Работа 8. Эффект Холла

Цель работы:

Изучение теории эффекта Холла в сильных и слабых магнитных полях в примесных и собственных полупроводниках

*Выполняются упражнения**:***

8а Измерение при комнатной температуре коэффициента Холла и электропроводности полупроводника. Определение типа носителей заряда, их концентрации и холловскую подвижности.

8б Измерения зависимости коэффициента Холла от величины индукции магнитного поля.

8с Измерения зависимости коэффициента Холла от температуры образца и определение ширины запрещенной зоны полупроводника

зависимость концентрации носителей заряда. Это дает возможность достаточно точно **определять по температурной зависимости электропроводности важнейший параметр полупроводника – ширину его запрещенной зоны,** что и предлагается проделать в данной работе.

ЗАДАНИЕ

1. Измерить температурную зависимость электропроводности полупроводника и определить ширину его запрещенной зоны.
2. С помощью термозонда определить тип проводимости полупроводника.

Более подробные указания по выполнению работы содержатся в отдельной папке «Изучение температурной зависимости электропроводности компенсационным методом».

ЛИТЕРАТУРА

1) Цидильковский И.М. Электроны и дырки в полупроводниках (энергетический спектр и динамика), М., Наука, 1972.

2. Эффект Холла

Эффектом Холла называется появление **поперечной разности потенциалов** в проводнике, по которому течет **ток,** и который помещен во **внешнее магнитное поле.** Холловская разность потенциалов возникает в направлении, **перпендикулярном** и току, и внешнему магнитному полю, т.е. эффект Холла относится к т.н. «поперечным» **гальваномагнитным явлениям**, которые наблюдаются при совместном воздействии на образец внешних электрического и магнитного полей. Причиной всех гальваномагнитных явлений является отклонение траектории движущихся заряженных частиц – электронов и дырок под действием **силы Лоренца:**

$$F_{\Lambda} = e\left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right], \qquad (1)$$

где $\vec{\upsilon}$ - скорость частицы; $\vec{B}$ - индукция внешнего магнитного поля.

Поскольку сила Лоренца направлена всегда перпендикулярно скорости частицы, то под ее действием электроны (дырки) будут двигаться по циклическим траекториям – окружностям, спиралям, циклоидам.

Характерная частота движения заряженной частицы по таким траекториям называется **циклотронной частотой**

$$\omega_C = \frac{eB}{m}; \qquad (2)$$

m - эффективная масса (см. Введение).

Если магнитное поле невелико, то за время свободного пробега $\langle\tau\rangle$ между двумя последовательными столкновениями с дефектами решетки носитель заряда успеет пройти лишь небольшую дугу по циклической траектории, в сильных магнитных полях за время свободного пробега частица успевает сделать несколько «оборотов» по окружности (спирали, циклоиде). Следовательно, в **слабых** магнитных полях

$$\omega_C\langle\tau\rangle << 1 \qquad (3а)$$

и

$$\omega_C\langle\tau\rangle >> 1 \qquad (3б)$$

в **сильных** магнитных полях.

Поворот траекторий носителей заряда в магнитном поле вызовет появление **поперечной** компоненты плотности тока j_y (рис.1), что, в свою очередь, вызовет **накопление заряда** на боковых гранях образца при разомкнутых «холловских» контактах 3 и 4 (это соответствует подключению к контактам вольтметра – прибора с большим входным сопротивлением). Накопление заряда на боковых гранях приведет к возникновению **холловской э.д.с.** U_H (поперечного **поля Холла** E_H). **Знак** холловской э.д.с. (направление поля Холла) будет определяться знаком **основных носителей заряда** в полупроводнике. Так, для геометрии эксперимента, изображенной на рис.1, правая грань будет заряжаться отрицательно, если основными носителями заряда являются электроны, и положительно - если образец имеет дырочную проводимость. Подчеркнем, что электроны и дырки будут отклоняться **к одной и той же** грани образца. Заряды этих частиц противоположны по знаку, но и дрейфовые скорости в электрическом поле направлены в противоположные стороны, т.е. сила Лоренца (1) будет направлена и для электронов, и для дырок в одну сторону. Накопление зарядов на боковой

