УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
*Том 148, кн. 1* Физико-математические науки *2006*

УДК 535.2

# КВАНТОВОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ РАДИАЦИОННО-СБАЛАНСИРОВАННОГО ЛАЗЕРА

*С.В. Петрушкин*

**Аннотация**

Представлено квантово-механическое описание квазидвухуровневого твердотельного лазера, которое может быть использовано для исследования влияние фононов решетки на динамические характеристики лазера, функционирующего в режиме радиационного баланса.

## Введение

Разработка мощных и сверхмощных твердотельных лазеров является в настоящее время важной проблемой лазерной физики. Известно, что обычный твердотельный лазер работает с выделением тепла. Чтобы избавиться от нагрева, создаются специальные внешние устройства охлаждения, дополняющие конструкцию лазера. В лазерах большой мощности такие внешние устройства могут оказаться малоэффективными, так как при охлаждении горячего рабочего вещества лазера извне возникают градиенты температуры и усиление внутренних напряжений в среде. Это, в свою очередь, приводит если не к разрушению рабочего стержня, то к ухудшению характеристик лазерного излучения и к падению мощности генерации.

В качестве способа компенсации выделяемого в твердотельных лазерах тепла недавно было предложено использовать механизм антистоксового охлаждения [1, 2]. В большинстве случаев мощность поглощения превышает мощность излучения, и их разница идет на увеличение внутренней энергии среды, приводящее к нагреву. Однако удивительным свойством ряда материалов является спонтанное излучение на большей частоте, чем частота поглощенного света. Это явление при соблюдении определенных условий может приводить к охлаждению среды, когда указанная разница в энергиях компенсируется за счет уменьшения внутренней энергии самого вещества. Лазерные системы, совмещающие в себе процесс генерации когерентного излучения и процесс антистоксового охлаждения, компенсирующий нагрев активной среды, были названы радиационно-сбалансированными лазерами [1] или самоохлаждающимися твердотельными лазерами [3].

Применять антистоксов механизм охлаждения было предложено двумя путями: использовать одни и те же примесные ионы как для усиления излучения, так и для охлаждения лазерной среды [1] или легировать активную среду лазера дополнительно примесью-хладагентом (так называемый двухпримесный лазер [2, 3]).

Нами уже была разработана квантовая теория двухпримесного лазера [4], а в данной работе предложена квантовая теория радиационно-сбалансированного лазера. Из первых принципов квантовой статистической физики получаем систему дифференциальных уравнений Гейзенберга, описывающих динамику квазидвухуровневого твердотельного лазера с учетом теплообмена активной среды лазеры с кристаллической решеткой. В условиях, когда плотность интенсивности поглощения уравновешена плотностью интенсивности индуцированного и спонтанного

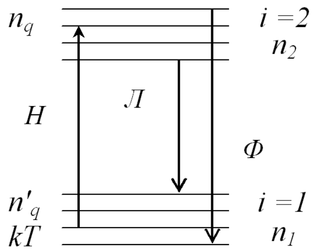


Рис. 1. Квазидвухуровневая модель активной среды радиационно-сбалансированного лазера. Н – накачка, Л – лазерная генерация, Ф – фотолюминесценция

излучения и, одновременно, когда плотности мощности поглощения и излучения равны друг другу (в стационарном режиме), данная система уравнений описывает радиационно-сбалансированный режим работы лазера: генерация происходит без выделения тепла. Чтобы эту систему уравнений проинтегрировать численно, мы, произведя исключение переменных термостата и фононных переменных, проводим осреднение редуцированной системы уравнений по начальному состоянию. Полученные таким образом уравнения уже являются уравнениями Ланжевена. Далее, мы их усредняем по состояниям фотонного «теплового» резервуара, и в результате получаем балансовые уравнения на населенности лазерных состояний и уравнения, описывающие тепловые колебания решетки. Выведенную таким образом систему уравнений мы предлагаем использовать для численного моделирования работы лазера на примере лазера 1.04 мкм Yb:KGW с диодной накачкой.

