

УДК 532.5.031

ДИНАМИКА ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ ПРИ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

И.А. Аганин, А.И. Давлетшин

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань, 420111, Россия

Аннотация

Рассмотрена динамика двух газовых пузырьков в жидкости под действием ультразвуковой бегущей волны. Жидкостью является вода, условия комнатные, пузырьки воздушные, изначально сферические, волна продольная, плоская, распространяется вдоль прямой, проходящей через центры пузырьков. Изучена зависимость динамики пузырьков от расстояния между ними, суммарной массы содержащегося в них газа, амплитуды воздействующей на них волны при разных соотношениях размеров пузырьков, варьируемых при сохранении их суммарной массы. Использована математическая модель, имеющая четвёртый порядок точности в терминах отношения радиуса пузырьков к расстоянию между ними. В ней учтены малая несферичность пузырьков, эффекты вязкости и сжимаемости жидкости, поверхностного натяжения. Показано, что в рассматриваемых условиях возможны такие сценарии взаимодействия пузырьков, как их схождение и столкновение, их расхождение и разрушение одного из пузырьков в силу больших деформаций. Установлены диапазоны амплитуды волны, расстояния между пузырьками, соотношения между их размерами, величины суммарной массы содержащегося в пузырька газа, при которых указанные сценарии реализуются.

Ключевые слова: динамика газовых пузырьков в жидкости, гидродинамическое взаимодействие пузырьков, ультразвуковая бегущая волна

Введение

Динамика пузырьков в акустических полях привлекает большое внимание как с научной, так и прикладной точек зрения. В частности, с динамикой пузырьков связаны такие интересные явления, как свечение [1], эмиссия нейтронов [2, 3], акустические стримеры [4]. Пузырьки широко применяются для ультразвуковой очистки твердых поверхностей от загрязнений [5–7], для интенсификация физико-химических процессов [8], для диагностики заболеваний и доставки лекарств в органические клетки посредством сонопорации [9, 10]. При относительно небольших расстояниях между пузырьками их динамика начинает зависеть от гидродинамического взаимодействия между ними [11–16]. В результате взаимодействия пузырьки могут притягиваться друг к другу, отталкиваться, формировать устойчивые скопления (кластеры) [17]. Из-за сближения они могут сливаться, образуя в жидкости парогазовые включения более крупных размеров. Отталкивающиеся пузырьки могут удалиться друг от друга так, что их последующее взаимодействие станет практически несущественным. Сформированные в результате взаимодействия устойчивые кластеры пузырьков могут совместно перемещаться в жидкости как единое целое [18], а также длительное время находиться в фиксированном месте акустического поля. Так, в экспериментах по акустической кавитации дейтерированного ацетона [2, 3] нейтронная эмиссия наблюдалась из близкого к сферическому кластера кавитационных пузырьков, совершающих радиальные колебания в пучности

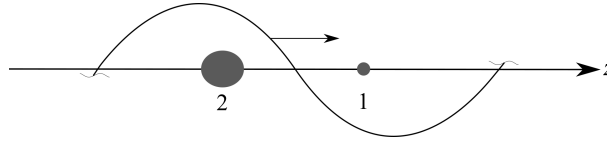


Рис. 1. Расположение пузырьков относительно бегущей волны

давления стоячей волны. При исследовании динамики пузырьков зачастую последние считаются чисто сферическими [17–22]. Вместе с тем в результате поступательного движения действия сил притяжения или отталкивания со стороны соседних пузырьков пузырьки могут сильно деформироваться или даже разрушаться из-за наличия градиентов давления в жидкости. Деформация отдельного перемещающегося в жидкости пузырька в сильном акустическом поле учтена в работе [23].

В настоящей работе исследуются особенности динамики двух газовых пузырьков микронных размеров в жидкости под действием ультразвуковой бегущей волны. Рассматривается двумерное (осесимметричное) приближение, когда плоская волна распространяется в жидкости вдоль прямой, проходящей через центры пузырьков. Используется математическая модель, являющаяся некоторой модификацией моделей работ [25, 26]. Модель представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков, координат их центров и амплитуд малой несферичности межфазных поверхностей. Газ в пузырьках полагается гомобарическим, эффекты вязкости и сжимаемости жидкости учитываются приближенно. Пузырьки микронные, волна плоская, распространяется вдоль прямой, проходящей через центры пузырьков.

1. Постановка задачи

Рассматривается динамика двух пузырьков газа в жидкости под действием ультразвуковой волны (рис. 1). Жидкостью является вода, условия комнатные, пузырьки воздушные. Волна продольная, плоская, распространяется вдоль прямой, проходящей через центры пузырьков. Давление p_L и скорость u_L жидкости в волне определяются следующим образом:

$$p_L(z, t) = p_0 + p_a \sin(kz - \omega t), \quad u_L(z, t) = \frac{p_a}{\rho_0 c_0} \sin(kz - \omega t).$$

Здесь t – время, z – ось симметрии задачи (проходит через центры пузырьков, направлена в сторону распространения волны), p_0 – статическое давление жидкости, p_a – амплитуда давления волны, ρ_0 , c_0 – плотность и скорость звука в невозмущенной жидкости, $k = \omega/c_0$ – волновое число, $\omega = 2\pi f$, f – частота.

Предполагается, что при $t=0$ пузырьки сферические. Радиус первого пузырька $R_1 = R_{0,1}$, радиус второго $R_2 = R_{0,2}$, центр первого пузырька на оси z имеет координату $z_1 = z_{0,1} = d_0/2$, а центр второго – координату $z_2 = z_{0,2} = -d_0/2$, где d_0 – начальное значение расстояния между центрами пузырьков d .

