

УДК 621.373.8

## ДИНАМИКА КОМПРЕССИИ ФАЗОМОДУЛИРОВАННЫХ ИМПУЛЬСОВ ИЗ МАЛОГО ЧИСЛА ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПОЛЯ

*О.И. Пасека, В.Е. Лобанов, А.П. Сухоруков*

### Аннотация

Построена теория компрессии коротких оптических импульсов с квадратичной фазовой модуляцией в диспергирующей среде. Приведены результаты численного моделирования уравнения для напряженности электрического поля световой волны. Найдены условия, при которых импульс сжимается до одного периода осцилляций. Проведены оценки оптимального индекса фазовой модуляции для достижения максимальной компрессии импульса.

**Ключевые слова:** предельно короткий импульс, осцилляции поля, фазовая модуляция, диспергирующая среда, компрессия.

### Введение

Предельно короткие оптические импульсы (ПКИ), содержащие несколько колебаний электромагнитного поля, находят все более широкое применение в нелинейной оптике, медицине, спектроскопии и диагностике сверхбыстрых процессов и материалов, в лазерной физике при изучении взаимодействия света с веществом, в телекоммуникационных системах и других областях [1]. Импульсы, содержащие всего 3–5 осцилляций поля, получены экспериментально в ближнем инфракрасном диапазоне длин волн с помощью параметрических генераторов [2, 3]. Для получения ПКИ используются различные методы компрессии импульсов с фазовой модуляцией в средах с частотной дисперсией (волокнах, решетках и др.). Оптические импульсы приобретают фазовую модуляцию в самих лазерах или при распространении в нелинейных и диспергирующих средах. В нелинейных средах для сжатия импульса используется эффект самокомпрессии [4, 5]. В последнее время выполнены работы по сжатию импульсов, обладающих спектральным суперконтинуумом [6]. Сильная компрессия достигнута при параметрическом усилении импульсов с чирпом частоты [2, 3, 7–9]. Огромной дисперсией, необходимой для эффективной компрессии, обладают полые фотонные волокна, заполненные газом [10].

Теория компрессии пикосекундных импульсов развивалась с помощью метода медленно-меняющихся амплитуд (ММА) во втором приближении теории дисперсии [2, 11]. Однако для предельно коротких фемтосекундных импульсов такой метод становится неприменимым, так как спектральная ширина импульсов из небольшого числа осцилляций поля сравнима с шириной спектра. Поэтому для описания распространения предельно коротких импульсов используют или метод ММА с учетом дисперсии более высоких порядков (третьего, четвертого и т. д.) [2], или метод медленно-меняющегося профиля (ММП) электрического поля оптического импульса [12–16].

В данной статье мы используем метод ММП для анализа предельной компрессии импульса из малого числа осцилляций с квадратичной фазовой модуляцией

(ФМ). Выполнен комплекс численного моделирования уравнения для электрического поля оптической волны при варьировании индекса ФМ и длительности импульса. Найдено оптимальное значение индекса, при котором импульс сокращается в диспергирующей среде до одного периода осцилляций поля. Дальнейшему сжатию препятствуют хроматические aberrации, обусловленные дисперсией третьего порядка.

### 1. Описание динамики компрессии импульсов

В приближении ММА световую волну можно представить в виде  $E(z, t) = A(z, t) \exp[-i\omega_0 t + ik(\omega_0)z]$ , где  $A = A(z, t)$  – амплитуда комплексной огибающей,  $k(\omega_0)$  – волновое число на несущей частоте  $\omega_0$ . Распространение сигнала в диспергирующей среде во втором приближении теории дисперсии описывается параболическим уравнением для амплитуды волнового пакета

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i D_2 \frac{\partial^2 A}{\partial^2 \tau}, \quad (1)$$

где  $z$  – координата, вдоль которой распространяется излучение,  $\tau = t - z/u$ ,  $u$  – групповая скорость,  $u = \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)_{\omega_0}^{-1}$ ,  $D_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right)_{\omega_0} = \frac{-1}{2u^2} \frac{\partial u}{\partial \omega} \Big|_{\omega_0}$  – коэффициент дисперсии групповой скорости. Уравнению (1) соответствует закон дисперсии  $k(\omega) = k(\omega_0) + \Omega/u + D_2 \Omega^2$ ,  $\omega = \omega_0 + \Omega$ . При подаче на вход в среду гауссова импульса с квадратичной фазовой модуляцией

$$A_0(\tau) = A_0 \exp[-(1 - i\beta)\tau^2/T_0^2] \quad (2)$$

решение уравнения (1) согласно [8, 9] выглядит как

$$A(z, \tau) = E_0 \sqrt{\frac{T_0}{T(z)}} \exp\left[\frac{-\tau^2}{T^2(z)}\right].$$

