

УДК 532.546:534.1

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ДАВЛЕНИЯ В НАСЫЩЕННОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТЬЮ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

А.А. Губайдуллин, О.Ю. Болдырева, Д.Н. Дудко

Аннотация

Численно исследованы волновые процессы в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью, с учетом нелинейности колебаний пузырьков. Нелинейность учтена в уравнениях состояния газа и Рэлея – Ламба. Численное исследование в рамках нелинейной модели выполнено впервые. Получены дисперсионные зависимости. Проанализировано влияние свойств пористой среды и параметров пузырьковой жидкости на скорость и затухание деформационной и фильтрационной волн. Исследовано прохождение волны ступенчатого профиля из жидкости в пористую среду, насыщенную пузырьковой жидкостью. Изучено влияние параметров среды и интенсивности падающей волны на эволюцию волн в насыщенной пузырьковой жидкостью пористой среде. Результаты расчетов показывают хорошее качественное согласование с экспериментальными данными других авторов.

Ключевые слова: пористая среда, пузырьковая жидкость, волны.

В настоящее время в научной литературе представлен ряд экспериментальных исследований [1–4] по распространению волн в пористых средах, насыщенных жидкостью с пузырьками газа. Теоретически в основном изучались дисперсионные зависимости для волн в таких средах и распространение возмущений в рамках линейной теории [5]. Недостаточно исследованной остается задача об эволюции возмущений в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью. В настоящей работе численно исследуются волновые процессы в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью, в рамках нелинейной модели. Нелинейность учтена в уравнениях состояния газа и Рэлея – Ламба.

Для исследования распространения волн в пористой среде, содержащей пузырьковую жидкость, выбрана двухскоростная модель насыщенной пористой среды [6, 7]. Поровое пространство заполнено двухфазной смесью – жидкостью с пузырьками газа, изменение размера пузырьков учитывается с помощью уравнения Рэлея – Ламба для газового пузырька в пористой среде.

Уравнения баланса масс, числа пузырьков и импульсов имеют вид

$$\frac{\partial \rho_{l+g}}{\partial t} + \nabla^i (\rho_{l+g} v_l^i) = 0, \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla^i (\rho_s v_s^i) = 0, \quad \frac{\partial n_b}{\partial t} + \nabla^i (n_b v_l^i) = 0,$$

$$\rho_{l+g} \frac{d_l v_l^i}{dt} = -\alpha_{l+g} \nabla^i p_l - F^i, \quad \rho_s \frac{d_s v_s^i}{dt} = -\alpha_s \nabla^i p_l + \nabla^j \sigma_{s*}^{ji} + F^i$$

где ρ_j , v_j , α_j – приведенная плотность, скорость, объемное содержание j -й фазы соответственно, нижние индексы s , l , $l+g$ относятся к скелету пористой среды, к жидкости и к смеси жидкости и пузырьков соответственно; σ_{s*} , p_l – приведенное

напряжение в скелете и давление в жидкости соответственно, n_b – число пузырьков в единице объема.

Скелет пористой среды предполагается упругим с модулями упругости λ_{s*} , μ_{s*} :

$$\sigma_{s*}^{ij} = \alpha_s (\lambda_{s*} \delta^{ij} \epsilon_s^{mm} + 2\mu_{s*} \epsilon_s^{ij} + \nu_{s*} \delta^{ij} p_l), \quad \nu_{s*} = \beta_s (\lambda_{s*} + \frac{2}{3} \mu_{s*}),$$

$$\frac{d_s \epsilon_s^{ij}}{dt} = \frac{1}{2} (\nabla^i v_s^j + \nabla^j v_s^i),$$

где ϵ_s – деформации твердой фазы.

