

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 532.529.6

doi: 10.26907/2541-7746.2022.2-3.181-193

ЭФФЕКТИВНОСТЬ УЛАВЛИВАНИЯ ИНЕРЦИОННЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ С ПОРИСТЫМ ЦИЛИНДРОМ

А.Р. Хазиев, Ш.Х. Зарипов, Р.Ф. Марданов, А.Г. Пиллюгин

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Аннотация

Развита модель течения аэрозоля в периодической ячейке регулярного ряда пористых цилиндров. Гидродинамическое поле течения несущей среды вне и в области пористого цилиндра описывается в приближении модели Стокса–Бринкмана для несжимаемого вязкого газа. Для модели круговой периодической ячейки Кувабара получено аналитическое решение, в случае прямоугольной ячейки краевая задача для функции тока течения решается численно с помощью метода граничных элементов. В найденных полях скоростей несущей среды интегрируются лагранжевы уравнения движения взвешенных частиц и рассчитывается зависимость эффективности улавливания частиц в результате инерционной импакции и механизма зацепления от числа Стокса при различной плотности ячейки и числа Дарси пористого цилиндра.

Ключевые слова: взвешенные частицы, пористый цилиндр, модель Стокса–Бринкмана, эффективность улавливания частиц

Введение

Аэрозольные волокнистые фильтры широко применяются для очистки воздушной среды в жилых и рабочих помещениях. При фильтрации аэрозолей через пористую среду взвешенные частицы оседают на поверхности волокон за счет инерционного или диффузионного механизмов оседания. Основной характеристикой фильтров является эффективность улавливания взвешенных частиц элементами фильтра. В процессе работы фильтра при оседании частиц на волокнах формируется пористый слой, который оказывает существенное влияние на поле течения вокруг одиночного волокна, следовательно, и на осаждение частиц. В качестве отдельных элементов волокнистых фильтров могут также использоваться волокна, окруженные пористым слоем [1].

Впервые решение задачи об обтекании пористого цилиндра в приближении течения Стокса было получено в работе [2]. Численная модель течения Стокса в периодической ячейке с пористым волокном развита в [3]. Обзор работ, посвященных решению задач обтекания пористых цилиндров и сфер, представлен в [4]. Течение несжимаемой жидкости вокруг пористого цилиндра квадратного сечения исследовалось в [5]. Результаты исследования диффузионного оседания взвеси на одиночном и стесненном цилиндрах при различных значениях коэффициента проницаемости представлены в работах [6, 7]. В [6] показано, что использование пористых цилиндров в качестве элементов аэрозольных волокнистых фильтров заметно

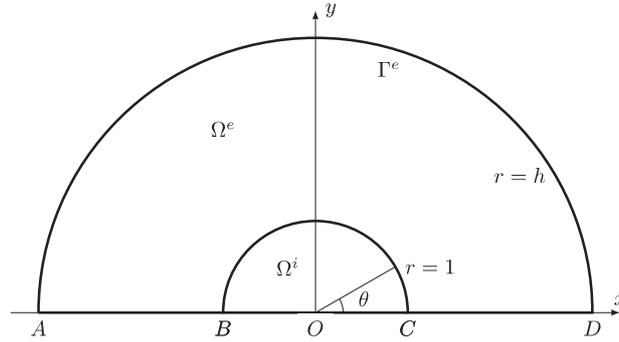


Рис. 1. Круговая периодическая ячейка с пористым цилиндром

повышает эффективность улавливания малых частиц в случае диффузионного осаждения. В [8, 9] показано, что при обтекании пористого цилиндра наблюдаются ненулевые значения эффективности улавливания частиц при малых числах Стокса.

В настоящей работе представлена модель гидродинамического течения в круговой и прямоугольной периодических ячейках с одиночным пористым цилиндром. Поле течения несущей среды вне и в области пористого цилиндра описывается в приближении модели Стокса–Бринкмана для несжимаемого газа. Для модели круговой периодической ячейки Кувабара получено аналитическое решение, в случае прямоугольной ячейки краевая задача численно решается с помощью метода граничных элементов. В найденных полях скоростей несущей среды решаются лагранжевы уравнения движения частиц и находится зависимость эффективности улавливания частиц в результате инерционной импакции и механизма зацепления от числа Стокса при различной пористости ячейки и числа Дарси пористого цилиндра.

1. Аналитическое решение для круговой ячейки Кувабара

Рассмотрим течение в периодической круговой ячейке с пористым цилиндром (рис. 1). Задача формулируется в безразмерном виде. В качестве масштаба длины и скорости выбраны радиус пористого цилиндра R_c и скорость невозмущенного потока U_0 . Расчетная область $\Omega = \Omega^e \cup \Omega^i$ состоит из однородной области Ω^e внешнего течения радиуса $r = h$ и пористой среды Ω^i внутри цилиндра радиуса $r = 1$. Пусть ψ^e, ψ^i – функция тока течения вне и внутри цилиндра. Здесь и далее индексы “e” и “i” соответствуют внешней и внутренней областям течения.