грани не будет продолжаться бесконечно – за время, сравнимое с временем $\langle\tau\rangle$, т.е. за $\approx 10^{-12} c$, холловское поле создаст ток j'_y, равный по величине и направленный противоположно току j_y. В результате **полный ток** в поперечном направлении (по оси y) будет **равным нулю,** а **стационарное значение холловского поля** E_H будет **пропорционально плотности тока** через образец и **индукции магнитного поля:**

$$E_H = R_H j_x B, \tag{4}$$

где R_H - **коэффициент Холла.**

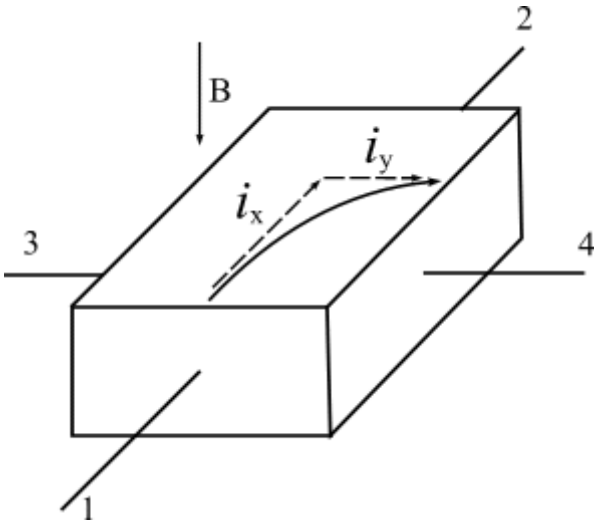

Рис.1. Схема эксперимента по измерению холловской э.д.с. На электроды 1 и 2 подается внешнее смещение и через них течет ток. Электроды 3 и 4 служат для регистрации э.д.с. Холла.

Для того, чтобы получить значение коээфициента Холла, запишем уравнение динамики для электрона:

$$m\ddot{r} = e\vec{E} + e\left[\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right]. \tag{5}$$

Распишем его поокоординатно. Выберем геометрию рис.1, т.е. направим внешнее магнитное поле по оси z. Отметим, что на движение электрона по оси z магнитное поле влиять не будет. С учетом (2) получим:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{e}{m} E_x + \omega_C \dot{y} \\ \ddot{y} = \dfrac{e}{m} E_y - \omega_C \dot{x} \end{cases} \tag{6}$$

Решением системы (6) будет в общем случае уравнение циклоиды

$$\begin{cases} x = a(1-\cos\omega_C t) + b(\omega_C t - \sin\omega_C t) \\ y = b(1-\cos\omega_C t) - a(\omega_C t - \sin\omega_C t) \end{cases}, \tag{7}$$

в чем нетрудно убедиться подстановкой (7) в (6). Для коэффициентов a и b получим

$$\begin{cases} a = \dfrac{e}{m\omega_C^2} E_x \\ b = \dfrac{e}{m\omega_C^2} E_y \end{cases}. \tag{8}$$

Теперь следует вычислить средние перемещения частиц и их средние скорости. Для этого необходимо усреднить уравнения (7) по времени, используя соотношение

$$\overline{u} = \int_0^\infty \frac{1}{\tau} u \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt. \tag{9}$$

С учетом того, что

$$\int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\sin\omega_C t \frac{dt}{\tau} = \frac{\omega_C \tau}{1+\omega_C^2\tau^2};$$

$$\int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\cos\omega_C t \frac{dt}{\tau} = \frac{1}{1+\omega_C^2\tau^2},$$

