

Математическая культура общества, её значение и развитие

Математическая культура общества является важным условием его эволюции. Прежде всего она необходима для развития наук и технологий. Распространение этой культуры традиционно опирается на популярную литературу, которая служит трём целям:

- I. Изложить содержание и значение математики тем, кто не собирается ни заниматься этой наукой, ни использовать её в своей деятельности, но хочет по каким-либо причинам с ними ознакомиться;
- II. Объяснить читателям, прежде всего школьникам, красивые и интересные математические конструкции и утверждения, чтобы привлечь их в будущем к занятиям этой наукой;
- III. Изложить доступным языком математические конструкции и методы, например, инженерам, физикам, специалистам по естественным наукам, чтобы помочь им применять эти методы в своей работе или определиться, стоит ли им для своих целей изучать те или иные разделы математики на глубоком университетском уровне.

Для математиков важно достижение всех этих целей. Например,

- первая цель важна для получения всесторонней поддержки развития математики и своей собственной деятельности;
- вторая – для привлечения молодёжи в науку, подготовки научной смены;
- третья – для распространения математических методов в смежных областях, что может в рамках обратной связи привести к постановкам новых задач.

Конечно, нельзя строго сопоставить каждой популярной статье какую-то определённую цель.

1. Если говорить о первой цели, то следует выделить два выдающихся текста:

- книга В. А. Стеклова “*Математика и её значение для человечества*”, изданная Гос. издательством РСФСР в 1923 г. в Берлине [1];
- статья А. Н. Колмогорова “*Математика*” в 26-м томе второго издания Большой советской энциклопедии [2].

Книга В. А. Стеклова является уникальной со многих точек зрения. В конце текста, на 137-й странице, указана дата завершения её написания: “Петербург, 27 июля 1920 г.” (с 1914 г. по 1924 г., в том числе во время написания книги, город назывался Петроградом). Книга напечатана государственным издательством за границей, в Берлине, в 1923 г., т.е. тогда, когда молодая республика испытывала огромные экономические трудности, чрезвычайно нуждаясь даже не в пополнении валютных запасов, а просто в валюте. И в этот момент публикация, безусловно очень дорогостоящая, книги о значении математики была признана целесообразной!

Стеклов посвятил большую часть книги формированию математических теорий. Он обсуждает и влияние математики на развитие рациональной философии, говоря о Бэконе, Спинозе, Декарте; отдельные главы книги посвящены Лейбницу, Юму, Канту, и при этом ни одного входящего в то время в моду упоминания классиков марксизма.

Хочется выделить замечания Стеклова о роли физических наблюдений в развитии математики [1; с. 135]:

“... с расширением круга наблюдаемых явлений природы, с совершенствованием методов наблюдения, приближения, даваемые геометрией Эвклида, могут оказаться недостаточными и тогда придется, быть может, несколько усовершенствовать геометрическую модель Эвклида или обратиться к системе Лобачевского.

Точнейшие физические измерения последних лет как будто бы указывают на возможность этого”.

При этом Стеклов говорит также о движении, “которое наблюдается в области физических наук с созданием принципа относительности, теории квант, с новыми теориями Бора, Зоммерфельда и др. . . . , оказавшихся возможными только потому, что точность наблюдений за последние 20 или 30 лет достигла необычайного совершенства” [1; с. 123].

Слова Стеклова о том, что развитие точности наблюдений (за счёт прогресса экспериментального оборудования, т. е. инженерной мысли) приводит к открытию физических явлений или уточнению их объяснений, что стимулирует развитие математики, были сказаны в 1920 г., когда теория относительности ещё не стала общепризнанной, а квантовая теория находилась в начальной стадии развития. Эти разделы теоретической физики самым существенным образом повлияли на развитие математики в XX в.

Статья Колмогорова, первоначально написанная для первого издания Большой советской энциклопедии в 1938 г., была в новой редакции опубликована во втором издании в 1954 г. и в третьем издании в 1974 г. Статья отличается от книги Стеклова прежде всего своим характером: она предназначена для энциклопедического словаря, содержит большой исторический обзор с акцентом на развитие математики в России и СССР. В отдельную главку выделена роль теории множеств и математической логики в обосновании математики. С энциклопедической краткостью статья обсуждает предмет математики, начинаясь со слов

“Математика (греч. *μαθηματικά*, от *μάθημα* – знание, наука) – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира”,

после которых идёт очень удачная цитата из “Анти-Дюринга” Ф. Энгельса:

“Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть – весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо отделить их от содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное”.

