

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 539.3

doi: 10.26907/2541-7746.2022.4.316-328

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ БОЛЬШИХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕЛ И СРЕД И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ИХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ НАГРУЖЕНИЯ

В.Г. Баженов, Е.В. Нагорных

*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, 603022, Россия*

Аннотация

На основе экспериментально-расчетного подхода разработан метод идентификации диаграмм деформирования упругопластических материалов с учетом неоднородности напряженно-деформированного состояния и больших деформаций. Представлены примеры применения метода при различных видах нагружения испытуемых образцов: растяжении и кручении цилиндрических стержней, кинетическом индентировании шара и цилиндра, динамическом сжатии образцов-таблеток и др. Предложен способ интерполяции диаграммы деформирования для учета вида напряженного состояния.

Ключевые слова: экспериментально-расчетный подход, упругопластический материал, численная методика, растяжение, кручение, сжатие, статическое и динамическое индентирование, построение истинных диаграмм деформирования, большие пластические деформации

Введение

На основе экспериментально-расчетного подхода разработаны методики и алгоритмы исследования деформационных и прочностных свойств материалов при статических и динамических нагружениях элементов конструкций [1–3]. Основой для разработки являются методы теории идентификации в сочетании с итерационными схемами последовательного уточнения характеристик материалов в образце, учитывающих неоднородное напряженно-деформированное состояние (НДС), большие деформации и зависимость от скорости деформирования. Предложен способ интерполяции диаграммы деформирования для учета вида напряженного состояния. Для всех реализуемых в системе типов экспериментов формируются целевые функции параметров сравнения, описывающие отклонения значений физических величин, измеряемых в натурном эксперименте, от соответствующих величин в вычислительном эксперименте. Далее строится сходящийся итерационный процесс уточнения текущих значений материальных функций в образце путем минимизации целевой функции последовательностью вычислительных экспериментов. Разработанные методики позволяют свести решение обратной задачи к последовательному решению ряда прямых задач, и в конечном итоге получить набор параметров математической модели. Одновременно с идентификацией, согласно

предлагаемой методике, проводится анализ чувствительности получаемых в расчете параметров сравнения с экспериментальными данными к изменению параметров модели. Область применимости экспериментально-расчетной методики, таким образом, определяется областью применимости математической модели упругопластических сред, так как безусловная сходимость итерационного процесса гарантирует нахождение искомых параметров модели с заданной точностью. Представлены примеры применения метода при различных видах нагружения испытываемых образцов: растяжении и кручении цилиндрических стержней, кинетическом индентировании шара и цилиндра, динамическом сжатии образцов-таблеток и др.

1. Построение истинных диаграмм деформирования при растяжении образцов

При больших деформациях возникают трудности в построении диаграмм, связанные с учетом неоднородного НДС, вызванного нелинейными краевыми эффектами и локализацией деформаций – образованием шейки. Предположение о равномерном удлинении всей рабочей части образца часто приводит к большим ошибкам. Поэтому в зоне однородности НДС для определения продольных деформаций применяют тензодатчики с базой меньшей, чем рабочая часть. В процессе нагружения предпочтительнее измерять изменение площади поперечного сечения, но возникают трудности, связанные с локализацией деформаций. Вопрос описания диаграммы упругопластического деформирования до разрушения к настоящему времени недостаточно изучен. Основная проблема заключается в описании ниспадающего участка условной диаграммы, так называемой стадии неустойчивого (закритического) деформирования. Основные трудности практической реализации рассмотренных выше подходов связаны со сложностью измерений геометрических параметров шейки при проведении экспериментов.

Для предлагаемого метода необходимо иметь только экспериментально полученную зависимость растягивающей силы от удлинения образца [4–6]. Испытуемые образцы могут быть переменного сечения. Известно, что при монотонном растяжении процесс нагружения в области локализации пластических деформаций будет активным до разрушения. Построение диаграммы деформирования основано на коррекции зависимости «интенсивность напряжений σ_i – параметр Одквиста κ ».

Для этого в процессе численного решения задачи анализируется отношение значений растягивающих сил, полученных в эксперименте F_e и расчете F_c при одинаковом удлинении образца: $\beta = F_e/F_c$. Затем устанавливается функциональная зависимость между максимальным значением параметра Одквиста в объеме образца κ и соответствующим удлинением. Итерационная процедура корректировки диаграммы осуществляется по формуле $\sigma_i(\kappa) = \beta \bar{\sigma}_i(\kappa)$ до совпадения экспериментальных и расчетных результатов с заданной точностью. Исследования показали, что для сходимости итерационной процедуры достаточно в качестве начального приближения задать любую диаграмму деформирования упрочняющегося материала. Скорость сходимости (число итераций) мало зависит от начального приближения.

С применением этой методики построены истинные диаграммы деформирования для различных конструкционных материалов. На рис. 1 и 2 приведен процесс построения диаграммы и соответствующие ему изменения осевой силы для случая с точностью 0.1%. Экспериментальный образец изготовлен из стали аустенитного класса 12X18Н10Т с размерами: начальный радиус рабочей части 5 мм, первоначальная длина рабочей части 60 мм. При конечно-элементном моделировании один торец стержня принимался жестко закрепленным, а другой перемещался с постоянной скоростью.

