

## Теоретические вопросы

1. Многоугольник. Выпуклый многоугольник. Правильный многоугольник. Сумма внутренних и внешних углов правильного многоугольника, взятых по одному при каждой вершине.
2. Четырёхугольник. Параллелограмм, трапеция, их свойства. Виды трапеции.
3. Признаки параллелограмма (с доказательством одного на выбор).
4. Доказать, что параллелограмм является выпуклым четырёхугольником.
5. Прямоугольник. Доказательство свойства диагоналей прямоугольника.
6. Ромб, квадрат. Доказательство свойства диагоналей ромба.
7. Центральная симметрия.
8. Понятие площади многоугольника. Свойства площадей. Площадь квадрата и прямоугольника. Вывод формулы площади прямоугольника.
9. Площади параллелограмма, треугольника и трапеции (с выводом формул).
10. Отношение площадей треугольников с равными высотами, отношение площадей треугольников с равными углами (с доказательством).
11. Теорема Пифагора (с доказательством). Теорема, обратная теореме Пифагора. Формула Герона.
12. Теорема Фалеса (с доказательством).
13. Пропорциональные отрезки. Определение подобных треугольников. Отношение площадей подобных треугольников (с доказательством).
14. Признаки подобия треугольников (с доказательством одного на выбор).
15. Средняя линия треугольника. Доказательство её свойства.
16. Медиана треугольника. Доказательство её свойства.
17. Четыре замечательные точки треугольника. Теорема о пересечении высот треугольника (с доказательством).
18. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.
19. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.
20. Доказать, что синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника зависят только от градусной меры угла.
21. Основное тригонометрическое тождество (с доказательством).
22. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  (с выводом).
23. Взаимное расположение прямой и окружности.
24. Взаимное расположение двух окружностей. Общие касательные двух окружностей.
25. Градусная мера дуги окружности. Центральные и вписанные углы. Теорема о вписанном угле (с доказательством). Следствия из теоремы.

26. Теоремы об углах, образованные хордами, касательными и секущими (с доказательством одной на выбор).
27. Вписанная окружность. Докажите, что в любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны.
28. Описанная окружность. Докажите, что в любом вписанном четырёхугольнике сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ .

## Задачи

### Тема «Четырёхугольники»

1. Диагонали прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите периметр треугольника  $AOD$ , если  $AB=9$ ,  $BC=12$ ,  $BD=15$ .
2. Диагонали прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите периметр треугольника  $AOB$ , если  $AD=15$ ,  $AC=17$ ,  $CD=8$ .
3. Одна из сторон параллелограмма в 3 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 32 см.
4. Одна из сторон параллелограмма в 4 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 30 см.
5.  $ABCD$  – ромб, угол  $ABC$  равен  $140^\circ$ . Найдите углы треугольника  $COD$ , где  $O$  – точка пересечения диагоналей  $AC$  и  $BD$ .
6. Четырёхугольник  $ABCD$  – ромб. Диагонали ромба  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ . Угол  $BAD$  равен  $100^\circ$ . Найдите углы треугольника  $AOD$ .
7. В параллелограмме один из углов на  $40^\circ$  больше другого. Найдите градусную меру тупого угла.
8. В параллелограмме один из углов в четыре раза меньше другого. Найдите градусную меру острого угла.
9. В параллелограмме  $ABCD$  высота  $BH$  в два раза меньше стороны  $CD$ . Найдите градусную меру угла  $ABC$ .
10. Высота  $BH$  параллелограмма  $ABCD$  отсекает от него равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABH$ . Найдите градусную меру угла  $ADC$ .
11. Диагональ  $AC$  параллелограмма  $ABCD$  образует с его стороной  $AB$  угол  $20^\circ$ . Найдите сторону  $CD$  параллелограмма, если его периметр равен 20 см, а угол  $ADC$  равен  $140^\circ$ .
12. Диагональ  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  является биссектрисой угла  $B$ . Найдите сторону  $CD$  параллелограмма, если его периметр равен 28 см.
13. В прямоугольнике  $ABCD$  проведены биссектрисы углов  $A$  и  $D$ , которые пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $BC$ . Найдите периметр  $ABCD$ , если  $AB=6$  см.
14. В прямоугольнике  $ABCD$  проведена биссектриса угла  $A$ , которая разбивает сторону  $BC$  на отрезки длиной 5 см и 3 см. Найти периметр прямоугольника  $ABCD$ .
15. В параллелограмме  $MNKP$   $MT$  – биссектриса угла  $M$ . Известно, что  $NT=5$  см,  $TK=3$  см. Найти периметр данного параллелограмма.