Статья Колмогорова, особенно её первая часть “Определение предмета математики, связь с другими науками и техникой”, и сейчас заслуживает внимательного прочтения. Хотя, конечно, в части обсуждения приложений к другим наукам, прежде всего роли вычислительных машин (сейчас такая терминология почти ушла), она отражает своё время, как с точки зрения состояния науки, так и с точки зрения прогнозов её развития.

2. Издание популярных книг и журналов, прежде всего рассчитанных на привлечение молодёжи в науку, имело в России дореволюционные традиции.

С 1887 г. по 1917 г. издавался журнал “Вестник опытной физики и элементарной математики” (В.О.Ф.Э.М.), в год выходило 24 выпуска. Всего было опубликовано 674 номера этого журнала. Заметим, что самый известный сейчас популярный математический журнал за рубежом – The American Mathematical Monthly – начал издаваться позднее, только в 1894 г.

С 1904 г. по 1925 г. в Одессе активно работало издательство “Mathesis”, выпускавшее книги.

Оцифрованные версии этих изданий – В.О.Ф.Э.М. и “Mathesis” – сейчас доступны на сайте <http://etudes.ru>.

Из-за экономических и организационных трудностей послереволюционного периода эти издания прекратились, приняли другие формы. Например, руководивший в последние годы обоими проектами В. Ф. Каган возглавлял в 1930-е годы математический отдел первого издания Большой советской энциклопедии. В 1934 г. было начато издание сборника “Математическое просвещение”, которое прекратилось в 1938 г. после выхода 13 выпусков, было возобновлено в 1957 г., опять прекратилось после выхода 6 ежегодных выпусков и заново возродилось в 1997 г., существующая и поныне. В 1950 г. было начато издание двух знаменитых серий книг – “Библиотека математического кружка” и “Популярные лекции по математике”. Столь позднее их возникновение и их закрытие в 1990-х годах естественно связаны с экономическими трудностями послевоенного и послеперестроечного периодов. С 1970 г. издаётся журнал “Квант”. В последние годы издание популярных книг для школьников и студентов младших курсов ведётся очень активно, прежде всего в рамках деятельности Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО, <http://mccme.ru/>).

Отдельно следует отметить выдающуюся во многих отношениях книгу А. Я. Хинчина “Три жемчужины теории чисел” [3]. Она была написана по просьбе солдата, который до войны проучился в университете один год и, будучи ранен, обратился из госпиталя с письмом к своему профессору с просьбой прислать ему на фронт “каких-нибудь математических жемчужинок”. Книга Хинчина начинается с “Письма на фронт (вместо предисловия)” и содержит элементарное изложение доказательств трёх знаменитых теорем из теории чисел. Написание её заняло время, и письмо на фронт датировано 24 марта 1945 г. Изданная сразу после войны книга Хинчина до сих пор остаётся одним из шедевров популярной математики и примеров гражданской позиции учёного.

В середине 1930-х годов в Советском Союзе возникли математические олимпиады, как ежегодные соревнования школьников старших классов: сначала в Ленинграде в 1934 г., а годом позже, в 1935 г., – в Москве. Олимпиадное движение со временем распространилось на всю страну, и с 1967 г. стали проводиться всесоюзные математические олимпиады.

Успех и важность этого начинания были осознаны и за рубежом: в 1950 г. под названием “Mathematical contest” прошла первая олимпиада в США, а с 1959 г. проводятся ежегодные международные олимпиады.

3. В 1947 г. вышел перевод на русский язык замечательной книги Р. Куранта и Г. Роббинса “Что такое математика?”, который точнее всего охарактеризовал А. Н. Колмогоров. Дело в том, что в книге не вполне корректно оценивались достижения советских математиков. Как отмечено в предисловии к третьему изданию [4; с. 11], в то время потребовались “особые аргументы для того, чтобы уже напечатанный тираж не был уничтожен”. В каждый из 15 тыс. экземпляров был вклеен

лист с предисловием “От издательства”, написанным А. Н. Колмогоровым. В нём, в частности, даётся следующая оценка книги:

“Существует большой разрыв между математикой, которая преподаётся в средней школе, и наиболее живыми и важными для естествознания и техники разделами современной математической науки. Наиболее существенной стороной этого разрыва является отсутствие в курсе средней школы элементов математического анализа, которые совершенно необходимы для понимания основных идей физики и многих разделов техники. . . . Выпускаемая в русском переводе книга Р. Куранта и Г. Роббинса может в некоторой мере заполнить указанные выше разрывы. . .”.

Книга Куранта и Роббинса содержала и популярное изложение основных идей неевклидовой геометрии, топологии, но основное место в ней заняли вопросы, связанные с математическим анализом.

