

УДК 621.372+621.373

## ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ РЕФРАКЦИЯ И ОТРАЖЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ

*В.Е. Лобанов, А.П. Сухоруков*

### Аннотация

Рассматриваются новые эффекты параметрической рефракции и отражения при несинхронном неколлинеарном трёхчастотном взаимодействии в квадратично-нелинейной среде. Построена оригинальная теория упругого столкновения и рассеяния оптических пучков. Теоретические результаты подтверждены численным моделированием.

### Введение

Управление световыми пучками является одной из важнейших проблем современной волновой оптики. В последнее время бурно развивается фотоника, изучающая различные методы управления светом с помощью света. Такой подход позволяет повысить быстродействие телекоммуникационных устройств. Один из методов основан на использовании взаимодействия узких пространственных солитонов в квадратично-нелинейной среде [1, 2]. Однако для генерации солитонов требуются достаточно большие мощности и строгий контроль относительных фаз взаимодействующих пучков, что представляет определенные трудности. Мы обратились к поиску новых механизмов, позволяющих управлять оптическими пучками без генерации квадратичных солитонов. Ранее было изучено параметрическое переключение с преобразованием частоты вверх или вниз [3, 4].

В данной работе развивается теория принципиально другого механизма параметрического отражения пучков, позволяющего реализовать полностью оптическое переключение пучка без изменения частоты. Суть метода заключается в том, что при несинхронном неколлинеарном параметрическом взаимодействии мощная волна накачки вносит для сигнального пучка эффективную поперечную неоднородность, повторяющую профиль интенсивности накачки. Интересно отметить, что математически аналогичные задачи возникают при распространении наклонных волн в слоисто-неоднородных ионосфере, тропосфере, подводном канале и в градиентных волноводах. В среде с параметрически-индуцированной неоднородностью так же, как и в перечисленных выше случаях, возникает своеобразная рефракция на сигнальной частоте. В результате этого траектория сигнала искривляется, и может произойти полное отражение сигнальной волны от пучка накачки. Если перейти на язык квазичастиц, то параметрическое отражение напоминает упругое столкновение и рассеяние.

### 1. Эффект параметрической рефракции

Рассмотрим процесс неколлинеарного трёхчастотного параметрического взаимодействия  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ . Уравнения для огибающих пучков  $A_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) имеют вид

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i d_1 \Delta_{\perp} A_1 = -i \gamma_1 A_3 A_2^*, \quad \frac{\partial A_2}{\partial z} + i d_2 \Delta_{\perp} A_2 = -i \gamma_2 A_3 A_1^*,$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + i d_3 \Delta_{\perp} A_3 = i \Delta k_m A_3 - i \gamma_3 A_1 A_2, \quad (1)$$

где  $d_j = (2k_j)^{-1}$  – коэффициент дифракции,  $\gamma_j = 2\pi \mathbf{e}_1 \hat{\chi}^{(2)} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3 \omega_j / (cn_j)$  – коэффициент нелинейности,  $\hat{\chi}^{(2)}$  – тензор квадратично-нелинейной восприимчивости,  $n_j$  – линейный коэффициент преломления,  $c$  – скорость света,  $\Delta k_m = k_1 + k_2 - k_3$  – дисперсионная расстройка волновых векторов. Перейдем к безразмерным величинам

$$\bar{A}_j = A_j/E_0, \quad \bar{z} = z/l, \quad \bar{x} = x/w, \quad \bar{\gamma}_j = \gamma_j E_0 l, \quad \Delta \bar{k} = \Delta k l, \quad \bar{d}_j = d_j l/w^2,$$

где  $E_0$  – характерная амплитуда накачки,  $w$  – начальная ширина сигнального пучка,  $l$  – характерная длина, например, длина кристалла. В дальнейшем черту при обозначении нормированных величин будем опускать. На вход среды подается мощная накачка  $A_1(x, 0) = E_1(x)$  и под углом к ней слабый сигнал  $A_2(x, 0) = E_2(x) \exp(ik_2 \theta_2 x)$ . Холостая волна на суммарной частоте отсутствует на входе в среду:  $A_3(x, 0) = 0$ . При анализе мы полагали, что при коллинеарном взаимодействии дисперсионная расстройка отсутствует. Однако появляется эффективная расстройка  $\Delta k_t$ , так как сигнальный пучок имеет наклон по отношению к пучку накачки. Оценку величины фазовой расстройки  $\Delta k_t$ , возникающей из-за наклона сигнального и холостого пучков к оси  $Z$ , можно дать, полагая  $k_2 \theta_2 = k_3 \theta_3$ . В этом случае имеем

$$\Delta k = \Delta k_t = k_1 + k_2 \cos \theta_2 - k_3 \cos \theta_3 \approx -k_1 k_2 \theta_2^2 / 2k_3. \quad (2)$$

