

УДК 533

## СИЛЬНОЕ СЖАТИЕ СРЕДЫ В СФЕРОИДАЛЬНОМ КАВИТАЦИОННОМ ПУЗЫРЬКЕ

*А.А. Аганин, Т.Ф. Халитова*

### Аннотация

Рассмотрен процесс сильного сжатия среды внутри сфероидальных слегка сплюснутых и вытянутых кавитационных пузырьков при их сильном сжатии в неограниченном объеме жидкости на режиме с образованием в их полости радиально сходящихся ударных волн. Использована модель, в которой движение жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики, учитываются испарение-конденсация, теплопроводность жидкости и пара, используются широкодиапазонные уравнения состояния. Степень сжатия среды внутри пузырька оценивается по числу возникающих в пузырьке нейтронов, рассчитываемому с применением интегральной свертки. Показано, что из-за существенных различий в фокусировке ударных волн степень сжатия среды в несферических пузырьках меньше, чем в сферическом, а в изначально слегка вытянутом пузырьке больше, чем в изначально слегка сплюснутом.

**Ключевые слова:** сильное сжатие пузырька, радиально сходящаяся ударная волна, несферичность пузырька.

### Введение

При сильном сжатии газовых пузырьков в жидкости внутри пузырьков можно достичь очень высоких давлений, плотностей и температур [1]. Наиболее высокие степени сжатия среды в пузырьке возникают тогда, когда в финальной высокоскоростной стадии сжатия в полости пузырька образуются радиально сходящиеся ударные волны [2]. В результате их схождения и фокусировки значительно более сильному сжатию подвергается среда в центральной области пузырька. При этом достигаемые в пузырьке экстремальные давления, плотности и температуры оказываются намного выше, чем при безударном сжатии, когда сходящиеся ударные волны в пузырьке не образуются.

При ударно-волновом сжатии значения достигаемых в пузырьке экстремальных давлений, плотностей и температур во многом зависят от формы ударной волны, которая, в свою очередь, зависит от формы пузырька. Естественно предположить, что чем ближе будет форма пузырька, а значит, и форма ударной волны к сферической, тем выше будет и степень сжатия среды в центральной области пузырька. Рост амплитуды малых возмущений сферичности кавитационного пузырька при его коллапсе на режиме с образованием в пузырьке ударных волн подробно рассмотрен в [3]. Вместе с тем вопрос о том, как влияют такие возмущения на степень сжатия среды в пузырьке, до настоящего времени практически не исследовался.

В настоящей работе рассматривается влияние малых начальных сфероидальных отклонений формы кавитационного пузырька от сферической на степень сжатия среды в этом пузырьке при его сильном сжатии на режиме с образованием в его полости радиально сходящейся ударной волны. Исследование проводится в условиях экспериментов по акустической кавитации дейтерированного ацетона [2]. Степень сжатия среды внутри пузырька оценивается по числу возникающих

в пузырьке нейтронов, рассчитываемому с применением интегральной свертки работы [2]. Применяется математическая модель динамики пузырька, представляющая собой двумерное обобщение сферически симметричной модели работы [2], в которой движение жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики. Учитываются испарение-конденсация, теплопроводность жидкости и пара, используются широкодиапазонные уравнения состояния. Решение находится численно с применением разработанной авторами методики расчета [4].

### 1. Постановка задачи

Рассматривается влияние малых начальных сфероидальных отклонений формы кавитационного пузырька от сферической на степень сжатия среды в этом пузырьке при его сильном сжатии на режиме с образованием в его полости радиально сходящейся ударной волны. Пузырек находится в неограниченном объеме жидкости (жидкого дейтерированного ацетона). Его поверхность в ходе сжатия описывается в сферической системе отсчета  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  с началом в центре пузырька следующим выражением

$$r = R(t) \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \epsilon_n(t) P_n(\cos \theta) \right]. \quad (1)$$