Длительность импульса меняется с расстоянием следующим образом:

$$T(z) = T_0 \left[ (1 - \text{sign}(\beta D_2) |\beta| z/l_d)^2 + z^2/l_d^2 \right]^{1/2}. \quad (3)$$

Здесь введена длина дисперсионного расплывания  $l_d = T_0^2/4|D_2|$ . Спектральная ширина сигнала с огибающей (2) сохраняется постоянной  $\Delta\omega_\beta = 2\sqrt{1 + \beta^2}/T_0$ .

Если  $\beta D_2 > 0$ , то происходит компрессия ФМ импульса. Как следует из простого анализа выражения (3), минимальная длительность

$$T_c = T_0/\sqrt{1 + \beta^2} \quad (4)$$

достигается на расстоянии  $z_c = \beta l_d/(1 + \beta^2)$  (см., например, [15, 16]). В точке компрессии интенсивность возрастает в  $\sqrt{1 + \beta^2}$  раз. С увеличением индекса модуляции длительность сжатого импульса сокращается как  $T_c \approx T_0/\beta$ . Однако следует иметь в виду, что метод ММА справедлив при обязательном выполнении условия  $\omega_0 T(z) \gg 1$  и слабом влиянии дисперсии высших порядков. Отсюда следует ограничение, накладываемое в теории ММА на величину индекса модуляции:  $\beta \ll \omega_0 T_0/2\pi$ . Выполнение этого условия обеспечивает узкополосность спектра сигнала:  $\Delta\omega_\beta = 2\sqrt{1 + \beta^2}/T_0 \ll \omega_0$ . Таким образом, индекс ФМ неявно ограничен сверху,  $\beta \ll \omega_0 T_0/2$ . Если же длительность импульса становится сопоставимой

с периодом осцилляций поля  $T(z) \leq 2\pi/\omega_0$  и  $\Delta\omega_\beta \geq \omega_0$ , то формула (3) теряет свою силу и необходимо переходить к другим методам учета дисперсии среды.

В связи со вышесказанным обратимся к методу ММП, полагая  $E = E(z, \tau)$ , где  $\tau = t - z/c_0$ ,  $c_0$  – скорость света на низких частотах. С помощью этого метода можно свести анализ уравнений Максвелла к решению следующего уравнения [15, 17, 18]

$$\frac{\partial E}{\partial z} - D_3 \frac{\partial^3 E}{\partial \tau^3} = 0. \quad (5)$$

Этому приближению отвечает дисперсия  $k(\omega) = \omega/c_0 + D_3 \omega^3$ . Так как поле  $E(z, \tau)$  является действительной функцией, то вместо комплексной амплитуды (1) зададим на входе в среду гауссов импульс с квадратичной фазовой модуляцией в двух видах: при наличии осцилляций поля – в виде

$$E(z = 0, \tau) = E_0 \exp(-\tau^2/T_0^2) \cos(\omega_0\tau - \beta\tau^2/T_0^2) \quad (6)$$

или в виде

$$E(z = 0, \tau) = E_0 \exp(-\tau^2/T_0^2) \sin(\omega_0\tau - \beta\tau^2/T_0^2). \quad (7)$$

Отметим, что импульс (6) описывается четной функцией и имеет конечную величину площади  $I_2 = \int E(z, \tau) d\tau$ , а другой импульс (7) задается нечетной функцией с нулевой площадью. Это обстоятельство сказывается на форме волны в точке компрессии. Задача (5)–(7) решалась путем численного моделирования с контролем сохранения интегралов движения  $I_1 = \int E^2(z, \tau) d\tau$ ,  $I_2 = \int E(z, \tau) d\tau$ ,  $I_3 = \int \left( \frac{\partial E(z, \tau)}{\partial \tau} \right)^2 d\tau$ .