получим для средних смещений электронов

$$\begin{cases} \overline{x} = a\dfrac{\omega_C^2\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2} + b\omega_C\tau\dfrac{\omega_C^2\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2}; \\ \overline{y} = b\dfrac{\omega_C^2\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2} - a\omega_C\tau\dfrac{\omega_C^2\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2} \end{cases} \tag{10},$$

а, поделив на τ, для средних скоростей запишем:

$$\begin{cases} \overline{\upsilon}_x = \dfrac{e}{m}E_x\dfrac{\tau}{1+\omega_C^2\tau^2} + \dfrac{e}{m}E_y\dfrac{\omega_C\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2}; \\ \overline{\upsilon}_y = \dfrac{e}{m}E_y\dfrac{\tau}{1+\omega_C^2\tau^2} - \dfrac{e}{m}E_x\dfrac{\omega_C\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2} \end{cases} \qquad (11).$$

Необходимо еще провести усреднение по энергии частиц. Оно выполняется по формуле 29 работы 1. Теперь все готово, чтобы записать выражения для x и y-компонент плотности тока

$$\begin{cases} j_x = en\langle\upsilon_x\rangle = \dfrac{e^2n}{m}\xi_1E_x + \dfrac{e^2n}{m}\omega_C\xi_2E_y \\ j_y = en\langle\upsilon_y\rangle = \dfrac{e^2n}{m}\xi_1E_y - \dfrac{e^2n}{m}\omega_C\xi_2E_x \end{cases} \qquad (12).$$

Здесь $\xi_1 = \left\langle\dfrac{\tau}{1+\omega_C^2\tau^2}\right\rangle$, $\xi_2 = \left\langle\dfrac{\tau^2}{1+\omega_C^2\tau^2}\right\rangle$.

Т.к. граничным условием наблюдения холловской разности потенциалов является равенство нулю y - компоненты тока, то определив из второго уравнения E_x через E_y и подставив в первое, запишем:

$$j_x = \frac{e^2n}{m\omega_C}\cdot\frac{\xi_1^2}{\xi_2}E_y + \frac{e^2n}{m}\omega_C\xi_2E_y. \qquad (13)$$

Сравнивая (4) и (13), для холловского поля и коэффициента Холла получим окончательно:

$$E_H \equiv E_y = \frac{j_x}{\dfrac{e^2n}{m}\left(\dfrac{1}{\omega_C}\cdot\dfrac{\xi_1^2}{\xi_2} + \omega_C\xi_2\right)}; \qquad (14)$$

$$R_H = \frac{E_H}{j_xB} = \frac{1}{\dfrac{e^2n}{m}\left(\dfrac{1}{\omega_C}\cdot\dfrac{\xi_1^2}{\xi_2} + \omega_C\xi_2\right)B}. \qquad (15)$$

Выражение (15) оказалось достаточно сложным для анализа. Поэтому рассмотрим частные случаи – коэффициент Холла в пределе

слабых и сильных магнитных полей. Но сначала выполним оценку – какие поля следует считать «слабыми» и «сильными»? Для этого перепишем соотношение (3) в более удобном виде. Так «сильными» полями будут считаться те, для которых

$$\omega_C \langle \tau \rangle = \frac{eB\langle \tau \rangle}{m} = \mu B >> 1. \qquad (16)$$

При величине подвижности носителей μ, равной 1000 см^2/В·с (0,1м^2/В·с), сильными будут считаться поля с индукцией B>10 Тл (10^5 Гс), т.е. поля, которые **невозможно** получить с помощью обычного электромагнита. Такие поля можно получить с помощью, например, сверхпроводящего соленоида. Поэтому экспериментальная ситуация «слабого» поля встречается гораздо чаще.

Если магнитное поле – слабое, то в в знаменателях выражений для ξ_1, ξ_2 (см.12) можно пренебречь $\omega_C \tau$ по сравнению с единицей, а также пренебречь вторым слагаемым в знаменателе (15) по сравнению с первым. Таким образом, в пределе **слабых магнитных полей** получим

$$R_H = \frac{1}{en} \cdot \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} = \frac{A}{en}, \qquad (17)$$

где A – **Холл-фактор,** величина которого зависит от **механизма рассеяния носителей заряда** в полупроводнике (см. работу 1). Так, если рассеяние электронов (дырок) происходит в основном на ионах примесей, то A=1,93; если преобладающим является рассеяние на тепловых колебаниях решетки, то A=1,18 и т.д.