Здесь  $t$  – время,  $R$  – радиус пузырька,  $\epsilon_n$  – безразмерная амплитуда (со знаком) отклонения в виде  $P_n(\cos \theta)$  (полинома Лежандра степени  $n$ ) формы пузырька от сферической. В начале сжатия пузырек сфероидальный, мало отличающийся от сферического, поэтому его форму можно описать выражением

$$r = R_0 (1 + \epsilon_{2,0} P_2(\cos \theta)).$$

При  $\epsilon_{2,0} > 0$  сфероид вытянут, при  $\epsilon_{2,0} < 0$  сплюснут. Среди возможных возмущений вида  $P_n(\cos \theta)$  начальное возмущение выбрано в виде  $P_2(\cos \theta)$ , поскольку оно легко реализуется. Например, возмущение в виде  $P_2(\cos \theta)$  является определяющим у пузырька, образованного слиянием сферических кавитационных микрокаверн одинакового размера при сильном расширении и последующем сжатии этого пузырька.

Рассматривается лишь стадия сжатия пузырька. Давление  $p_\infty$  и температура  $T_\infty$  жидкости на большом удалении от пузырька в ходе сжатия считаются постоянными:  $p_\infty = 15$  бар,  $T_\infty = 0^\circ \text{C}$ . В начале сжатия радиус пузырька  $R_0 = 0.5$  мм. Давление в пузырьке в начале сжатия равно давлению насыщенных паров  $p_S$  ацетона при температуре  $T = T_\infty$ .

Предполагается, что происходящие при сжатии физические процессы в пузырьке и окружающей жидкости адекватно описываются обобщением одномерной модели [2] на двумерный осесимметричный случай. Уравнения динамики пара и жидкости при таком обобщении можно записать в виде

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \nabla p = 0, \quad \rho \frac{dE}{dt} + \nabla \cdot (p\mathbf{u} - \kappa \nabla T) = 0, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность,  $\mathbf{u}$  – скорость,  $p$  – давление,  $E = \varepsilon + \mathbf{u}^2/2$  – удельная полная энергия,  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия,  $T$  – температура,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности.

Система (2) замыкается широкодиапазонными уравнениями состояния жидкости и пара в форме Ми – Грюнайзена [5]. В этих уравнениях давление и внутренняя энергия представляются в виде суммы потенциальных и тепловых компонент и константы в выражении для  $\varepsilon$

$$p(\rho, T) = p^{(p)}(\rho) + p^{(T)}(\rho, T), \quad \varepsilon(\rho, T) = \varepsilon^{(p)}(\rho) + \varepsilon^{(T)}(T) + \varepsilon^{(ch)}.$$

Потенциальные компоненты  $p^{(p)}$ ,  $\varepsilon^{(p)}$  описываются обобщенным потенциалом Борна – Майера. При этом

$$p^{(p)}(\rho) = \rho^2 \frac{d\varepsilon^{(p)}}{d\rho}, \quad \varepsilon^{(p)}(\rho) = \frac{A}{\eta\rho_0 b} \exp \left[ b \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-\eta} \right) \right] - \frac{K}{\xi\rho_0} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\xi + \varepsilon^\circ.$$

Константа  $\varepsilon^\circ$  определяется из выражения  $\varepsilon^{(p)}(\rho^\circ) = 0$ , в котором  $\rho^\circ$  соответствует равенству  $p^{(p)}(\rho^\circ) = 0$ . Тепловые компоненты  $p^{(T)}$ ,  $\varepsilon^{(T)}$  определяются соотношениями

$$p^{(T)}(\rho, T) = \rho\Gamma(\rho)\varepsilon^{(T)}, \quad \varepsilon^{(T)} = c_V T,$$

$$\Gamma(\rho) = \frac{R_g}{c_V} \left( g_1 + (1 - g_1) \exp(-(\rho/\rho_1)^{\zeta_1}) + \sum_{k=2}^3 g_k \exp(-(\rho/\rho_k)^{\zeta_k}) \right).$$

В рассматриваемом случае дейтерированного ацетона теплоемкости  $c_V$  жидкости и пара полагаются постоянными и равными  $c_{V,l} = 1374.6 \text{ м}^2/(\text{с}^2\text{К})$  и  $c_{V,g} = 1040.4 \text{ м}^2/(\text{с}^2\text{К})$  соответственно, газовая постоянная для пара  $R_g$  равна  $129.8 \text{ м}^2/(\text{с}^2\text{К})$ . Другие константы уравнений состояния  $\varepsilon^{(ch)}$ ,  $\rho_0$ ,  $A$ ,  $b$ ,  $K$ ,  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $g_k$ ,  $\rho_k$ ,  $\zeta_k$  жидкого и парообразного дейтерированного ацетона взяты из [5].

