

УДК 539.189.1

ПОПРАВКИ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ К ЛЭМБОВСКОМУ СДВИГУ В МЮОННОМ ВОДОРОДЕ

А. А. Васильев, Р. Х. Гайнутдинов, А. С. Июдин, А. А. Мутыгуллина

Аннотация

Обсуждается лэмбовский сдвиг энергетических уровней мюонного водорода. Показано, что в высших порядках имеются поправки к лэмбовскому сдвигу, которые ранее не учитывались при описании мюонных атомов. Проведено сравнение этих поправок с известными поправками квантовой электродинамики к лэмбовскому сдвигу в мюонном водороде и показано, что в высоких порядках их необходимо учитывать.

Ключевые слова: мюонные атомы, лэмбовский сдвиг, поправки высших порядков.

Введение

Несмотря на то что мюонные атомы на протяжении последних нескольких десятилетий вызывают большой интерес, связанный с применением физики мюонных атомов, например, для проверки на точность высших порядков квантовой электродинамики (КЭД) и изучения распределений зарядов в ядрах, до сих пор существуют расхождения между экспериментальными данными и теоретическими расчетами [1]. Наибольший вклад в поправку к энергетическим уровням тяжелых атомов, рассчитанную с использованием уравнения Дирака, вносят эффекты, связанные с поляризацией вакуума и учетом структуры ядра. Однако с ростом точности экспериментальных измерений все яснее становится расхождение между экспериментальными данными и результатами теоретических вычислений. В работе [2] описывается различие между новыми экспериментальными значениями и теоретическими вычислениями для уровня $2p$ атома ^{90}Zr . В работе [3] рассматривается эксперимент по изучению рентгеновского излучения мюонных атомов ^{208}Pb и показывается, что различие между измеренным экспериментально и полученным теоретически значением сдвига уровня $3p$ составляет 300–500 эВ, что примерно соответствует величине сдвига для уровня $2p$. Далее, в работе [4], посвященной изучению энергий переходов для низколежащих состояний мюонных атомов ^{90}Zr и ^{208}Pb , показывается, что частично такое расхождение между результатами экспериментов и теоретическими данными может быть устранено путем учета поправок на поляризацию ядра и на влияние ядерного магнитного и электрического квадрупольного моментов. Однако такой учет не устраняет это расхождение полностью, и в работе делается вывод о том, что оставшееся различие между теорией и экспериментом не связано с влиянием ядра и окружающих частиц. Самым значимым источником поправок к значениям энергий уровней мюонных атомов являются эффекты поляризации электронного вакуума. В работах [3–5] эти эффекты рассматриваются с использованием формализма квантовой электродинамики, во многом основанного на адиабатической гипотезе. Например, в работе [5], претендующей на большую точность, в которой рассчитываются поправки шестого порядка, все же различия между теорией и экспериментом не укладываются в ожидаемую точность стандартных квантовоэлектродинамических вычислений. Это показывает ограниченность применения стандартной КЭД. Поэтому в данной работе для описания

взаимодействия между ядром и мюоном мы используем обобщенную квантовую динамику (ОКД), развитую в работе [6].

1. Поправки к энергетическим уровням мезоатомов

Наиболее интересным с теоретической точки зрения аспектом теории мюонных атомов является то, что разработка такой полной и возможно более точной теории обеспечит описание физической системы, в которой возможна точная экспериментальная проверка законов квантовой электродинамики. Однако на пути разработки такой теории встают значительные трудности. Трудности эти обусловлены тем, что из-за большей массы мюона по сравнению с электроном эффекты, которые в электронных атомах дают пренебрежимо малый вклад в значения энергий уровней, такие, как влияние эффектов отдачи ядра или поправки Калина–Сабри, в мюонных атомах могут быть значительными. Прежние расчеты с появлением новых данных экспериментов должны постоянно уточняться, кроме этого периодически открываются новые эффекты, влияющие на энергетические уровни в мюонных атомах. Все эти эффекты могут быть условно разделены на две большие группы: квантовоэлектродинамические эффекты, обусловленные процессами поляризации вакуума, и эффекты, связанные с влиянием ядра и окружающих мюон частиц. К поправкам второй группы относится поправка на конечный размер ядра, особенно сильно проявляющая себя в тяжелых атомах. Гамильтониан, описывающий взаимодействие мюона с ядром, имеет вид [7]