Течение во внешней области Ω^e описывается в приближении течения Стокса. В этом случае функция тока $\psi^e(x, y)$ внешнего течения будет удовлетворять бигармоническому уравнению [10]

$$\Delta^2 \psi^e = 0 \quad (1)$$

и условиям на внешней границе круговой ячейки Γ^e и линии раздела Γ^i между однородной и пористой областями. Для круговой ячейки граничные условия на внешней границе AD запишем в виде [11]

$$\psi^e = y, \quad \omega^e = 0, \quad (2)$$

где $\omega^e = -\Delta \psi^e$ – завихренность. На участках AB и CD выполняется условие симметрии

$$\psi^e = 0, \quad \omega^e = 0. \quad (3)$$

В пористой области Ω^i функция тока $\psi^i(x, y)$ внутреннего течения в цилиндре удовлетворяет уравнению Бринкмана

$$\Delta^2 \psi^i - S^2 \Delta \psi^i = 0, \quad (4)$$

где $S = R_c/\sqrt{k}$ – безразмерный параметр, k – проницаемость пористого цилиндра. На участке BOC задано условие симметрии

$$\psi^i = 0, \quad \omega^i = 0. \quad (5)$$

На линии BC раздела двух сред (границе пористого цилиндра) выполняются условия [12]

$$u_x^e = u_x^i, \quad u_y^e = u_y^i, \quad p^e = p^i, \quad \omega^e = \omega^i, \quad (6)$$

где u_x, u_y – компоненты вектора скорости течения, p – давление. Решение краевой задачи (1)–(6) позволяет определить функции $\psi^{e,i}(x, y)$, $\omega^{e,i}(x, y)$, $u_x^{e,i}(x, y)$, $u_y^{e,i}(x, y)$.

Решения для функций тока внешнего и внутреннего течений представляются в виде

$$\psi^e(r, \theta) = \left(\frac{A_1}{r} + B_1 r + C_1 r \ln r + D_1 r^3 \right) \sin \theta, \quad (7)$$

$$\psi^i(r, \theta) = (B_2 r + C_2 I_1(Sr)) \sin \theta, \quad (8)$$

где r, θ – полярные координаты, I_1 – модифицированная функция Бесселя первого рода первого порядка. Подставив (7) и (8) в граничные условия (5) и (6), получим систему линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных $A_1, B_1, C_1, D_1, B_2, C_2$:

$$\alpha A_1 + B_1 - \frac{\ln \alpha}{2} C_1 + \frac{1}{\alpha} D_1 = 1,$$

$$\alpha C_1 + 4D_1 = 0,$$

$$A_1 + B_1 + D_1 - B_2 - I_1(S)C_2 = 0,$$

$$-A_1 + B_1 + C_1 + 3D_1 - B_2 + (I_1(S) - SI_0(S))C_2 = 0,$$

$$2C_1 - 8D_1 - S^2 B_2 = 0,$$

$$2C_1 + 8D_1 - S^2 I_1(S)C_2 = 0,$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Компоненты скорости течения выражаются через найденные $\psi^e(r, \theta)$ и $\psi^i(r, \theta)$ по формулам:

$$u_r^e(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{d\psi^e}{d\theta} = \left(\frac{A_1}{r^2} + B_1 + C_1 \ln r + D_1 r^2 \right) \cos \theta,$$

$$u_r^i(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{d\psi^i}{d\theta} = \left(B_2 + C_2 \frac{I_1(Sr)}{r} \right) \cos \theta,$$

$$u_\theta^e(r, \theta) = -\frac{d\psi^e}{dr} = \left(\frac{A_1}{r^2} - B_1 - C_1(\ln r + 1) - 3D_1 r^2 \right) \sin \theta,$$

$$u_\theta^i(r, \theta) = -\frac{d\psi^i}{dr} = -\left(B_2 + C_2 S \left(I_0(Sr) - \frac{I_1(Sr)}{Sr} \right) \right) \sin \theta.$$

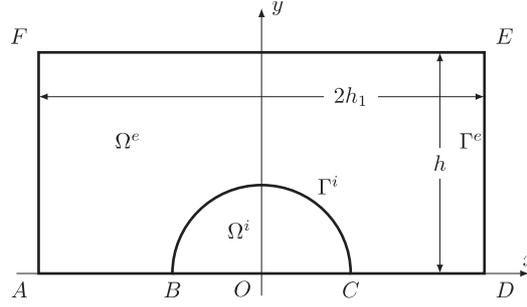


Рис. 2. Прямоугольная периодическая ячейка с пористым цилиндром

2. Прямоугольная периодическая ячейка

Модель круговой периодической ячейки Кувабара позволяет получить аналитическое решение задачи Стокса–Бринкмана, однако она дает приближенное поле скоростей течения. Для обеспечения большей точности описания поля течения в ряду или упаковке пористых цилиндров рассмотрим задачу Стокса–Бринкмана для прямоугольной периодической ячейки (рис. 2). В области Ω^e внешнего течения функция тока $\psi^e(x, y)$ удовлетворяет бигармоническому уравнению (1). На границах AF и DE задаются граничные условия

$$\psi^e(-h_1, y) = y, \quad \psi^e(h_1, y) = y, \quad \omega^e(-h_1, y) = 0, \quad \omega^e(h_1, y) = 0. \quad (9)$$

Условия симметрии на границе EF задаются в виде

$$\psi^e = h, \quad \omega^e = 0 \quad (10)$$

и на оси симметрии ячейки (границы AB и CD) в виде

$$\psi^e = 0, \quad \omega^e = 0. \quad (11)$$

В области пористого цилиндра Ω^i функция тока $\psi^i(x, y)$ внутреннего течения удовлетворяет уравнению Бринкмана (4). На границе BOC выполняется условие симметрии

$$\psi^i = 0, \quad \omega^i = 0. \quad (12)$$

Условия на границе Γ^i однородной и пористой областей имеют вид (6).