Граничные условия на поверхности пузырька при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_b$  имеют вид

$$\rho_l (\mathbf{D} - \mathbf{u}_l) \cdot \mathbf{n} = \rho_g (\mathbf{D} - \mathbf{u}_g) \cdot \mathbf{n} = j, \quad p_l = p_g, \quad (3)$$

$$(\kappa \nabla T \cdot \mathbf{n})_l - (\kappa \nabla T \cdot \mathbf{n})_g = j l(p_g), \quad T_l = T_g, \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки пространства,  $\mathbf{D} = \partial \mathbf{r}_b / \partial t = D \mathbf{n}$  – скорость элемента поверхности пузырька,  $\mathbf{n}$  – внешняя единичная нормаль,  $l$  – теплота парообразования,  $j$  – интенсивность фазовых превращений (испарения или конденсации), отнесенная к единице времени и единице поверхности. Нижние индексы  $l$  и  $g$  указывают на отношение к жидкости и пару соответственно. Интенсивность фазовых преобразований  $j$  определяется из соотношения

$$j = \frac{\alpha_{ac}}{\sqrt{2\pi R_g T_g}} (p_S(T_g) - \chi p_g),$$

$$\chi = \exp(-\Omega^2) - \Omega \sqrt{\pi} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega \exp(-x^2) dx \right), \quad \Omega = \frac{j \sqrt{R_g T_g}}{\sqrt{2p_g}}. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha_{ac} = 1$  – коэффициент аккомодации,  $p_S(T)$  – давление насыщения. Зависимости  $p_S(T)$ ,  $\kappa_l(T)$ ,  $\kappa_g(T)$ ,  $l(T)$  представляют собой аппроксимации экспериментальных данных [5].

На большом удалении от пузырька при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_\infty$  имеем

$$p = p_\infty, \quad T = T_\infty.$$

Начальное распределение параметров в паре полагается однородным, а в жидкости определяется с учетом того, что влияние сжимаемости жидкости в начале сжатия несущественно.

Степень сжатия среды в пузырьке оценивается с помощью интегральной свертки [2], выражающей число образующихся в пузырьке нейтронов на отрезке времени от 0 до  $t$ :

$$N(t) = \int_0^t \int_{V(t)} J_n dV dt, \quad (6)$$

где  $V(t)$  – объем пузырька в момент  $t$ ,  $J_n$  – производство нейтронов в единице объема и за единицу времени,

$$J_n = \frac{1}{2} \langle \sigma v \rangle (n_D)^2,$$

$n_D$  – объемная концентрация ядер дейтерия,  $\langle \sigma v \rangle$  – средневзвешанное поперечное сечение реакции синтеза.

Концентрация ядер дейтерия определяется по плотности  $\rho$  и числу молекул ацетона на единицу массы  $N^{(A)}/M$  следующим образом [2]:

$$n_D = \frac{6\rho N^{(A)}}{M} = 0.56 \cdot 10^{26} \rho.$$

Средневзвешанное поперечное сечение реакции синтеза  $\langle \sigma v \rangle$  задается аналогично работе [2].

Следует отметить, что в настоящей работе не учтен ряд важных супервысокотемпературных эффектов, в частности диссоциация и ионизация пара. Кроме того, в малой окрестности центра пузырька используются расчетные сетки с более крупным по сравнению с работой [2] разбиением. Все это, естественно, оказывает влияние на количественные характеристики степени сжатия среды в пузырьке. Вместе с тем основные результаты настоящей работы, а они состоят в выявленной качественной зависимости степени сжатия среды в пузырьке от малых сфероидальных отклонений формы пузырька от сферической, от указанных упрощений в модели и методике расчета не зависят.