## 1. Модель усиливающей среды

Кристаллическое поле матриц, в которые внедряются редкоземельные ионы, благодаря эффекту Штарка расщепляет энергетические уровни этих ионов. Из всех редкоземельных ионов трехвалентный иттербий (переход ${}^2F_{5/2} \rightarrow {}^2F_{7/2}$) может быть удовлетворительно описан квазидвухуровневым осциллятором, у которого основное и возбужденное состояния расщеплены на четыре и три подуровня соответственно. Безизлучательные переходы, связанные с конверсией вверх или с многофононным распадом, для такой системы не имеют существенного значения. Данный ион был успешно использован как для целей лазерного охлаждения [5], так и для лазерной генерации на длине волны 1.03 мкм [6, 7]. С точки зрения перспективы использования иттербия в качестве активной среды для радиационно-сбалансированного лазера необходимо решить задачу выбора матрицы, в которой как сечение излучения, так и число подуровней основного и возбужденного состояний были бы достаточно большими. Рассмотрим лазерную среду, которая хорошо описывается идеальной квазидвухуровневой моделью (см. рис. 1). Обратим внимание на то обстоятельство, что изменение энергии в рассматриваемых процессах имеет порядок величины, соответствующий комнатной температуре в энергетических единицах. Переходы между верхними и нижними электронными уровнями будем считать чисто оптическими. Это, в первую очередь, необходимо для осуществления эффективного антистоксового охлаждения и, впоследствии, для обеспечения радиационного баланса. Пусть переходы между подуровнями основного и возбужденного состояний являются неоптическими, а энергетический порядок суммарного расщепления соответствует комнатной температуре в энергетических единицах и равен $kT$, где $k$ – постоянная Больцмана, а $T$ – температура окружения. Электрон, поглощая фотон, совершает переход между двумя уровнями примесного иона. При этом, положения равновесия ядер, окружающих примесной центр, различны в зависимости от того, находится ли примесной ион (или атом) в основном или возбужденном электронном состоянии. Очевидно, это связано со взаимодействием электрона с его окружением. Таким образом, поглощение света примесным центром сопровождается «отдачей смещений», с которой связана потенциальная энергия отдачи. Последняя является функцией смещения примесного иона (или атома) относительно его соседей в кристаллической решетке. Эта энергия может отбираться от основного кристалла путем поглощения одного или более квантов колебательной энергии. Таким образом, атом или примесной ион может обмениваться энергией с кристаллической матрицей посредством оптических фононов. Поскольку расстояние между подуровнями гораздо меньше $kT$, то время обмена энергией составляет пикосекунды. Если в лазерном материале радиационное время жизни возбужденного состояния имеет порядок миллисекунд, то атомы или ионы, находящиеся в основном и возбужденном состояниях, будут успевать приходить в квазитермодинамическое равновесие и заселять подуровни в соответствии со статистикой Больцмана. Именно это обстоятельство приводит к изменению средней частоты флуоресценции и делает возможным обеспечить радиационный баланс. Взяв за основу данную модель, поставим ей в соответствие гамильтониан в представлении вторичного квантования. Далее, составим кинетические уравнения относительно числа фотонов и населенности уровней, включая квантовые флуктуационные силы. В отличие от существующих подходов [8], в данной теории также будем рассматривать число заполнения фононной моды в качестве динамической переменной, временная эволюция которой связана с динамикой изменения числа заполнения фотонной моды. Это открывает возможности для исследования влияния фононной динамики на когерентное вынужденное усиление и позволит нам выяснить, как сильно эта динамика связана с устойчивостью лазерной генерации.

В принятой нами модели каждый лазерный уровень представляет собой электронно-колебательное состояние. Каждое из этих двух состояний описывается номером уровня $i$, числом атомов или ионов на данном уровне $n_i$ и набором чисел заполнения возбужденных колебательных подуровней $n_q$ всевозможных мод $q$. Удобным оказывается логически отделить те колебательные моды, которые задействованы при переходах между электронными уровнями (индекс $r$), и те, которые не принимают участия в указанных переходах (индекс $q$). Моды первого типа будем считать одинаковыми как для основного, так и для возбужденного состояния. Колебательные моды описываются так называемыми смещенными операторами рождения и уничтожения фононов решетки $A_{qi}^{+}$ и $A_{qi}$, $A_{qi} = A_q - A_{qi}^{(0)}$, где индекс «(0)» отвечает состоянию равновесия, а лазерные уровни $|i\rangle = |i, n_i, n_q\rangle$ описываются операторами рождения $b_{\mu i}^{+}$ и уничтожения $b_{\mu i}$ электронов, принадлежащих примесному иону или атому с номером $\mu$ и находящемуся в состоянии $|i\rangle$. Итак, появление атома или примесного иона в возбужденном или основном состоянии с определенными квантовыми числами задается в виде вектора, равного произведению вакуумных векторов гильбертового пространства, описывающих фермионное (электроны, $\phi_{0e}$ ) и бозонное (фононы, смещенное основное состояние $\psi_{0i}$) поля, на которые действуют операторы рождения и уничтожения квантов этих полей