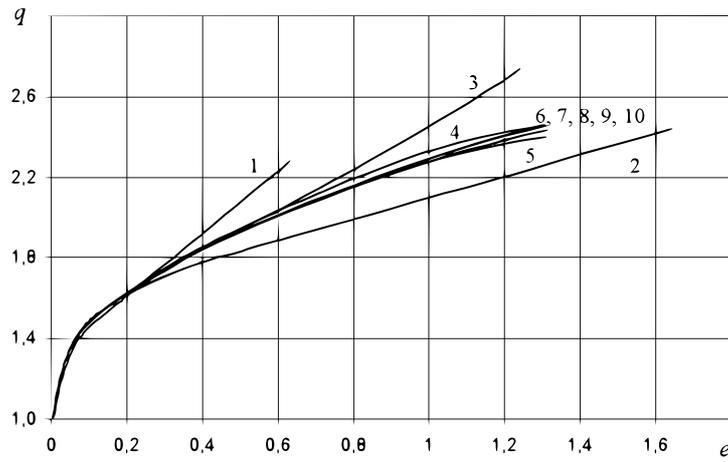


Рис. 1. Итерационный процесс построения диаграммы деформирования: 1 – начальное приближение; 2–10 – итерации 1–9 соответственно

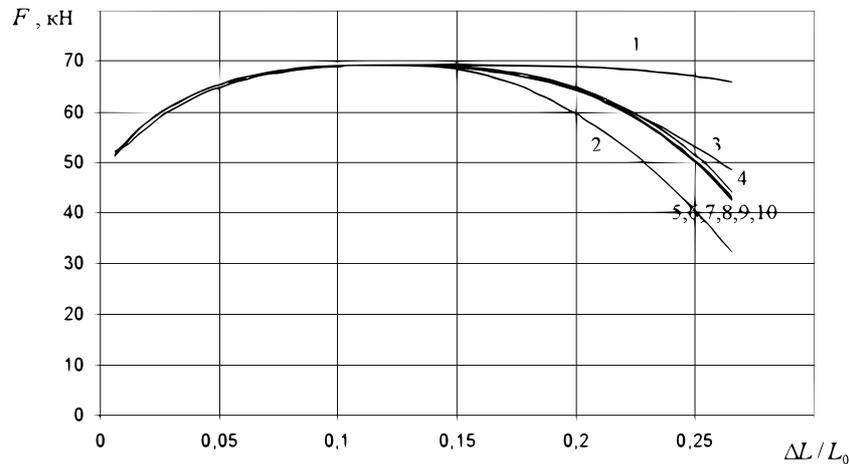


Рис. 2. Изменения осевых сил, полученные при итерационной процедуре: 1 – начальное приближение; 2–10 – итерации 1–9 соответственно

Для повышения эффективности алгоритма целесообразно осуществить процедуру нелинейной экстраполяции [2]. Процесс нагружения разбивается на малые этапы. Количество этапов N равно количеству точек в табличном представлении экспериментальной зависимости обобщенной силы от обобщенного перемещения. Столько же точек будет содержать построенная истинная диаграмма деформирования (зависимость интенсивности напряжений от параметра Одквиста). В конце каждого этапа n , $n = 1, \dots, N$, анализируется величина отклонения расчетной обобщенной силы F_c^n от экспериментальной F_e^n . При превышении заданной погрешности производится итерационная корректировка интенсивности напряжений по формулам

$$\sigma_i^n(\kappa^n) = \beta \bar{\sigma}_i^n(\kappa^n), \quad \beta = F_e^n / F_c^n,$$

причем κ^n соответствует параметру Одквиста в конце этапа n . При достижении необходимой точности в таблицу истинной диаграммы деформирования заносится новая точка $\sigma_i^n(\kappa^n)$ и выполняется переход на следующий этап $n + 1$. Для этого

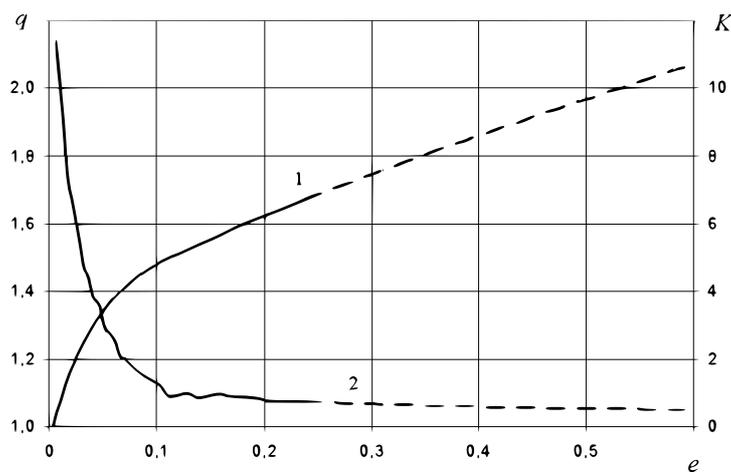


Рис. 3. Процедура экстраполяции (пунктирные линии) зависимости K (2) и диаграммы деформирования (1)