Приведенная краевая задача (1), (4), (6), (9)–(12) решается с помощью метода граничных элементов [12].

3. Уравнения движения аэрозольных частиц

В приближении стоксова аэродинамического сопротивления уравнения движения взвешенной частицы записываются в виде [13]

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{\bar{u} - \bar{v}}{\tau}, \quad \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v}, \quad (13)$$

где \bar{u} , \bar{v} – скорость несущей среды и частицы соответственно, \bar{r} – радиус-вектор частицы, $\tau = \rho_p d_p^2 / 18\mu$ время релаксации сферической частицы, μ – вязкость среды, ρ_p и d_p – плотность и диаметр частицы. Для рассматриваемой двумерной задачи уравнения (13) представляются в безразмерном виде

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{u_x - v_x}{St}, \quad \frac{dv_y}{dt} = \frac{u_y - v_y}{St}, \quad \frac{dx}{dt} = v_x, \quad \frac{dy}{dt} = v_y, \quad (14)$$

где u_x , u_y и v_x , v_y – декартовы составляющие скорости несущей среды и частицы соответственно, $St = U_0\tau/R_c$ – число Стокса. Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (14) в найденном поле скоростей несущей среды с соответствующими начальными условиями позволяет рассчитать траекторию отдельной частицы. Значения составляющих скорости газа в текущей точке траектории частицы находятся на основе билинейной интерполяции во множестве значений, полученных из численного решения уравнений движения несущей среды. В области решения вводится равномерная прямоугольная сетка $\{x_i, y_j\}$, в узлах которой рассчитывается множество значений декартовых компонент скорости течения $u_{x_{i,j}}$, $u_{y_{i,j}}$. Затем текущие значения компонент скорости $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ вычисляются по формулам

$$u_x = \frac{1}{4} [u_{x_{i,j}}(1-\xi)(1-\eta) + u_{x_{i+1,j}}(1+\xi)(1-\eta) + u_{x_{i+1,j+1}}(1+\xi)(1+\eta) + u_{x_{i,j+1}}(1-\xi)(1+\eta)],$$

$$u_y = \frac{1}{4} [u_{y_{i,j}}(1-\xi)(1-\eta) + u_{y_{i+1,j}}(1+\xi)(1-\eta) + u_{y_{i+1,j+1}}(1+\xi)(1+\eta) + u_{y_{i,j+1}}(1-\xi)(1+\eta)],$$

$$\xi = 2\frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i} - 1, \quad \eta = 2\frac{y-y_i}{y_{i+1}-y_i} - 1.$$

4. Результаты расчетов

Плотность периодической ячейки определяется как отношение площади области внешнего течения ко всей площади ячейки. В случае прямоугольной ячейки под областью внешнего течения понимается квадратная область размера $2h \times 2h$. Для круговой и квадратной ячеек плотность ячейки α находится по формулам $\alpha = h^{-2}$ и $\alpha = \pi/4h^2$ соответственно. Для пористого цилиндра вводится безразмерный параметр – число Дарси $Da = k/R_c^2$, который связан с параметром S формулой $Da = 1/S^2$.

Задача Коши для системы уравнений (14) движения частиц решается численно методом Рунге–Кутты для полей течений, определенных в разд. 1 и 2. В случае прямоугольной ячейки расчет вводится в области с $h_1 = 5h$. В качестве начальных условий вдали от цилиндра задаются положение частиц и начальная скорость частиц равная скорости газа. Проведены расчеты эффективности E улавливания частиц в результате инерционной импакции в зависимости от числа Стокса. Для этого определялась предельная траектория, разделяющая поток частиц, попадающий на цилиндр и проходящий мимо. Безразмерная ордината предельной траектории представляет собой эффективность осаждения частиц на цилиндре. Для расчета эффективности осаждения в результате как инерционной импакции, так и механизма зацепления определяется предельная траектория, которая попадает на цилиндр радиуса $1 + \delta$ ($\delta = d_p/2R_c$ – параметр зацепления).