## 2. Основные положения методики расчета

Методика расчета основана на TVD-модификации схемы С.К. Годунова второго порядка точности по пространству и времени [2]. Уравнения газовой динамики записываются в подвижной системе координат, связанной с поверхностью пузырька. Эффективность достигается за счет учета особенностей сильного сжатия пузырька. В частности, процесс сжатия разбивается на три фазы, на каждой из которых применяется свой способ математического описания.

Фаза 1. Эту фазу составляет продолжительная начальная низкоскоростная стадия сжатия, где отклонения формы пузырька от сферической относительно невелики, пузырек можно считать гомобарическим, а жидкость – несжимаемой. На этой стадии двумерное движение жидкости и пара фактически представляет собой суперпозицию основной сферической составляющей и его малого возмущения в виде второй сферической гармоники. С учетом этого сферическая составляющая описывается одномерным вариантом системы уравнений в частных производных (2)–(4), а несферическая составляющая – обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка относительно амплитуды возмущения сферической формы пузырька. При таком подходе компьютерное время сокращается примерно так же, как при переходе от двумерной постановки задачи к одномерной.

Фаза 2. В финальной высокоскоростной стадии сжатия отклонения формы пузырька от сферической сильно возрастают, распределение параметров внутри пузырька становится сильно неоднородным, могут возникать ударные волны, сжимаемость жидкости увеличивается. В результате раздельное описание сферической и несферической составляющих движения жидкости и пара становится неравномерным. Поэтому для описания последующего сжатия пузырька применяются двумерные уравнения газовой динамики (2)–(4). При этом учитывается, что в рассматриваемых задачах относительно небольшое отклонение формы ударной волны

от сферической в момент ее зарождения в последующем в ходе ее радиального схождения сильно возрастает. С учетом этого высокоскоростная стадия сжатия пузырька разделена на две части. В первой более продолжительной части высокоскоростной стадии сжатия пузырька до тех пор, пока несферичность сходящейся ударной волны не превысит некоторое пороговое значение, в качестве неподвижной системы отсчета (системы отсчета наблюдателя) принимаются сферические координаты. Эта часть высокоскоростной стадии сжатия пузырька и составляет вторую фазу сжатия. В этой фазе используются криволинейные расчетные сетки, одно семейство сеточных линий которых определяется формой пузырька, а второе представляет собой лучи, выходящие из расположенного в центре пузырька начала координат (криволинейные радиально-расходящиеся сетки). В случае малой несферичности пузырька и ударной волны такие сетки являются весьма близкими к оптимальным.

Фаза 3. Эту фазу составляет вторая, короткая по времени, заключительная часть финальной высокоскоростной стадии сжатия пузырька, когда ударная волна является сильно несферической. Здесь в качестве неподвижной системы отсчета (системы отсчета наблюдателя) используются не сферические, а цилиндрические координаты. Кроме того, в центральной области пузырька вместо криволинейной радиально расходящейся сетки применяется прямолинейная косоугольная сетка, близкая к декартовой. Пересчет параметров ячеек при переходе с сетки на сетку проводится на основе законов сохранения массы, импульса и полной энергии.

Результаты тестирования работоспособности и эффективности данной методики и ее отдельных фаз можно найти в [4, 6–8].

Обсуждаемые ниже особенности рассматриваемых задач соответствуют численным решениям, рассчитанным на сетках с ячейками около  $0.1 \text{ мкм} \times 0.1 \text{ мкм}$  в центральной области пузырька в момент начала смыкания полости перед фронтом ударной волны. При дальнейшем уменьшении ячеек обсуждаемые особенности не изменяются.