Уравнение (5) описывает дисперсию 3-го порядка,  $k(\omega) = \omega/c_0 + D_3 \omega^3$ , которая вызывает хроматические аберрации, то есть асимметричные искажения профиля поля. Так как затруднительно определить длительность такого импульса по заданному уровню поля, то для характеристики сигнала выберем среднеквадратичную длительность с помощью следующего интегрального выражения:

$$T_{m-s}^2(z) = \frac{\int [\tau - \tau_c(z)]^2 E^2(z, \tau) d\tau}{\int E^2(z, \tau) d\tau}, \quad (8)$$

где  $\tau_c(z) = \frac{\int \tau E^2(z, \tau) d\tau}{\int E^2(z, \tau) d\tau}$  – положение центра диспергирующего импульса. Для

начального гауссова импульса длительностью без ФМ имеем  $T_{m-s}(0) \approx T_0/\sqrt{2}$ .

Уравнение (5) решалось численно спектральным методом при помощи быстрого преобразования Фурье. На рис. 1 представлены результаты моделирования распространения импульса для случая  $\omega_0 T_0 = 10$ ,  $\beta = 2.5$ ,  $T_0 = 10$ ,  $D_3 = 0.01$ . На врезках показаны слева направо профили поля на входе в среду, в точке компрессии и далеко за ней. Видно, что в точке компрессии сигнал превращается в однопериодный импульс, а при дальнейшем распространении он уширяется и претерпевает сильные асимметричные искажения. Сплошная кривая показывает изменение среднеквадратичной длительности (8). Минимальная длительность  $T_c = 0.4121$  достигается в точке компрессии  $z_c = 2.774$ . На этом же рисунке показан процесс сжатия гауссова

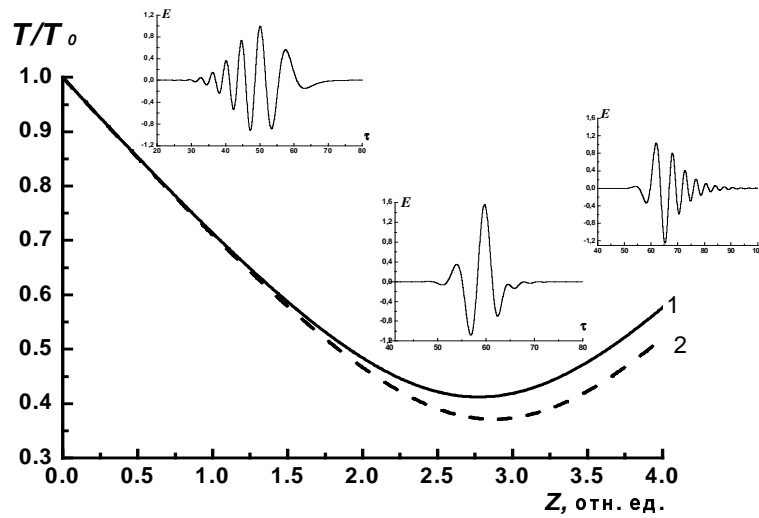


Рис. 1. Динамика компрессии импульса с квадратичной модуляцией фазы,  $\beta = 2.5$  при  $N = \Omega_0 T_0 = 10$ , рассчитанная численно во 2-м приближении ММА (пунктирная кривая) и методом ММП (5) (сплошная кривая). Во врезках показаны профили поля на входе, в точке компрессии и за ней

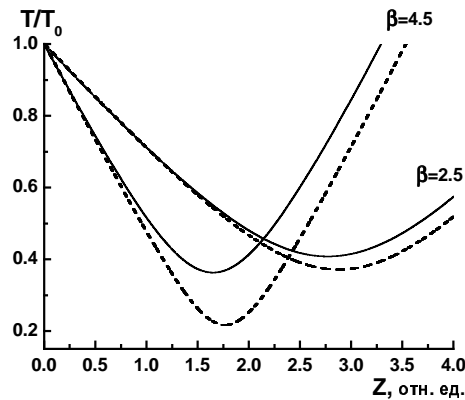


Рис. 2. Изменение с расстоянием длительности импульса с параметром числа осцилляций  $\omega_0 T_0 = 10$  для разных индексов ФМ:  $\beta = 2.5$  и  $\beta = 4.5$ ; сплошные кривые получены численно методом ММП, пунктирные – аналитически методом ММА

импульса согласно методу ММА во 2-м приближении теории дисперсии по формуле (3). Так как во 2-м приближении aberrации отсутствуют, импульс сжимается сильнее:  $T_c = 0.3914$  на расстоянии  $z_c = 2.873$ .