С целью тестирования развитого метода проведены сравнения поля течения и эффективности осаждения частиц в прямоугольной ячейке для сплошного цилиндра с результатами работы [14]. На рис. 3 показаны распределения $u_x(0, y)$ скорости течения несущей среды. Наблюдается хорошее согласие рассчитанных распределений из двух работ. На рис. 4, а приведены кривые эффективности улавливания частиц за счет инерционной импакции и механизма захвата для сплошного

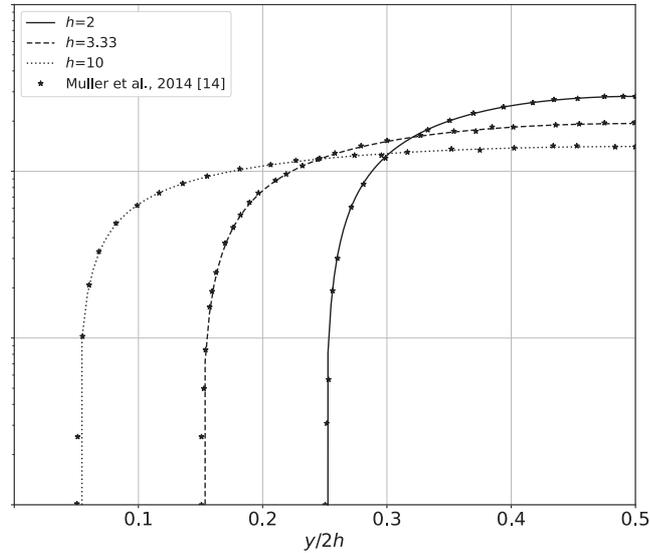


Рис. 3. Распределение скорости течения $u_x(0, y)$ для различных расстояний между цилиндрами

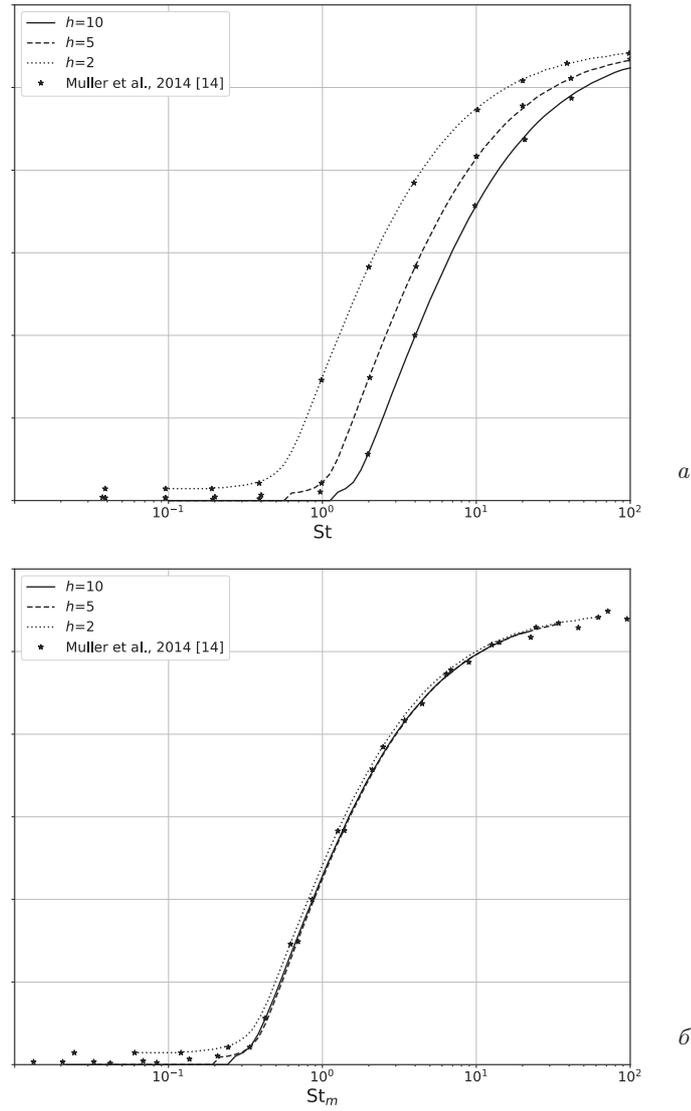
цилиндра в зависимости от числа Стокса для $\delta = 0.1$ и различных h . Кривые $E(\text{St})$ для различных h могут быть сведены в одну при введении модифицированного числа Стокса $\text{St}_m = 0.5 \text{St} \cdot f'$, $f' = (4\alpha/\pi)^{1/3}$ [14] (рис. 4, б). Сравнение кривых, полученных по развитой численной модели течения несущей среды и на основе численного решения в CFD пакете в [14], показывает хорошее согласие.

На рис. 5 представлены зависимости $E(\text{St})$ для различных чисел Дарси, рассчитанные по описанным аналитической и численной моделям и на основе расчета в среде пакета ANSYS/FLUENT в [9]. Видно, что все модели дают близкие зависимости, что говорит о применимости аналитической модели круговой ячейки в приближении Стокса–Бринкмана для описания поля течения в периодической ячейке с пористым цилиндром. В случае сплошного цилиндра, начиная с некоторого числа Стокса, эффективность захвата частиц становится равной нулю, так как все частицы с малыми числами Стокса огибают цилиндр вместе с несущей средой. Для пористого цилиндра часть газа начинает протекать через пористое тело, увлекая за собой взвешенные частицы. Это приводит к улавливанию частиц при малых числах Стокса. Эффективность $E(\text{St})$ улавливания частиц при $\text{St} \rightarrow 0$ стремится к величине, которая тем выше, чем больше число Дарси. Кривые зависимости $E(\text{St})$ инерционного улавливания частиц для различных α приведены на рис. 6. Видно, что эффективность улавливания аэрозольных частиц при малых числах Стокса тем выше, чем выше плотность α периодической ячейки и пористость цилиндра, определяемая числом Дарси.