Изучается зависимость динамики пузырьков от расстояния d_0 между ними, от суммарной массы m_g содержащегося в них газа и от амплитуды p_a воздействующей на них волны при разных соотношениях размеров пузырьков, определяемых параметром α , и их разном взаимном расположении. Суммарная масса газа задается выражением

$$m_g = \frac{4}{3} \pi \rho_{0,g} (R_{0,1}^3 + R_{0,2}^3),$$

где $\rho_{0,g}$ – начальная плотность газа в пузырьках. Предполагается, что соотношение начальных размеров пузырьков меняется в процессе их взаимодействия так, что суммарная масса содержащегося в них газа сохраняется постоянной

$$m_g = \frac{8}{3} \pi \rho_{0,g} R_0^3,$$

где R_0 – параметр, характеризующий начальную суммарную массу газа в пузырьках. При таком определении суммарная масса m_g равна сумме масс газа двух одинаковых сферических пузырьков радиусом R_0 . Начальные радиусы пузырьков в их первой конфигурации определяются по формулам

$$R_{0,1} = (2 - \alpha^3)^{1/3} R_0, \quad R_{0,2} = \alpha R_0, \quad (1)$$

а во второй – по формулам

$$R_{0,1} = \alpha R_0, \quad R_{0,2} = (2 - \alpha^3)^{1/3} R_0. \quad (2)$$

Параметры p_a , d_0 , R_0 , α варьируются в следующих диапазонах

$$0.26 \leq p_a/p_0 \leq 0.34, \quad 6 \leq d_0/R_0^* \leq 10, \quad 1 \leq R_0/R_0^* \leq 4, \quad 0.2 \leq \alpha \leq 1,$$

где $R_0^* = 5$ мкм. Указанным диапазонам варьирования R_0 и α соответствуют изменения суммарной массы газа в пузырьках в пределах $2 \leq m_g/m_g^* \leq 40$ и радиусов пузырьков в пределах $1 \text{ мкм} \leq R_{0,i} < 25.17 \text{ мкм}$, где m_g^* – масса газа в пузырьке радиуса R_0^* , $i = 1, 2$ – номер пузырька.

Конфигурации пузырьков различаются тем, что в первой из них (1) имеем $R_{0,1} > R_{0,2}$, а во второй (2), наоборот, $R_{0,1} < R_{0,2}$.

Принятая постановка задачи моделирует практическую ситуацию, когда вводимая в жидкость фиксированная масса нужного газа распределяется между рядом пузырьков относительно произвольных размеров, с последующим воздействием на пузырьки ультразвуковой волны с целью их смещения в заданную область жидкости.

Входные данные задачи следующие: статическое давление жидкости $p_0 = 1$ бар, плотность жидкости $\rho_0 = 1000$ кг/м³, скорость звука в жидкости $c_0 = 1500$ м/с, частота $f = 0.3$ МГц, следовательно, длина волны $\lambda = c_0/f = 5000$ мкм, что намного больше радиусов пузырьков R_0 , коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 0.0725$ Н/м, коэффициент динамической вязкости жидкости $\mu = 0.001$ кг/м·с.

При $t = 0$ скорости радиальных пульсаций и пространственных перемещений равны нулю ($\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = \dot{z}_1 = \dot{z}_2 = 0$, верхние точки означают производные по времени), давление газа в пузырьках $p_{g0,i} = p_L(z_{0,i}, 0) + 2\sigma/R_{0,i}$.

2. Математическая модель

Математическая модель настоящей работы является обобщением моделей работ [25, 26] на случай бегущей волны. В этой модели жидкость считается невязкой, ее движение – потенциальным, газ в пузырьках полагается во все моменты времени однородным. Эффекты вязкости и сжимаемости жидкости учитываются с помощью поправок. Поверхности пузырьков представляются в виде следующего ряда по сферическим гармоникам:

$$r_i = R_i(t) \left[1 + \sum_{m=2}^N \varepsilon_{m,i}(t) P_m(\cos \theta_i) \right],$$

где r_i , θ_i – радиальная и угловая координаты сферической системы отсчета r_i , θ_i , ϕ_i с началом в центре i -го пузырька, P_m – полином Лежандра степени m , $\varepsilon_{m,i} = a_{m,i}/R_i$, $a_{m,i}$ – амплитуда отклонения формы пузырька от сферической в виде $P_m(\cos \theta_i)$, $N = 5$ – число гармоник в разложении. Несферичность пузырька полагается малой, так что $\varepsilon_{m,i}^2 \ll 1$.

Принимается, что пузырьки находятся не очень близко друг к другу, так что пятыми и выше степенями отношения радиусов пузырьков к расстоянию между ними по сравнению с единицей можно пренебречь. В рамках указанных допущений уравнения модели имеют следующий вид:

уравнение для радиусов пузырьков $R_i(t)$

$$R_i \ddot{R}_i + \frac{3\dot{R}_i^2}{2} - \frac{(\dot{z}_i - u_{L,i})^2}{4} + \frac{2\sigma}{\rho_0 R_i} - \frac{p_{b,i} - p_{L,i}}{\rho_0} = - \frac{(R_j^2 \dot{R}_j)'}{d_{ij}} - \frac{R_j^3 \ddot{z}_j + R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_j + 5R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_j}{2s_{ij} d_{ij}^2} - \frac{R_j^3 \dot{z}_j (\dot{z}_i + 2\dot{z}_j)}{2d_{ij}^3} - \frac{(R_j^3 R_i^2 \dot{R}_i)'}{2d_{ij}^4} + \frac{3R_j^4 \dot{R}_j^2}{4d_{ij}^4} + \frac{3(R_j^2 \dot{z}_j a_{2j})'}{10s_{ij} d_{ij}^2} + \psi_{0i} + \Delta_{0i}; \quad (3)$$

уравнение для координат центров пузырьков $z_i(t)$

$$R_i \ddot{z}_i + 3\dot{R}_i (\dot{z}_i - u_{L,i}) + 3R_i \frac{(p_{L,z})_i}{\rho_0} - \frac{12\dot{R}_i \dot{z}_i \varepsilon_{2i}}{5} - \frac{7\dot{z}_i a_{2i}}{5} - \frac{9\dot{z}_i \dot{a}_{2i}}{5} + \frac{27\dot{z}_i^2 \varepsilon_{3i}}{35} = \frac{3(R_i R_j^2 \dot{R}_j)'}{s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{3(R_i R_j^3 \dot{z}_j)'}{d_{ij}^3} + \frac{6R_i R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_j}{s_{ij} d_{ij}^4} + \frac{9R_i R_j^3 \dot{z}_j^2}{s_{ij} d_{ij}^4} - \frac{3(R_j^2 \dot{R}_j a_{2i})'}{5s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{6R_j^2 \dot{R}_j (\dot{a}_{2i} + 2\dot{R}_i \varepsilon_{2i})}{35s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{54R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i \varepsilon_{3i}}{35s_{ij} d_{ij}^2} + \psi_{1i}; \quad (4)$$