$$|i, n_i, n_q\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_q!}} \prod_{f=1}^{n_i} b_{k_f i}^{+} \left(A_{qi}^{+}\right)^{n_q} \phi_{0e} \psi_{0i}.$$

В принятых нами обозначениях лазерные уровни, изображенные на рис. 1, представляются в следующем виде

$$|1, n_1, p\rangle = \frac{1}{\sqrt{p!}} \prod_{f=1}^{n_1} b_{k_f 1}^{+} \left(A_{q1}^{+}\right)^p \phi_{0e}\psi_{01}$$

для основного состояния и

$$|2, n_2, s\rangle = \frac{1}{\sqrt{s!}} \prod_{f=1}^{n_2} b_{k_f 2}^{+} \left(A_{q2}^{+}\right)^s \phi_{0e}\psi_{02}.$$

для возбужденного состояния. Отметим, что $\psi_{0i}$ представляет собой основное состояние смещенного осциллятора и является когерентным состоянием:

$$\psi_{0i} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left|A_{qi}^{(0)}\right|^2\right) \exp\left(A_{qi}^{(0)} A_q^{+}\right) \Psi_0,$$

где $\Psi_0$ – основное состояние несмещенного гармонического осциллятора или вакуумное колебательное состояние. Пусть каждый активный атом или примесной ион в кристалле имеет координату $z_\mu$ и нумеруется индексом $\mu$. Динамику системы в картине Гейзенберга мы будем описывать проекционными операторами на лазерные состояния $|i\rangle$ и $|j\rangle$, где $i$, $j$ пробегают значения 1 и 2:

$$b_{in_q}^{+} b_{jn'_q}(z) = \sum_{\mu} \delta(z - z_\mu) b_{\mu i n_q}^{+} b_{\mu j n'_q}, \tag{1}$$

где проекционный оператор на электронно-колебательное состояние одиночного атома или примесного иона имеет вид

$$b_{\mu i n_q}^{+} b_{\mu j n'_q} = b_{\mu i}^{+} b_{\mu j} |n_q(i)\rangle\langle n'_q(j)| = \frac{1}{\sqrt{n_q! n'_q!}} b_{\mu i}^{+} b_{\mu j} \left(A_{qi}^{+}\right)^{n_q} |\psi_{0i}\rangle\langle\psi_{0j}| \left(A_{q'j}^{+}\right)^{n'_q}. \tag{2}$$

Например, число ионов, находящихся в состоянии $|i\rangle$, равно среднему значению от оператора (1) в этом состоянии:

$$\left\langle b_{in_q}^{+} b_{jn'_q}(z) \right\rangle\Bigg|_{\substack{i=j\\ n_q=n'_q}} = \sum_{\mu} \delta(z - z_\mu) \langle i, n_i, n_q | b_{\mu i n_q}^{+} b_{\mu i n_q} | i, n_i, n_q\rangle =$$
$$= \sum_{\mu} \delta(z - z_\mu) n_{\mu i} = n_i.$$

Мы имеем дело с тремя типами квантовых электромагнитных полей: монохроматическая накачка, лазерное поле стоячей волны и фотонный резервуар спонтанно излученных квантов света, находящихся в термодинамическом равновесии. Последние позволяют в развиваемой здесь теории самосогласованным образом учесть эффекты, вызванные квантовыми шумами. Пусть операторы рождения и уничтожения фотонов $a^+$ и $a$ описывают электромагнитное поле. Поле накачки представляет собой одномодовую волну с частотой $\omega_0$ и направлением поляризации $\mathbf{e}$, распространяющуюся вдоль оси резонатора в направлении координаты $z$:

$$\mathbf{E}_p = i\mathbf{e}\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0}} \left\{a_0 \exp\left[i(\omega_0 t - K_0 z)\right] + a_0^{+} \exp\left[-i(\omega_0 t - K_0 z)\right]\right\},$$

где операторы $a_0^+$ и $a_0$ считаются не зависящими от времени.