В начале 1960-х годов была опубликована книга Я. Б. Зельдовича “Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике” [5], ориентированная прежде всего на физиков и инженеров, где на физическом уровне строгости излагались не только основы математического анализа и дифференциальных уравнений, но и способы их применения в прикладных задачах.

Книга Зельдовича была раскритикована многими математиками за отсутствие в ней математической строгости, в то время как культура математических доказательств и рассуждений формируется у студентов-математиков прежде всего на курсах математического анализа. Л. С. Понтрягин, разделявший это критическое отношение, в 1970–1980-х годах опубликовал четыре брошюры с общим названием “Знакомство с высшей математикой” [6].

Замечательные книги Зельдовича и Понтрягина дополняют друг друга и могут быть рекомендованы читателям, желающим познакомиться с основами и различными приложениями математического анализа.

Отметим, что и сейчас развитие математического моделирования в естественных науках во многом тормозится слабой подготовкой специалистов-нематематиков в вопросах математического анализа и дифференциальных уравнений. Хотя математическая статистика преподаётся, например, в медицинских вузах, современные условия и, прежде всего, развитие нейронных сетей требуют хотя бы популярного знакомства с её более глубокими разделами.

4. В конце 1940-х годов прошёл ряд конференций и сессий отраслевых академий, посвящённых методологическим аспектам развития науки с точки зрения доминировавшей тогда марксистской доктрины.

В математике эти события не были столь заметны, и сотни страниц протоколов заседаний методических семинаров и учёных советов публично не обсуждались.

Начало этим событиям было положено конференцией по методологии математики, которая проходила в течение нескольких дней в Ленинграде. Повестка первого дня её работы, 31 мая 1948 г., состояла из двух пунктов:

1. Доклад члена-корреспондента А. Д. Александрова “Что такое математика”;
2. Прения.

22 ноября 1948 г. в Математическом институте им. В. А. Стеклова АН СССР состоялось общее собрание сотрудников, на котором с докладом “О формализме в математике” выступил А. Д. Александров.

В результате этих мероприятий возникла идея написания книги, в которой широким кругам читателей объяснялось бы, что такое математика и каково её значение. Важно отметить то, что математики взяли в свои руки этот процесс, отстранив философов-методистов, чья деятельность в те годы зачастую приводила к очень неблагоприятным для науки последствиям.

В 1953 г. был напечатан “для обсуждения” первоначальный вариант книги “Математика, ее содержание, методы и значение” [7]. В нём, выпущенном на правах рукописи, было 16 глав¹:

- Вводная глава* (А. Д. Александров);
- Анализ* (М. А. Лаврентьев и С. М. Никольский);
- Аналитическая геометрия* (Б. Н. Делоне);
- Алгебра (теория алгебраического уравнения)* (Б. Н. Делоне);
- Обыкновенные дифференциальные уравнения* (И. Г. Петровский);
- Уравнения в частных производных* (С. Л. Соболев);
- Вариационное исчисление* (В. И. Крылов);
- Функция комплексного переменного* (М. В. Келдыш);
- Приближение функций* (С. М. Никольский);
- Простые числа* (К. К. Марджанишвили);
- Кривые и поверхности* (А. Д. Александров);
- Теория функций действительного переменного* (С. Б. Стечкин);
- Линейная алгебра* (Д. К. Фаддеев);
- Абстрактные пространства* (А. Д. Александров);
- Функциональный анализ* (И. М. Гельфанд);
- Группы и другие алгебраические системы* (А. И. Мальцев).

Мы перечислили главы в порядке их нумерации, опустив номера ради краткости. Поэтому из этого списка невозможно понять, что две запланированные главы: X (“Вычислительная техника”) и XIII (“Теория вероятностей”), были опущены как “не подготовленные своевременно их авторами”.

В окончательном трёхтомном издании [8] нумерация глав была изменена, но к начальным добавились две пропущенные главы, причём глава по вычислительной технике разделилась на две, и одна новая. Таким образом, к 16 главам добавились четыре²:

- Приближённые методы и вычислительная техника* (В. И. Крылов);
- Электронные вычислительные машины* (С. А. Лебедев);
- Теория вероятностей* (А. Н. Колмогоров);
- Топология* (П. С. Александров).

В опубликованных уже в XXI в. материалах проясняется причина “неподготовленности” статьи по теории вероятностей. Положительный отзыв члена-корреспондента АН СССР А. Я. Хинчина на статью А. Н. Колмогорова, письмо А. Д. Александрова А. Н. Колмогорову со словами: «так как на меня возложена ответственность за завершение работы над монографией “Математика, ее содержание, методы и значение” . . . я просил бы Вас перестроить Вашу статью. . . » и ответное письмо А. Н. Колмогорова приведены в [9; с. 433–435].

