для области допустимых значений a – уровня боковых лепестков различных уравнений, полученных при решении системы уравнений (3), (4). Их можно рассматривать аналогично синергетическим точкам бифуркации, являющихся начальным и конечным значениями для конкретной ветки одного из возможных решений системы уравнений (3), (4).

Определение 2. Точкой сингулярности траектории движения является точка, в которой существует бесконечное множество решений.

Для $N = 4$ такой точкой является точка 2 на рис. 3.

Определение 3. Каждому участку траектории между двумя соседними точками соответствует одно или сразу несколько решений системы уравнений (3), (4).

Например, для $N = 4$ (рис. 3):

– каждая точка окружности с радиусом $R = 3$ и с центром в точке $(1; 1)$, проходящей через точки 1 и 6, соответствует только одному решению;

– каждая точка окружности с радиусом $R = 2$ и с центром в точке 4 с координатами $(0; 0)$, проходящей через точки 2, 3, 6 и 5, (кроме точки 2), соответствует также только одному решению;

– каждая точка дуг между точками 4 и 3, 4 и 2 (верхней и нижней), 4 и 5 соответствует двум решениям.

– каждая точка дуг между точками 2 и 1 (верхней и нижней) соответствует трём решениям.

Определение 4. Число решений в одной точке траектории движения назовём энтропией и обозначим через H .

В точке сингулярности энтропия $H = \infty$. В точках бифуркации для $N = 4$ (рис. 3) энтропия определится как: $H = 1$ в точках 1, 3, 5 и 6; $H = 4$ в точке 4, $H = \infty$ в точке 2, которая одновременно является и точкой бифуркации и точкой сингулярности. Если в какой-нибудь точке траектории движения будет разрыв, то энтропия этой точки кривой определится как $H = 0$. Отметим, что энтропия всегда будет удовлетворять условию

$$0 \leq H < \infty. \quad (13)$$

Определение 5. Число возможных решений, соответствующих заданному значению уровня боковых лепестков a , обозначим через P и назовём мощностью кода.

Если провести окружность с центром в начале координат и радиусом

$$R = \sqrt{(a + 1)N - a}, \quad (14)$$

то точки пересечения данной окружности с кривыми траекторий движения последнего вектора контура ФКП на комплексной плоскости будут задавать решения, соответствующие выбранному значению уровня боковых лепестков a . Тогда мощность кода определится как сумма энтропий во всех точках пересечения окружности с радиусом (14) с траекториями движения:

$$P = \sum_{n=0}^{L-1} H(n), \quad (15)$$

где L – число точек пересечения окружности с кривыми траекторий движения, n – номер соответствующей точки.

Например, при $a = a_{\min} = N/(1 - N)$ из (14) следует, что $R = 0$, и окружность вырождается в точку, совпадающую с началом координат. При $a = a_{\max} = N$ из (14) следует, что $R = N$, и окружность будет касаться крайней правой точки траектории движений и соответствовать решению $\mathbf{\Gamma}^T = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]$.

На рис. 4 представлено полное семейство возможных решений при уровне боковых лепестков $a = -1$. В этом случае $R = 1$ и в точках пересечения с линиями, соответствующими линиям траекторий движения, показаны восемь возможных ФКП. Все 8 последовательностей имеют одинаковые циклические АКФ и

одинаковые энергетические спектры. Движение по окружностям с центром в начале координат не приводит к изменению уровня боковых лепестков циклической АКФ и уровня отсчетов энергетического спектра. Такие ФКП образуют бесконечное множество решений для фиксированного уровня боковых лепестков a , $P = \infty$. Заметим, что в точках сингулярности также $P = \infty$.

На рис. 5 приведены все возможные траектории движения ФКП при изменении уровня боковых лепестков в пределах допустимых значений $a \in [a_{\min}; a_{\max}]$ для размерностей $N = 2 \div 10$.

Как следует из рис. 5, с ростом размерности N наблюдается значительное увеличение числа линий на кривых траекторий движения, что соответствует росту числа возможных решений P системы уравнений (3), (4).