### 3. Сжатие среды в сферическом пузырьке

На рис. 1 приведено изменение радиуса пузырька в том случае, когда пузырек в начале сжатия является чисто сферическим ( $\epsilon_{2,0} = 0$ ). Естественно, что пузырек в этом случае остается сферическим и в ходе всего последующего сжатия. В результате большого различия начальных давлений в жидкости ( $p_\infty = 15$  бар) и паре ( $p_S = 0.089$  бар) пузырек быстро и сильно сжимается. В ходе сжатия примерно за около 12 мкс радиус пузырька  $R$  уменьшается примерно в 22 раза (от 500 до 23 мкм). Максимальная скорость уменьшения радиуса достигает около 1 км/с.

В финальной высокоскоростной стадии сжатия в полости пузырька в тот момент, когда его радиус  $R \approx 41$  мкм, на удалении 6 мкм от межфазной поверхности возникает радиально сходящаяся ударная волна. Образование ударной волны, ее радиальное схождение, фокусировку в центре пузырька и расхождение возникающей в центре отраженной ударной волны иллюстрирует рис. 2. Видно, что сходящаяся ударная волна возникает в промежутке между моментами 2 и 3. По мере схождения амплитуда этой волны быстро и сильно возрастает (моменты 3, 4). Вскоре после своего образования (примерно через 0.025 мкс) полость ударной волны смыкается в центре пузырька  $r = 0$ . Смыкание реализуется в момент 5. В результате смыкания в момент 5 в центре пузырька образуется расходящаяся (отраженная) ударная волна. В момент 6 эта расходящаяся ударная волна достигает поверхности пузырька и разворачивает ее движение (в этот момент сжатие пузырька сменяется его расширением).

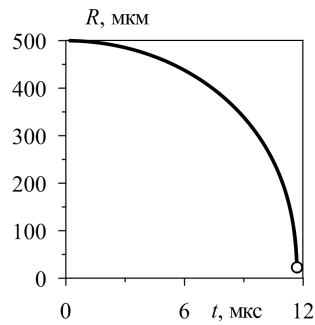


Рис. 1. Изменение радиуса сферического пузырька при сжатии. Кругом отмечен конец сжатия

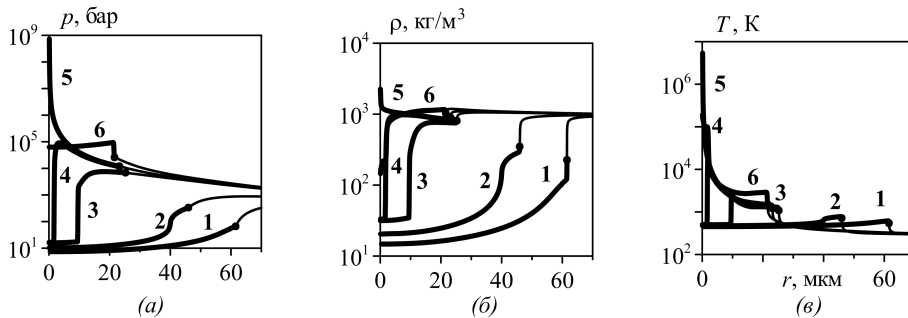


Рис. 2. Изменение радиальных профилей давления, плотности и температуры в финальной стадии сжатия пузырька. Показано 6 последовательных моментов времени, указанных цифрами 1–6. Точками отмечены значения на поверхности пузырька. Слева от этих точек – область пара (здесь части профилей толще), справа – область жидкости (здесь части профилей тоньше)

Таким образом, в течение малого промежутка времени ( $t < 0.1$  нс), охватывающего момент 5, в малой окрестности центра пузырька ( $r < 1$  мкм) достигаются очень высокие степени сжатия среды: плотности – выше  $1 \text{ г/см}^3$ , давления – выше  $10^5$  бар и температуры – выше  $10^4$  К.

#### 4. Влияние малой сфероидальной несферичности пузырька на деформацию ударной волны в его полости

Для оценки влияния малых начальных сфероидальных отклонений формы пузырька от сферической рассматривается изначально слегка вытянутый и сплюснутый пузырьки с  $\epsilon_{2,0} = +0.0033$  и  $\epsilon_{2,0} = -0.0033$  соответственно.