В работе [15] получена формула для расчета эффективности E_δ улавливания частиц за счет зацепления для сплошного цилиндра в ячейке Кувабара

$$E_\delta(\alpha, \delta) = \frac{\delta^2}{k(1 + \delta)^{2/3(1-\alpha)}}, \quad (15)$$

$$k(\alpha) = -0.5 \ln \alpha - 0.75 + \alpha - 0.25\alpha^2.$$


 Рис. 4. Зависимости $E(St)$ (а) и $E(St_m)$ (б) для различных h

Из аналитического решения (7) выразим эффективность улавливания безынерционных частиц ($St = 0$) за счет зацепления на пористом цилиндре в виде

$$\begin{aligned}
 E_{\delta p}(\alpha, \delta, Da) &= \psi(1 + \delta, \pi/2) - \psi(1, \pi/2) = \\
 &= \frac{1}{1 + \delta} \left[\frac{AI_0(S) + BI_1(S)}{CI_0(S) + DI_1(S)} \right] - \frac{-16I_1(S)}{CI_0(S) + DI_1(S)}, \\
 A &= 4S(\alpha - 1)\gamma, \\
 B &= \gamma[S^2(2 + \alpha\gamma) - 8(1 + \alpha)] - 4S^2(1 + \delta)^2 \ln(1 + \delta) - 16, \\
 C &= -4S(\alpha - 1)^2, \\
 D &= S^2(2 \ln \alpha + 3 - 4\alpha + \alpha^2) - 8(1 + 2\alpha - \alpha^2), \\
 S &= 1/\sqrt{Da}, \quad \gamma = \delta(2 + \delta).
 \end{aligned} \tag{16}$$

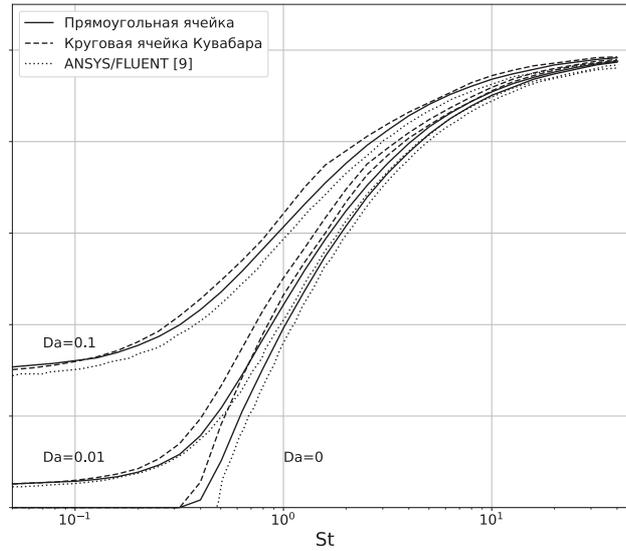


Рис. 5. Зависимость $E(St)$ для пористого цилиндра при $\alpha = 0.05$ и различных Da