осуществляется процедура нелинейной экстраполяции с использованием m последних точек построенного участка диаграммы деформирования. Необходимо иметь не менее трех опорных точек. Сначала выполняется процедура экстраполяции безразмерного параметра [7]

$$K(\kappa) = \frac{1}{\sigma_i(\kappa)} \frac{d\sigma_i(\kappa)}{d\kappa}$$

в виде степенной функции. Затем вычисляются экстраполяционные значения опорных точек диаграммы деформирования при $\kappa = \kappa^n$ по формуле

$$\sigma_i(\kappa) = \sigma_i(\kappa^n) \exp \left(\int_{\kappa^n}^{\kappa} K d\kappa \right).$$

Для этапов нагружения $n < t$ принимается $m = n$. Начальный участок истинной диаграммы деформирования, включающий первые три этапа нагружения $n = 1, 2, 3$, определяется на основе итерационной процедуры [1] без экстраполяции (рис. 3). Отметим, что диаграммы деформирования являются монотонно возрастающими функциями с убывающей производной, что позволяет с высокой точностью определить начальное приближение диаграммы для последующих этапов нагружения. Максимальная эффективность предложенного алгоритма достигается в случае, когда количество точек экстраполяции m составляет около 12% от общего количества точек N , аппроксимирующих диаграмму. С увеличением количества этапов (точек, аппроксимирующих диаграмму) итерационная процедура построения диаграммы деформирования практически сводится к однократному прямому численному расчету без применения итерационной процедуры, что существенно повышает эффективность (до 10 раз) методик [1] построения диаграммы деформирования упругопластических материалов.

На основе полученных данных проведено численное исследование и сравнительный анализ процессов деформирования, предельных состояний и разрушения цилиндрических оболочек и стержней с различным профилем поперечного сечения (круг, квадрат, прямоугольник) при растяжении [7, 8], цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления, шара при сжатии между пластинами [9] и др.

2. Построение истинной диаграммы деформирования при кручении образцов

Для построения истинной диаграммы деформирования из эксперимента необходимо знать зависимость крутящего момента от угла закручивания торцевого сечения образца $M_e(\theta)$. При численном моделировании выбирается поперечное сечение образца с наибольшими величинами интенсивности напряжений и параметра Одкависта. Это позволяет учесть неоднородность НДС не только по радиусу поперечного сечения рабочей части, но и по длине образца. Крутящий момент в этом сечении представляется в виде суммы двух моментов от касательных напряжений во внутренних M_1 и внешних M_2 волокнах. При кручении касательные напряжения являются монотонно возрастающей функцией от радиуса и времени. Полагая, что для данного угла закручивания часть диаграммы деформирования, используемая для вычисления момента во внутренних волокнах, известна, можно найти касательные напряжения во внешних волокнах: $\sigma_{\beta z} = (M_e - M_1)(2\pi R^2 \delta)^{-1}$, где δ – толщина внешнего волокна (конечного элемента, примыкающего к поверхности). Найденные напряжения пересчитываются в интенсивность напряжений и используются для построения следующего участка неизвестной части диаграммы деформирования.

Разработан алгоритм с экстраполяцией диаграммы деформирования по значениям, полученным на предыдущих шагах. Он заключается в построении «пробного» участка диаграммы деформирования и его использовании для продолжения стандартного вычислительного процесса вплоть до превышения расхождения между экспериментальным и расчетным моментами заданной величины ε . В итоге однократного прямого численного расчета в дискретном виде с заданной точностью выстраивается диаграмма деформирования материала, соответствующая экспериментальной зависимости крутящего момента от угла закручивания [10]. Методика позволяет, в отличие от метода П. Людвика, учесть изменение радиуса поперечного сечения по длине образца и влияние захватных частей.

Методика применялась для построения диаграмм деформирования сталей 12Х18Н10Т, 09Г2С. На основе полученных истинных диаграмм деформирования при растяжении и кручении проведено исследование процессов деформирования и предельных состояний конструкционных материалов, находящихся в условиях неоднородного напряженного состояния, при комбинированных нагружениях кручением-растяжением с учетом вида НДС [10–12].