В ходе сжатия изначально вытянутый пузырек превращается сначала в сферический, а затем становится сплюснутым. Аналогично, изначально сплюснутый пузырек сначала становится сферическим, а затем сплюснутым. На рис. 3, 4 иллюстрируется деформация поверхности пузырька в конце сжатия и деформация возникающей при этом в пузырьке ударной волны в процессе ее схождения к центру пузырька. Представлено пять моментов времени 1–5 (эти моменты не совпадают с моментами 1–5 на рис. 2). Момент 1 характеризуется тем, что он близок к моменту возникновения ударной волны, а момент 5 – к началу смыкания ее фронта, то есть к началу столкновения разных точек поверхности фронта волны между собой. Продолжительность процесса схождения составляет около 0.025 мкс. Видно,

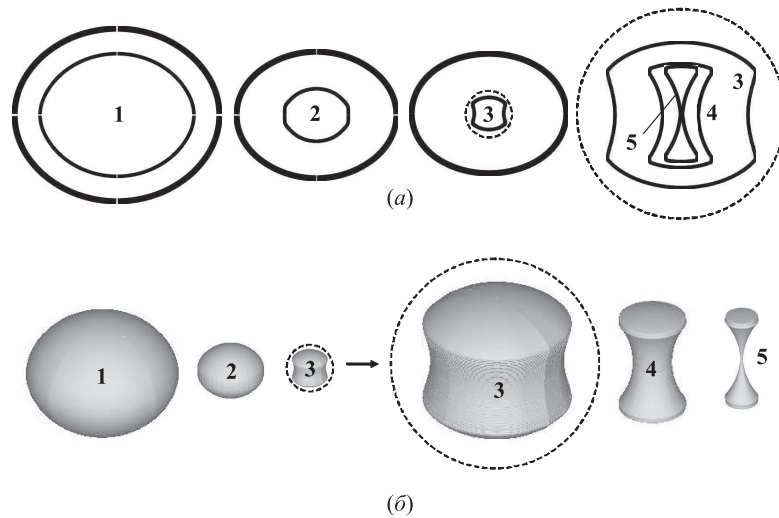


Рис. 3. Контуры поверхности изначально слегка вытянутого ( $\epsilon_{2,0} = +0.0033$ ) пузырька в его осевых сечениях в три момента времени 1–3 (внешние сплошные линии) и аналогичные контуры фронта радиально сходящейся ударной волны в его полости в пять моментов времени 1–5 (внутренние сплошные линии) в процессе схождения этой волны (а) и соответствующие контурам 1–5 пять поверхностей ударной волны (б). Штриховой линией проведены характеризующие масштаб окружности  $r = 7.48$  мкм

что ударная волна возникает около поверхности пузырька, поэтому в момент 1 ее форма близка к форме пузырька. В ходе радиального схождения несферичность ударной волны быстро и сильно возрастает (моменты 2–5).

При этом в случае изначально вытянутого пузырька (рис. 3) сначала наиболее выпуклая (то есть имеющая большую кривизну) в момент 1 боковая часть поверхности ударной волны превращается в цилиндрическую (момент 2), а затем трансформируется в вогнутую (момент 3). В результате в момент 3 полость перед фронтом ударной волны приобретает бочкообразную форму с выгнутой внутрь боковой поверхностью. В дальнейшем радиус этой «бочки» быстро уменьшается, так что в момент 5, соответствующий столкновению в центре пузырька тех точек боковой поверхности фронта ударной волны, что находятся в ее горизонтальной плоскости, полость перед фронтом ударной волны становится гантелеподобной.

В случае изначально сплюснутого пузырька (рис. 4) сначала верхняя и нижняя наиболее выпуклые в момент 1 части поверхности ударной волны превращаются в плоские (момент 2), а затем трансформируются в вогнутые (момент 3). В результате в момент 3 полость перед фронтом ударной волны приобретает бочкообразную форму с выгнутыми внутрь днищами. В дальнейшем высота этой «бочки» быстро уменьшается, так что в момент 5, соответствующий соприкосновению верхней и нижней вогнутых поверхностей фронта ударной волны в центре пузырька, полость перед ударной волной становится дискообразной.