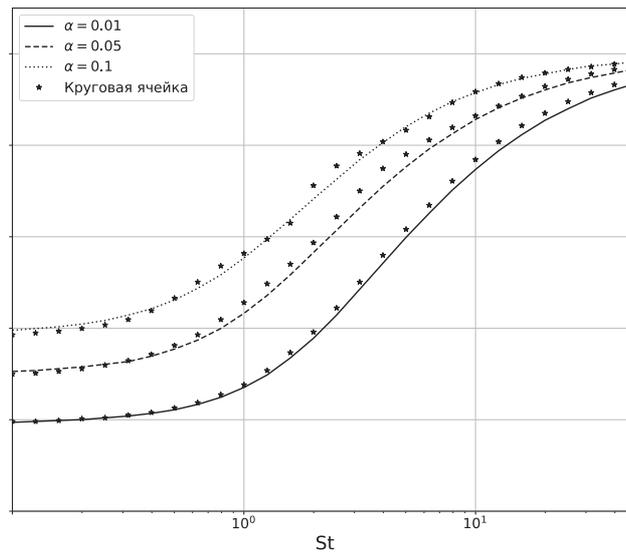
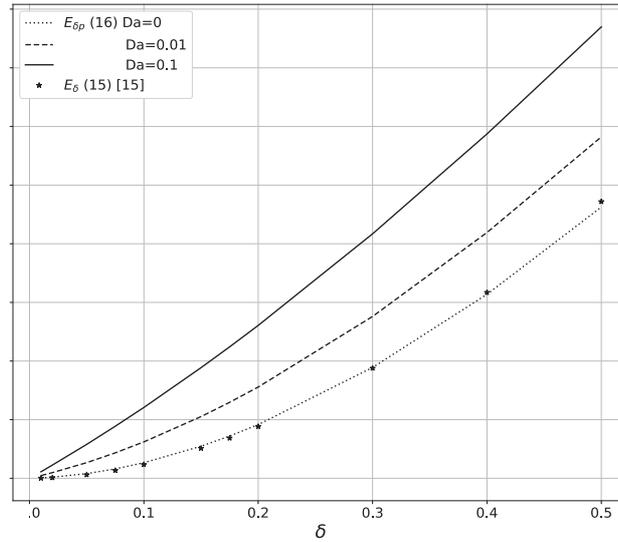
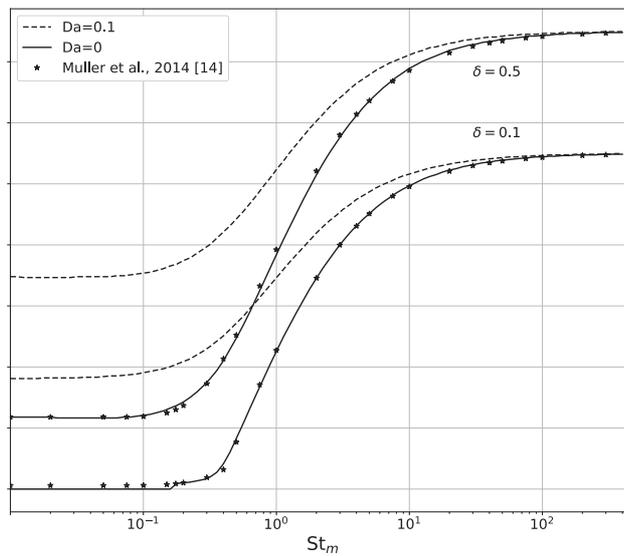


Рис. 6. Зависимость $E(St)$ для пористого цилиндра при $Da = 0.1$ для различных α

Сравнение зависимостей $E_\delta(\alpha, \delta)$ и $E_{\delta p}(\alpha, \delta, Da)$ при $\alpha = 0.05$ показано на рис. 7. В случае пористого цилиндра эффективность улавливания частиц за счет зацепления больше, чем эффективность улавливания сплошного цилиндра. Разница растет с ростом числа Дарси. Зависимости эффективности $E(St_m)$ улавливания аэрозольных частиц пористым цилиндром, учитывающей как инерционную импакцию, так и эффект зацепления, для $\delta = 0.1; 0.5$ и $Da = 0; 0.1$ при $\alpha = 0.05$ показаны на рис. 8. Для сравнения приведены соответствующие зависимости для сплошного цилиндра из [14], которые практически совпадают с полученными в настоящей работе для $Da = 0$. В области малых чисел Стокса улавливание частиц обеспечивается как механизмом зацепления, так и течением через пористый цилиндр. Для больших чисел Стокса величина $E(St_m)$ стремится к величине $1 + \delta$ как для сплошного, так и пористого цилиндра.

Рис. 7. Зависимости $E_\delta(\alpha, \delta)$ и $E_{\delta p}(\alpha, \delta, Da)$ при $\alpha = 0.05$ Рис. 8. Зависимость $E(St_m)$ для $\delta = 0.1; 0.5$ и $Da = 0; 0.1$ при $\alpha = 0.05$

Заключение

Решены задачи об осаждении аэрозольных частиц вокруг одиночного пористого цилиндра в круговой и прямоугольной периодической ячейках в приближении течения Стокса–Бринкмана. Для круговой периодической ячейки получено аналитическое решение. В случае прямоугольной ячейки решение краевой задачи для бигармонического уравнения для функции тока течения найдено численно с помощью метода граничных уравнений. На основе численного решения уравнений движения взвешенных частиц в аналитическом и численном полях скоростей течений рассчитаны траектории частиц и эффективность осаждения частиц за счет инерционной импакции и механизма зацепления. Получена формула для эффективности улавливания частиц за счет эффекта зацепления частиц на пористом

цилиндре. Проведены параметрические исследования эффективности улавливания аэрозольных частиц в зависимости от значения числа Стокса для различных значений числа Дарси пористого цилиндра, плотности периодической ячейки и параметра зацепления.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 22-21-00176.