Лазерное поле (в нашей модели – это поле стоячей волны) представляется набором пространственных мод $\lambda$, удовлетворяющих цикличному граничному условию на торцах резонатора длины $L$:

$$\mathbf{E}_p = i\mathbf{e}\sum_{\lambda}\sqrt{\frac{\hbar\omega_\lambda}{2\varepsilon_0}}\left(a_\lambda^+ - a_\lambda\right)\sin K_\lambda z,$$
$$\sin K_\lambda L = 0.$$

Пусть активная среда является изотропной. Тогда единичный вектор поляризации можно положить равным $\lambda$ для всех длин волн. Частоты $\omega_\lambda$ отстроены от центральной лазерной частоты $\overline{\omega}$ на величину, кратную собственным частотам резонатора ($m_\lambda$ – целое число):

$$\omega_\lambda = \overline{\omega} - m_\lambda \frac{\pi c}{L}.$$

Фотонный резервуар описывается матрицей плотности $\rho_{\text{bath}}$, так что матрица плотности общего электромагнитного поля $\rho_F$ выражается через произведение матрицы плотности лазерного поля $\rho_{\text{laser}}$ и поля спонтанных фотонов:

$$\rho_F = \rho_{\text{bath}} \otimes \rho_{\text{laser}} = \frac{1}{Z}\sum_{\{n_\alpha\}} \exp\left[-\frac{1}{kT}\sum_\alpha n_\alpha \hbar\omega_\alpha\right] |\{n_\alpha\}\rangle\langle\{n_\alpha\}| \otimes$$
$$\otimes \sum_{\{n_\beta\}} \rho_{\{n_\beta\}\{n_\beta\}}(0)\, |\{n_\beta\}\rangle\langle\{n_\beta\}|\,,$$

где $Z$ – статистическая сумма термостата, $\{n_\xi\}$ – числа заполнения фотонов.

Теперь можем перейти к гамильтониану полной системы. В общем виде в представлении вторичного квантования его можно записать следующим образом:

$$H = H_A + H_F + H_{\text{bath}} + H_{AF} + H_{A-\text{bath}}, \tag{3}$$

где гамильтониан единичного объема активной среды лазера $H_A$ равен сумме электронного гамильтониана, фононного гамильтониана и гамильтониана электрон-фононного взаимодействия

$$H_A = H_e + H_{ph} + H_{e-ph}, \tag{4}$$

в котором

$$H_e = \sum_{\mu=1}^{n_1+n_2}\sum_{i=1}^{2} E_i b_{\mu i}^+ b_{\mu i},$$

$$H_{ph} = \sum_{i=1}^{2}\hbar\Omega_q\left(A_{qi}^+ A_{qi} + \frac{1}{2}\right) + \sum_{i=1}^{2}\hbar\Omega_r\left(A_{ri}^+ A_{ri} + \frac{1}{2}\right) +$$
$$+ \sum_{\chi, q', r'}\left[f^{(3)}(\chi, q', r') A_\chi^+ A_{q'} A_{r'} + \text{ к.с.}\right].$$

Последнее слагаемое является нелинейным и описывает фонон-фононное взаимодействие между модами $\chi = q$ и $\chi = r$ и всеми другими модами $q'$, $r', \ldots$ кристаллической решетки. Собственные частоты колебаний решетки и константы ангармонизма определяются силовыми константами $f^{(3)}$. Явный вид последнего слагаемого из выражения (4), отвечающего за электрон-фононное взаимодействие, можно записать следующим образом

$$H_{e-ph} = \sum_{s,q',r'} \Big[ f^{(3)}(q,q',r') A_{q1}^{(0)} J_{s,0} b_{\mu1}^{+} b_{\mu2} A_{q'}^{+} A_{r'}^{+} + \\ + f^{(3)}(q,q',r') A_{q1}^{(0)} J_{s,0} b_{\mu2}^{+} b_{\mu1} A_{q'} A_{r'} \Big],$$

