ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Системы уравнений

Из некоторого листового материала необходимо выкроить 360 заготовок типа А, 300 заготовок типа Б и 675 заготовок типа В. При этом можно применять три способа раскроя. Количество заготовок, получаемых из каждого листа при каждом способе раскроя, указано в таблице:

Тип заготовки	Способ раскроя		
	первый	второй	третий
А	3	2	1
Б	1	6	2
В	4	1	5

Определить количество требуемого листового материала при каждом способе раскроя, решив задачу методом Крамера.

Задачи межотраслевого баланса

1. В таблице приведены данные по балансу между двумя отраслями за некоторый период. Найти необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление 1-й отрасли увеличится вдвое.

№	**отрасль**	**Потребление**		**Конечный продукт**	**Валовый продукт**
		1	**2**		
1	Энергетика	11	12	77	100
2	Машиностроение	21	22	157	200

2. Таблица содержит данные баланса по трем отраслям промышленности за некоторый период времени.

№	**отрасль**	**Потребление**			**Конечный продукт**	**Валовый продукт**
		1	**2**	**3**		
1	Добыча и переработка углеводородов	5	35	20	40	100
2	Энергетика	10	10	20	60	100
3	Машиностроение	20	10	10	10	50

Определить:

1. Матрицу коэффициентов прямых затрат;
2. Матрицу коэффициентов полных затрат;
3. Матрицу коэффициентов косвенных затрат;
4. Процентное увеличение объема валового выпуска каждого вида продукции, если конечное потребление по отраслям увеличить соответственно до 60, 70 и 30 условных денежных единиц.

Линейное программирование

1. На 100 д. е. решено купить елочных игрушек. Елочные игрушки продаются наборами. Набор, состоящий из 35 игрушек стоит 6 д. е., набор, состоящий из 50 игрушек, стоит 10 д. е. Сколько и каких наборов нужно купить, чтобы было куплено наибольшее количество игрушек.

2. При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 2 ден. ед., второго вида – 3 ден. ед.

Сформировать производственную программу выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации. Для этого построить экономико-математическую модель задачи и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Функции

1. Найти экономически обусловленную область определения функции спроса $S(p)$ относительно цены товара p:

$$1)\ S(p)=12-4p; \quad 2)\ S(p)=\frac{1}{p-2}; \quad 3)\ S(p)=15+7p-2p^2;$$

2. Найти экономически обусловленную область определения функции полной выручки $V(p)$, если спрос на товар задается следующей функцией цены p:

$$1)\ S(p)=6-\frac{p}{2}; \quad 2)\ S(p)=10-p.$$

3. Найти экономически обусловленную область определения функции прибыли $Z(x)$, если полные издержки $K(x)$ и выручка $V(x)$ определяются функциями:

$$K(x)=2x^3-18x^2+60x+31,$$

$$V(x)=2x^3-20x^2+77x+1.$$

4. Издержки перевозок двумя видами транспорта выражаются функциями $y=60x+300$ и $y=15x+150$, где x – расстояние в сотнях километров; y – транспортные расходы. Начиная с какого расстояния более экономичен второй вид транспорта?

Дифференцирование функций одной переменной

1. Объем продаж видеомагнитофонов задается следующей функцией времени:

$$V(t)=5000+1000t-100t^2,$$

где t – время, измеряемое в месяцах; V – количество видеомагнитофонов, проданных за месяц. Найти скорость изменения объема продаж в момент времени t=3.

2. Объем продукции V, производимый бригадой рабочих, может быть выражен функцией $V(t)=-\frac{5}{6}t^3+\frac{15}{2}t^2+100t+50$, где t - рабочее время в часах; $1\le t\le 8$.

Определить производительность труда бригады через час после начала работы и за час до ее окончания (производительность труда $p(t)=V'(t)$).

4. Найти эластичность функции $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. Определить показатели эластичности при $x_1=\dfrac{1}{2}$ и $x_2=3$, дать экономическую оценку.

5. Дана функция спроса $S(p)=12-4p$, где p – цена товара. Построить (на одной координатной плоскости) кривые спроса $S(p)$, эластичности спроса $E_p(S)$, выручки $V(p)$. При каких ценах спрос эластичен, неэластичен, нейтрален, совершенно неэластичен и эластичен?