В случае сильных магнитных полей, напротив, в знаменателях выражений для ξ_1, ξ_2 следует пренебречь единицей, а также первым слагаемым по сравнению со вторым в знаменателе (15). В **сильных магнитных полях** (15) превратится в простое соотношение

$$R_H = \frac{1}{en}, \qquad (18)$$

т.е. Холл-фактор перестает зависеть от механизма рассеяния носителей заряда и будет всегда равен 1.

В случае дырочной проводимости образца соотношения для коэффициента Холла получатся точно такими же с заменой концентрации электронов n на концентрацию дырок p. Заметим также, что в отличие от электропроводности - коэффициент Холла зависит от знака носителей заряда. Принято считать его **отрицательным** для **электронного** полупроводника и **положительным** – для **дырочного.** Таким образом, измерение коэффициента Холла позволяет определить **концентрацию и знак** основных носителей заряда в полупроводнике. Кроме того, если одновременно измерить и электропроводность полупроводника, то можно рассчитать **холловскую подвижность** носителей заряда

$$\mu_H = R_H \sigma = \frac{A}{en} en\mu = A\mu, \qquad (19)$$

которая с точностью до Холл-фактора A равна истинной, дрейфовой подвижности μ. По **температурной зависимости** коэффициента Холла можно определить **ширину запрещенной зоны** полупроводника или, если проводить измерения при низких температурах – при температурах ионизации примесей, то и **энергию примесного** (донорного или акцепторного) **уровня.** Действительно, поскольку $R_H \sim 1/n$, в области **собственной** проводимости коэффициент Холла будет **падать с ростом температуры** пропорционально $\exp(\varepsilon_g / 2kT)$, а в области **ионизации примесей** – пропорционально $\exp(\varepsilon_d / 2kT)$ (см. ф.13 и ф.21 работы 1). Следовательно, относительно простой эксперимент по измерению холловской разности потенциалов позволяет получить информацию о важнейших параметрах полупроводника – типе проводимости, концентрации и подвижности носителей заряда, ширине запрещенной зоны и энергии ионизации примесных уровней. Измерения коэффициента Холла в слабых и сильных магнитных полях при фиксированной температуре позволяет также определить **механизм рассеяния носителей заряда** (см. 17, 18).

Однако не всегда результаты измерений эффекта Холла просто интерпретировать. Все предыдущие соотношения будут справедливы для полупроводника с **ярко выраженным типом проводимости** – электронного или дырочного. В случае же, если в проводимости равноправно участвуют и дырки, и электроны, формула для коэффициента Холла будет иметь вид:

$$R_H = \frac{A}{|e|} \cdot \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{\left(p\mu_p + n\mu_n\right)^2}. \qquad (20)$$

Нетрудно убедиться, что при $n >> p$ формула 20 переходит в 17 (при этом знак R_H будет отрицательным!), а при $p >> n$ - в аналогичную формулу для дырочного полупроводника. В **собственном полупроводнике** $n = p$ и (20) превращается в

$$R_H = \frac{A}{|e|n} \cdot \frac{1-\beta}{1+\beta}; \quad \beta = \frac{\mu_n}{\mu_p}, \qquad (21)$$

т.е. знак коэффициента Холла будет определяться знаком наиболее подвижных носителей заряда (обычно это – электроны). В этом случае с помощью соотношения (19) уже не удастся определить подвижность носителей. Более того, при равенстве подвижностей электронов и дырок коэффициент Холла будет равен нулю. Это является следствием того, что во внешнем магнитном поле носители заряда обоих знаков отклоняются к одной и той же грани образца (см. выше) и холловской э.д.с. не возникает.