что подразумевает релаксацию из возбужденных электронно-колебательных состояний верхнего уровня на самый нижний подуровень основного состояния. Здесь коэффициенты $f^{(3)}$ – это обобщенные силовые константы кристалла, а $|J_{s,0}|^2$ – фактор Франка – Кондона. Вообще говоря, поскольку основное состояние также имеет колебательные подуровни, то электрон-фононное взаимодействие принимает более сложный вид, и константа взаимодействия в этом случае явно зависит, в частности, от массы $M$ примесного иона. Мы не будем здесь выписывать полный гамильтониан электрон-фононного взаимодействия, а лишь укажем на то, что в этом случае перед операторами рождения и уничтожения электронных и фононных возбуждений будем получать выражения вида

$$\sqrt{\frac{\hbar^k}{M^k \Omega_1 \ldots \Omega_k}} J_{m_q,n_q} \langle k | H_{e-ph}(r_1 \ldots r_k) | i \rangle.$$

Этот результат будет использован при выводе уравнений движения Гейзенберга (5) и (7).

Следующее слагаемое в (3) описывает как лазерное поле (моды $\lambda$), так и поле накачки (индекс «0»):

$$H_F = \sum_{\lambda} \hbar\omega_\lambda a_\lambda^{+} a_\lambda + \hbar\omega_0 a_0^{+} a_0.$$

Гамильтониан фотонного резервуара имеет вид

$$H_{\mathrm{bath}} = \sum_{\alpha} \hbar\omega_\alpha B_\alpha^{+} B_\alpha.$$

а взаимодействие с ним материальной среды описывается так:

$$H_{A-\mathrm{bath}} = \sum_{\mu,\alpha} \sum_{i,j,q,q'} \left\{ V_{iq,jq'}^{\alpha} b_{\mu iq}^{+} b_{\mu jq'} B_\alpha - V_{jq',iq}^{\alpha} b_{\mu iq}^{+} b_{\mu jq'} B_\alpha \right\}$$

$$V_{in_q,jn_{q'}}^{\alpha} = -\mathbf{v}_{ij} \mathbf{e}_\alpha J_{n_q,n_{q'}} \sqrt{\frac{\hbar\omega_\alpha}{2\varepsilon_0}} \sin K_\alpha z,$$

где $\mathbf{v}_{ij}$ – вектор дипольного момента перехода между электронными состояниями $i$ и $j$. И, наконец, гамильтониан взаимодействия системы атомов (или примесных ионов) с электромагнитным лазерным полем запишем в виде

$$H_{AF} = \sum_{\mu,s,p,\lambda} \left[ V_{2s,1p}^{\lambda} b_{\mu2s}^{+} b_{\mu1p} a_\lambda - V_{1p,2s}^{\lambda} b_{\mu1p}^{+} b_{\mu2s} a_\lambda^{+} \right].$$

## 2. Квантовомеханические уравнения Ланжевена

Как уже говорилось выше, динамику модельной лазерной системы будем описывать проекционными операторами (1), которые зависят от времени параметрически: $\left[ b_{in_q}^{+} b_{jn'_q} \right](z) = b_{in_q}^{+} b_{jn'_q}(z,t)$. С помощью гамильтониана (3) и имея в виду явный вид операторов (2), можно получить следующие уравнения Гейзенберга для проекционных операторов