$$H_{N\mu} = H_N + \vec{\alpha} \mathbf{p} + \beta m_r + e \vec{\alpha} \mathbf{A} + V_0(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $V_0(\mathbf{r})$ – электростатический потенциал ядра с учетом распределения $\rho(\mathbf{r}')$ заряда в ядре. Поправки, обусловленные влиянием ненулевых квадрупольного электрического и дипольного магнитного моментов ядра, вычисляются путем рассмотрения векторного потенциала $e \vec{\alpha} \mathbf{A}$, входящего в состав гамильтониана взаимодействия (1) [1]. На взаимодействие мюона с ядром влияют атомные электроны. Это влияние довольно трудно учесть, так как после захвата мюона ядром (на уровень с главным квантовым числом $n \sim 14$) он переходит на более низкий уровень с испусканием оже-электронов, поэтому бывает трудно определить количество электронов в атоме в данный момент. Наиболее простой подход предполагает, что на взаимодействие мюон-ядро влияют только $1s$ электроны [8]. Поправка, связанная с эффектами отдачи ядра, была рассчитана Барреттом в работе [9]. При расчете влияния эффектов поляризации ядер на энергию мюонного атома используется метод, предложенный Эриксоном и Хаффнером в работе [10]. Однако этот метод применим только для уровней, удаленных от ядра настолько, что не наблюдается перекрытия мюона и ядра.

Для нас в данной работе наибольший интерес представляют поправки, связанные с эффектами поляризации вакуума, являющиеся наиболее важными КЭД-поправками к энергетическим уровням мюонных атомов. На рис. 1 представлены диаграммы, описывающие поправки Юлинга порядка $\alpha(Z\alpha)$ и $\alpha^2(Z\alpha)^2$. Диаграммы на рис. 2 описывают поправки Калина–Сабри [1] порядка $\alpha^2(Z\alpha)$. На рис. 3 изображены диаграммы, описывающие поправки Вэйчманна–Кролла [11] порядка $\alpha(Z\alpha)^{2n+1}$ для $n = 1, 2$. Перечисленные поправки и другие поправки высокого порядка рассчитываются по диаграммам Фейнмана с использованием формализма адиабатической S -матрицы, который является одним из основных методов решения проблемы связанных состояний в квантовой электродинамике. Важной особенностью этого формализма является то, что в нем КЭД-поправки к энергетическим уровням атомов выражаются через элементы S -матрицы, что

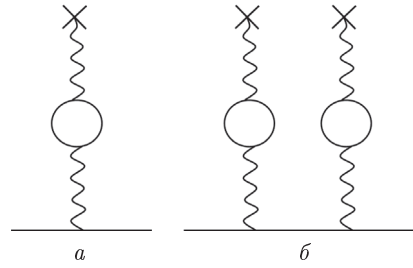


Рис. 1. (а) Диаграмма Фейнмана, соответствующая поправке Юлинга порядка $\alpha(Z\alpha)$; (б) Диаграмма Фейнмана, соответствующая поправке Юлинга во втором приближении порядка $\alpha^2(Z\alpha)^2$

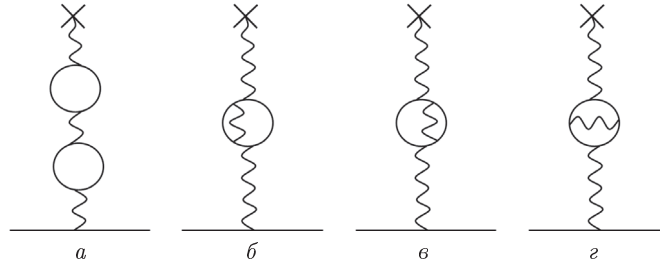


Рис. 2. (а, б, в, г) Диаграммы Фейнмана, соответствующие поправке Калина – Сабри порядка $\alpha^2(Z\alpha)$

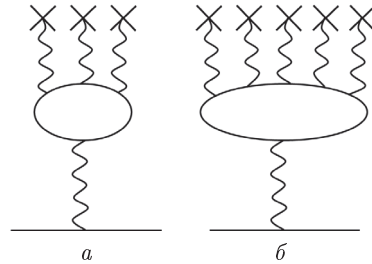


Рис. 3. (а, б) Диаграммы Фейнмана, соответствующие поправке Вэйчманна – Кролла порядка $\alpha(Z\alpha)^{2n+1}$ для $n = 1, 2$