Литература

1. *Кириш В.А.* Аэрозольные фильтры из пористых волокон // Коллоидный журн. – 1996. – Т. 58, № 6. – С. 786–790.
2. *Стечкина И.Б.* Сопrotивление пористых цилиндров в потоке вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1979. – № 6. – С. 122–124.
3. *Kirsh V.A.* Stokes flow in periodic systems of parallel cylinders with porous permeable shells // Colloid J. – 2006. – V. 68, No 2. – P. 173–181. – doi: 10.1134/S1061933X06020086.
4. *Deo S., Filippov A., Tiwari A., Vasin S., Starov V.* Hydrodynamic permeability of aggregates of porous particles with an impermeable core // Adv. Colloid Interface Sci. – 2011. – V. 164, No 1–2. – P. 21–37. – doi: 10.1016/j.cis.2010.08.004.
5. *Yu P., Zeng Y., Lee T.S., Bai H.X., Low H.T.* Wake structure for flow past and through a porous square cylinder // Int. J. Heat Fluid Flow. – 2010. – V. 31, No 2. – P. 141–153. – doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.12.009.
6. *Kirsh V.A.* Stokes flow in model fibrous filters // Sep. Purif. Technol. – 2007. – V. 58, No 2. – P. 288–294. – doi: 10.1016/j.seppur.2007.07.002.
7. *Bhattacharyya S., Dhinakazan S., Khalili A.* Fluid motion around and through a porous cylinder // Chem. Eng. Sci. – 2006. – V. 61, No 13. – P. 4451–4461. – doi: 10.1016/j.ces.2006.02.012.
8. *Kirsch V.A.* Inertial deposition of aerosol particles in a model filter with dust-loaded fibres // Trans. Filtr. Soc. – 2002. – V. 2, No 4. – P. 109–113.
9. *Zaripov S.K., Solov'eva O.V., Solov'ev S.A.* Inertial deposition of aerosol particles in a periodic row of porous cylinders // Aerosol Sci. Technol. – 2015. – V. 49, No 6. – P. 400–408. – doi: 10.1080/02786826.2015.1036834.
10. *Ханпель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М.: Мир, 1976. – 630 с.
11. *Kuwabara S.* The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers // J. Phys. Soc. Jpn. – 1959. – V. 14, No 4. – P. 527–532. – doi: 10.1143/JPSJ.14.527.
12. *Mardanov R.F., Zaripov S.K., Sharafutdinov V.F., Dunnett S.J.* A Stokes-Brinkman model of the fluid flow in a periodic cell with a porous body using the boundary element method // Eng. Anal. Boundary Elem. – 2018. – V. 88. – P. 54–63. – doi: 10.1016/j.enganabound.2017.12.006.
13. *Райст П.* Аэрозоли. Введение в теорию. – М.: Мир, 1987. – 278 с.
14. *Müller T.K., Meyer J., Kasper G.* Low Reynolds number drag and particle collision efficiency of a cylindrical fiber within a parallel array // J. Aerosol Sci. – 2014. – V. 77. – P. 50–66. – doi: 10.1016/j.jaerosci.2014.07.007.

15. Lee K.W., Gieseke J.A. Note on the approximation of interceptional collection efficiencies // J. Aerosol Sci. – 1980. – V. 11, No 4. – P. 335–341. – doi: 10.1016/0021-8502(80)90041-5.

Поступила в редакцию
07.02.2022

Хазиев Айрат Ринатович, аспирант кафедры аэрогидромеханики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *aira-6991@mail.ru*

Зарипов Шамиль Хузеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой моделирования экосистем

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *shamil.zaripov@kpfu.ru*

Марданов Ренат Фаритович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры аэрогидромеханики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *Renat.Mardanov@kpfu.ru*

Пилюгин Александр Геннадьевич, старший преподаватель кафедры моделирования экосистем

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: *pag@kpfu.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2022, vol. 164, no. 2–3, pp. 181–193

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2022.2-3.181-193

Efficiency of Capture of Inertia Aerosol Particles in a Periodic Cell with a Porous Cylinder

*A.R. Khaziev**, *Sh.Kh. Zaripov***, *R.F. Mardanov****, *A.G. Pilyugin*****

Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia

E-mail: **aira-6991@mail.ru*, ***shamil.zaripov@kpfu.ru*, ****Renat.Mardanov@kpfu.ru*,
*****pag@kpfu.ru*

Received February 7, 2022

Abstract

In this study, aerosol flow in circular and rectangular periodic cells of a regular row of porous cylinders is simulated. The hydrodynamic field of the carrier medium flow outside and in the domain of the porous cylinder is described in the approximation of the Stokes–Brinkman

model for an incompressible gas. For the model of a circular periodic Kuwabara cell, an analytical solution is obtained; in the case of a rectangular cell, the boundary value problem for the flow stream function is solved numerically using the boundary element method. In the determined velocity fields of the carrier medium, the Lagrangian equations of motion of suspended particles are integrated, and the dependence of the particle capture efficiency as a result of the inertial impact and the interception mechanism on the Stokes number at different cell density and the Darcy number of a porous cylinder is calculated. The results of the calculations are found to be in a good agreement with those from other works carried out using the CFD package. Parametric studies of the efficiency of capture of aerosol particles as a function of the Stokes number for various values of the Darcy number of a porous cylinder, the periodic cell density, and the interception parameter are performed. It is shown that when a porous cylinder is flown around, the particle capture efficiency tends to a non-zero value that increases depending on how high the Darcy number and the density of the periodic cell are. In the region of small Stokes numbers, the capture of particles is provided by both the interception mechanism and the flow through the porous cylinder. A formula is derived for estimating the efficiency of particle trapping under the effect of particle interception on a porous cylinder.

Keywords: suspended particles, porous cylinder, Stokes–Brinkman model, particle trapping efficiency

Acknowledgments. This study was supported by the Russian Science Foundation (project no. 22-21-00176).