4. Аналитические решения задачи синтеза

Применив разработанный и описанный выше подход к синтезу ФКП с заданным уровнем боковых лепестков, получим следующие аналитические решения:

1) для размерностей $N = p = 4k + 1$, $a \in \left[\frac{N}{1-N}, N\right]$:

$$\varphi = \arccos\left(\frac{-1 + \sqrt{N + (N-1) \cdot a}}{N-1}\right), \quad n = 1, 2, \dots, N-1, \quad (16)$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \varphi, & \text{если } n - \text{квадратичный вычет по модулю } N, \\ -\varphi, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

2) для размерностей $N = p = 4k + 1$, $a \in \left[\frac{N}{1-N}, N-4\right]$:

$$\varphi = \arccos\left(\frac{-1 - \sqrt{N + (N-1) \cdot a}}{N-1}\right), \quad n = 1, 2, \dots, N-1, \quad (17)$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \varphi, & \text{если } n - \text{квадратичный вычет по модулю } N, \\ -\varphi, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

3) для размерностей $N = p = 2^{2^k} + 1$, $a \in \left[\frac{N}{1-N}, N\right]$:

$$c = 1 - \sqrt{(a+1)N - a}, \quad d = \frac{\sqrt{(N-1)N} - c - \sqrt{N-1+c^2}}{N-1}, \quad n = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-\sqrt{N + (N-1)d^2 + 2d\sqrt{(N-1)N}(-\sqrt{N-1} + d\sqrt{N})}}{-N + (N-1)d^2}\right), \quad (18)$$

$$\beta = \arccos(d),$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n - \text{квадратичный вычет по модулю } N, \\ -\alpha, & \text{если } n - \text{четверичный вычет по модулю } N, \\ \beta, & \text{если } n - \text{квадратичный невычет по модулю } N, \\ -\beta, & \text{если } n - \text{четверичный невычет по модулю } N; \end{cases}$$

4) для размерностей $N = p = 2^{2^k} + 1$, $a \in \left[\frac{N}{1-N}, \approx N-2\right]$:

$$d = \frac{-1 + \sqrt{N(N-1)} - \sqrt{N(a+1) - a} - \sqrt{N(a+2) - a - 2\sqrt{N(a+1) - a}}}{N-1},$$