Таким образом, в изначально вытянутом пузырьке поверхность ударной волны в момент начала смыкания полости перед ней (момент 5) становится гантелеподобной, а в изначально сплюснутом пузырьке – дискообразной. Фактически это означает, что, в отличие от сферической фокусировки, в чисто сферическом пузырьке в первом случае малой начальной сфероидальной несферичности пузырька фокусировка ударной волны реализуется близкой к цилиндрической, а во втором случае – близкой к столкновению двух плоских ударных волн.

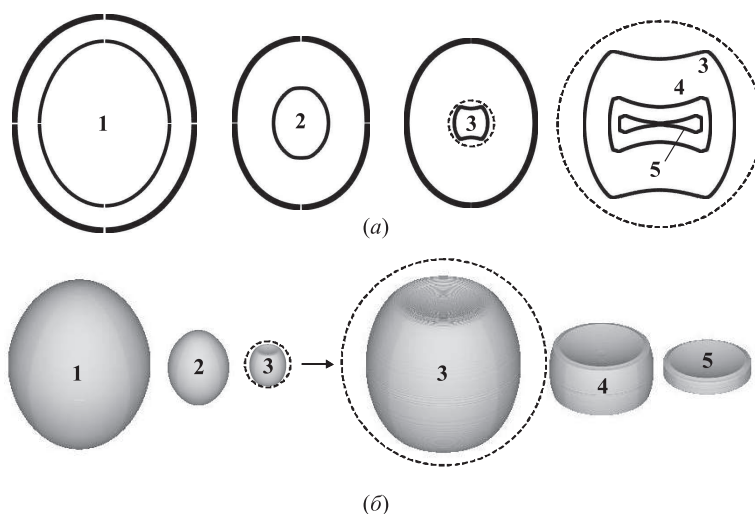


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но для изначально слегка сплюснутого пузырька ( $\epsilon_{2,0} = -0.0033$ )

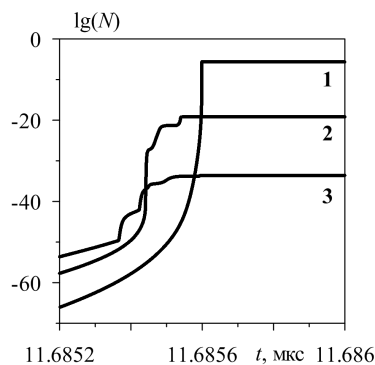


Рис. 5. Изменение логарифма от числа произведенных в пузырьке нейтронов  $N$  при сжатии изначально сферического (кривая 1), слегка вытянутого ( $\epsilon_{2,0} = +0.0033$ , кривая 2) и сплюснутого ( $\epsilon_{2,0} = -0.0033$ , кривая 3) пузырьков

##### 5. Влияние малой сфероидальной несферичности пузырька на степень сжатия среды в его полости

Естественно, что проиллюстрированное в предыдущем разделе столь существенное различие процесса фокусировки ударной волны в полости изначально сферических и слегка вытянутых и сплюснутых пузырьков не может не отразиться на степени сжатия среды в их полости. Влияние этого различия демонстрирует рис. 5. На рисунке представлена временная зависимость  $\lg(N(t))$ , где  $N(t)$  – определяемое с помощью интегральной свертки (6) число произведенных в пузырьке нейтронов, при сжатии изначально сферического вытянутого ( $\epsilon_{2,0} = +0.0033$ ) и сплюснутого ( $\epsilon_{2,0} = -0.0033$ ) пузырьков.

Как видно, характеризуемая числом произведенных нейтронов степень сжатия среды в несферических пузырьках меньше, чем в сферическом. При этом степень сжатия среды в изначально слегка вытянутом пузырьке больше, чем в изначально сплюснутом. Такое соотношение степеней сжатия объясняется тем, что сферическая фокусировка ударной волны, соответствующая чисто сферическому пузырьку,



при наличии малой начальной вытянутости пузырька фактически сменяется на фокусировку, близкую к цилиндрической, при наличии малой начальной сплюснутости – на фокусировку, близкую к столкновению двух плоских ударных волн.