Рассмотрим теперь влияние индекса ФМ на степень дисперсионного сжатия. На рис. 2 сплошными кривыми показаны зависимости длительности от расстояния для тех же параметров, что и на рис. 1. На том же рисунке показана компрессия для большего значения индекса модуляции  $\beta = 4.5$ . Для сравнения показаны результаты расчета по методу ММА (пунктирные кривые) при  $D_2 = 3D_3\omega_0 = 0.03$ . Как видно, увеличение индекса ФМ обеспечивает лучшую компрессию; метод ММА дает завышенную оценку степени компрессии, равной  $T_0/T_c$ . Но при этом возникает естественный вопрос, до какой предельно малой длительности можно сжимать импульс и чему равен оптимальный индекс модуляции.

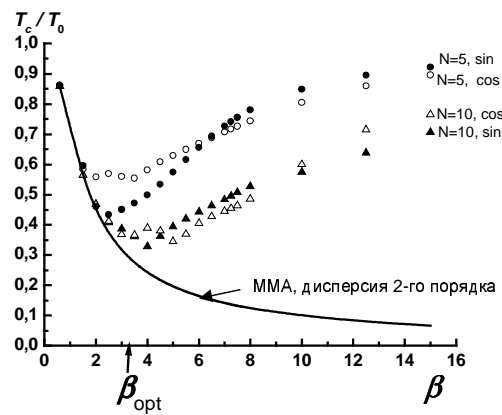


Рис. 3. Зависимость нормированной длительности (коэффициента компрессии) предельно сжатого импульса с начальным профилем (6) (черные кружки) и (7) (светлые кружки) при разных числа начальных осцилляций поля  $N = \omega_0 T_0 = 5$  и  $N = 10$  от индекса начальной квадратичной ФМ  $\beta$

На рис. 3 показана зависимость минимальной длительности в точке компрессии импульса (6) с  $N = \omega_0 T_0 = 10$  от индекса модуляции. Как видно, с увеличением индекса сначала степень сжатия увеличивается. Затем эффективность компрессии снижается и при оптимальном значении индекса  $\beta_{opt} \approx 3.2$  достигается абсолютный минимум  $\min T_c \approx 0.3T_0 = 0.6T_{m-s}$ . При дальнейшем увеличении индекса профиль поля в точке компрессии искажается еще сильнее, и сжатие становится малоэффективным. Эффект насыщения степени компрессии не наблюдается во 2-м приближении теории дисперсии. (сплошная кривая, формула (4)).

Оптимальную величину параметра  $\beta_{opt}$  для получения однопериодного импульса можно оценить следующим образом. Как известно, в ходе компрессии ширина спектра не меняется. На входе в среду спектральная ширина импульса при сильной ФМ равна  $\Delta\omega_\beta = 2\beta/T_0$ . В точке компрессии фазовой модуляцией можно пренебречь, и ширина спектра будет определяться длительностью одного полупериода  $T_{osc} = \pi/\omega_0$ , а именно  $\Delta\omega_{osc} = 2/T_{osc} = 2\omega_0/\pi$ . Приравнявая эти две ширины  $\Delta\omega_\beta = \Delta\omega_{osc}$ , получим соотношение  $\beta_{opt} \approx \omega_0 T_0/\pi$ . Для  $T_0 = 10$ ,  $\omega_0 = 1$  находим  $\beta_{opt} \approx 3$  что удивительно хорошо согласуется с данными на рис. 3. Величина  $\beta_{opt}$  накладывает ограничение сверху на индекс модуляции частоты: при  $\beta > \beta_{opt}$  импульс не укорачивается, а наоборот, удлиняется. Таким образом, сжатие импульса до одного периода исходных осцилляций поля можно получить при оптимальной компрессии с  $\beta = \beta_{opt}$ .

### Заключение

Нами развита теория компрессии импульса из малого числа осцилляций с квадратичной фазовой модуляцией в рамках метода медленно меняющегося профиля поля. Численно решено уравнение для электрического поля при варьировании индекса ФМ, числа осцилляций и длительности входного импульса. Найдена оптимальная величина индекса модуляции, при которой возможно сжатие импульса до одного периода осцилляций поля. При превышении оптимальной величины длительность в точке компрессии увеличивается.