3. Истинные диаграммы деформирования с учетом вида напряженного состояния

Экспериментально установлено, что некоторые материалы обладают зависимостью пластических свойств от вида напряженного состояния [3, 10, 13–15]. В теоретических исследованиях при описании процессов деформирования и разрушения таких материалов физические соотношения дополняются зависимостями от параметров вида напряженного состояния, выраженных через главные напряжения [16–18]: параметр «жесткости» напряженного состояния (параметр трехосности напряжений), параметр вида напряженного состояния, параметр Надаи – Лоде по напряжениям и др. При построении истинных диаграмм деформирования в условиях больших деформаций и неоднородного НДС применяются итерационные экспериментально-расчетные методы [1, 7, 19, 20]. Они основаны на итерационной процедуре корректировки зависимости интенсивности напряжений от интенсивности деформаций пропорционально относительному различию значений осевых сил, полученных в расчете и эксперименте при неоднородном НДС с учетом образования шейки до разрыва. На основе экспериментов по кручению

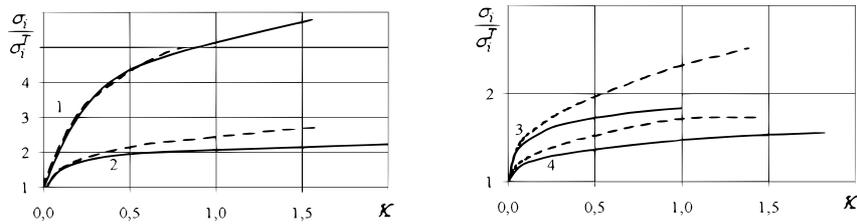


Рис. 4. Истинные диаграммы деформирования сталей 12X18H10T (1), 09Г2С (2), 10ХСНД (3) и 10Г2ФБЮ (4) при растяжении (пунктирные линии) и кручении (сплошные линии)

и растяжению стальных образцов с цилиндрической рабочей частью с применением предложенных алгоритмов построены истинные диаграммы деформирования для сталей 12X18H10T, 09Г2С, 10ХСНД и 10Г2ФБЮ (рис. 4, кривые 1–4 соответственно). На рис. 4 сплошными линиями отмечены истинные диаграммы деформирования, построенные из экспериментальных данных по монотонному кручению до разрушения образца, штриховыми – по одноосному растяжению с учетом образования шейки.

Для стали 12X18H10T «гипотеза единой кривой» подтверждается при больших деформациях, поскольку диаграммы деформирования при кручении и растяжении образцов из этого материала практически совпали при деформациях до 80% (рис. 4, кривые 1). Это согласуется с результатами исследования [19]. Для сталей 09Г2С и 10ХСНД «гипотеза единой кривой» выполняется при деформациях до 15% и 4% соответственно и не выполняется при больших деформациях. Диаграммы растяжения и кручения стали 10Г2ФБЮ (рис. 4, кривые 4), построенные при двух видах нагружения, отличаются друг от друга на всем интервале деформирования. При величине параметра Одкависта $\kappa = 0.09$ (момент начала образования шейки при одноосном растяжении) расхождение между кривыми составляет 4%, при $\kappa = 1$ –16%. В испытаниях сталей 12X18H10T, 09Г2С и 10Г2ФБЮ максимальное значение параметра Одкависта до разрушения достигается при кручении. Для стали 12X18H10T оно вдвое выше, чем при растяжении, а для сталей 09Г2С и 10Г2ФБЮ больше на 20%. Для стали 10ХСНД максимальное значение параметра Одкависта достигается при растяжении (в шейке), оно на 40% больше, чем при кручении.

Для численного моделирования процессов деформирования образцов при пропорциональном комбинированном нагружении растяжением-кручением реализована зависимость диаграммы деформирования от вида напряженного состояния. Уточненная диаграмма деформирования является линейной комбинацией диаграмм растяжения $\sigma_i^{ten} = \sigma_i^{ten}(\kappa)$ и кручения $\sigma_i^{tor} = \sigma_i^{tor}(\kappa)$, коэффициенты которой зависят от параметра вида напряженного состояния Π [11, 12, 17]:

$$\sigma_i = \begin{cases} |\Pi| \sigma_i^{ten}(\kappa) + (1 + |\Pi|) \sigma_i^{tor}(\kappa), & |\Pi| \leq 1, \\ \sigma_i^{ten}(\kappa), & 1 \leq |\Pi| \leq \sqrt{3}, \end{cases}$$

4. Построение истинных диаграмм деформирования при кинетическом индентировании шара в образец (проба Бринелля)

Для построения истинной диаграммы деформирования из эксперимента необходимо знать только зависимость нагружающей силы от глубины внедрения шара [21]. Методика построения диаграмм в этом случае аналогична описанной выше при растяжении образцов. В процессе численного решения задачи индентирования шара в образец осуществляется итерационная корректировка диаграммы

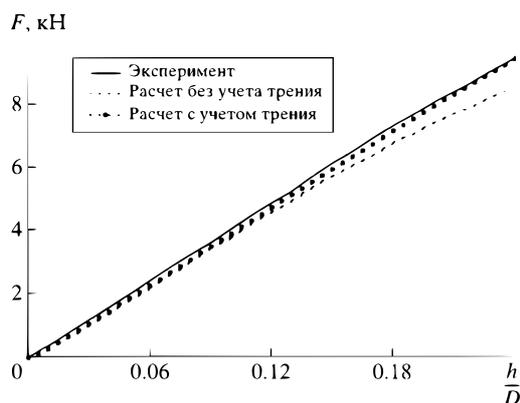


Рис. 5. Диаграммы вдавливания, полученные в эксперименте и при численном решении задачи с учетом и без учета сил трения между шаром и пластиной

деформирования пропорционально отношению значений нагружающей силы, полученных из эксперимента и расчета при одинаковой глубине проникновения шара. Для сходимости итерационной процедуры в качестве начального приближения также достаточно задать любую диаграмму деформирования упрочняющегося материала. Но в данном случае, в отличие от задачи растяжения, скорость сходимости сильно зависит от начального приближения. Для его выбора целесообразно воспользоваться известными аналитическими методами.

