Научный дайджест: φ-распределения и φ-решения по В.С. Мокейчеву

Подготовил: А.М. Сидоров Отчетный период: декабрь 2019 г.

В теории дифференциальных уравнений в частных производных (PDE) понятие решения – это ключевой момент. Как известно, существуют PDE и математические модели, не имеющие ни классического, ни обобщенного решения. Например, уравнение колебания струны, закрепленной на концах отрезка, не имеет обобщенного решения, если параметр уравнения – число Лиувилля. Это противоречит физике процесса.

Стремление изложить теорию разрешимости без предположения о типе изучаемого PDE (эллиптического, гиперболического, параболического) и дать универсальное понятие решения привело к введению понятия φ_B-распределения со значениями в некотором банаховом пространстве B.

Понятие φ-распределения и φ-решения ($\varphi_B = \varphi$, когда B – евклидово пространство) были в свое время введены В.С. Мокейчевым как удобный инструмент для исследования разрешимости ряда PDE и соответствующих математических моделей. К числу главных достоинств пространства φ-распределений относится разложимость его элементов, и только их, в ряды по заданной системе элементов φ.

Построение соответствующей теории в работах В.С. Мокейчева и А.М. Сидорова позволило сконструировать решения для ряда математических моделей, не имеющих решения в пространстве обобщенных функций, в частности, получить решения граничных задач для линейных PDE.

Недавним достижением в развитии указанной теории стало получение условий, при выполнении которых процесс $U(t, x)$ с математической моделью, имеющей структуру вида

$$\sum C_{\alpha,j}(t) D_t^j D_x^\alpha U = f(t,x),$$

является динамическим, т.е. каждое его состояние определяется начальным состоянием, что эквивалентно однозначной разрешимости соответствующей задачи. При этом пространство разрешимости задачи есть пространство φ_B-распределений специального вида.