### Тема «Площадь»

1. В прямоугольнике  $ABCD$   $BD=12$  см. Вершина  $B$  удалена от прямой  $AC$  на 4 см. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
2. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $135^\circ$ ,  $AC=6$  дм, высота  $BD=2$  дм. Найдите площадь треугольника  $ABD$ .
3. В параллелограмме  $ABCD$  высота  $BH$  равна 4 см, а сторона  $BC=10$  см. Найдите площадь параллелограмма.
4. В трапеции  $ABCD$   $CH$  – высота,  $BC=2$  см,  $AH=3$  см,  $HD=5$  см,  $CH=4$  см. Найдите площадь данной трапеции.
5. В прямоугольном треугольнике  $ACB$  катет  $CB$  равен 4 см, угол  $B$  равен  $45^\circ$ . Найдите гипотенузу  $AB$ .
6. В прямоугольном треугольнике  $ACB$  катет  $CA$  равен 3 см, угол  $A$  равен  $45^\circ$ . Найдите гипотенузу  $AB$ .
7. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 25 см, а один из катетов – 20 см.
8. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 17 см, а один из катетов – 8 см.
9. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 4 см.
10. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна 6 см.
11. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 12 см, а один из острых углов составляет  $60^\circ$ .
12. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 16 см, а один из острых углов равен  $30^\circ$ .
13. В прямоугольной трапеции площадь равна  $30\text{ см}^2$ , периметр равен 28 см, а меньшая боковая сторона – 3 см. Найдите большую боковую сторону.
14. Периметр равнобедренной трапеции равен 32 см, боковая сторона 5 см, площадь  $44\text{ см}^2$ . Найдите высоту трапеции.

### Тема «Подобные треугольники»

1. В треугольниках  $ABC$  и  $MPL$   $\angle A = \angle M$ ,  $\angle C = \angle L$ ;  $\frac{AB}{MP} = \frac{2}{3}$ ,  $AC = 10$  см. Найдите сторону  $ML$ .
2. В треугольнике  $ABC$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  взяты соответственно точки  $E$  и  $F$ ;  $\frac{BE}{BF} = \frac{BC}{BA}$ ,  $\angle BFE = 40^\circ$ . Чему равен угол  $A$ ?
3. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$   $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{5}{2}$ . Сумма площадей этих треугольников равна  $58 \text{ см}^2$ . Найдите площадь каждого треугольника.
4. В треугольниках  $EFP$  и  $CDK$   $\angle P = \angle D$ ,  $\angle F = \angle K$ ;  $\frac{EP}{CD} = \frac{2}{5}$ ,  $DK = 10$  см. Найдите сторону  $PF$ .
5. В треугольнике  $ABC$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  взяты соответственно точки  $D$  и  $K$ ;  $\frac{BD}{BC} = \frac{BK}{BA}$ ,  $\angle BCA = 50^\circ$ . Чему равен угол  $BDK$ ?
7. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $12 \text{ см}^2$ ;  $DE$  – средняя линия ( $D \in AB$ ;  $E \in BC$ ) найдите площадь трапеции  $ADEC$ .
8.  $CK$  – высота прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ );  $\frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$ . Как относятся площади треугольников  $AKC$  и  $BKC$ ?
10.  $EF$  – средняя линия треугольника  $ABC$  ( $E \in AB$ ;  $F \in AC$ ). Площадь трапеции  $BEFC$  равна  $9 \text{ см}^2$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
11.  $CD$  – высота прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ );  $\frac{S_{ADC}}{S_{CDB}} = \frac{25}{36}$ . Как относятся катеты  $AC$  и  $BC$ ?
12. В прямоугольном  $\triangle ABC$ :  $\angle C$  – прямой,  $AB = 3\sqrt{5}$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 6$ . Найти  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\tan A$ .
13. В прямоугольном  $\triangle ABC$ :  $\angle C$  – прямой,  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = \sqrt{2}$ . Найти  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\tan A$ .
14. В прямоугольном  $\triangle ABC$ :  $\angle C$  – прямой,  $AB = 6$ ,  $\angle B = 30^\circ$ . Найти  $AC$ ,  $BC$ .
15. В прямоугольном  $\triangle ABC$ :  $\angle C$  – прямой,  $CB = 6$ ,  $\angle B = 30^\circ$ . Найти  $AC$ ,  $AB$ .