Для твердой и жидкой фаз принято линейное уравнение состояния в акустическом приближении:

$$\frac{\rho_s^\circ}{\rho_{s0}^\circ} = 1 + \beta_s (p_s - p_{s0}), \quad \frac{\rho_l^\circ}{\rho_{l0}^\circ} = 1 + \beta_l (p_l - p_{l0}).$$

Здесь ρ_j° – истинные плотности, β_j – сжимаемости фаз, нижний индекс 0 означает невозмущенное значение величины. Межфазное взаимодействие включает силы вязкого трения F_μ и присоединенной массы F_m :

$$F = F_m + F_\mu, \quad F_m = \frac{1}{2} \eta_m \alpha_s \rho_{l+g} \left(\frac{d_l v_l}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right),$$

$$F_\mu = \eta_\mu \alpha_s \alpha_{l+g} \mu_l a_{s*}^{-2} (v_l - v_s),$$

где a_{s*} – характерный размер зерен скелета, μ_l – вязкость жидкости, η_m, η_μ – безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, зависящие от структуры среды.

Газ в пузырьках сжимается адиабатически (γ – показатель адиабаты):

$$\frac{p_g}{p_{g0}} = \left(\frac{\rho_g^\circ}{\rho_{g0}^\circ} \right)^\gamma = \left(\frac{a_{b0}}{a_b} \right)^{3\gamma}.$$

Изменение радиуса пузырька a_b подчиняется уравнению Рэлея–Ламба для пузырька в пористой среде [1]. Сжимаемость жидкости учитывается слагаемым w_A [8]:

$$\dot{a}_b = w_R + w_A, \quad w_A = \frac{p_g - p_l - \frac{2\Sigma}{a_b}}{\rho_{l0}^\circ C_l x_{g0}^{1/3}},$$

$$\rho_{l0}^\circ \left(a_b \dot{w}_R + \frac{3}{2} w_R^2 \right) = p_g - p_l - \frac{2\Sigma}{a_b} - 4\mu_l \frac{w_R}{a_b} \left(1 + \frac{1}{4} \alpha_s \eta_\mu \left(\frac{a_b}{a_{s*}} \right)^2 \right).$$

Здесь C_l – скорость звука в жидкости, x_{g0} – объемная доля газа в пузырьковой жидкости, Σ – коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкости и газа.

Для замыкания системы уравнений используются соотношения между истинными давлениями в фазах и эффективным давлением в скелете пористой среды

$$\rho_s = \alpha_s \rho_s^\circ, \quad \rho_{l+g} = \alpha_l \rho_l^\circ + \alpha_g \rho_g^\circ, \quad \alpha_s + \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi a_b^3 n_b,$$

$$p_{s*} = \alpha_s (p_s - p_f), \quad p_{s*} = -\frac{1}{3} \sigma_{s*}^{mm}.$$

После линеаризации приведенной системы уравнений было получено дисперсионное соотношение, рассчитаны скорость и декремент затухания линейных волн.

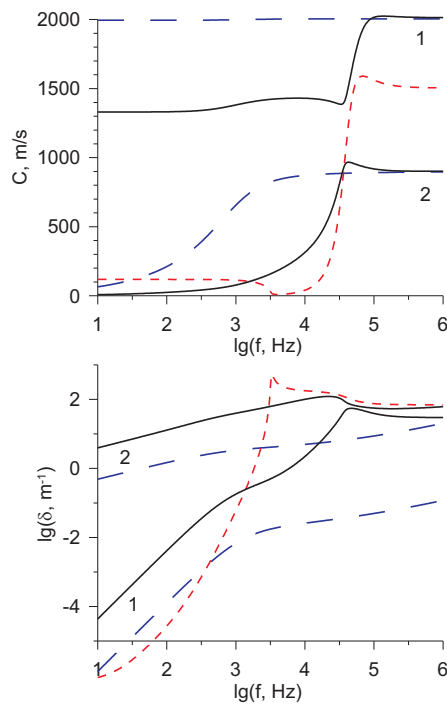


Рис. 1. Фазовые скорости и линейный декремент затухания деформационной (1) и фильтрационной (2) волн в насыщенной пузырьковой жидкостью пористой среде (сплошные линии), пузырьковой жидкости (пунктирные линии) и насыщенной жидкостью пористой среде (штриховые линии)