При большой фазовой расстройке возникает каскадный процесс, при котором холостая волна возбуждается локально с малой амплитудой:

$$A_3 = (\gamma_3 / \Delta k) A_1(x, z) A_2. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), находим уравнение для огибающей сигнальной волны

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + i d_2 \Delta_{\perp} A_2 = i k_2 n_{nl}(x, z) A_2, \quad n_{nl} = -(\gamma_2 \gamma_3 / (k_2 \Delta k)) |A_1(x, z)|^2. \quad (4)$$

Таким образом, задача чисто оптического переключения свелась к анализу и решению только одного уравнения (4), в которое входит индуцированная неоднородность  $n_{nl}(x, z)$ . Уравнение (4) описывает распространение сигнала в среде, показатель преломления которой стал неоднородным из-за параметрического кросс-воздействия. Аналогичные задачи возникают при распространении наклонных волн в слоисто-неоднородных ионосфере, тропосфере, подводном канале и в градиентных волокнах. Обычно в таких случаях возникает отражение сигнала при выполнении определенных соотношений между углом падения и характеристиками неоднородной среды.

В приближении геометрической оптики можно записать выражение для траектории луча в параметрически неоднородной среде:

$$\frac{dx}{dz} = \pm \sqrt{2} \sqrt{-n_{nl}(x) + n_{nl}(x_0) + \theta_2^2 / 2}. \quad (5)$$

В точке поворота траектория параллельна оси  $Z$  и  $dx/dz = 0$ . Воспользовавшись этим условием и соотношениями (2) и (4), можно записать выражение для предельного угла отражения

$$\theta_{cr} = C \left( \frac{4\gamma_2 \gamma_3 k_3 |E_{1 \max}|^2}{k_1 k_2^2} \right)^{1/4}. \quad (6)$$

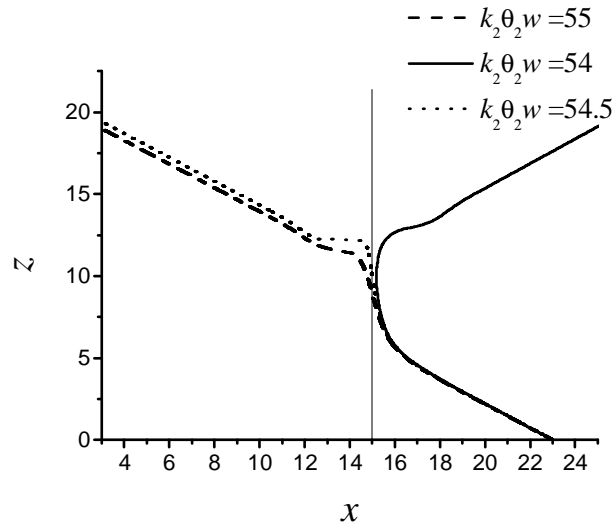
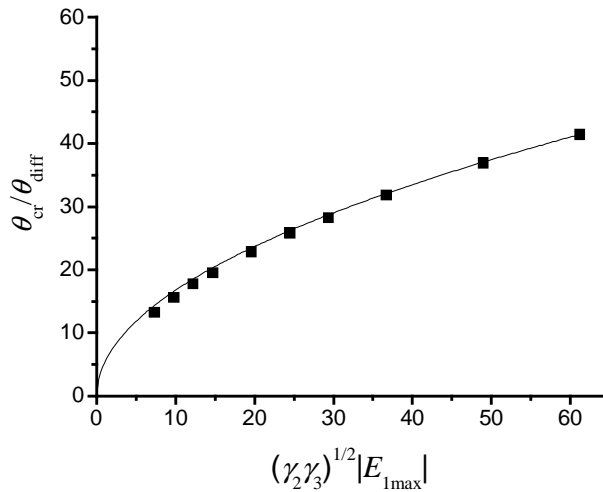
Рис. 1. Траектория  $z(x)$  сигнального пучка для различных углов падения

Рис. 2. Зависимость нормированного предельного угла параметрического отражения от амплитуды накачки

где  $C$  – коэффициент, зависящий от формы пучков. Правильность выражения (6) подтверждена численным моделированием. Пучки, падающие под углом, большим предельного, проходят сквозь пучок накачки не отражаясь (рис. 1, 2).