### Тема «Окружность»

1. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $BC = \sqrt{3}$ . С центром в точке  $A$  проведена окружность, радиус которой равен 2,7. Сколько общих точек имеет эта окружность с прямой  $BC$ ?
2. Дана окружность с центром в точке  $O$ . Радиус окружности равен 5 см. Прямая  $l$  касается окружности в точке  $A$ . На касательной от точки  $A$  отложен отрезок  $AB$ , равный 12 см. Отрезок  $OB$  пересекает окружность в точке  $K$ . Найти длину  $KB$ .
3. Из точки  $M$  к окружности с центром в точке  $O$  проведены касательные  $MA$  и  $MB$  ( $A$  и  $B$  – точки касания). Радиус окружности равен  $2\sqrt{3}$ ,  $\angle AMB = 60^\circ$ . Чему равно расстояние между точками касания  $AB$ ?
4. В прямоугольную трапецию  $ABCD$  ( $AD$  и  $BC$  – основания) вписана окружность;  $CD \perp AD$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $CD = 10$  см. Найдите периметр трапеции.
5. Вокруг трапеции описана окружность. Один из её углов равен  $40^\circ$ . Найдите остальные углы трапеции.
6.  $AB$  – хорда окружности. Прямая  $l$  касается окружности в точке  $A$ . На прямой выбрана точка  $M$  такая, что  $\angle MAB$  – тупой. Вписанный в окружность угол  $ACB$  опирается на дугу  $AB$  и равен  $20^\circ$ . Чему равен угол  $MAB$ ?
7. Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12. Чему равен радиус вписанной в треугольник окружности.
8. На окружности отмечены точки  $A, B, C, D$  так, что  $AB$  ее диаметр, а угол  $ACD$  равен  $20^\circ$ . Найти угол  $DCB$ .
9. На окружности отмечены точки  $A, B, C, D$  так, что  $AC$  – диаметр, угол  $ACD$  равен  $10^\circ$ , а угол  $BAC$  равен  $20^\circ$ . Найдите угол  $BCD$ .
10. В прямоугольном треугольнике  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ . С центром в точке  $B$  проведена окружность, радиус которой равен 2,2. Сколько общих точек имеет эта окружность с прямой  $AC$ ?
11. Дана окружность с центром в точке  $O$ . Радиус окружности равен 8 см. Прямая  $l$  касается окружности в точке  $P$ . На касательной от точки  $P$  отложен отрезок  $PM$ . Отрезок  $OM$  пересекает окружность в точке  $F$ ;  $FM = 9$  см. Найти длину  $PM$ .
12. Из точки  $P$  к окружности с центром в точке  $O$  проведены касательные  $PA$  и  $PB$  ( $A$  и  $B$  – точки касания). Расстояние между точками касания  $AB$  равно  $\sqrt{5}$ ,  $\angle APB = 90^\circ$ . Чему равно расстояние между точками касания  $OP$ ?

13. В прямоугольную трапецию  $ABCD$  ( $AD$  и  $BC$  – основания) вписана окружность;  $CD \perp AD$ ,  $\angle A = 30^\circ$ . Периметр трапеции равен 24 см. Чему равны стороны  $AB$  и  $CD$ ?

14. Вокруг трапеции описана окружность. Один из её углов равен  $160^\circ$ . Найдите остальные углы трапеции.

15.  $PK$  – хорда окружности. Прямая  $m$  касается окружности в точке  $P$ . На прямой выбрана точка  $F$  такая, что  $\angle FPK = 160^\circ$ . Вписанный в окружность угол  $PDK$  опирается на дугу  $PK$ . Чему равен угол  $PDK$ ?

16. Стороны треугольника равны 13, 13 и 24. Чему равен радиус вписанной в треугольник окружности?