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left\{b^{+}_{in_q} b_{jn'_q}\right\} &= \frac{i}{\hbar}\left(E_{in_q} - E_{jn'_q}\right) b^{+}_{in_q} b_{jn'_q} + \\
&+ \frac{i}{\hbar}\sum_{\lambda,k,m_q}\left(V^{\lambda}_{km_q,in_q} b^{+}_{km_q} b_{jn'_q} - V^{\lambda}_{jn_q,km_q} b^{+}_{in_q} b_{km_q}\right)(a_\lambda - a^{+}_\lambda) + \\
&+ \frac{i}{\hbar}\sum_{r_1 r_2 r_3 \ldots r_k}\sum_{k,m_q}\left(\sqrt{\frac{\hbar^k}{M_k\Omega_1\ldots\Omega_k}}\left[J_{m_q,n_q}\langle k|H_{e-ph}(r_1\ldots r_k)|i\rangle b^{+}_{km_q} b_{jn'_q} - \right.\right. \\
&\left.\left. - J_{n'q,m_q}\langle j|H_{e-ph}(r_1\ldots r_k)|k\rangle b^{+}_{in_q} b_{km_q}\right]\right)\left(\prod_k A_{r_k} + \prod_k A^{+}_{r_k}\right) + \\
&+ \frac{i}{\hbar}\sum_{\alpha,k,m_q}\left(V^{\alpha}_{km_q,in_q} b^{+}_{km_q} b_{jn'_q} - V^{\alpha}_{jn_q,km_q} b^{+}_{in_q} b_{km_q}\right)\left(B_\alpha - B^{+}_\alpha\right), \quad (5)
\end{aligned}
$$

а для уравнения движения электромагнитного лазерного поля получаем

$$
\frac{d}{dt}a_\lambda = -i\omega_\lambda a_\lambda - \kappa_\lambda a_\lambda + \frac{i}{\hbar}\sum_{s,p} V^{\lambda}_{1s,2p} b^{+}_{1s} b_{2p}. \quad (6)
$$

Потери в резонаторе мы учли во втором члене правой части уравнения (6) введением скорости затухания $\kappa_\lambda$. Далее, эволюция фотонного резервуара описывается уравнением

$$
\frac{d}{dt}B_\alpha = -i\omega_\alpha B_\alpha + \frac{i}{\hbar}\sum_{i,j,n_q,n'_q} V^{\alpha}_{in_q,jn'_q} b^{+}_{in_q} b_{jn'_q}.
$$

Для того чтобы система оказалась замкнутой, нам остается выписать уравнение, описывающее временную эволюцию оператора уничтожения фононов тех колебательных мод, которые участвуют при переходах между электронными состояниями:

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}A_r &= -i\Omega_r A_r - \Gamma_r A_r - \\
&- \frac{i}{\hbar}\sum_{\substack{r_1 r_2 r_3 \ldots r_k \\ n_r \ldots n_{r_k}}}\sum_{i,j,n_q,n'_q} n_r\sqrt{\frac{\hbar^k}{M^k\Omega_1\ldots\Omega_k}} J_{n_q,n'_q}\langle i|H_{e-ph}(r r_1\ldots r_k)|j\rangle \times \\
&\times b^{+}_{in_q} b_{jn'_q}\left(A^{+}_r\right)^{n_r-1}\prod_k\left(A^{+}_{r_k}\right)^{n_{r_k}} + \Phi_r(t), \quad (7)
\end{aligned}
$$

где скорость затухания $\Gamma_r$ и случайная сила $\Phi_r(t)$ обязаны фонон-фононному взаимодействию и определены следующими выражениями:

$$
\Gamma_r = \frac{1}{\hbar^2}\sum_{r',r''}\left|f^{(3)}(r,r',r'')\right|^2\left\langle|A_{r'}(0)|^2\right\rangle\left\langle|A_{r''}(0)|^2\right\rangle\delta(\Omega_r \pm \Omega_{r'} \pm \Omega_{r''}),
$$

$$
\langle\Phi_r(t)\Phi^{*}_r(t')\rangle = \Omega_r\Gamma_r\left\langle|A_r(0)|^2\right\rangle e^{i\Omega_r(t-t')}.
$$

В формуле (7) $n_r$ обозначает число фононов мод $r$, которые появились при данном многофононном процессе. Заметим, что чем меньше это число, тем выше будет квантовый выход фотолюминесценции, и тем более благоприятными окажутся условия для реализации радиационно-балансированного режима лазерной генерации.