Figure Captions

- Fig. 1. Circular periodic cell with a porous cylinder.
 Fig. 2. Rectangular periodic cell with a porous cylinder.
 Fig. 3. Distributions of flow velocity $u_x(0, y)$ for different distances between the cylinders.
 Fig. 4. Dependencies $E(\text{St})$ (a) and $E(\text{St}_m)$ (b) for different h .
 Fig. 5. Dependence $E(\text{St})$ for a porous cylinder at $\alpha = 0.05$ and different Da .
 Fig. 6. Dependence $E(\text{St})$ for a porous cylinder at $\text{Da} = 0.1$ for different α .
 Fig. 7. Dependencies $E_\delta(\alpha, \delta)$ and $E_{\delta p}(\alpha, \delta, \text{Da})$ for $\alpha = 0.05$.
 Fig. 8. Dependence $E(\text{St}_m)$ for $\delta = 0.1; 0.5$ and $\text{Da} = 0; 0.1$ at $\alpha = 0.05$.

References

1. Kirsh V.A. Aerosol filters made of porous fibers. *Colloid J.*, 1996, vol. 58, no. 6, pp. 737–740.
2. Stechkina I.B. Drag of porous cylinders in a viscous fluid at low Reynolds numbers. *Fluid Dyn.*, 1979, vol. 14, no. 6, pp. 912–915. doi: 10.1007/BF01051997.
3. Kirsh V.A. Stokes flow in periodic systems of parallel cylinders with porous permeable shells. *Colloid J.*, 2006, vol. 68, no. 2, pp. 173–181. doi: 10.1134/S1061933X06020086.
4. Deo S., Filippov A., Tiwari A., Vasin S., Starov V. Hydrodynamic permeability of aggregates of porous particles with an impermeable core. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 2011, vol. 164, nos. 1–2, pp. 21–37. doi: 10.1016/j.cis.2010.08.004.
5. Yu P., Zeng Y., Lee T.S., Bai H.X., Low H.T. Wake structure for flow past and through a porous square cylinder. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2010, vol. 31, no. 2, pp. 141–153. doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.12.009.
6. Kirsh V.A. Stokes flow in model fibrous filters. *Sep. Purif. Technol.*, 2007, vol. 58, no. 2, pp. 288–294. doi: 10.1016/j.seppur.2007.07.002.
7. Bhattacharyya S., Dhinakazan S., Khalili A. Fluid motion around and through a porous cylinder. *Chem. Eng. Sci.*, 2006, vol. 61, no. 13, pp. 4451–4461. doi: 10.1016/j.ces.2006.02.012.

8. Kirsch V.A. Inertial deposition of aerosol particles in a model filter with dust-loaded fibres. *Trans. Filtr. Soc.*, 2002, vol. 2, no. 4, pp. 109–113.
9. Zaripov S.K., Solov'eva O.V., Solov'ev S.A. Inertial deposition of aerosol particles in a periodic row of porous cylinders. *Aerosol Sci. Technol.*, 2015, vol. 49, no. 6, pp. 400–408. doi: 10.1080/02786826.2015.1036834.
10. Happel J., Brenner H. *Gidrodinamika pri malykh chislakh Reinal'dsa* [Low Reynolds Number Hydrodynamics]. Moscow, Mir, 1976. 630 p. (In Russian)
11. Kuwabara S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 1959, vol. 14, no. 4, pp. 527–532. doi: 10.1143/JPSJ.14.527.
12. Mardanov R.F., Zaripov S.K., Sharafutdinov V.F., Dunnett S.J. A Stokes–Brinkman model of the fluid flow in a periodic cell with a porous body using the boundary element method. *Eng. Anal. Boundary Elem.*, 2018, vol. 88, pp. 54–63. doi: 10.1016/j.enganabound.2017.12.006.
13. Reist P.C. *Aerozoli. Vvedenie v teoriyu* [Introduction to Aerosol Science]. Moscow, Mir, 1987. 278 p. (In Russian)
14. Müller T.K., Meyer J., Kasper G. Low Reynolds number drag and particle collision efficiency of a cylindrical fiber within a parallel array. *J. Aerosol Sci.*, 2014, vol. 77, pp. 50–66. doi: 10.1016/j.jaerosci.2014.07.007.
15. Lee K.W., Gieseke J.A. Note on the approximation of interceptional collection efficiencies. *J. Aerosol Sci.*, 1980, vol. 11, no. 4, pp. 335–341. doi: 10.1016/0021-8502(80)90041-5.

Для цитирования: Хазиев А.Р., Зарипов Ш.Х., Марданов Р.Ф., Пиллюгин А.Г. Эффективность улавливания инерционных аэрозольных частиц в периодической ячейке с пористым цилиндром // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2022. – Т. 164, кн. 2–3. – С. 181–193. – doi: 10.26907/2541-7746.2022.2-3.181-193.

For citation: Khaziev A.R., Zaripov Sh.Kh., Mardanov R.F., Pilyugin A.G. Efficiency of capture of inertia aerosol particles in a periodic cell with a porous cylinder. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2022, vol. 164, no. 2–3, pp. 181–193. doi: 10.26907/2541-7746.2022.2-3.181-193. (In Russian)