На рис. 1 показаны фазовые скорости и линейный декремент затухания деформационной (1) и фильтрационной (2) волн в насыщенной пузырьковой жидкостью пористой среде (сплошные линии). Для сравнения также приведены скорость и и линейный декремент затухания для волн в пузырьковой жидкости (пунктирные линии) и насыщенной жидкостью пористой среде (штриховые линии). Основные равновесные параметры среды, использованные в расчетах и представленные на рис. 1–4, были следующими: пузырьковая жидкость – вода + воздух, равновесное давление смеси $p_0 = 1$ бар, объемная доля газа в пузырьковой жидкости 0.01, радиус пузырьков $a_b = 1$ мм, скелет пористой среды – кварц, пористость $\alpha_f = 0.4$, характерный радиус пор $a_{s*} = 0.1$ мм.

На рис. 1. минимум скорости распространения волн в пузырьковой жидкости (пунктирная линия) соответствует частоте собственных колебаний пузырьков и составляет 3.25 кГц. При этих и более низких частотах скорость быстрой и медленной волн в насыщенной пузырьковой жидкостью пористой среде ниже, а затухание выше, чем в пористой среде, насыщенной жидкостью без пузырьков газа. С ростом частоты скорости волн достигают тех же значений, что и в пористой среде с жидкостью без пузырьков газа.

На основе метода Лакса – Вендроффа была разработана методика расчета движения пористой среды, содержащей жидкость с пузырьками газа и проведено численное исследование распространения волн давления в такой среде. Возмущение в пористой среде, занимающей область $x > 0$, создается волной, падающей из чистой жидкости ($x < 0$).

Было изучено влияние параметров среды и исходного импульса на эволюцию волн в пористой среде, содержащей пузырьковую жидкость.

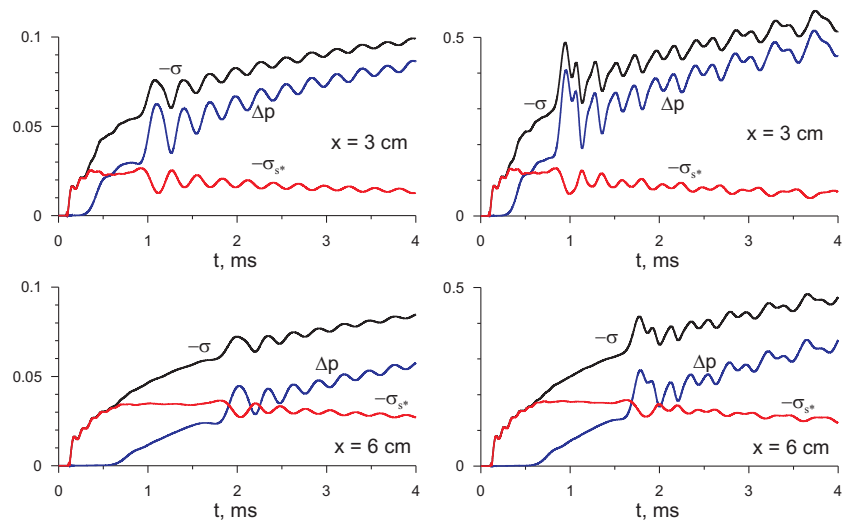


Рис. 2. Изменение давления в жидкости, полного напряжения, приведенного напряжения в скелете при прохождении волны ступенчатого профиля амплитуды 0.1 бар (слева) и 0.5 бар (справа) из жидкости в пористую среду на расстоянии 3 и 6 см от границы

На рис. 2 показано изменение давления в жидкости p , приведенного напряжения σ_{s*} и полного напряжения $\sigma = -p_l + \sigma_{s*}$ при прохождении волны ступенчатого профиля амплитуды 0.1 бар (слева) и 0.5 бар (справа) из жидкости в пористую среду на расстоянии 3 и 6 см от границы. При вхождении в пористую среду начальный импульс разделяется на быструю (деформационную) и медленную (фильтрационную) волны. Прохождение быстрой волны отмечено скачкообразным повышением полного напряжения σ , а приход медленной волны характеризуется постепенным нарастанием порового давления и последующими затухающими колебаниями, связанными с пульсациями пузырьков. Наблюдаемый период колебаний совпадает с периодом собственных колебаний пузырьков, в данном случае около 0.3 мс. При увеличении амплитуды исходной падающей волны колебания давления становятся менее регулярными.