позволяет использовать ковариантную теорию перенормировок для устранения расходимостей. В работе [12] было предложено при описании КЭД-поправок к энергетическим уровням мюонных атомов использовать формализм ОКД. Преимущество использования этого формализма заключается в том, что он позволяет описывать динамику системы, взаимодействие в которой является нелокальным во времени. Это, в частности, открывает возможность для построения эффективных теорий, в которых явно учитывается естественная нелокальность эффективного взаимодействия. Примером такой теории является эффективная теория, которая в работе [12] использовалась для описания энергетических уровней мюонных атомов с учетом поляризации вакуума. Оператор взаимодействия в этой теории является суммой оператора, описывающего кулоновское взаимодействие мюона с ядром, и оператора, который описывает нелокальное взаимодействие, связанное с поляризацией вакуума. Эта теория является обобщением обычной теории мюонных атомов, в которой поправка к кулоновскому потенциалу, связанная с поляризацией

вакуума, описывается потенциалом Юлинга. С точностью до $\alpha(Z\alpha)$ эти теории приводят к одинаковым результатам. Это означает, что эффекты нелокальности проявляются в поправках к лэмбовскому сдвигу в мюонных атомах в более высоком порядке. Следует отметить, что эти нелокальные поправки имеют совершенно другую природу, чем поправки Калина-Сабри и Вэйчманна–Кролла. Это означает, что имеются поправки к лэмбовскому сдвигу в мюонных атомах, которые не учитываются в обычной теории. Эти поправки относятся к поправкам более высокого порядка $\alpha(Z\alpha)$. Ниже на примере мюонного водорода мы проведем сравнение этих поправок с поправками шестого порядка, рассчитанными в работе [5].

2. Нелокальные поправки к лэмбовскому сдвигу в мюонном водороде

Мюонный водород является одним из важнейших объектов исследований в КЭД и теории мюонных атомов. Это связано с тем, что, с одной стороны, все характерные для мюонных атомов КЭД эффекты проявляются и в случае мюонного атома, а с другой – структура ядра таких атомов не сказывается на наблюдаемых так же существенно, как в случае тяжелых мюонных атомов, и при расчетах можно использовать приближение точечного ядра. Рассмотрим поправку к энергетическому уровню мюонного атома, к которой приводит решение обобщенного динамического уравнения в приближении точечного ядра.

Оператор Грина мюона в поле ядра можно представить в виде [12]:

$$G(z) = \sum_n \frac{|\psi_n\rangle\langle\psi_n|}{z - E_n^0 - C_n(z)}. \quad (2)$$

Здесь $|\psi_n\rangle$ – собственные вектора гамильтониана в уравнении Дирака, E_n^0 – энергия, то есть собственное значение гамильтониана Дирака. Функция $C_n(z)$ в пропагаторе (2) будет описывать взаимодействие атома с вакуумом. Решение обобщенного динамического уравнения в лидирующем порядке [12] приводит к следующему выражению для $C_n(z)$, соответствующего дискретной части спектра:

$$C_n(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} U_n(p) \langle \mathbf{p}_2 | B_{pol}(z) | \mathbf{p}_1 \rangle, \quad (3)$$

где

$$U_n(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3r |\psi_n(\mathbf{r})|^2 \exp(-i\mathbf{p}\mathbf{r}), \quad (4)$$

$$\langle \mathbf{p}_2 | B_{pol}(z) | \mathbf{p}_1 \rangle = -\frac{Ze^2}{p^4} \left(\tilde{\Pi}_{00}(z - E_{p_1}, p) + \tilde{\Pi}_{00}(z - E_{p_2}, p) \right). \quad (5)$$

Энергия связанного состояния определяется значением $z = E_n$, при котором гринковский оператор (2) имеет полюс, то есть

$$z - E_n^0 - C_n(z) = 0. \quad (6)$$

Раскладывая $C_n(z)$ в окрестности точки $z = E_n^0$ в ряд, получаем

$$C_n(z) = C_n(E_n^0) + (z - E_n^0) \frac{d}{dz} C_n(z) \Big|_{z=E_n^0} + \dots \quad (7)$$