Следует заметить, что если на начальном этапе процесса параметрическое взаимодействие является несогласованным, то вблизи области поворота, где траектория почти параллельна оси  $Z$ , фазы взаимодействующих волн равны. Исходя из этого условия, можно найти связь между амплитудами на пологой части траектории  $B_2^2(x, z)/B_3^2(x, z) = \gamma_2/\gamma_3$ . Подчеркнём, что в рассматриваемом случае несогласованного параметрического отражения холостая волна сконцентрирована только в узкой области поворота (рис. 3, 4).

Для процесса полного параметрического отражения было проверено выполнение закона сохранения поперечного импульса. Система (1) обладает следующим

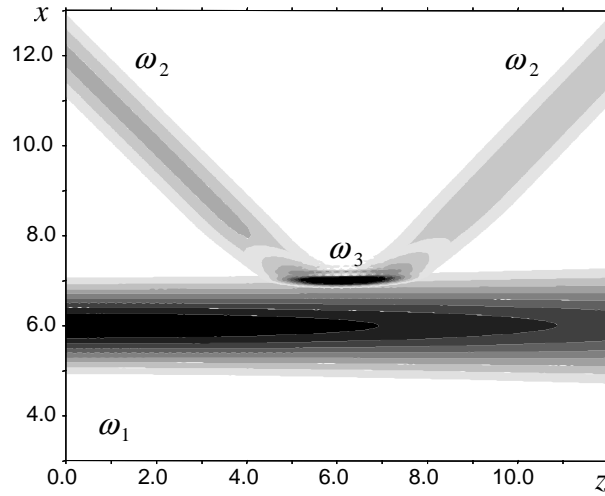


Рис. 3. Несинхронное параметрическое отражение сигнального пучка от пучка накачки

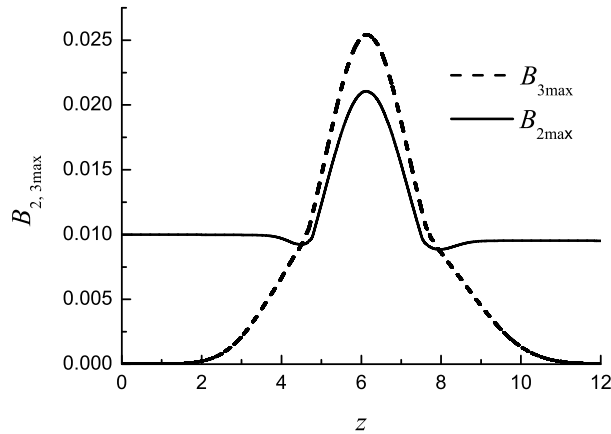


Рис. 4. Зависимость максимальной амплитуды от расстояния для сигнального (сплошная линия) и холостого (штриховая линия) пучков

интегралом движения

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \text{Im} \int \sum_{n=1}^3 \frac{1}{\gamma_n} A_n^* \frac{\partial A_n}{\partial x} dx = \int \sum_{n=1}^3 \frac{1}{\gamma_n} |A_n|^2 \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} dx = \\
 &= \int \sum_{n=1}^3 \frac{k_n}{\gamma_n} |A_n|^2 \theta_n dx = \text{const.} \quad (7)
 \end{aligned}$$

В начальный момент поперечным импульсом обладает только наклонённый сигнальный пучок. Как показало численное моделирование, после отражения поперечная составляющая импульса сигнальной волны меняет знак, и, так как полный поперечный импульс системы трех волн остаётся неизменным, а холостая волна существует только в небольшой области вблизи точки поворота, пучок накачки приобретает угол наклона. Считая дифракционные эффекты слабыми и, следова-

тельно, волновые фронты плоскими, можно оценить наклон пучка накачки как

$$\theta_1 = 2\theta_2 P_2 / P_1. \quad (8)$$

где  $P_j = \int |A_j|^2 dx$  – мощность пучка. Поскольку мощность сигнальной волны на 4 порядка меньше мощности волны накачки, то этот наклон очень мал.