5. Вычислить показатели эластичности полной выручки $V(p)$ при ценах $p=p_1$ и $p=p_2$, если спрос $S=S(p)$ на товар определяется функцией:

$$S(p)=20-5p,\ p_1=\frac{3}{2},\ p_2=3;$$

6. Даны функции спроса и предложения $S=\dfrac{2p+10}{p}$ и $Q=p+5$, где p – цена товара. Найти равновесную цену товара.

7. Зависимость потребления *y(x)* от дохода *x* задается функцией $\acute{o}(x)=\dfrac{\grave{a}\tilde{o}}{x+b}$. Показать, что коэффициент эластичности потребления от дохода не зависит от параметра a и стремится к нулю при неограниченном возрастании дохода.

Наибольшее и наименьшее значение функции

1. Требуется оградить прямоугольный участок земли площадью 400 м^2. Определите оптимальные размеры участка, при которых затраты на ограду будут наименьшими (предполагается, что стоимость ограды пропорциональна ее длине).

2. Производитель реализует свою продукцию по цене p=150 (ден.ед) за единицу, а издержки при этом задаются кубической зависимостью $S(x)=6x+3x^3$. Найти оптимальный объем выпуска продукции и соответствующую ему прибыль.

Исследование функций и построение графика

1. При каком объеме продукции x_0 прибыль предприятия $Z(x)$ будет максимальной, если полные издержки $K(x)$ и выручка $V(x)$ определяются функциями:

$$K(x)=x^3-9x^2+30x+15,\ V(x)=x^3-10x^2+36x+10.$$

2. Дана функция полных издержек $K(x)=x^3-6x^2+14x+10$, где x – объем производства.

- ✓ Исследовать динамику функции $K(x)$ и построить её кривую. Дать экономический анализ.
- ✓ Построить кривую предельных издержек, найти объем производства x_0, при котором предельные издержки минимальны. Дать экономический анализ.
- ✓ Построить кривую переменных средних издержек $K_{пер.ср.}(x)$, найти объем производства x_0, при котором переменные средние издержки минимальны. Дать экономический анализ.

Функции двух переменных

1. На расширение производства фирма выделила 2 млн. рублей. Если на приобретение нового оборудования потратить x тыс. рублей, а на заработную плату вновь принятых работников y тыс. рублей, то прирост объема продукции составит $z = 0,01x^{\frac{3}{5}}y^{\frac{2}{5}}$. Как следует распределить выделенные денежные средства, чтобы прирост объема производства был максимальным?

2. Прибыль предприятия определяется формулой $z = 0,5xy - x - y$, где x – затраты капитала, y- затраты труда. При каких x и y прибыль будет максимальной, если затраты на единицу продукции составляют 16 у.е.?

Интегрирование

1. Определить объём продукции, произведённой рабочим за второй час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = \dfrac{7}{5t+1} + 2$.

Указание. Если $f(t)$ характеризует производительность труда рабочего в зависимости от времени t, то объем продукции, произведенным рабочим за промежуток времени от t_1 до t_2 будет выражаться формулой $V = \int\limits_{t_2}^{t_2} f(t)dt$.

2. Найти среднее значение издержек $\hat{E}\ (\tilde{o}) = \tilde{o}^2 + 2$, выраженных в денежных единицах, если объем продукции x изменяется от $x_1 = 1$ до $x_2 = 5$.

Указание. Среднее значения функции на отрезке определяется по формуле $f(c) = \dfrac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)dx$

3. Найти среднее значение издержек $K(x) = 3x + 2 - \dfrac{1}{x}$, выраженных в денежных единицах, если объем продукции x изменяется от $x_1 = 1$ до $x_2 = 4,5$. При каком выпуске продукции издержки равняются найденному среднему значению?

4. Производительность труда рабочего в течение смены определяется функцией $p(t) = 16 + t - \dfrac{3t^2}{8}$. Определить объем V продукции, произведенный рабочим за смену.

Указание. Производительность труда $p(t) = V'(t)$.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Страховая компания разделяет застрахованных лиц по трем классам риска. Среди клиентов 50% — первого класса риска, 30% — второго и 20% — третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна 0.01, второго – 0.03, третьего – 0.08. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.

2. Покупатель может приобрести акции трех компаний: *A, B* и *C*. В течение следующего года надежность первой компании оценивается экспертами в 99%, второй – в 98%, третьей - 97%. А) Чему равна вероятность того, что только одна компания в течение следующего года станет банкротом? Б) Чему равна вероятность того, что обанкротятся как компания А, так и компания С?