Для энергии связанного состояния получаем

$$E_n = E_n^0 + C_n(E_n^0) + C_n(E_n^0) \frac{d}{dz} C_n(z) \Big|_{z=E_n^0} \cdot (1 + O\{\alpha(Z\alpha)\}). \quad (8)$$

Здесь мы учли, что $C_n(E_n^0) \sim \alpha(Z\alpha)$. Полагая $z = E_n^0$ в уравнении (3), для $C_n(E_n^0)$ получаем

$$C_n(E_n^0) = \frac{2Z\alpha^2}{3\pi^2} \int_0^\infty dp p^2 U_n(p) \int_1^\infty dx \frac{(x + \frac{1}{2})\sqrt{(x-1)}}{x^{5/2}(4m_e^2x + p^2)}. \quad (9)$$

Это уравнение в точности совпадает с выражением для поправки Юлинга, которое было получено в рамках обычного подхода к теории мюонного атома. Таким образом, $C_n(E_n^0)$ в разложении E_n представляет собой поправку Юлинга, а величину

$$\Delta E_{n,non} \equiv C_n(E_n^0) \frac{d}{dz} C_n(z) \Big|_{z=E_n^0} \cdot (1 + O\{\alpha(Z\alpha)\}) \quad (10)$$

можно рассматривать как поправку к юлинговской поправке ΔE_{Ueh} . Эту поправку можно назвать нелокальной, поскольку она представляет собой разность значения энергий состояний мюонного атома, полученного путем решения обобщенного динамического уравнения с нелокальным во времени оператором взаимодействия и решения уравнения Дирака, в котором к кулоновскому потенциалу добавлен потенциал Юлинга. С другой стороны, поправка Юлинга может быть получена в рамках формализма адиабатической S -матрицы как вклад от процесса, описываемого фейнмановской диаграммой, представленной на рис. 1, *a*. Очевидно, этот процесс так же, как и процессы, которые описываются диаграммами, изображенными на рис. 2 и 3, является нелокальным. Однако это диаграммы, которые дают вклад в S -матрицу, и в этом случае мы имеем дело с амплитудами на массовой поверхности. Поэтому амплитуда, описываемая диаграммой, изображенной на рис. 1, *a*, соответствует значению энергии $z = E_n^0$. Преимущество подхода к теории мюонного атома, основанного на формализме ОКД, заключается в том, что в его рамках амплитуда $C_n(z)$, описывающая взаимодействие атома с вакуумом, определяется не только в точке $z = E_n^0$, что позволяет, используя уравнение (6), точно определить значение энергии, при которой оператор Грина имеет полюс, а это и есть точное значение энергии. Используя выражение (10), мы провели расчет нелокальной поправки к энергетическим уровням состояний $1s$, $2s$ и $2p$ мюонного атома водорода. Результаты расчета для энергии переходов ΔE_{non} представлены в табл. 1, где для сравнения приведены значения поправок шестого порядка, полученных в работе [5]. В работе [5] утверждалось, что этими поправками исчерпываются поправки к энергетическим уровням мюонного водорода в шестом порядке (α^3) теории возмущений. В табл. 1 каждая поправка ΔE_i для $i = 1, \dots, 7$ относится к соответствующим ей диаграммам Фейнмана [5]. Однако, как видно из табл. 1, наша нелокальная поправка сопоставима по величине с поправками шестого порядка, и ее необходимо учитывать для того, чтобы уменьшить расхождения между теорией и экспериментом.

Заключение

В работе рассмотрены основные источники поправок к энергетическим уровням мюонных атомов. Показано, что все рассмотренные поправки, относящиеся к поправкам КЭД, строятся исходя из стандартной формулировки квантовой электродинамики, во многом опирающейся на адиабатическую гипотезу. Тем не менее такой подход не учитывает зависимость от z в операторах взаимодействия и в гриновских операторах. Было показано, что учет такой зависимости в рамках обобщенной квантовой динамики приводит к дополнительным поправкам, которые нельзя получить в рамках стандартной КЭД. Эти поправки были рассчитаны для мюонного атома водорода и оказались сопоставимы по величине с поправками

Табл. 1

Поправка ΔE_{non} к энергетическим переходам мюонного атома водорода в сравнении с поправками шестого порядка [5], значения в эВ