уравнение для амплитуд несферичности пузырьков $a_{mi}(t)$

$$\frac{1}{m+1} \left(R_i \ddot{a}_{mi} + 3\dot{R}_i \dot{a}_{mi} - (m-1) \ddot{R}_i a_{mi} + \frac{3\ddot{z}_i a_{ni} \bar{\Theta}_{n1m}^{2(2-m)/3}}{2} + \frac{3\dot{z}_i \dot{a}_{ni} \bar{\Theta}_{n1m}^2}{2} \right) + \delta_{2m} \frac{3\dot{z}_i^2}{4} - \frac{9\dot{z}_i^2 \varepsilon_{ni}}{4} \left(\frac{\bar{\Theta}_{n1\gamma}^2 \beta_{\gamma 1m}}{\gamma+1} - \chi_{n11m} \right) - \frac{3\dot{z}_i (\dot{a}_{ni} + 2\dot{R}_i \varepsilon_{ni}) \beta_{n1m}}{2(n+1)} + \frac{(m-1)(m+2)\sigma \varepsilon_{mi}}{\rho_0 R_i} = \delta_{2m} \left(\frac{3R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i}{2s_{ij} d_{ij}^2} - \frac{10(R_i^2 R_j^2 \dot{R}_j)'}{6d_{ij}^3} - \frac{5(R_i^2 R_j^3 \dot{z}_j)'}{2s_{ij} d_{ij}^4} - \frac{R_i^2 R_j^2 \dot{R}_j (\dot{z}_i - 10\dot{z}_j)}{4d_{ij}^4} - \frac{3R_j^4 \dot{R}_j^2}{5s_{ij} d_{ij}^2} - \frac{3R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i \varepsilon_{2i}}{5s_{ij} d_{ij}^2} \right) + \delta_{3m} \left(-\frac{3R_i R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i}{d_{ij}^3} - \frac{9R_i R_j^3 \dot{z}_i \dot{z}_j}{2s_{ij} d_{ij}^4} + \frac{7(R_i^3 R_j^2 \dot{R}_j)'}{4s_{ij} d_{ij}^4} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \delta_{4m} \frac{9R_i^2 R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i}{2s_{ij} d_{ij}^4} + \frac{3(R_j^2 \dot{R}_j a_{ni})' \bar{\Theta}_{n1m}^2}{2s_{ij} (m+1) d_{ij}^2} - \frac{3R_j^2 \dot{R}_j (\dot{a}_{ni} + 2\dot{R}_i \varepsilon_{ni}) \beta_{n1m}}{2s_{ij} (n+1) d_{ij}^2} - \\
& - \frac{9R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i \varepsilon_{ni}}{2s_{ij} d_{ij}^2} \left(\frac{\bar{\Theta}_{n1l}^2 \beta_{l1m}}{l+1} - \chi_{n11m} \right) + \psi_{mi}. \quad (5)
\end{aligned}$$

Здесь штрихи, как и верхние точки, обозначают производные по времени; i, j – номера пузырьков, $j = 2$ при $i = 1$ и $j = 1$ при $i = 2$; s_{ij} – знак разности $z_i - z_j$; $d_{ij} = |z_i - z_j|$ – расстояние между центрами пузырьков; δ_{ij} – символ Кронекера; $p_{L,i} = p_L(z_i, t)$, $u_{L,i} = u_L(z_i, t)$, $(p_{L,z})_i = (\partial p_L / \partial z)(z_i, t)$ – давление, скорость и градиент давления в волне в месте расположения центра i -го пузырька; $p_{gi} = p_{g0,i} (R_{0,i} / R_i)^{3\kappa}$ – давление газа внутри i -го пузырька; κ – показатель адиабаты газа ($\kappa = 1.4$). Кроме того, приняты следующие обозначения

$$\begin{aligned}
\beta_{n1m} f(n) &= -\frac{(m-1)m}{2m-1} f(m-1) + \frac{(m+1)(m+2)}{2m+3} f(m+1); \\
\bar{\Theta}_{n1m}^2 f(n) &= m(m+1) \left(\frac{1}{2m-1} f(m-1) - \frac{1}{2m+3} f(m+1) \right); \\
\bar{\Theta}_{n1m}^{2(2-m)/3} f(n) &= \frac{m+1}{3} \left(\frac{m}{2m-1} f(m-1) - \frac{5m+2}{2m+3} f(m+1) \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\bar{\Theta}_{n1\gamma}^2 \beta_{\gamma 1m}}{\gamma+1} - \chi_{n11m} \right) f(n) &= -\frac{m(m-1)(m-2)}{(2m-3)(2m-1)} f(m-2) + \\
& + \frac{2m(2m^3 + m^2 - 2m + 2)}{(2m+1)(2m-1)(2m+3)} f(m) - \frac{m(m+1)(m+2)}{(2m+3)(2m+5)} f(m+2).
\end{aligned}$$

Параметры ψ_{0i} , ψ_{1i} , ψ_{mi} , Δ_{0i} – это поправки, обусловленные вязкостью и сжимаемостью жидкости. Они задаются по формулам

$$\begin{aligned}
\psi_{0i} &= -\frac{4\nu \dot{R}_i}{R_i}, \\
\psi_{1i} &= -\frac{18\nu}{R_i} \left[\dot{z}_i - u_{L,i} - \left(\frac{R_j^2 \dot{R}_j}{s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{R_j^3 \dot{z}_j}{d_{ij}^3} \right) \right], \\
\psi_{mi} &= -\frac{2\nu}{R_i} \left((m+2) \dot{a}_{mi} + 2(m-1) \dot{R}_i \varepsilon_{mi} + \frac{m(2m+1) R_i^{m-1} R_j^2 \dot{R}_j}{(-s_{ij})^m d_{ij}^{m+1}} - \right. \\
& \left. - \frac{m(m+1)(2m+1) R_i^{m+1} R_j^3 \dot{z}_j}{2(-s_{ij})^{m+1} d_{ij}^{m+2}} \right), \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\Delta_{0i} = \frac{\dot{R}_i}{c_0} \left(\left(R_i - \frac{4\nu}{\dot{R}_i} \right) \ddot{R}_i + \frac{\dot{R}_i^2}{2} + \frac{\dot{z}_i^2}{4} + \frac{p_{g,i} - p_{L,i}}{\rho_0} \right) + \frac{R_i}{c_0} \left(\frac{\dot{z}_i \ddot{z}_i}{2} + \frac{\dot{p}_{g,i} - \dot{p}_{L,i}}{\rho_0} \right),$$

где $\nu = \mu / \rho_0$. Влияние скорости и градиента давления в бегущей волне учитывается в первом приближении, что для настоящей работы является приемлемым.

Решение системы (3)–(5) при заданных начальных значениях R_i , \dot{R}_i , z_i , \dot{z}_i , a_{mi} , \dot{a}_{mi} находится численно.