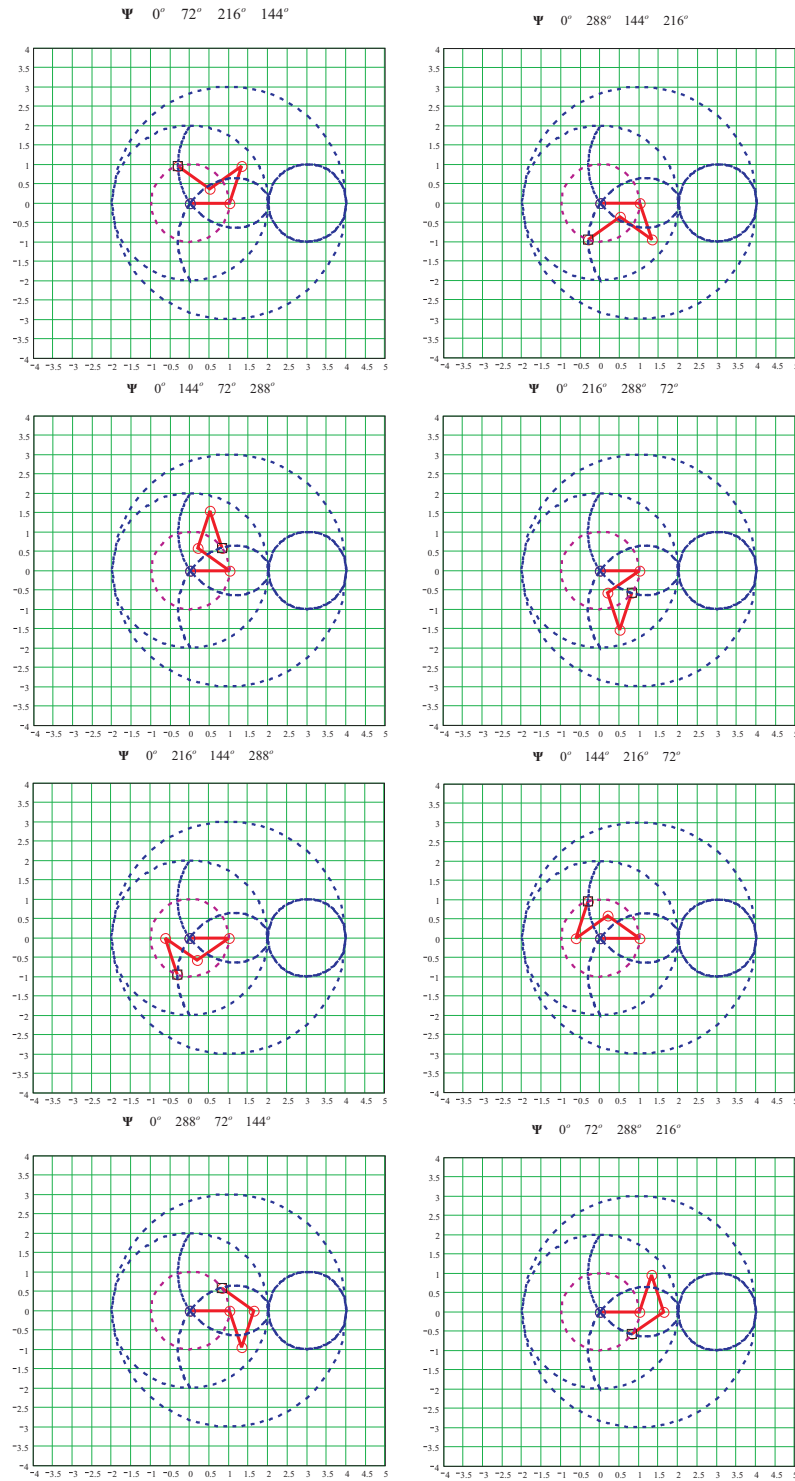


Рис. 4. Семейство ФКП размерности $N = 4$, $a = -1$

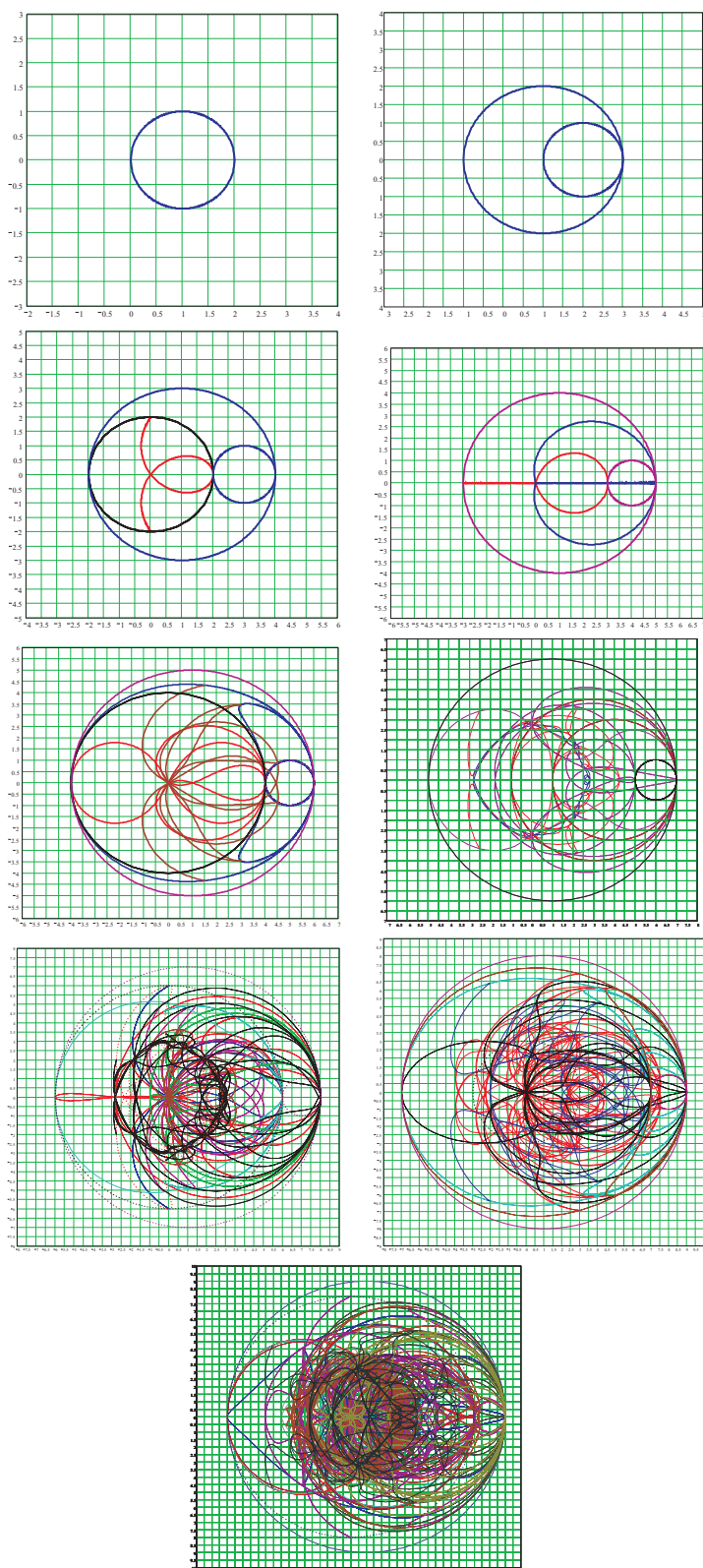


Рис. 5. Примеры всех возможных траекторий движения последнего вектора контура ФКП на комплексной плоскости

$$n = 1, 2, \dots, N - 1,$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{-\sqrt{N + (N - 1)d^2 + 2d\sqrt{(N - 1)N}(-\sqrt{N - 1} + d\sqrt{N})}}{-N + (N - 1)d^2} \right), \quad (19)$$

$$\beta = \arccos(d),$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \alpha, & \text{если } n - \text{квадратичный вычет по модулю } N, \\ -\alpha, & \text{если } n - \text{четверичный вычет по модулю } N, \\ \beta, & \text{если } n - \text{квадратичный невычет по модулю } N, \\ -\beta, & \text{если } n - \text{четверичный невычет по модулю } N; \end{cases}$$

Отметим, что другие решения системы уравнений (3), (4) представлены в работах [6, 8].

Заключение

Рассматриваются основные положения обобщенной теории синтеза ФКП с заданным уровнем боковых лепестков. Приведены аналитические выражения для синтеза новых кодовых последовательностей для синтеза новых ФКП с уровнем боковых лепестков $a \in \left[\frac{N}{1-N}, N \right]$ для размерностей $N = p = 4k + 1$ и выражения для синтеза новых кодовых последовательностей с уровнем боковых лепестков циклической АКФ $a \in \left[\frac{N}{1-N}, \approx N - 2 \right]$ для размерностей $N = p = 2^{2^k} + 1$ – простых чисел Ферма.

Работа выполнена при финансовой поддержке по темам НИР в рамках гранта Президента РФ МД-63.2007.9 и гранта РФФИ 07-07-00285.

Summary

A.N. Leukhin, N.V. Parsaev. Synthesis and Analysis of Phase-Coded Sequences.

