

7 класс

Теоретические вопросы

1. Точки, прямые, отрезки. Луч и угол.
2. Равенство геометрических фигур. Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков. Измерение углов.
3. Смежные и вертикальные углы. Перпендикулярные прямые. Доказательство теоремы о двух прямых перпендикулярных третьей.
4. Треугольник, его периметр. Равные треугольники. Первый признак равенства треугольников (с доказательством).
5. Перпендикуляр к прямой. Теорема о перпендикуляре, проведенном из данной точки к данной прямой (с доказательством).
6. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Сколько медиан, биссектрис и высот существует в треугольнике? Всегда ли высоты пересекаются внутри треугольника?
7. Равнобедренный треугольник. Свойства равнобедренного треугольника (с доказательством одного на выбор).
8. Второй и третий признаки равенства треугольников (с доказательством одного на выбор).
9. Окружность, ее центр, радиус, хорда, диаметр. Построение с помощью циркуля и линейки отрезка, равного данному.
10. Построение с помощью циркуля и линейки угла, равного данному.
11. Построение биссектрисы угла.
12. Построение перпендикулярных прямых.
13. Построение середины отрезка.
14. Определение параллельных прямых. Углы, образованные при пересечении двух прямых секущей.
15. Три признака параллельности двух прямых (с доказательством одного на выбор).
16. Об аксиомах геометрии. Примеры аксиом. Аксиома параллельных прямых. Два следствия из нее (с доказательством).
17. Три свойства параллельных прямых и следствие (с доказательством одного на выбор).
18. Теоремы об углах с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами (с доказательством одного на выбор).
19. Теорема о сумме углов треугольника. Внешний угол треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника (с доказательством).
20. Остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники. Стороны прямоугольного треугольника. Докажите, что в треугольнике либо все углы острые, либо два угла острых, а третий тупой или прямой. Докажите, что сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .
21. Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника, два следствия (с доказательством).
22. Неравенство треугольника (с доказательством).
23. Некоторые свойства и признаки прямоугольных треугольников. Докажите, что катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы. Сформулируйте и докажите обратное утверждение.
24. Признаки равенства прямоугольных треугольников (с доказательством одного на выбор).

25. Наклонная. Докажите, что перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из этой же точки к этой прямой.
26. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Докажите, что все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой.
27. Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними.
28. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.
25. Построение треугольника по трем сторонам.
29. Геометрические места точек. Свойства биссектрисы угла. Докажите, что биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.
30. Свойства серединного перпендикуляра к отрезку. Докажите, что серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.
31. Свойства диаметров и хорд окружности. Докажите, что диаметр, проведённый через середину хорды, перпендикулярен этой хорде.
32. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная к окружности. Докажите, что отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.
33. Вписанная окружность треугольника. Докажите, что в любой треугольник можно вписать окружность.
34. Описанная окружность треугольника. Докажите, что около любого треугольника можно описать окружность.
35. Фигуры, симметричные относительно прямой. Осевая симметрия и её свойства.

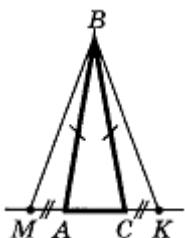
Задачи

Начальные геометрические сведения

- Докажите, что биссектрисы двух смежных углов образуют угол 90° .
- Докажите, что биссектрисы двух вертикальных углов лежат на одной прямой.
- OE – биссектриса $\angle AOB$ и $\angle COD$, OC – биссектриса $\angle AOE$. Сравните углы AOC и BOD , BOD и COE .
- Три прямые AB , CD и MN пересекаются в точке O , AB перпендикулярна CD , $\angle AOM$ равен 15° . Найдите $\angle AON$ и угол между биссектрисами углов BON и COM .

Треугольники

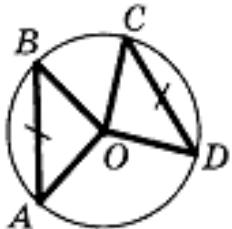
- Треугольники ABD и CBD равны, причем точки A , D и C лежат на одной прямой. Докажите, что BD – медиана, биссектриса и высота треугольника ABC .
- На прямой, содержащей основание AC равнобедренного треугольника ABC , отмечены точки M и K так, что $AM = CK$ (см. рис.). Докажите, что треугольник MBK – равнобедренный.



7. В равнобедренном треугольнике ABC основанием AC проведена биссектриса BD . Периметр треугольника ABC равен 18 см, а периметр треугольника ABD равен 12 см. Найдите длину BD .

8. Биссектриса AD острого угла прямоугольного треугольника ABC образует $\angle ADC = 70^\circ$. Найдите углы треугольника ABC .

9. На рисунке изображена окружность с центром в точке O . Хорды AB и CD равны. Докажите, что углы AOC и BOD равны.



10. Докажите, что в равнобедренном треугольнике медианы, проведенные к боковым сторонам равны.

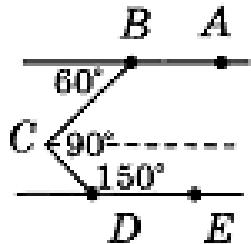
11. Докажите, что середины сторон равнобедренного треугольника являются вершинами другого равнобедренного треугольника.

12. Докажите, что в равнобедренном треугольнике биссектрисы углов при основании равны.

13. Докажите, что диаметр, проходящий через середину хорды, не являющейся диаметром, перпендикулярен к ней.

Параллельные прямые

14. Параллельны ли прямые AB и ED ?



15. При пересечении двух параллельных прямых и секущей один из образовавшихся углов равен 67° . Найдите остальные углы.

16. Докажите, что если две параллельные прямые пересечены секущей, то биссектрисы накрест лежащих углов параллельны.

17. Докажите, что если две параллельные прямые пересечены секущей, то биссектрисы односторонних углов перпендикулярны.

Соотношения между сторонами и углами треугольника.

Геометрические места точек.

18. Докажите, что сумма внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360° .

19. Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника, противолежащей основанию, параллельна основанию.

20. Две стороны треугольника равны 0,8 см и 1,8 см. Какова длина третьей стороны, если она измеряется целым числом сантиметров?
21. В прямоугольном треугольнике катет, прилежащий к углу 30° , равен 48 см. Найдите длину биссектрисы другого острого угла.
22. Прямые AB и CD параллельны, $AB \perp AC$, $BC = 12$ см, $\angle ABC = 30^\circ$. Найдите расстояние между прямыми AB и CD , между точкой C и прямой AB , между точкой B и прямой CD .
23. В треугольнике ABC проведена биссектриса BP , $\angle PBC = 20^\circ$, $\angle BAP = 40^\circ$. Сравните длину биссектрисы со сторонами треугольника.
24. В треугольнике ABC $\angle A = \angle C$, точка M лежит на AB , точка K лежит на BC , $AM = CK$. Докажите, что $\angle BMK = \angle BKM$.
25. Докажите, что если биссектриса внешнего угла треугольника параллельна стороне треугольника, то треугольник равнобедренный.
26. Докажите, что любая хорда окружности не больше диаметра и равна диаметру только тогда, когда сама является диаметром.
27. Докажите, что медиана треугольника меньше его полупериметра.
28. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и высоте, проведенной к гипотенузе.
29. К гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC с углом 15° проведены медиана CM и высота CH . Найдите AB , если $CH = 4$.
30. Даны окружность с центром O радиуса 4,5 см и точка A . Через точку A проведены две касательные к окружности. Найдите угол между ними, если $OA = 9$ см.