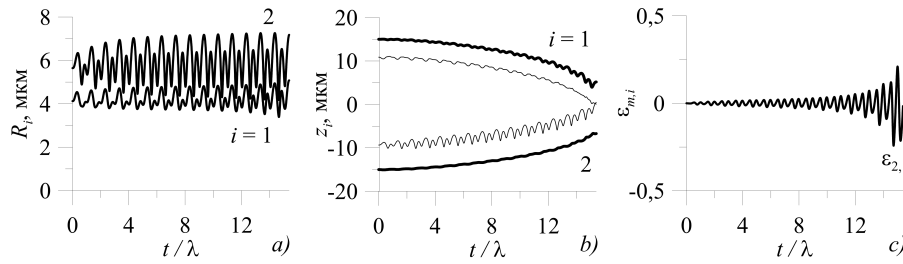


Рис. 2. Случай столкновения пузырьков: изменения радиусов пузырьков R_i (а), z -координат их центров z_i (жирные кривые) и наиболее близких друг к другу точек поверхностей пузырьков, расположенных на оси z , (тонкие кривые) (b) и безразмерной амплитуды несферичности первого пузырька $\varepsilon_{2,1}$ в виде второй сферической гармоники (c)

3. Сценарии взаимодействия пузырьков

Результаты расчетов показали, что в рассматриваемых условиях возможны три сценария взаимодействия пузырьков:

- 1) столкновение;
- 2) разрушение одного из пузырьков из-за большого роста его несферичности;
- 3) расхождение.

Следует отметить, что при использовании подхода настоящей работы пузырьки полагаются чисто сферическими, так что сценарий с разрушением взаимодействующих пузырьков остается вне поля зрения. Следует также заметить, что наряду с тремя указанными сценариями в принципе возможен также и сценарий, когда взаимодействующие пузырьки формируют связанную пару, которая затем перемещается по жидкости как единое целое [25]. Однако такого поведения пузырьков в рассматриваемых в настоящей работе условиях выявлено не было.

Рис. 2 иллюстрирует первый сценарий взаимодействия пузырьков, когда пузырьки со временем сближаются и сталкиваются. Представлен вариант при $p_a/p_0 = 0.3$, $d_0/R_0^* = 6$, $R_0/R_0^* = 1$, $\alpha = 0.825$, $R_{0,1} < R_{0,2}$. Среди всех гармоник, определяющих несферичность поверхностей пузырьков, приведено изменение амплитуды второй гармоники первого пузырька, величина которой является наибольшей. Видно, что в представленном варианте воздействие волны на пузырьки проявляется главным образом в возбуждении их довольно интенсивных радиальных пульсаций. В результате этих пульсаций пузырьки взаимодействуют, что и приводит к их довольно быстрому сближению и столкновению. О столкновении свидетельствует смыкание ближайших друг к другу точек поверхностей пузырьков (рис. 2, b). Искажения изначально сферической формы поверхностей пузырьков в ходе их сближения относительно быстро нарастают, но все же к моменту столкновения их величина остается сравнительно небольшой.

Рис. 3 иллюстрирует второй сценарий взаимодействия пузырьков, когда один из них (второй) разрушается. Представлен вариант при $p_a/p_0 = 0.3$, $d_0/R_0^* = 6$, $R_0/R_0^* = 1$, $\alpha = 0.6$, $R_{0,1} < R_{0,2}$. Среди всех гармоник, определяющих несферичность поверхностей пузырьков, приведено изменение амплитуды второй гармоники второго пузырька, величина которой является наибольшей. В качестве критерия разрушения пузырька принято увеличение модуля безразмерной амплитуды несферичности пузырька $\varepsilon_{m,i}$ по какой-либо из гармоник до значения, примерно равного 1. Видно, что в представленном варианте воздействие волны на пузырьки приводит к возбуждению их довольно интенсивных радиальных пульсаций. Эти пульсации вызывают взаимодействие пузырьков, что приводит к их отно-

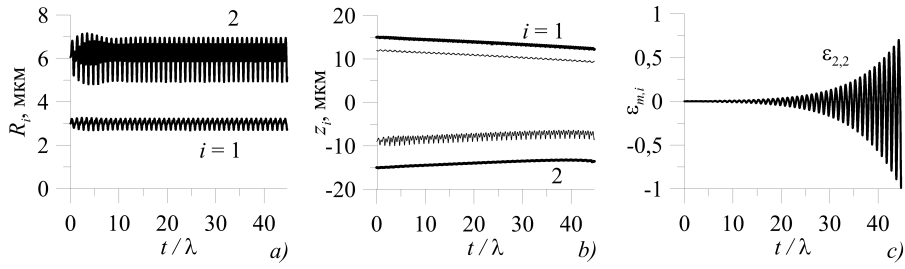


Рис. 3. Случай разрушения одного из пузырьков: изменения радиусов пузырьков R_i (a), z -координат их центров z_i (жирные кривые) и наиболее близких друг к другу точек поверхностей пузырьков, расположенных на оси z , (тонкие кривые) (b) и безразмерной амплитуды несферичности второго пузырька $\varepsilon_{2,2}$ в виде второй сферической гармоники (c)

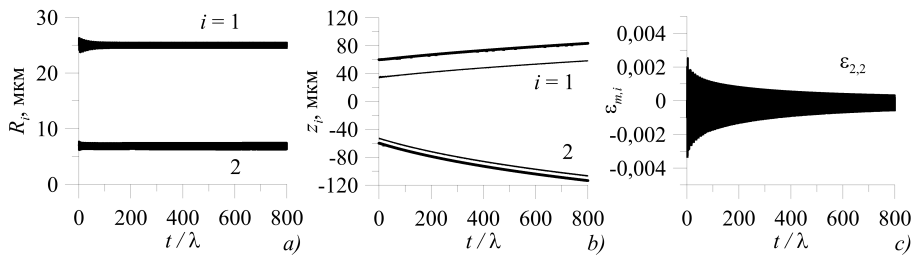


Рис. 4. Случай расхождения пузырьков: изменения радиусов пузырьков R_i (a), z -координат их центров z_i (жирные кривые) и наиболее близких друг к другу точек поверхностей пузырьков, расположенных на оси z , (тонкие кривые) (b) и безразмерной амплитуды несферичности второго пузырька $\varepsilon_{2,2}$ в виде второй сферической гармоники (c)

сительно медленному сближению. В конце представленного промежутка времени (при $t/\lambda > 35$) сближение практически прекращается. Вместе с тем несферичность второго (большого по размерам) пузырька по второй гармонике во всем представленном промежутке времени довольно быстро нарастает, так что в конце этого промежутка она становится близкой к единице. Согласно принятому критерию это означает, что в конце представленного промежутка времени второй пузырек разрушается. Отметим, что без учета несферичности пузырьков в данном варианте реализуется сценарий с их столкновением.