В полупроводнике, с проводимостью, близкой к собственной, возникают проблемы не только с определением концентрации и подвижности носителей по формулам 19 или 20, но даже с определением знака основных носителей заряда. Так, в **дырочном полупроводнике** с не слишком большой концентрацией дырок, измерения при низких температурах дадут **положительный знак** для R_H, как это и должно быть для дырочного полупроводника. Но с ростом температуры образца может произойти **инверсия знака** коэффициента Холла (рис.2). Как видно из (20), смена знака произойдет при выполнении условия

$$p\mu_p^2 = n\mu_n^2, \qquad (22)$$

а такое условие часто выполняется в **области собственной проводимости,** когда концентрация электронов остается хотя и меньшей, но уже соизмеримой с концентрацией дырок в дырочном полупроводнике, а подвижность электронов обычно больше подвижности дырок.

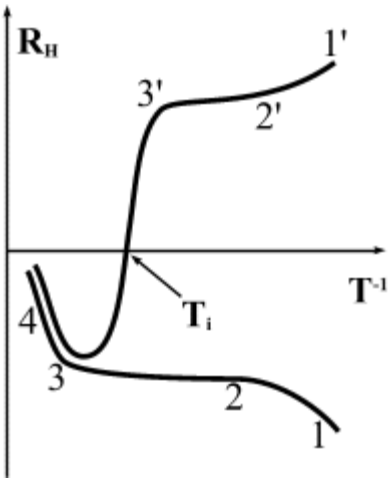

Рис.2. Температурная зависимость коэффициента Холла для электронного (1-2-3-4) и дырочного (1^I-2^I-3^I-4^I) полупроводников. Показана точка инверсии знака для коэффициента Холла образца Р-типа.

В заключение отметим, что эффект Холла является не только исследовательским инструментом для получения информации об основных свойствах полупроводника, но и находит практические применения – на его основе изготовливаются датчики для измерения индукции магнитного поля, сенсорные датчики для клавиатуры электронных приборов и многое другое.

Другим гальваномагнитным эффектом, возможности практического применения которого широко обсуждаются в настоящее время, является **магнитосопротивление.** Это – продольный гальваномагнитный эффект, заключающийся в изменении электропроводности образца, помещенного во внешнее магнитное поле. Искривление траекторий движущихся частиц силой Лоренца приводит к уменьшению длины свободного пробега электронов и дырок в направлении протекания тока через образец, что приводит к **росту удельного сопротивления** (уменьшению электропроводности). В слабых полях удельное сопротивление растет пропорционально B^2**,** в сильных – достигает насыщения. Величина, на которую изменяется удельное сопротивление в «обычных» полупроводниках, не превышает нескольких процентов. Но в последние годы были обнаружены вещества, обладающие и полупроводниковыми свойствами и магнитным упорядочением (магнитные полупроводники), в которых при помещении во внешнее магнитное поле удельное сопротивление **уменьшается** на несколько

порядков. Это явление называется **гигантским отрицательным магнитосопротивлением** (ГМС). И хотя природа его к настоящему времени не совсем понятна, большая величина эффекта делает ГМС пригодным для конструирования на его основе датчиков, элементов памяти и т.д.

ЗАДАНИЕ.

1. Измерить при комнатной температуре коэффициент Холла и электропроводность полупроводника. Определить тип носителей заряда, их концентрацию и холловскую подвижность.
2. Измерить зависимость коэффициента Холла от величины индукции магнитного поля.
3. Измерить зависимость коэффициента Холла от температуры образца и опрелелить по зависимости $\ln R_H\left(1/T\right)$ ширину запрещенной зоны полупроводника.

Более подробные указания по выполнению работы содержатся в отдельной папке «Изучение эффекта Холла в полупроводниках».

ЛИТЕРАТУРА

1) Цидильковский И.М. Электроны и дырки в полупроводниках (энергетический спектр и динамика), М., Наука, 1972.