Generalized method for synthesizing phase-coded sequences with the given level of side lobes of one-level cyclic autocorrelation function is offered. The results of new coded sequences' synthesis are shown.

Key words: like-noise signals, phase-coded sequences, one-level cyclic autocorrelation function, analytical decision of phase-coded sequences synthesis problem.

Литература

1. *Woodward P.M. Probability and Information Theory with Applications to Radar.* – N. Y.: McGraw-Hill, 1953.
2. *Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Теория и применение.* – М.: Сов. радио, 1971.
3. *Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы.* – М.: Сов. радио, 1975.
4. *Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами.* – М.: Радио и связь, 1985.
5. *Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы, анализ, синтез, обработка.* – СПб.: Наука и техника, 2005.
6. *Leukhin A.N. Algebraic solution of the synthesis problem for coded sequences // Quantum Electronics.* – 2005. – V. 35, No 8. – P. 688–692.

7. *Леухин А.Н., Корнилова Л.Г., Тюкаев А.Ю.* Выбор модулирующей последовательности для кодового разделения каналов в оптической памяти на основе фотонного эха // Изв. РАН. Сер. физ. – 2008. – Т. 72, № 1. – С. 73–75.
8. *Леухин А.Н., Тюкаев А.Ю., Бахтин С.А., Корнилова Л.Г.* Новые фазокодированные последовательности с хорошими корреляционными характеристиками // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2007. – № 6. – С. 51–54.

Поступила в редакцию
15.02.08

Леухин Анатолий Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор Марийского государственного технического университета, г. Йошкар-Ала.

Парсаев Николай Владимирович – аспирант Марийского государственного технического университета, г. Йошкар-Ала.

E-mail: *code@marstu.net*