## 2. Динамика двумерного взаимодействия пучков

Если рассматривать динамику перемещений поперечных сечений пучков, то их взаимодействие аналогично рассеянию частиц на потенциале. Если оси пучков находятся в одной плоскости, то взаимодействие можно назвать «центральным» и все траектории лежат в одной плоскости. В другой ситуации, когда начальный волновой вектор сигнальной волны направлен мимо оси накачки, имеет место «нецентральное» взаимодействие: на языке квазичастиц процесс напоминает нецентральный соударение. В таком случае возможно несколько вариантов в зависимости от величины отклонения от направления к оси.

Для осесимметричной накачки получены уравнения траектории сигнального пучка, зависящие как от угла между сигналом и накачкой  $\theta_2$ , так и от параметра  $r_0 \sin \psi$ , который по аналогии с задачами о рассеянии можно назвать прицельным

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dz} &= \pm \sqrt{\theta_2^2 \left\{ 1 - \left( \frac{r_0 \sin \psi}{r} \right)^2 \right\} - 2n_{nl}(r) + 2n_{nl}(r_0)}, \\ \frac{d\varphi}{dr} &= \pm \frac{\theta_2 r_0 \sin \psi / r^2}{\sqrt{\theta_2^2 \left\{ 1 - \left( \frac{r_0 \sin \psi}{r} \right)^2 \right\} - 2n_{nl}(r) + 2n_{nl}(r_0)}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для удобства анализа уравнения (9) можно записать в виде

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{\theta_2 r_0^2 \sin^2 \psi}{r^3} - \frac{dn_{nl}(r)}{dr}, \quad \frac{d\varphi}{dz} = \frac{\theta_2 r_0 \sin \psi}{r^2}. \quad (10)$$

Для «центрального» случая ( $\psi = 0$ ) первое из уравнений (9) совпадает с уравнением для планарной геометрии (5), а второе даёт постоянный угол. Уравнения (10) решались численно для различных значений прицельного параметра  $a = r_0 \sin \psi$  при постоянном угле наклона  $\theta_2$ . Как видно из рис. 5, при увеличении отклонения от «центрального» взаимодействия угол отражения уменьшается. Для малых значений параметра  $a$  он близок к  $180^\circ$ , то есть происходит отражение назад. При больших значениях взаимодействие является слабым, и угол отражения практически равен 0, то есть направление распространения сигнала совпадает с исходным.

Следует также отметить зависимость динамики взаимодействия от формы пучков. Если пучок накачки осесимметричен и его ширина сравнима с шириной сигнального пучка, то параметрическая неоднородность имеет значительную кривизну и сигнальный пучок как бы отражается от выпуклого параметрического зеркала. Отраженный пучок в этом случае становится расходящимся. На рис. 6 представлены профили пучков до и после отражения.

Первоначально как пучок накачки, так и сигнальный пучок были гауссовыми, причём накачка была в 2 раза шире. После отражения сигнал приобрёл форму полумесяца. Если же размер пучка накачки много больше, то сигнальный пучок

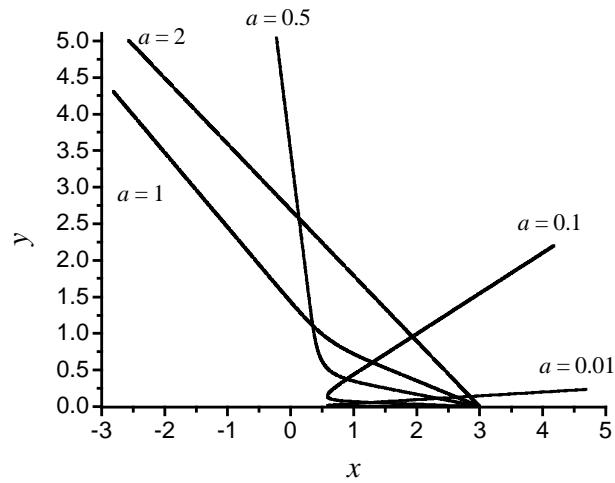


Рис. 5. Траектории сигнального пучка в поперечном сечении для различных значений прицельного параметра