### Заключение

Из первых принципов квантовой статистической физики мы получили систему дифференциальных уравнений Гейзенберга, описывающих динамику квазидвухуровневого твердотельного лазера с учетом теплообмена активной среды лазера с кристаллической решеткой лазерного стержня. В условиях, когда плотность интенсивности поглощения ($\text{см}^{-3}\,\text{с}^{-1}$) уравновешена плотностью интенсивности индуцированного и спонтанного излучения и, одновременно, когда плотности мощности поглощения и излучения ($\text{Вт}/\text{см}^3$) равны друг другу (в стационарном режиме), данная система уравнений описывает радиационно-сбалансированный режим работы лазера: генерация происходит без выделения тепла. Полученную систему уравнений необходимо проинтегрировать численно. Для этого, произведя стандартные процедуры исключения переменных термостата и фононных переменных [8], можно провести усреднение редуцированной системы уравнений по начальному состоянию. Если полученные уравнения далее усреднить по состояниям фотонного «теплового» резервуара, то в результате этой процедуры должны получиться обычные балансовые уравнения на населенности лазерных состояний и уравнения, описывающие тепловые колебания решетки. Чтобы в уравнениях избавиться от пространственной координаты, необходимо провести интегрирование по переменной $z$. Полученную таким образом систему уравнений уже можно будет использовать для численного моделирования работы лазера, подставляя значения параметров, отвечающих характеристикам конкретных лазерных сред, например, лазера 1.04 мкм Yb:KGW с диодной накачкой. Проведя анализ численных решений, можно получить значения параметров задачи, отвечающих оптимальным режимам функционирования радиационно-сбалансированного лазера. На этой основе данное исследование позволит дать рекомендации по выбору среды, рабочих частот и подходящих интенсивностей для реализации радиационно-сбалансированного лазера, функционирующего без избытка тепла. Разработка указанных проблем будет являться предметом наших дальнейших работ.

Работа поддержана грантами РФФИ (№ 04-02-16932-а, 04-02-81009-Бел2004-а), «Фондом содействия отечественной науке» и грантом CRDF (Программа BRHE, REC-007).

### Summary

*S.V. Petrushkin.* Quantum-stohastic equation for radiation-balanced laser.

A quantum-mechanical description of quasi-two-level solid-state laser is presented. The impurity ion levels are coupled both by the phonons of the host lattice and by the radiation field. The set of dynamic Heisenberg – Langevin equations for the material system and the phonon operators has been derived. These equations include radiative and nonradiative damping terms and quantum-stohastic forces. This description could be used for investigation of the influence of phonon dynamics on a radiation-balanced laser stability.

### Литература

1. *Bowman S.R.* Lasers without internal heat generation // IEEE J. Quantum Electronics. – 1999. – V. QE-35. – P. 115–122.

2. *Andrianov S.N., Samartsev V.V.* Solid-state lasers with internal laser refrigeration effect // Proc. SPIE. – 2001. – V. 4605. – P. 208–213.

3. *Petrushkin S.V., Shakhmuratov R.N., Samartsev V.V.* Self-cooling of the active element of a solid-state laser // Laser Physics. – 2002. – V. 12. – P. 1387–1390.

4. *Petrushkin S.V., Samartsev V.V.* Laser cooling of active media in solid-state lasers // Laser Physics. – 2003. – V. 13. – P. 1290–1296.

5. *Epstein R.I., Buchwald M.I., Edwards B.C. et al.* Observation of laser-induced flourescent cooling of a solid // Nature. – 1995. – V. 377. – P. 500–506.

6. *Payne S.A., Beach R.J., Bibeau C. et al.* Diode arrays, crystals, and thermal management for solid-state lasers // IEEE J. Select Topics Quantum Electron. – 1997. – V. 3. – P. 71–81.

7. *Brusselbach H.W., Sumida D.S., Reeder R.A., Byren R.W.* Low-heat high-power scaling using InGaAs-diode-pumped Yb:YAG lasers // IEEE J. Select Topics Quantum Electron. – 1997. – V. 3. – P. 105–116.

8. *Петрушкин С.В., Самарцев В.В.* Лазерное охлаждение твердых тел. – М.: Физматлит, 2005. – 225 с.

Поступила в редакцию
30.01.06

**Петрушкин Сергей Валериевич** – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории нелинейной оптики Казанского физико-технического института им. Е.К. Завойского КНЦ РАН.

E-mail: *petrushkin@samartsev.com*