

Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по информатике

Казань, 26-28 января 2019 г.

Задача «Наибольшее число»



- Идея задачи — Михаил Киндер
- Решение задачи — Михаил Киндер

Постановка задачи

- Задан массив из n целых чисел a_i ($1 \leq n \leq 10^4$).
- Все числа a_i от 1 до 10^6 .
- Составить из них *наибольшее* число.

Основные темы задачи:

- работа со строками;
- сортировки с ограничениями;
- быстрая сортировка.

Решение ($n = 2$)

Основная идея: специальная сортировка исходного массива чисел. Сначала рассмотрим случай $n = 2$.

Первый способ. [БОЛЕЕ ДЛИННЫЙ.]

- Числа a и b начинаются с разных цифр.
- Тогда первым запишем число, которое начинается с большей цифры, вторым – с меньшей.

Пример: $a = 123$, $b = 7$.

Наибольшее число — 7 123.

Решение ($n = 2$)

Основная идея: специальная сортировка исходного массива чисел. Сначала рассмотрим случай $n = 2$.

ПЕРВЫЙ СПОСОБ. [БОЛЕЕ ДЛИННЫЙ.]

- Числа a и b начинаются с разных цифр.
- Тогда первым запишем число, которое начинается с большей цифры, вторым – с меньшей.

Пример: $a = 123$, $b = 7$.

Наибольшее число — 7 123.

Первый способ

- Числа a и b начинаются с одной и той же цифры.
- Применяем рассуждения ко вторым цифрам этих чисел.
- Если одинаковые и вторые цифры, то сравниваем третьи цифры, и так далее.

Пример: $a = 123$, $b = 1200$.

Наибольшее число — 123 1200.

Первый способ

- Числа a и b начинаются с одной и той же цифры.
- Применяем рассуждения ко вторым цифрам этих чисел.
- Если одинаковые и вторые цифры, то сравниваем третьи цифры, и так далее.

Пример: $a = 123$, $b = 1200$.

Наибольшее число — 123 1200.

Первый способ

- Числа a и b начинаются с одной и той же цифры.
- Применяем рассуждения ко вторым цифрам этих чисел.
- Если одинаковые и вторые цифры, то сравниваем третьи цифры, и так далее.

Пример: $a = 123$, $b = 1200$.

Наибольшее число — 123 1200.

Не всё так просто!

- При очередном сравнении чисел a и b у одного из них соответствующей цифры нет.
- Тогда анализируем следующую цифру длинного числа.
- Если эта цифра больше самой первой (слева) цифры, то более длинное число нужно ставить перед более коротким, и наоборот — если иначе.
- Если же эта цифра совпадает с первой цифрой чисел a и b , сравниваем её со второй цифрой и так далее.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

Наибольшее число — 7238723 .

Не всё так просто!

- При очередном сравнении чисел a и b у одного из них соответствующей цифры нет.
- Тогда анализируем следующую цифру длинного числа.
- Если эта цифра больше самой первой (слева) цифры, то более длинное число нужно ставить перед более коротким, и наоборот — если иначе.
- Если же эта цифра совпадает с первой цифрой чисел a и b , сравниваем её со второй цифрой и так далее.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

Наибольшее число — 7238723 .

Не всё так просто!

- При очередном сравнении чисел a и b у одного из них соответствующей цифры нет.
- Тогда анализируем следующую цифру длинного числа.
- Если эта цифра больше самой первой (слева) цифры, то более длинное число нужно ставить перед более коротким, и наоборот — если иначе.
- Если же эта цифра совпадает с первой цифрой чисел a и b , сравниваем её со второй цифрой и так далее.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

Наибольшее число — 7238723 .

Не всё так просто!

- При очередном сравнении чисел a и b у одного из них соответствующей цифры нет.
- Тогда анализируем следующую цифру длинного числа.
- Если эта цифра больше самой первой (слева) цифры, то более длинное число нужно ставить перед более коротким, и наоборот — если иначе.
- Если же эта цифра совпадает с первой цифрой чисел a и b , сравниваем её со второй цифрой и так далее.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

Наибольшее число — 7238723 .