Рис. 4 характеризует третий сценарий взаимодействия, когда пузырьки удаляются друг от друга. Представлен вариант при $p_a/p_0 = 0.3$, $d_0/R_0^* = 6$, $R_0/R_0^* = 4$, $\alpha = 0.35$, $R_{0,1} > R_{0,2}$. Среди всех гармоник, определяющих несферичность поверхностей пузырьков, на рис. 4 приведено изменение амплитуды второй гармоники второго пузырька, величина которой является наибольшей. Видно, что влияние взаимодействия в данном варианте проявляется главным образом в том, что пузырьки со временем расходятся. По мере расхождения эффект взаимодействия ослабляется, в результате чего несферичность пузырьков, как и скорость их расхождения, со временем уменьшается.

4. Реализация сценариев взаимодействия пузырьков

Рис. 5, a характеризует зависимость сценариев взаимодействия пузырьков в волне от соотношения размеров пузырьков, их взаимного расположения (конфигурации) при фиксированной суммарной массе пузырьков для трех значений без-

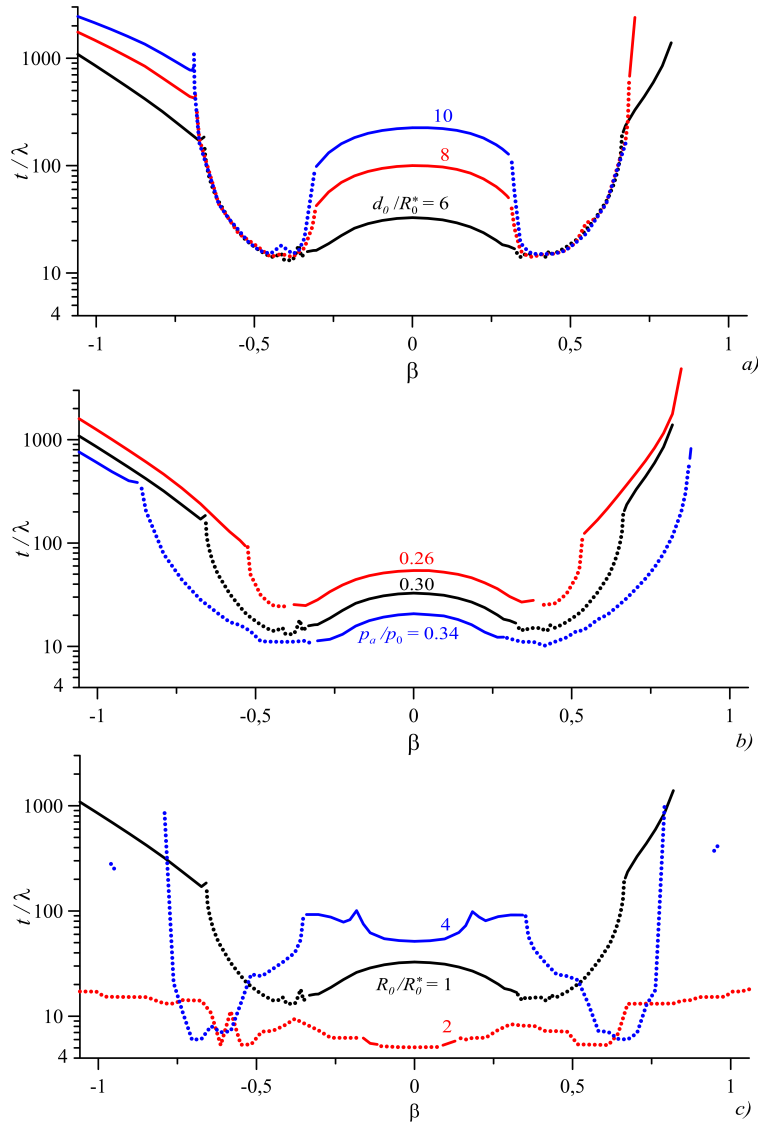


Рис. 5. Зависимости от β безразмерного момента времени t/λ , соответствующего столкновению пузырьков (сплошные участки линий) или разрушению одного из них (пунктирные участки линий) при трех значениях: безразмерного начального расстояния между центрами пузырьков d_0/R_0^* (a), безразмерной амплитуды давления в волне p_a/p_0 (b) и безразмерного радиуса R_0/R_0^* , определяющего суммарную массу газа в пузырьках (c) (соответствующие кривые различаются цветом). Там, где в представленном диапазоне β линии отсутствуют, реализуется расхождение пузырьков

размерного начального расстояния между центрами пузырьков d_0/R_0^* . Различие размеров пузырьков на этом и последующих рисунках характеризуется параметром β , определяемым следующими выражениями:

$$R_{0,1} \geq R_{0,2} : \beta = (2 - \alpha^3)^{1/3} - \alpha,$$

$$R_{0,1} < R_{0,2} : \beta = \alpha - (2 - \alpha^3)^{1/3},$$

$\beta > 0$ соответствует первой конфигурации пузырьков (1), $\beta < 0$ – второй конфигурации (2). Вторая конфигурация получается из первой перестановкой пузырьков в начальный момент времени $t = 0$. При $\beta = 0$ пузырьки одинаковые ($R_{0,1} = R_{0,2}$).

Видно, что при относительно небольшой разнице начальных размеров пузырьков, когда $|\beta| < 0.6$, влияние начальной конфигурации мало: графики сценариев близки к симметричным относительно $\beta = 0$. По мере увеличения этой разницы (то есть с ростом $|\beta|$) в области $|\beta| > 0.6$ перестановка пузырьков в начале взаимодействия может приводить к смене сценариев. Так, если при $\beta = -1$ при всех трех значениях d_0/R_0^* происходит столкновение пузырьков, то при $\beta = 1$ имеет место их расхождение. С ростом d_0/R_0^* при одних значениях β сценарии взаимодействия меняются, тогда как при других сохраняются прежними. Так, при $\beta < -0.75$ при всех значениях d_0/R_0^* реализуется столкновение пузырьков. При этом по мере роста d_0/R_0^* момент столкновения все более затягивается. В интервале $0.37 < |\beta| < 0.7$ при всех d_0/R_0^* наблюдается сценарий разрушения одного из пузырьков, причем момент разрушения слабо зависит от d_0/R_0^* . При β в окрестности 0.75 в случае $d_0/R_0^* = 0.6$ реализуется столкновение пузырьков, тогда как с увеличением d_0/R_0^* этот сценарий сменяется на расхождение.