Вычислительные эксперименты показали, что подобные сценарии деформаций сходящихся ударных волн в пузырьке, а значит, и аналогичные соотношения между степенями сжатия среды в пузырьке реализуются также и при  $0.001 \leq |\epsilon_{2,0}| \leq 0.01$ .

### Заключение

Показано, что малые начальные сфероидальные отклонения формы кавитационного пузырька от сферической приводят к снижению степени сжатия среды в нем при его сильном сжатии на режиме с образованием в его полости радиально сходящихся ударных волн. При этом если пузырек изначально слегка вытянут, то степень сжатия среды в нем оказывается больше, чем если он изначально слегка сплюснут. Такая разница связана с различием фокусировки сходящихся ударных волн в этих пузырьках. В случае изначально вытянутого пузырька ударная волна в начале смыкания полости перед ее фронтом приобретает гантелеподобную форму, а случае изначально сплюснутого пузырька становится дискообразной. В результате, в отличие от сферической фокусировки в чисто сферическом пузырьке, в случае изначально вытянутого пузырька фокусировка ударной волны реализуется близкой к цилиндрической, а в случае изначально сплюснутого пузырька – близкой к столкновению двух плоских ударных волн.

### Summary

*A.A. Aganin, T.F. Khalitova.* Strong Medium Compression in a Spheroidal Cavitation Bubble.

Strong compression of a medium inside slightly oblate and prolate spheroidal cavitation bubbles during their strong compression in an unbounded volume of liquid in the regime with radially convergent shock waves arising in the bubble is considered. A model, in which the liquid and vapor motion is governed by fluid dynamics equations, is applied. Evaporation/condensation, as well as heat conductivity of the liquid and vapor, are taken into account. Wide-range equations of state are used. The degree of medium compression inside a bubble is estimated by the number of neutrons arising in the latter. The neutron number is calculated by integral convolution. It has been shown that the degree of medium compression inside nonspherical bubbles is less than that in the spherical one due to essential differences in the focusing of shock waves. For the same reason, the degree of medium compression inside the initially slightly prolate bubble is greater than that in the initially slightly oblate one.

**Keywords:** strong bubble compression, radially converging shock wave, bubble nonsphericity.

### Литература

1. *Flannigan D.J., Suslick K.S.* Inertially confined plasma in an imploding bubble // *Nature Phys.* – 2010. – V. 6. – P. 598–601.
2. *Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T. Jr., Taleyarkhan R.P.* Theory of supercompression of vapor bubbles and nanoscale thermonuclear fusion // *Phys. Fluids.* – 2005. – V. 17, No 10. – P. 107106-1–107106-31.
3. *Нигматуллин Р.И., Аганин А.А., Ильгамов М.А., Топорков Д.Ю.* Эволюция возмущений сферической формы кавитационного пузырька при его взрывном коллапсе // *Учен. зап. Казан. ун.-та. Сер. Физ.-матем. науки.* – 2014. – Т. 156, кн. 1. – С. 79–108.

4. Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Численное моделирование радиально сходящихся ударных волн в полости пузырька // Матем. моделирование. – 2014. – Т. 26, № 4. – С. 3–20.
5. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // Докл. РАН. – 2007. – Т. 415, № 5. – С. 617–621.
6. Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Эволюция малых искажений парового пузырька при его сверхсжатии // Матем. моделирование. – 2011. – Т. 23, № 10. – С. 82–96.
7. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Халитова Т.Ф. Моделирование сильного сжатия газовой полости в жидкости // Матем. моделирование. – 2008. – Т. 20, № 11. – С. 89–103.
8. Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. Метод численного решения задач сильного сжатия несферического кавитационного пузырька // Вычисл. технологии. – 2010 – Т. 15, № 1. – С. 14–32.

Поступила в редакцию  
23.09.14

---

**Аганин Александр Алексеевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань, Россия.

E-mail: [aganin@kfti.knc.ru](mailto:aganin@kfti.knc.ru)

**Халитова Талия Фаритовна** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, г. Казань, Россия.

E-mail: [taliny@mail.ru](mailto:taliny@mail.ru)