Поправки	$2p_{1/2} - 2s_{1/2}$	$2p_{3/2} - 2s_{1/2}$	$2p_{1/2} - 1s_{1/2}$	$2p_{3/2} - 1s_{1/2}$
ΔE_{non}	$3.16 \cdot 10^{-7}$	$3.16 \cdot 10^{-7}$	$9.98 \cdot 10^{-6}$	$9.98 \cdot 10^{-6}$
ΔE_1	$3.96 \cdot 10^{-7}$	—	—	—
ΔE_2	$2.93 \cdot 10^{-6}$	—	—	—
ΔE_3	$8.64 \cdot 10^{-7}$	—	—	—
ΔE_4	$1.10 \cdot 10^{-6}$	—	—	—
ΔE_5	$5.81 \cdot 10^{-7}$	—	—	—
ΔE_6	$1.57 \cdot 10^{-6}$	—	—	—
ΔE_7	$1.61 \cdot 10^{-7}$	—	—	—

шестого порядка КЭД. Важно, что с ростом Z величина нелокальной поправки растёт быстрее, чем величина поправок Калина–Сабри и Вэйчманна–Кролла, и для тяжелых мюонных атомов эти поправки могут быть сопоставимы. Можно надеяться, что учет этой новой поправки позволит уменьшить расхождение между теорией и экспериментом в случае мюонного атома ^{208}Pb , которое, как отмечалось в работе [4], не может быть устранено путем моделирования поляризации ядер.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2965.2008.2).

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.S. Iyudin, A.A. Mutygullina, A.A. Vasil'ev. High-Order Corrections to Lamb Shift of Muonic Hydrogen.

The article views Lamb shift of energy levels in muonic hydrogen. Corrections to Lamb shift of muonic atoms are revealed, which were not taken into account before. These corrections are compared with the known QED corrections to Lamb shift of muonic hydrogen. It is shown that they must be taken into account in high orders.

Key words: muonic atoms, Lamb shift, high-order corrections.

Литература

1. *Borie E. et al* Radiative Corrections to Back Scattering // *Z. Phys.* – 1976. – V. A278. – P. 770.
2. *Phan T., Bergem P. et al* Nuclear Polarization In Muonic Zr-90 // *Phys. Rev. C.* – 1985. – V. 32. – P. 1007.
3. *Bergem P., Piller G., Rueetchi A., Shaller L., Schellenberg L., Schneuwly H.* Nuclear polarization and charge moments of ^{208}Pb from muonic X rays // *Phys. Rev. C.* – 1988. – V. 37. – P. 2821–2833.
4. *Haga A., Horikawa Y., Toki H.* Reanalysis of muonic ^{90}Zr and ^{208}Pb atoms // *Phys. Rev. C.* – 2007. – V. 75. – P. 044315-1–044315-8.
5. *Kinoshita T., Nio M.* Sixth-order vacuum-polarization contribution to the Lamb shift of muonic hydrogen // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – V. 82. – P. 3240–3243.
6. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal Interactions and Quantum Dynamics // *J. Phys. A: Math.Gen.* – 1999. – V. 32. – P. 5657–5677.

7. *Borie E., Rinker G.A.* The Energy Levels of Muonic Atoms // Rev. of Mod. Phys. – 1982. – V. 54. – P. 67–118.
8. *Vogel P.* Atomic Aftereffects and the Line Shape of Muonic X Rays // Phys. Rev. A – 1973. – V. 7. – P. 2292–2297.
9. *Barrett R.C. et al* The Eigenchannel Method and Related Theories for Nuclear Reactions // Rev. Mod. Phys. – 1973. – V. 45. – P. 44–108.
10. *Ericson R., Huffne B.* Time dependence of the vacuum-ultraviolet emissions in krypton excited by 250-KeV electrons // Phys. Rev. A. – 1972. – V. 9. – P. 251–259.
11. *Wichmann E., Kroll N.* Vacuum Polarization in a Strong Coulomb Field // Phys. Rev. – 1956. – V. 101. – P. 843–859.
12. *Gainutdinov R.Kh., Iyudin A.S., Mutygullina A.A.* Description of the Polarization Effects in the Muonic Atoms within the Framework of Generalized Quantum Dynamics // Proc. of SPIE. – 2006. – V. 6181. – Art. 618113.

Поступила в редакцию
01.03.08

Васильев Александр Александрович – магистрант кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *sanyek_vasil_ev@mail.ru*

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

Июдин Алексей Сергеевич – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *kt266avkv8@mail.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*