Рис. 5, *b* характеризует зависимость сценариев взаимодействия пузырьков в волне от соотношения размеров пузырьков, их взаимного расположения (конфигурации) при фиксированной суммарной массе пузырьков для трех значений безразмерной амплитуды давления в волне p_a/p_0 . Видно, что характер представленных на этом рисунке зависимостей в основном аналогичен тому, что наблюдается на рис. 5, *a*. Во многом и изменение этих кривых с уменьшением амплитуды волны p_a/p_0 подобно тому, как меняются кривые на рис. 5, *a* с ростом расстояния между пузырьками d_0/R_0^* . Вместе с тем, в отличие от рис. 5, *a*, все кривые на рис. 5, *b* полностью различаются. При этом с уменьшением амплитуды волны p_a/p_0 область реализации столкновения пузырьков в окрестности $|\beta| \approx 1$ несколько увеличивается, а следующая за ней область разрушения пузырьков по мере роста $|\beta|$, наоборот, сильно сокращается. Одновременно примыкающая к левой границе представленного диапазона β область столкновения пузырьков с уменьшением амплитуды волны p_a/p_0 значительно увеличивается.

Рис. 5, *c* характеризует зависимость сценариев взаимодействия пузырьков в волне от соотношения размеров пузырьков, их взаимного расположения (конфигурации) при фиксированной суммарной массе пузырьков для трех значений безразмерного радиуса R_0/R_0^* , определяющего суммарную массу газа в пузырьках. Видно, что влияние начальной конфигурации пузырьков здесь менее существенно, чем в предыдущих случаях (кривые здесь более симметричны относительно $\beta = 0$). Проявление влияния суммарной массы газа здесь имеет заметно более немонотонный характер. Так, если при $R_0/R_0^* = 1$ реализуются все три отмеченных сценария взаимодействия (столкновение, разрушение, расхождение), то с увеличением R_0/R_0^* до 2 при всех рассматриваемых соотношениях размеров и положений пузырьков возникает, за двумя очень небольшими исключениями при $|\beta| \approx 0.125$, лишь один сценарий (разрушение одного из пузырьков), а при дальнейшем увеличении R_0/R_0^* до 2 вновь реализуются все три сценария.

Заключение

Проведено численное исследование динамики двух воздушных пузырьков в жидкости (воде) под действием ультразвуковой бегущей волны. Условия комнатные, пузырьки изначально сферические, волна продольная, плоская, распространяется вдоль прямой, соединяющей центры пузырьков. Рассмотрена зависимость

динамики пузырьков от расстояния между ними, суммарной массы содержащегося в них газа, амплитуды воздействующей на них волны при разных соотношениях размеров пузырьков, варьируемых при сохранении суммарной массы. Варьирование осуществлялось в окрестности следующих значений: амплитуда волны 0.3 бар, начальное расстояние между центрами пузырьков 30 мкм, радиус пузырьков 5 мкм, суммарная масса газа в пузырьках, равная сумме масс двух сферических пузырьков радиуса 5 мкм.

Использована математическая модель, представляющая собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков, положений их центров на проходящей через них прямой, и амплитуд отклонений их формы от сферической в виде осесимметричных поверхностных гармоник. Данная модель имеет четвёртый порядок точности в терминах отношения радиуса пузырьков к расстоянию между ними. Наряду с поверхностным натяжением и малой несферичностью пузырьков в ней с помощью поправок учтены эффекты вязкости и сжимаемости жидкости.

Показано, что в рассматриваемых условиях возможны такие сценарии взаимодействия пузырьков, как схождение и столкновение, расхождение, разрушение одного из пузырьков в силу больших деформаций. Определены диапазоны амплитуды волны, расстояния между пузырьками, соотношения между размерами, величины суммарной массы содержащегося в пузырьках газа, при которых указанные сценарии реализуются.

Литература

1. *Putterman S.J., Weninger K.P.* Sonoluminescence: How bubbles turn sound into light // *Annu. Rev. Fluid Mech.* – 2000. – V. 32. – P. 445–476. – doi: 10.1146/annurev.fluid.32.1.445.
2. *Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr.), Nigmatulin R.I., Block R.C.* Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // *Science.* – 2002. – V. 295, No 5561. – P. 1868–1873. – doi: 10.1126/science.1067589.
3. *Taleyarkhan R.P., West C.D., Lahey R.T. (Jr.), Nigmatulin R.I., Block R.C., Xu Y.* Nuclear emissions during self-nucleated acoustic cavitation // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 96, No 3. – Art. 034301, P. 1–4. – doi: 10.1103/PhysRevLett.96.034301.
4. *Parlitz U., Mettin R., Luther S., Akhatov I., Voss M., Lauterborn W.* Spatio-temporal dynamics of acoustic cavitation bubble clouds // *Philos. Trans. R. Soc., A.* – 1999. – V. 357, No 1751. – P. 313–334. – doi: 10.1098/rsta.1999.0329.
5. *Kieser B., Phillion R., Smith S., McCartney T.* The application of industrial scale ultrasonic cleaning to heat exchangers // *Proc. Int. Conf. on Heat Exchanger Fouling and Cleaning – 2011* / Eds. M.R. Malayeri, H. Muller-Steinhagen, A.P. Watkinson – 2011. – P. 336–338.
6. *Vetrimurugana R.* Optimization of hard disk drive heads cleaning by using ultrasonics and prevention of its damage // *APCBEE Procedia.* – 2012. – V. 3. – P. 222–230. – doi: 10.1016/j.apcbee.2012.06.073.
7. *Mason T.J.* Ultrasonic cleaning: An historical perspective // *Ultrason. Sonochem.* – 2016. – V. 29. – P. 519–523. – doi: 10.1016/j.ultsonch.2015.05.004.
8. *Suslick K.S.* Sonochemistry // *Science.* – 1990. – V. 247. – P. 1439–1445. – doi: 10.1126/science.247.4949.1439.
9. *Miller D.L., Quddus J.* Diagnostic ultrasound activation of contrast agent gas bodies induces capillary rupture in mice // *Proc. Natl. Acad. Sci. U S A.* – 2000. – V. 97, No 18. – P. 10179–10184. – doi: 10.1073/pnas.180294397.