Рис. 3 иллюстрирует влияние размера пузырьков на распространение волны ступенчатого профиля в насыщенной пузырьковой жидкостью пористой среде. Амплитуда падающей волны равна 0.1 бар. На рисунке слева радиус пузырьков 1 мм, справа – 0.5 мм. Видно, что с уменьшением размера пузырьков уменьшаются период и амплитуда колебаний.

Влияние объемного содержания газа в пузырьковой жидкости на эволюцию волн в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью, показано на рис. 4. Амплитуда падающей волны равна 0.1 бар. На рисунке слева объемное содержание газа в пузырьковой жидкости равно 0.003, в центре – 0.01, справа – 0.03. С увеличением газосодержания в пузырьковой жидкости уменьшается скорость волн в содержащей пузырьковую жидкость пористой среде, ее акустическая жесткость. В результате с увеличением газосодержания нарастание давления в прошедшей в пористую среду волне происходит медленнее.

Результаты расчетов показывают хорошее качественное согласование с экспериментальными данными по прохождению волн типа ступенька из воды в насыщенную водой с пузырьками воздуха пористую среду [1, 2]. Провести количественное сравнение не представляется возможным, так как в указанных работах приведены не все параметры среды.

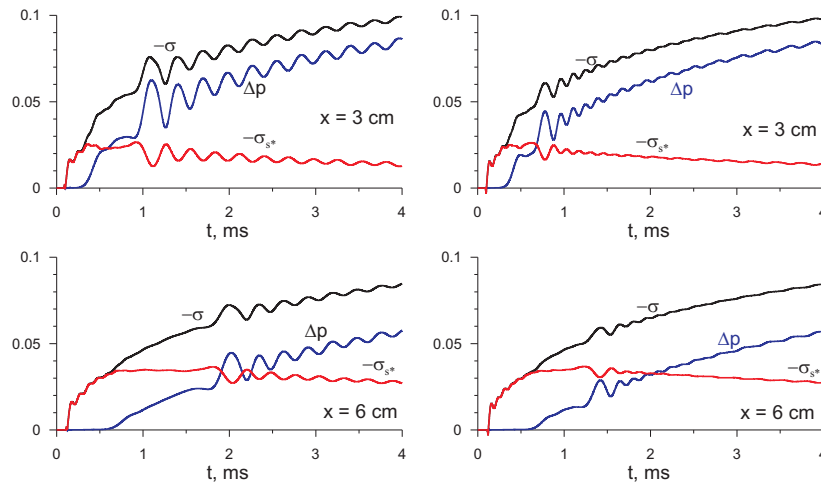


Рис. 3. Изменение давления в жидкости, полного напряжения, приведенного напряжения в скелете при прохождении волны ступенчатого профиля из жидкости в пористую среду на расстоянии 3 и 6 см от границы. На рисунке слева радиус пузырька 1 мм, справа – 0.5 мм