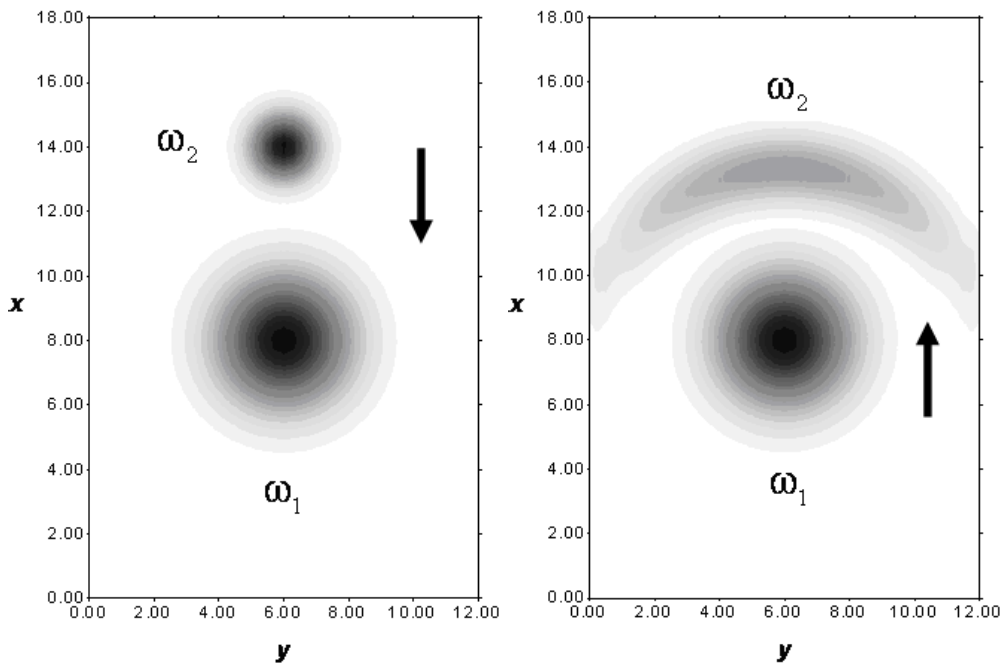


Рис. 6. Профили пучков до и после взаимодействия

практически не чувствует кривизны неоднородности, и его поперечное сечение после отражения напоминает исходное.

### Заключение

Развита теория явлений параметрической рефракции и параметрического отражения при неколлинеарном несинхронном взаимодействии в квадратичной среде. Получены уравнения для двумерных и трёхмерных траекторий сигнала. Рассмотр-

рены особенности «центрального» и «нецентрального» взаимодействия пучков. Изучено влияние формы пучка накачки на расходимость отраженного сигнала. Теоретические результаты подтверждены численным моделированием.

Работа выполнена при поддержке программой «Ведущие научные школы» (проект № НШ-4870.2006.2), РФФИ (проекты № 05-02-17308, № 06-02-16801), БелРФФИ (проект № 04-02-81054), программой «Университеты России» (проект № УР.01.02.499).

### Summary

*V.E. Lobanov, A.P. Sukhorukov.* Parametric refraction and reflection of optical beams.

New effects of parametric refraction and reflection due to mismatched noncollinear three-frequency interaction in quadratic medium are studied. Original theory of optical beams elastic collision and scattering is developed. Theoretical results are confirmed by numerical simulation.

### Литература

1. *Stegeman G.I., Segev M.* Optical spatial solitons and their interactions: universality and diversity // *Science*. – 1999. – V. 286. – P. 1518–1523.
2. *Kivshar Yu.S., Stegeman G.I.* Spatial optical solitons // *Opt. Photon. News*. – 2002. – V. 13. – P. 59–63.
3. *Сухорукова А.К., Сухоруков А.П.* Оптическое переключение пучков при параметрическом преобразовании частоты вверх // *Изв. РАН. Сер. Физическая*. – 2004. – Т. 68, № 12. – С. 1720–1724.
4. *Pertsch T., Peschel U., Lederer F.* All-optical switching in quadratically nonlinear waveguide arrays // *Opt. Lett.* – 2003. – V. 28, No 2. – P. 102–104.

Поступила в редакцию  
06.02.06

---

**Лобанов Валерий Евгеньевич** – аспирант физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: [valery@nls.phys.msu.ru](mailto:valery@nls.phys.msu.ru)

**Сухоруков Анатолий Петрович** – профессор, заведующий кафедрой радиофизики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

E-mail: [apsmsu@gmail.com](mailto:apsmsu@gmail.com)