10. *Seemann S., Hauff P., Schultze-Mosgau M., Lehmann C., Reszka R.* Pharmaceutical evaluation of gas-filled microparticles as gene delivery system // *Pharm. Res.* – 2002. – V. 19, No 3. P. 250–257. – doi: 10.1023/A:1014430631844.
11. *Bjerknes V.F.K.* Field of Force. – N. Y.: Columbia Univ. Press, 1906. – 148 p.
12. *Mettin R., Akhatov I., Parlitz U., Ohl C.D., Lauterborn W.* Bjerknes force between small cavitation bubbles in a strong acoustic field // *Phys. Rev. E.* – 1997. – V. 56, No 3. – P. 2924–2931. – doi: 10.1103/PhysRevE.56.2924.
13. *Konovalova S., Akhatov I.* Structure formation in acoustic cavitation // *Multiphase Sci. Technol.* – 2005. – V. 17, No 3. – P. 343–371. – doi: 10.1615/MultScienTechn.v17.i4.30.
14. *Pelekasis N.A., Gaki A., Doinikov A., Tsamopoulos J.A.* Secondary Bjerknes forces between two bubbles and the phenomenon of acoustic streamers // *J. Fluid Mech.* – 2004. – V. 500. – P. 313–347. – doi: 10.1017/S0022112003007365.
15. *Doinikov A.A.* Mathematical model for collective bubble dynamics in strong ultrasound fields // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2004. – V. 116, No 2. – P. 821–827. – doi: 10.1121/1.1768255.
16. *Маргулис И.М., Маргулис М.А.* Динамика взаимодействия пузырьков в кавитационном облаке // *Журн. физ. химии.* – 2004. Т. 78, № 7. – С. 1326–1337.
17. *Коновалова С.И.* Трансляционные эффекты и структурообразование при акустической кавитации: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Уфа, 2006. – 120 с.
18. *Doinikov A.A.* Translational motion of two interacting bubbles in a strong acoustic field // *Phys. Rev. E.* – 2001. – V. 64, Pt. 2. – Art. 026301, P. 1–6. – doi: 10.1103/PhysRevE.64.026301.
19. *Harkin A., Kaper T.J., Nadim A.* Coupled pulsation and translation of two gas bubbles in a liquid // *J. Fluid Mech.* – 2001. – V. 445, No 1. – P. 377–411. – doi: 10.1017/S0022112001005857.
20. *Кузнецов Г.Н., Щёкин И.Е.* Взаимодействие пульсирующих пузырьков в вязкой жидкости // *Акуст. журн.* – 1972. – Т. 18. – С. 565–570.
21. *Губайдуллин А.А., Губкин А.С.* Исследование динамики пузырькового кластера // *Вестн. Тюм. гос. ун-та.* – 2013. – № 7. – С. 91–97.
22. *Губайдуллин А.А., Губкин А.С.* Поведение пузырьков в кластере при акустическом воздействии // *Современная наука: идеи, исследования, результаты, технологии.* – 2013. – № 1. – С. 363–367.
23. *Reddy A.J., Szeri A.J.* Shape stability of unsteadily translating bubbles // *Phys. Fluids.* – 2002. – V. 14, No 7. – P. 2216–2224. – doi: 10.1063/1.1483840.
24. *Аганин И.А., Давлетшин А.И.* Динамика двух газовых пузырьков в жидкости в ультразвуковой бегущей волне // *Труды Ин-та механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН.* – 2017. – Т. 12, № 1. – С. 33–39.
25. *Аганин А.А., Давлетшин А.И.* Моделирование взаимодействия газовых пузырьков в жидкости с учётом их малой несферичности // *Матем. моделирование.* – 2009. – Т. 21, № 6. – С. 89–102.
26. *Аганин А.А., Давлетшин А.И., Топорков Д.Ю.* Динамика расположенных в линию кавитационных пузырьков в интенсивной акустической волне // *Вычисл. технологии.* – 2014. – Т. 19, № 1. – С. 3–19.

Поступила в редакцию
20.03.18

Аганин Илья Александрович, младший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН
ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *aganel@gmail.com*

Давлетшин Анас Ильгизович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН
ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: *anas.davletshin@gmail.com*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2018, vol. 160, no. 3, pp. 448–461

Dynamics of Gas Bubbles under Acoustic Excitation

*I.A. Aganin**, *A.I. Davletshin***

*Institute of Mechanics and Engineering,
Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, 420111 Russia
E-mail: *aganel@gmail.com, **anas.davletshin@gmail.com*

Received March 20, 2018

Abstract

The dynamics of two gas (air) bubbles in liquid (water) under the action of an ultrasonic traveling wave has been considered. The wave propagates along the straight passing through the bubble centers. The dependencies of the dynamics of the bubbles on the distance between them, their total gas mass, and wave amplitude have been studied for different bubble size ratios under a fixed total gas mass. A mathematical model taking into account the small nonsphericity of the bubbles, liquid viscosity, and compressibility has been used. Three bubble interaction scenarios have been shown to arise: collision of the bubbles, their divergence, and destruction of one of them due to its large deformations. The ranges of the wave amplitude, distance between the bubbles, ratio of their sizes, and value of the total mass of the gas contained in the bubble in which those scenarios are realized have been determined.

Keywords: dynamics of gas bubbles in liquid, hydrodynamic interaction of bubbles, ultrasonic traveling wave

Figure Captions

Fig. 1. The location of the bubbles relative to the running wave.

Fig. 2. The case of bubble collision: changes in the bubble radii R_i (*a*), the z -coordinates of their centers z_i (thick curves) and the points of the bubble surfaces closest to each other and located on the z -axis (thin curves) (*b*), and the dimensionless nonspherical amplitude of the second bubble $\varepsilon_{2,1}$ in the form of the second spherical harmonic (*c*).

Fig. 3. The case of destruction of one of the bubbles: changes in the bubble radii R_i (*a*), the z -coordinates of their centers z_i (thick curves) and the points of the bubble surfaces closest to each other and located on the z -axis (thin curves) (*b*), and the dimensionless nonspherical amplitude of the second bubble $\varepsilon_{2,2}$ in the form of the second spherical harmonic (*c*).

Fig. 4. The case of bubble divergence: changes in the bubble radii R_i (a), the z -coordinates of their centers z_i (thick curves) and the points of the bubble surfaces closest to each other and located on the z -axis (thin curves) (b), and the dimensionless nonspherical amplitude of the second bubble $\varepsilon_{2,2}$ in the form of the second spherical harmonic (c).

Fig. 5. Dependencies on β of the dimensionless time moment t/λ corresponding to the collision of bubbles (solid sections of lines) or to the destruction of one of the colliding bubbles (dashed line segments) for three values of: the dimensionless initial distance between the bubble centers d_0/R_0^* (a), the dimensionless pressure amplitude in the wave p_a/p_0 (b), and the dimensionless radius R_0/R_0^* that determines the total mass of the gas in the bubbles (c) (the corresponding curves differ in color). Divergence of the bubbles takes place in those ranges of β in which there is no a line.