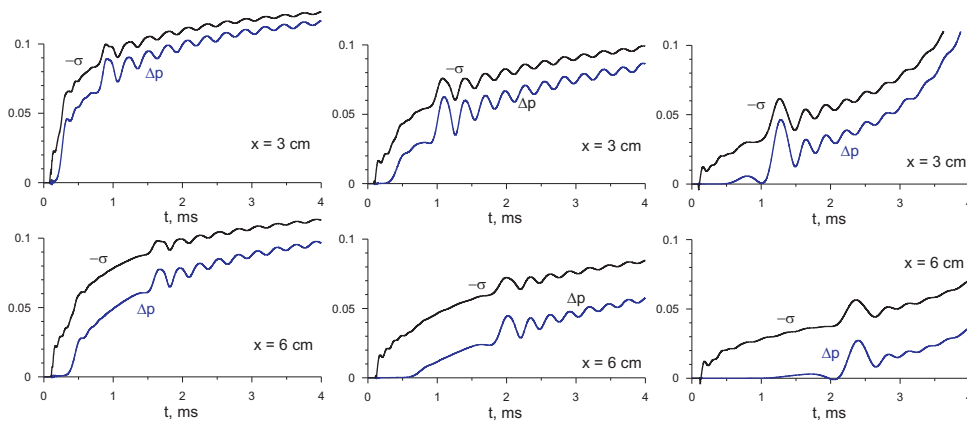


Рис. 4. Изменение давления в жидкости и полного напряжения при прохождении волны ступенчатого профиля из жидкости в пористую среду на расстоянии 3 и 6 см от границы. На рисунке слева объемное содержание газа в пузырьковой жидкости 0.003, в центре – 0.01, справа – 0.03

Основные результаты.

Получены частотные зависимости фазовой скорости и декремента затухания линейных волн в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью. Изучено влияние свойств пористой среды и пузырьковой жидкости на скорость и затухание деформационной и фильтрационной волн. В рамках нелинейной модели численно исследовано прохождение волны типа <ступенька> из жидкости в насыщенную пузырьковой жидкостью пористую среду. Проанализировано влияние основных параметров пористой среды, пузырьковой жидкости и интенсивности падающей волны на эволюцию волн в насыщенной пузырьковой жидкостью пористой среде.

Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2669.2014.1).

Summary

A.A. Gubaidullin, O.Yu. Boldyreva, D.N. Dudko. Propagation of Pressure Perturbations in a Porous Medium Saturated with Bubbly Liquid.

Wave processes in a porous medium saturated with bubbly liquid are numerically investigated. The nonlinearity of gas constitutive and Rayleigh–Lamb equations for bubble oscillations is taken into account. The dispersion dependencies of linear waves are obtained. The influence of the porous medium and bubbly liquid parameters on the velocity and attenuation of deformational and filtrational waves is analyzed. The propagation of the step wave from liquid to the porous medium saturated with bubbly liquid is investigated. The influence of the medium and initial pulse parameters on wave evolution is studied. The calculation results are in good agreement with the experimental data of other researchers.

Keywords: porous medium, bubbly liquid, waves.

Литература

1. *Донцов В.Е., Кузнецов В.В., Накоряков В.Е.* Волны давления в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1987. – № 4. – С. 85–92.
2. *van der Grinten J.G.M.* An experimental study of shock-induced wave propagation in dry, water-saturated, and partially saturated porous media. – Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 1987. – 121 p.
3. *Smeulders D.M.J.* On wave propagation in saturated and partially saturated porous media. – Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 1992. – 131 p.
4. *Smeulders D.M.J., van Dongen M.E.H.* Wave propagation in porous media containing a dilute gas-liquid mixture: theory and experiments // J. Fluid Mech. – 1997. – V. 343. – P. 351–373.
5. *Дунин С.З., Михайлов Д.Н., Николаевский В.Н.* Продольные волны в частично насыщенных пористых средах. Влияние газовых пузырьков // Прикл. матем. и механика. – 2006. – Т. 70, Вып. 2. – С. 282–294.
6. *Низматуллин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
7. *Низматуллин Р.И.* Динамика многофазных сред: в 2 ч. – М.: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.
8. *Низматуллин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К.* Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. – 1989. – Т. 304, № 35. – С. 1077–1081.

Поступила в редакцию
13.11.14

Губайдуллин Амир Анварович – доктор физико-математических наук, профессор, директор, Тюменский филиал ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Россия.

E-mail: timms@ikz.ru, gubai@tmn.ru

Болдырева Ольга Юрьевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Тюменский филиал ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Россия.

E-mail: timms@ikz.ru

Дудко Дина Николаевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Тюменский филиал ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Россия.

E-mail: timms@ikz.ru