Работа выполнена при поддержке грантами «Ведущие научные школы» (НШ-671.2008.2), РФФИ (№ 08-02-00717, 09-02-01028).

### Summary

*O.I. Paseka, V.E. Lobanov, A.P. Sukhorukov.* Dynamics of Phase-Modulated Few-Cycle Pulse Compression.

The theory of short optical pulse compression with quadratic phase modulation in dispersive media is elaborated. Results of numerical simulation of the equation for a light wave field are presented. The conditions whereby the pulse is compressed up to one optical period are discussed. The optimum phase modulation index is determined.

**Key words:** few-cycle pulse, field oscillations, phase modulation, dispersive medium, compression.

### Литература

1. Херман Й., Вильгельми Б. Лазеры сверхкоротких световых импульсов. – М.: Мир, 1986. – 368 с.
2. Baltuska A., Wei Z. et al. Optical pulse compression to 5 fs at a 1-MHz repetition rate // Opt. Lett. – 1997. – V. 22. – P. 102–104.
3. Beddard T., Ebrahimzadeh M., Reid T.D., Sibbett W. Five-optical-cycle pulse generation in the mid infrared from an optical parametric oscillator based on aperiodically poled lithium niobate // Opt. Lett. – 2000. – V. 25. – P. 1052–1054.
4. Ахманов С.А., Вислоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. – М.: Наука, 1988. – 312 с.
5. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Наука, 1996. – 323 с.
6. Dudley J.M., Coen S. Fundamental limits to few-cycle pulse generation from compression of supercontinuum spectra generated in photonic crystal fiber // Opt. Expr. – 2004. – V. 12, No 11. – P. 2423–2428.
7. Kinsler P., New G.H.C. Few cycle pulse propagation // Phys. Rev. A. – 2003. – V. 67, No 2. – P. 023813-1–023813-8.
8. Witte S., Zinkstok R., Hogervorst W., Eikema K. Generation of few-cycle terawatt light pulses using optical parametric chirped pulse amplification // Opt. Expr. – 2005. V. 13, No 13. – P. 4903–4908.
9. Tavella F., Nomura Y., Veisz L., Pervak V., Marcinkevicius A., Krausz F. Dispersion management for a sub-10-fs, 10 TW optical parametric chirped-pulse amplifier // Opt. Lett. – 2007. – V. 32, No 15. – P. 2227–2229.
10. Nurhuda M., Suda A., Kaku M., Midorikawa K. Optimization of hollow fiber pulse compression using pressure gradients // Appl. Phys. B. – 2007. – V. 89. – P. 209–215.
11. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – М.: Наука, 1990. – 432 с.
12. Brabec T., Krausz F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime // Phys Rev. Lett. – 1997. – V. 78. – P. 3282–3285.
13. Brabec T., Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics // Rev. Mod. Phys. – 2000. – V. 72, No 2. – P. 545–591.
14. Козлов С.А., Сазонов С.В. Нелинейное распространение импульсов длительностью в несколько колебаний светового поля в диэлектрических средах // ЖЭТФ. – 1997. – Т. 111. – С. 404–419.
15. Дубровская О.В., Сухоруков А.П. Нелинейное взаимодействие двух световых пучков // Изв. РАН. Сер. физ. – 1992. – Т. 56, № 12. – С. 184–192.

16. Карамзин Ю.Н., Поташиников А.С., Сухоруков А.П. Взаимодействие ультракоротких электромагнитных импульсов в среде с квадратичной нелинейностью // Изв. РАН. Сер. физ. – 1996. – Т. 60, № 12. – С. 29–35.
17. Козлов С.А. Спектральные уравнения в фемтосекундной нелинейной оптике // Проблемы когерентной и нелинейной оптики. – СПб: Изд-во СПбГУ ИТМО, 2000. – С. 143–160.
18. Козлов С.А., Самарцев В.В. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. – СПб: Изд-во СПбГУ ИТМО, 2007. – 218 с.

Поступила в редакцию  
02.02.09

---

**Пасека Ольга Игоревна** – студент кафедры фотоники и физики микроволн физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *olgapaseka@gmail.com*

**Лобанов Валерий Евгеньевич** – кандидат физико-математических наук, докторант физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *vallobanov@gmail.com*

**Сухоруков Анатолий Петрович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фотоники и физики микроволн физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: *apsmsu@gmail.com*