References

1. Putterman S.J., Weninger K.P. Sonoluminescence: How bubbles turn sound into light. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2000, vol. 32, pp. 445–476. doi: 10.1146/annurev.fluid.32.1.445.
2. Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr.), Nigmatulin R.I., Block R.C. Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation. *Science*, 2002, vol. 295, no. 5561, pp. 1868–1873. doi: 10.1126/science.1067589.
3. Taleyarkhan R.P., West C.D., Lahey R.T. (Jr.), Nigmatulin R.I., Block R.C., Xu Y. Nuclear emissions during self-nucleated acoustic cavitation. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 96, no. 3, art. 034301, pp. 1–4. doi: 10.1103/PhysRevLett.96.034301.
4. Parlitz U., Mettin R., Luther S., Akhatov I., Voss M., Lauterborn W. Spatio-temporal dynamics of acoustic cavitation bubble clouds. *Philos. Trans. R. Soc., A*, 1999, vol. 357, no. 1751, pp. 313–334. doi: 10.1098/rsta.1999.0329.
5. Kieser B., Phillion R., Smith S., McCartney T. The application of industrial scale ultrasonic cleaning to heat exchangers. *Proc. Int. Conf. on Heat Fouling and Cleaning – 2011*, 2011, pp. 336–338.
6. Vetrinurugana R. Optimization of hard disk drive heads cleaning by using ultrasonics and prevention of its damage. *APCBEE Procedia*, 2012, vol. 3, pp. 222–230. doi: 10.1016/j.apcbee.2012.06.073.
7. Mason T.J. Ultrasonic cleaning: An historical perspective. *Ultrason. Sonochem.*, 2016, vol. 29, pp. 519–523. doi: 10.1016/j.ultsonch.2015.05.004.
8. Suslick K.S. Sonochemistry. *Science*, 1990, vol. 247, pp. 1439–1445. doi: 10.1126/science.247.4949.1439.
9. Miller D. L. Quddus J. Diagnostic ultrasound activation of contrast agent gas bodies induces capillary rupture in mice. *Proc. Natl. Acad. Sci. U S A*, 2000, vol. 97, no. 18, pp. 10179–10184. doi: 10.1073/pnas.180294397.
10. Seemann S., Hauff P., Schultze-Mosgau M., Lehmann C., Reszka R. Pharmaceutical evaluation of gas-filled microparticles as gene delivery system. *Pharm. Res.*, 2002, vol. 19, no. 3, pp. 250–257. doi: 10.1023/A:1014430631844.
11. Bjerknes V.F.K. *Field of Force*. New York, Columbia Univ. Press, 1906. 148 p. (In Russian)
12. Mettin R., Akhatov I., Parlitz U., Ohl C.D., Lauterborn W. Bjerknes force between small cavitation bubbles in a strong acoustic field. *Phys. Rev. E*, 1997, vol. 56, no. 3, pp. 2924–2931. doi: 10.1103/PhysRevE.56.2924.
13. Konovalova S., Akhatov I. Structure formation in acoustic cavitation. *Multiphase Sci. Technol.*, 2005, vol. 17, no. 3, pp. 343–371. doi: 10.1615/MultScienTechn.v17.i4.30.

14. Pelekasis N.A., Gaki A., Doinikov A., Tsamopoulos J.A. Secondary Bjerknes forces between two bubbles and the phenomenon of acoustic streamers. *J. Fluid Mech.*, 2004, vol. 500, pp. 313–347. doi: 10.1017/S0022112003007365.
15. Doinikov A.A. Mathematical model for collective bubble dynamics in strong ultrasound fields. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2004, vol. 116, no. 2, pp. 821–827. doi: 10.1121/1.1768255.
16. Margulis I.M., Margulis M.A. Interaction dynamics of bubbles in a cavitation cloud. *Russ. J. Phys. Chem.*, 2004, vol. 78, no. 7, pp. 1159–1170.
17. Konovalova S.I. Translational effects and structure formation in acoustic cavitation. *Cand. Phys.-Math. Sci. Ufa*, 2006. 120 p. (In Russian)
18. Doinikov A.A. Translational motion of two interacting bubbles in a strong acoustic field. *Phys. Rev. E*, 2001, vol. 64, pt. 2, art. 026301, pp. 1–6. doi: 10.1103/PhysRevE.64.026301.
19. Harkin A., Kaper T.J., Nadim A. Pulsation and translation of two gas bubbles in a liquid. *J. Fluid Mech.*, 2001, vol. 445, no. 01, pp. 377–411. doi: 10.1017/S0022112001005857.
20. Kuznetsov G.N., Tschekin I.E. Interaction of pulsating bubbles in a viscous liquid. *Akust. Zh.*, 1972, vol. 18, pp. 565–570. (In Russian)
21. Gubaidullin A.A., Gubkin A.S. Investigation of bubble cluster dynamics. *Vestn. Tyumen. Gos. Univ.*, 2013. no. 7. pp. 91–97. (In Russian)
22. Gubaidullin A.A., Gubkin A.S. Behavior of bubbles in a cluster under acoustic action. *Sovr. Nauka. Issled., Idei, Rezul't., Tekhnol.*, 2013, no. 1, pp. 363–367. (In Russian)
23. Reddy A.J., Szeri A.J. Shape stability of unsteadily translating bubbles. *Phys. Fluids*, 2002, vol. 14, no. 7, pp. 2216–2224. doi: 10.1063/1.1483840.
24. Aganin I.A., Davletshin A.I. Dynamics of two gas bubbles in liquid in an ultrasonic traveling wave. *Tr. Inst. Mekh. im. R.R. Mavlyutova UNTs RAN*, 2017, vol. 12, no. 1, pp. 33–39. (In Russian)
25. Aganin A.A., Davletshin A.I. Simulation of interaction of gas bubbles in a liquid with allowing for their small asphericity. *Mat. Model.*, 2009, vol. 21, no. 6, pp. 89–102. (In Russian)
26. Aganin A.A., Davletshin A.I., Toporkov D.Yu. The dynamics of in-line cavitation bubbles in an intense acoustic wave. *Vychisl. Tekhnol.*, 2014, vol. 19, no. 1, pp. 3–19. (In Russian)

⟨ **Для цитирования:** Аганин И.А., Давлетшин А.И. Динамика газовых пузырьков при акустическом возбуждении // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2018. – Т. 160, кн. 3. – С. 448–461. ⟩

⟨ **For citation:** Aganin I.A., Davletshin A.I. Dynamics of gas bubbles under acoustic excitation. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2018, vol. 160, no. 3, pp. 448–461. (In Russian) ⟩