Для оценки влияния эффекта Баушингера и сил трения проводились численные и экспериментальные исследования внедрения стального шара диаметром 5 мм в пластину из сплава меди. Учет кинематического упрочнения (эффекта Баушингера) не оказывает значительного влияния на зависимость силы сопротивления от глубины внедрения шара. На рис. 5 представлены диаграммы вдавливания, полученные в эксперименте и при численном решении задачи с учетом и без учета трения между шаром и пластиной (F – нагружающая сила, h – глубина внедрения шара, D – диаметр шара). При развитых деформациях заметную роль играет учет сил трения. Максимальное значение интенсивности деформаций в расчете достигает 45%. Результаты расчета с коэффициентом трения $k = 0.3$ хорошо согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает близость диаграмм деформирования, полученных при растяжении образцов и при кинематическом индентировании.

5. Построение диаграмм деформирования и определение коэффициента сухого и вязкого трения при различных скоростях сжатия

Интегральные характеристики (силы и перемещения от времени) берутся из эксперимента на ударное сжатие образцов-таблеток из испытуемого материала, а коэффициент трения находится в результате итерационного процесса при численном моделировании задачи в осесимметричной постановке. Многочисленные расчеты, проведенные для различных материалов, чувствительных и нечувствительных к скорости деформации, показали, что изменения истинной диаграммы деформирования за счет учета сил трения мало влияют на бочкообразное формоизменение (высоту арки) образца-таблетки. Поэтому коэффициент трения можно определять без уточнения диаграммы деформирования, а затем строить истинную диаграмму деформирования с учетом сил трения при неоднородном НДС

образца. Разработанный алгоритм нахождения сил трения по Кулону позволяет определять силы трения на каждой контактной поверхности в соответствии с некоторой несимметрией бочкообразования по высоте таблетки, которая наблюдается в экспериментах на ударное сжатие [22]. Исследована зависимость коэффициентов сухого и вязкого трения при различных скоростях деформаций для различных материалов [23, 24]. Данный подход применим к обработке результатов испытаний на ударное сжатие как методом Гопкинсона, так и прямого удара.

6. Идентификация параметров динамической сжимаемости и сопротивления сдвигу грунтовой среды при внедрении ударников

На основе сочетания физического и математического моделирования процессов удара и проникания цилиндрических стержней разработан расчетно-экспериментальный метод идентификации деформационных и прочностных характеристик грунтовых сред в широком диапазоне изменения давлений. В результате определяются параметры уравнения состояния, при которых рассогласование экспериментальных и теоретических результатов гарантированно не превосходит ошибку эксперимента. Эффективность метода демонстрируется решением задачи идентификации параметров сопротивления песчаного грунта сжатию и сдвигу при скоростях внедрения до 1 км/с [25].

Заключение

Разработанный экспериментально-расчетный метод идентификации деформационных свойств упругопластических материалов имеет широкую область применимости. Он позволяет определять истинные диаграммы деформирования и другие параметры (например, коэффициент трения) при различных видах неоднородного НДС и больших деформациях испытуемых образцов. Интенсивность напряжений при построении диаграммы деформирования корректируется пропорционально отношению экспериментального и расчетного интегрального силового параметра. При этом распределение параметров неоднородного НДС в образце берется из расчета, а интегральные параметры измеряются экспериментально. Возможны два варианта практической реализации подхода: итерационный процесс определения диаграммы деформирования с многократным решением прямой задачи с помощью любого вычислительного пакета и однократный процесс прямого расчета с разбиением на этапы нагружения и нелинейной экстраполяцией, требующий модификации программного кода.

Литература

1. Пат. № 2324162 РФ. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии / В.Г. Баженов, С.В. Зефирова, Л.Н. Крамарев, С.Л. Осетров, Е.В. Павленкова. – № 2006115805/28; заявл. 06.05.2006; опубл. 10.05.2008, Бюл. № 13.
2. *Bazhenov V.G., Nagornyykh E.V., Osetrov S.L., Osetrov D.L.* Developing experimental-numerical methods for constructing true deformation diagrams of elastoplastic materials // *Badriev I.B., Banderov V.V., Lapin S.A. (Eds.) Mesh Methods for Boundary-Value Problems and Applications. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, V. 141.* – Springer, Cham., 2022. – P. 27–38. – doi: 10.1007/978-3-030-87809-2_3.
3. *Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А.* Моделирование поведения поведения упругопластических стержней при растяжении-кручении и построе-