Второй способ

- Преобразуем числа a и b в строки, и рассмотрим два способа соединения этих строк: « a » + « b » и « b » + « a »;
- Сделаем обратное преобразование — конвертируем строки в числа.
- Число, которое окажется больше, определяет способ соединения карточек.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

$$\langle a \rangle + \langle b \rangle = \langle 723 \rangle + \langle 7238 \rangle = \langle 7237238 \rangle,$$

$$\langle b \rangle + \langle a \rangle = \langle 7238 \rangle + \langle 723 \rangle = \langle 7238723 \rangle.$$

Второй способ

- Преобразуем числа a и b в строки, и рассмотрим два способа соединения этих строк: « a » + « b » и « b » + « a »;
- Сделаем обратное преобразование — конвертируем строки в числа.
- Число, которое окажется больше, определяет способ соединения карточек.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

$$\langle a \rangle + \langle b \rangle = \langle 723 \rangle + \langle 7238 \rangle = \langle 723\ 7238 \rangle,$$

$$\langle b \rangle + \langle a \rangle = \langle 7238 \rangle + \langle 723 \rangle = \langle 7238\ 723 \rangle.$$

Второй способ

- Преобразуем числа a и b в строки, и рассмотрим два способа соединения этих строк: « a » + « b » и « b » + « a »;
- Сделаем обратное преобразование — конвертируем строки в числа.
- Число, которое окажется больше, определяет способ соединения карточек.

Пример: $a = 723$, $b = 7238$.

$$\langle a \rangle + \langle b \rangle = \langle 723 \rangle + \langle 7238 \rangle = \langle 7237238 \rangle,$$

$$\langle b \rangle + \langle a \rangle = \langle 7238 \rangle + \langle 723 \rangle = \langle 7238723 \rangle.$$

Решение на 30 и 60 баллов

- Будем просматривать массив чисел, двигаясь вправо.
- Среди них найдём «наибольшее» a со свойством: число-строка « a » + « b_i » не меньше числа-строки « b_i » + « a » для всех чисел исходного массива.
- Затем найдём следующее «по величине», и так далее.

Примем во внимание:

- При конвертации строк « a » + « b » может получиться число порядка 10^{13} ;
- в C++ используем функцию `stoll` вместо `stoi`
- Сложность алгоритма — $O(n^2)$.

Решение на 30 и 60 баллов

- Будем просматривать массив чисел, двигаясь вправо.
- Среди них найдём «наибольшее» a со свойством: число-строка « a » + « b_i » не меньше числа-строки « b_i » + « a » для *всех* чисел исходного массива.
- Затем найдём следующее «по величине», и так далее.

Примем во внимание:

- При конвертации строк « a » + « b » может получиться число порядка 10^{13} ;
- в C++ используем функцию `stoll` вместо `stoi`
- Сложность алгоритма — $O(n^2)$.

Решение на 30 и 60 баллов

- Будем просматривать массив чисел, двигаясь вправо.
- Среди них найдём «наибольшее» a со свойством: число-строка « a » + « b_i » не меньше числа-строки « b_i » + « a » для *всех* чисел исходного массива.
- Затем найдем следующее «по величине», и так далее.

Примем во внимание:

- При конвертации строк « a » + « b » может получиться число порядка 10^{13} ;
- в C++ используем функцию `stoll` вместо `stoi`
- Сложность алгоритма — $O(n^2)$.

Решение на 100 баллов

- Воспользуемся алгоритмом быстрой сортировки `qsort`.
- Отличие от стандартной процедуры `qsort` — вместо $a > b$ используем сравнение «по строкам».

Решение на 100 баллов

- Воспользуемся алгоритмом быстрой сортировки `qsort`.
- Отличие от стандартной процедуры `qsort` — вместо $a > b$ используем сравнение «по строкам».

Решение на 100 баллов

- Воспользуемся алгоритмом быстрой сортировки `qsort`.
- Отличие от стандартной процедуры `qsort` — вместо $a > b$ используем сравнение «по строкам».

Процедура `Qsort`: $a \succ b$ вместо $a > b$

$a \succ b$, если число-строка « a » + « b » не меньше числа-строки « b » + « a »

Решение на 100 баллов

- Воспользуемся алгоритмом быстрой сортировки `qsort`.
- Отличие от стандартной процедуры `qsort` — вместо $a > b$ используем сравнение «по строкам».
- Сложность алгоритма — $O(n \log n)$.

Процедура `Qsort`: $a \succ b$ вместо $a > b$

$a \succ b$, если число-строка « a » + « b » не меньше числа-строки « b » + « a »

Вот и всё!

Вопросы?