Из содержания и списка авторов монографии, ещё до знакомства с текстом, становится ясно, что это издание является уникальным. Если в начале этой статьи мы привели некоторую классификацию популярных книг на три группы, то эту книгу трудно отнести однозначно к какой-либо из них. Статьи могут читать школьники,

¹Из тринадцати авторов четыре были академиками АН СССР (М. В. Келдыш, М. А. Лаврентьев, И. Г. Петровский, С. Л. Соболев), четыре – членами-корреспондентами (А. Д. Александров, Б. Н. Делоне, И. М. Гельфанд, А. И. Мальцев), причем трое из них (Александров, Гельфанд и Мальцев) впоследствии были избраны академиками, так же как К. К. Марджанишвили и С. М. Никольский. Позднее Д. К. Фаддеев был избран членом-корреспондентом АН СССР, а В. И. Крылов – академиком АН Белорусской ССР.

²Все новые авторы – П. С. Александров, А. Н. Колмогоров и С. А. Лебедев – были академиками АН СССР.

студенты, инженеры, да и специалисты по математике. Каждый из них найдёт в них что-то новое и интересное.

Конечно, статьи по вычислительной технике устарели, но математические основы создания электронных вычислительных машин, заложенные в 1940–1950-е годы, изложены в них хорошо и основательно.

5. За прошедшие 70 лет в математике произошли большие перемены, были получены результаты, которые на много лет вперёд определили её развитие. Компьютеризация, цифровизация, вычислительное моделирование естественных процессов являются одними из основных факторов развития современной цивилизации. При этом широко применяются методы, которые ранее относились к “чистой” науке или не имели столь впечатляющих приложений.

Нам представляется, что настало время продолжить дело, начатое книгой [8]. Эту статью можно считать приглашением, для начала, к дискуссии, какими разделами математики следует пополнить приведённое выше содержание книги [8], как и чем, с точки зрения нашего современного развития, дополнить исходные изложения.

Это поможет и популярной математической литературе расширить список тем и направлений. Формы изложения могут быть и новыми, например в виде лекций в интернете. Но всё-таки в основе этого должны лежать новые тексты, новые статьи: в начале должно быть слово.

В. В. Козлов, И. А. Тайманов

Список литературы

- [1] В. А. Стеклов, *Математика и ее значение для человечества*, Гос. изд-во РСФСР, Берлин, 1923, 137 с.
- [2] А. Н. Колмогоров, “Математика”, *Большая советская энциклопедия*, т. 26, 2-е изд., 1954, 464–483.
- [3] А. Я. Хинчин, *Три жемчужины теории чисел*, ОГИЗ, М.–Л., 1947, 72 с.; нем. пер. 2-го изд.: А. J. Chintschin, *Drei Perlen der Zahlentheorie*, Akademie-Verlag, Berlin, 1951, 62 pp.
- [4] Р. Курант, Г. Роббинс, *Что такое математика? Элементарный очерк идей и методов*, 1-е изд., ред. А. Н. Колмогоров, Гостехиздат, М.–Л., 1947, 664 с.; 3-е изд., испр. и доп., МЦНМО, М., 2001, 568 с.; пер. с англ.: R. Courant, N. Robbins, *What is mathematics?*, Oxford Univ. Press, New York, 1941, xix+521 pp.
- [5] Я. Б. Зельдович, *Высшая математика для начинающих и ее приложения к физике*, Физматгиз, М., 1963, 520 с.
- [6] Л. С. Понтрягин, *Знакомство с высшей математикой. Метод координат*, Наука, М., 1977, 128 с.; *Знакомство с высшей математикой. Анализ бесконечно малых*, Наука, М., 1980, 256 с.; *Знакомство с высшей математикой. Алгебра*, Наука, М., 1987, 135 с.; *Знакомство с высшей математикой. Дифференциальные уравнения и их приложения*, Наука, М., 1988, 208 с.; англ. пер.: L. S. Pontryagin, *Learning higher mathematics. Part I: The method of coordinates. Part II: Analysis of the infinitely small*, Springer Ser. Soviet Math., Springer-Verlag, Berlin, 1984, viii+304 pp.
- [7] *Математика, ее содержание, методы и значение*, напечатано для обсуждения, Изд-во АН СССР, М., 1953.
- [8] *Математика, ее содержание, методы и значение*, т. 1–3, ред. А. Д. Александров, А. Н. Колмогоров, М. А. Лаврентьев, Изд-во АН СССР, М., 1956, 1028 с.
- [9] А. Н. Колмогоров, *Избранные труды*, т. 4: *Математика и математики*, Кн. 1. О математике, Наука, М., 2007, 456 с.