- ние их диаграмм деформирования до разрыва с учетом вида напряженно-деформированного состояния // Доклады РАН. Физика, технические науки. – Т. 51, № 4. – 2021. – Р. 23–38. – doi: 10.31857/S268674002106002X.
4. *Баженов В.Г., Ломунов В.К.* Экспериментально-теоретическое исследование процесса образования шейки при растяжении стального трубчатого образца до разрыва // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2001. – Вып. 63. – С. 35–41.
 5. *Баженов В.Г., Зефирова С.В., Осетров С.Л.* Экспериментально-расчетный метод идентификации деформационных и прочностных свойств материалов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2006. – Т. 72, № 9. – С. 39–44.
 6. *Баженов В.Г., Зефирова С.В., Осетров С.Л.* Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов // Деформация и разрушение материалов. – 2007. – № 3. – С. 43–48.
 7. *Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л.* Анализ закономерностей растяжения упругопластических образцов и образования шейки с учетом краевых эффектов // Прикл. механика и техн. физика. – 2018. – Т. 59, № 4. – С. 133–140.
 8. *Баженов В.Г., Кибец А.И., Лаптев П.В., Осетров С.Л.* Экспериментально-теоретическое исследование предельных состояний упругопластических стержней различного поперечного сечения при растяжении // Проблемы механики: Сб. ст. к 90-летию со дня рожд. А.И. Ишлинского / Под ред. Климова Д.М. и др. – М.: Физматлит, 2003. – С. 116–123.
 9. *Баженов В.Г., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л.* Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического деформирования и разрушения стального шара при сжатии между пластинами // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2003. – Вып. 65. – С. 85–91.
 10. *Баженов В.Г., Зефирова С.В., Крамарев Л.Н., Павленкова Е.В.* Моделирование процессов деформирования и локализации пластических деформаций при кручении-растяжении тел вращения // Прикл. матем. и механика. – 2008. – Т. 72, № 2. – С. 342–350.
 11. *Баженов В.Г., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А.* Численно-экспериментальный анализ процессов растяжения-кручения цилиндрических образцов из стали 09Г2С при больших деформациях до разрушения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2018. – Т. 160, кн. 3. – С. 495–507.
 12. *Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А.* Экспериментальное и теоретическое исследование больших деформаций цилиндрических образцов из стали 09Г2С с концентраторами напряжений при нагружении растяжением-кручением до разрушения // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. – 2018. – № 4. – С. 69–81. – doi: 10.15593/pern.mech/2018.4.06.
 13. *Зубчанинов В.Г.* Механика сплошных деформируемых сред. – Тверь: ТГТУ, ЧуДо, 2000. – 703 с.
 14. *Ипатов А.В., Вильдеман В.Э.* Построение материальных функций неупругого деформирования алюминиевого сплава Д16Т по результатам испытаний на растяжение и кручение // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2012. – № 4. – С. 106–114.
 15. *Маллинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
 16. *Ломакин Е.В., Мельников А.М.* Задачи плоского напряженного состояния тел с вырезами, пластические свойства которых зависят от вида напряженного состояния // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2011. – № 1. – С. 77–89.

17. Капустин С.А., Горохов В.А., Виленский О.Ю., Кайдалов В.Б., Руин А.А. Соотношения модели поврежденной среды для материалов, подвергающихся терморационным воздействиям // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – № 74. – С. 5–15.
18. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Пластическое деформирование материалов, чувствительных к виду напряженного состояния // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. – 2018. – № 1. – С. 29–39. – doi: 10.15593/perm.mech/2018.1.03.
19. Владимиров С.А., Трефилов С.И. Исследование процесса глубокого деформирования образцов с кольцевой выточкой при их растяжении // Космонавтика и ракетостроение. – 2017. – № 3. – С. 81–85.
20. Катая М., Kawakubo M. A procedure for determining the true stress-strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis // Mech. Mater. – 2011. – V. 43, No 5. – P. 243–253. – doi: 10.1016/j.mechmat.2011.02.007.
21. Баженов В.Г., Зефирова С.В., Осетров С.Л. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость // Докл. Акад. наук. – 2006. – Т. 407, № 2. – С. 183–185.
22. Bazhenov V.G., Osetrov D.L. Method of identification of dry and viscous friction forces and construction of dynamic deformation diagrams of metals in experiments with impact compression // Lobachevskii J. Math. – 2019. – V. 40, No 3. – P. 278–283. – doi: 10.1134/S1995080219030065.
23. Баженов В.Г., Баранова М.С., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Метод определения сил трения в экспериментах на ударное сжатие и построение динамических диаграмм деформирования металлов и сплавов // Докл. Акад. наук. – 2018. – Т. 481, № 5. – С. 490–493.
24. Баженов В.Г., Котов В.Л. Метод идентификации упругопластических свойств грунтовых сред при внедрении ударников // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2008. – № 4. – С. 184–190.
25. Баженов В.Г., Котов В.Л. Идентификация параметров динамической сжимаемости и сопротивления сдвигу грунтовой среды при внедрении ударников // Докл. Акад. наук. – 2006. – Т. 408, № 3. – С. 333–336.

Поступила в редакцию
03.10.2022

Баженов Валентин Георгиевич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник лаборатории математического моделирования и идентификации свойств материалов Научно-исследовательского института механики

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
пр. Гагарина, д. 23, г. Нижний Новгород, 603022, Россия
E-mail: bazhenov@mech.unn.ru

Нагорных Елена Владимировна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории математического моделирования и идентификации свойств материалов Научно-исследовательского института механики

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
пр. Гагарина, д. 23, г. Нижний Новгород, 603022, Россия
E-mail: pavlyonkova@mech.unn.ru

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2022, vol. 164, no. 4, pp. 316–328

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2022.4.316-328

**Numerical Analysis of Large Elastoplastic Deformations
of Bodies and Continua and Identification of Their Deformation
Diagrams under Different Types of Loading**

*V.G. Bazhenov**, *E.V. Nagornyykh***

*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, 603022 Russia*

E-mail: **bazhenov@mech.unn.ru*, ***pavlyonkova@mech.unn.ru*

Received September 19, 2022

Abstract

Based on the experimental-computational approach, a method for identifying deformation diagrams of elastoplastic materials by considering the inhomogeneity of the stress-strain state and large deformations was developed. Examples of the application of this method for various types of loading of the tested samples were presented: tension and torsion of cylindrical rods, kinetic indentation of a ball and a cylinder, dynamic compression of tablet samples, etc. A technique for interpolating the deformation diagram to take into account the type of stress state was proposed.

Keywords: experimental-computational approach, elastoplastic material, numerical technique, tension, torsion, compression, static and dynamic indentation, construction of true deformation diagrams, large plastic deformations

Figure Captions

Fig. 1. Iterative process of constructing a deformation diagram: 1 – initial approximation; 2–10 – iterations 1–9, respectively.

Fig. 2. Changes in the axial forces obtained by the iterative procedure: 1 – initial approximation; 2–10 – iterations 1–9, respectively.

Fig. 3. Extrapolation procedure (dashed lines) of dependence K (2) and deformation diagrams (1).

Fig. 4. True deformation diagrams of steels 12Kh18N10T (1), 09G2S (2), 10KhSND (3), and 10G2FBYu (4) under tension (dashed lines) and torsion (solid lines).

Fig. 5. Indentation diagrams obtained in the experiment and in the numerical solution of the problem with and without taking into account the forces of friction between the ball and the plate.

References

1. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. A method for identification of the deformation and strength properties of materials under large deformations and inhomogeneous stress-strain state. Patent RF no. 2324162, 2008. (In Russian)

2. Bazhenov V.G., Nagornykh E.V., Osetrov S.L., Osetrov D.L. Developing experimental-numerical methods for constructing true deformation diagrams of elastoplastic materials. In: Badriev I.B., Banderov V.V., Lapin S.A. (Eds.) *Mesh Methods for Boundary-Value Problems and Applications. Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Vol. 141. Springer, Cham, 2022, pp. 27–38. doi: 10.1007/978-3-030-87809-2_3.
3. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Nagornykh E.V., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Modeling the behavior of elastoplastic rods during tension-torsion deformation and plotting their strain diagram before rupture while taking into account the type of stress-strain state. *Dokl. Phys.*, 2021, vol. 66, no. 11, pp. 311–315. doi: 10.1134/S102833582111001X.
4. Bazhenov V.G., Lomunov V.K. Experimental and theoretical studying of neck formation under tension of a steel tubular sample to rupture. In: *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. Nizhny Novgorod, Izd. NNGU, 2001, no. 63, pp. 35–41. (In Russian)
5. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Experimental and computing method for identification of strain and strength properties of materials. *Zavod. Lab. Diagn. Mater.*, 2006, vol. 72, no. 9, pp. 39–44. (In Russian)
6. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Method of identifying strain and strength properties of metals and alloys. *Deform. Razrushenie Mater.*, 2007, no. 3, pp. 43–48. (In Russian)
7. Bazhenov V.G., Osetrov S.L., Osetrov D.L. Analysis of stretching of elastoplastic samples and necking with edge effects. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2018, vol. 59, no. 4, pp. 693–698. doi: 10.1134/S0021894418040168.
8. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Laptev P.V., Osetrov S.L. Experimental and theoretical investigation of the limiting states of elastoplastic rods of different cross sections under tension. In: *Problemy mekhaniki: Sb. st. k 90-letiyu so dnya rozhd. A.I. Ishlinskogo* [Problems of Mechanics: A Collection of Articles Honoring the 90th Anniversary of A.I. Ishlinskii's Birthday]. Klimov D.M. et al. (Eds.). Moscow, Fizmatlit, 2003, pp. 116–123. (In Russian)
9. Bazhenov V.G., Kramarev L.N., Osetrov S.L. Experimental and theoretical studying of elastoplastic deformation and fracture of a steel ball when compressed between plates. In: *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. Nizhny Novgorod, Izd. NNGU, 2003, no. 65, pp. 85–91. (In Russian)
10. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Pavlenkova E.V. Modelling of the deformation processes and the localization of plastic deformations in the torsion-tension of solids of revolution. *J. Appl. Math. Mech.*, 2008, vol. 72, no. 2, pp. 226–232. doi: 10.1016/j.jappmathmech.2008.04.001.
11. Bazhenov V.G., Nagornykh E.V., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Numerical and experimental analysis of tension-torsion processes in cylindrical samples made of 09g2s steel under large deformations before destruction. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2018, vol. 160, no. 3, pp. 495–507. (In Russian)
12. Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Nagornykh E.V., Osetrov D.L., Ryabov A.A. The experimental and theoretical study of large deformations of cylindrical samples from steel 09G2S with stress concentrators under tension-torsion loading to failure. *Vestn. Permsk. Nats. Issled. Politekh. Univ. Mekh.*, 2018, no. 4, pp. 69–81. doi: 10.15593/perm.mech/2018.4.06.
13. Zubchaninov V.G. *Mekhanika sploshnykh deformiruemykh sred* [Mechanics of Continuous Deformable Media]. Tver, TGTU, ChuDo, 2000. 703 p. (In Russian)
14. Ipatova A.V., Vildeman V.E. Construction of material functions of aluminum alloy D16T inelastic deformation based on the results of tests of tension and torsion. *Vestn. Samar. Gos. Tekh. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2012, no. 4, pp. 106–114. (In Russian)

15. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied Theory of Plasticity and Creep]. Moscow, Mashinostroenie, 1975. 400 p. (In Russian)
16. Lomakin E.V., Melnikov A.M. Plane stress state problems for notched bodies whose plastic properties depend on the form of the stress state. *Mech. Solids*, 2011, no. 1, pp. 77–89. doi: 10.3103/S0025654411010092.
17. Kapustin S.A., Gorokhov V.A., Vilenskii O.Yu., Kaidalov V.B., Ruin A.A. Relations of the damaged medium model for materials subjected to thermal-radiation loading. *Probl. Prochn. Plast.*, 2012, no. 74, pp. 5–15. (In Russian)
18. Bondar V.S., Abashev D.R. Plastic deformation of materials sensitive to a type of stress state. *Vestn. Permsk. Nats. Issled. Politekh. Univ. Mekh.*, 2018, no. 1, pp. 29–39. doi: 10.15593/perm.mech/2018.1.03.
19. Vladimirov S.A., Trefilov S.I. Studying the process of deep deformation of samples with circular recess during stretching. *Kosmonavt. Raketost.*, 2017, no. 3, pp. 81–85. (In Russian)
20. Kamaya M., Kawakubo M. A procedure for determining the true stress-strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis. *Mech. Mater.*, 2011, vol. 43, no. 5, pp. 243–253. doi: 10.1016/j.mechmat.2011.02.007.
21. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Experimental and computing method for constructing true deformation diagrams at large strains on the basis of tests for hardness. *Dokl. Phys.*, 2006, vol. 51, no. 3, pp. 118–121. doi: 10.1134/S1028335806030050.
22. Bazhenov V.G., Osetrov D.L. Method of identification of dry and viscous friction forces and construction of dynamic deformation diagrams of metals in experiments with impact compression. *Lobachevskii J. Math.*, 2019, vol. 40, no. 3, pp. 278–283. doi: 10.1134/S1995080219030065.
23. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Method for determining friction forces in experiments on shock compression and construction of dynamic stress-strain diagrams of metals and alloys. *Dokl. Phys.*, 2018, vol. 63, no. 8, pp. 331–333. doi: 10.1134/S1028335818080049.
24. Bazhenov V.G., Kotov V.L. Method for identifying elastoplastic properties of ground media by penetration of impactors. *Mech. Solids*, 2008, vol. 43, no. 4, pp. 678–684. doi: 10.3103/S002565440804016X.
25. Bazhenov V.G., Kotov V.L. Determination of dynamic-compressibility parameters and of shear strength for a ground medium by the striker-penetration method. *Dokl. Phys.*, 2006, vol. 51, no. 5, pp. 279–282. doi: 10.1134/S1028335806050120.

Для цитирования: Баженов В.Г., Нагорных Е.В. Численный анализ больших упругопластических деформаций тел и сред и идентификация их диаграмм деформирования при различных видах нагружения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2022. – Т. 164, кн. 4. – С. 316–328. – doi: 10.26907/2541-7746.2022.4.316-328.

For citation: Bazhenov V.G., Nagornykh E.V. Numerical analysis of large elastoplastic deformations of bodies and continua and identification of their deformation diagrams under different types of loading. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2022, vol. 164, no. 4, pp. 316–328. doi: 10.26907/2541-7746.2022.4.316-328. (In Russian)