

ФИО	
Школа, город	
Класс	

**МАТЕМАТИКА**

1. Упростите выражение:  $\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{24}}+1} - \frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{24}}-1}$
2. Решите уравнение:  $\frac{6}{x^3-7x^2-7x+1} - \frac{8}{x^3-8x^2+x} = \frac{1}{x^2+x}$
3. Воду из бассейна откачивали с помощью двух насосов в течение 15 часов, причем первый насос приступил к работе на 7 часов позже второго. Известно, что первый насос, работая один, может откачать воду на 5 часов быстрее, чем второй насос, работающий отдельно. За сколько времени каждый кран может откачать воду из бассейна?
4. Докажите, что если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ , то  $(a+1)(b+1)(ab+1) \geq 8ab$ . При каких  $a$  и  $b$  имеет место равенство?
5. На стороне  $MN$  треугольника  $MNK$  как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок  $MK$  в точке  $F$ . Найдите отношение площадей треугольников  $MNK$  и  $FMN$ , если известно, что  $KN = 16$ ,  $MN = 12$  и  $\angle FMN = \angle FNK$ .

**ЛОГИКА**

6. Ладья стоит на поле  $a1$ . За ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток вправо или на любое число клеток вверх. Выигрывает тот, кто поставит ладью на поле  $h8$ . Кто выиграет при правильной игре?
7. В стране  $N$  есть город и еще 100 деревень. Определенные деревни (в том числе и город) соединены дорогами с односторонним движением. Из любой деревни выходит 20 дорог, и в любую деревню входит 21 дорога. Докажите, что ни из одной деревни невозможно добраться до города.

ФИО	
Школа, город	
Класс	

1. Упростите выражение:  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \left(\frac{2 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}\right)$
2. Решите уравнение:  $\frac{x^2 - 2x + 4}{x^3 - 2x^2 + 4x - 8} + \frac{x^2 + 2x + 4}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8} = \frac{2x + 2}{x^2 - 4}$
3. Имеется два одинаковых бассейна. При совместной работе двух насосов один бассейн наполняется водой за 3 часа 36 мин. За сколько времени наполнится каждый бассейн, если к нему подведен только один насос и с помощью второго насоса бассейн наполняется на 3 часа быстрее, чем с помощью первого?
4. Докажите, что если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ , то  $b(a^2 + 1) + a(b^2 + 1) \geq 4ab$ . При каких  $a$  и  $b$  имеет место равенство?
5. На стороне  $PN$  треугольника  $PQN$  как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок  $PQ$  в точке  $L$ . Найдите отношение площадей треугольников  $PQN$  и  $PNL$ , если известно, что  $QN = 9$ ,  $PN = 12$  и  $\angle PNL = \angle LQN$ .

### ЛОГИКА

6. Ладья стоит на поле  $a1$ . За ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток вправо или на любое число клеток вверх. Выигрывает тот, кто поставит ладью на поле  $g7$ . Кто выиграет при правильной игре?
7. В стране  $N$  есть город и еще 100 деревень. Определенные деревни (в том числе и город) соединены дорогами с односторонним движением. Из любой деревни выходит 18 дорог, и в любую деревню входит 19 дорог. Докажите, что ни из одной деревни невозможно добраться до города.

ФИО	
Школа, город	
Класс	

1. Упростите выражение:  $\sqrt{\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}} - \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}}$
2. Решите уравнение:  $\frac{38}{x^4-x^2+20x-100} + \frac{x+10}{x^2-x+10} = \frac{x+10}{x^2+x-10}$
3. Бак наполнен спиртом. Из него вылили часть спирта и его дополнили водой. Потом из бака вылили столько же литров смеси. В баке осталось 49 л спирта. Сколько литров спирта вылили в первый раз и сколько во второй раз, если вместимость бака 64 л?
4. Докажите, что если  $a > 0$ ,  $b > 0$ , то  $(a+b)(ab+9) \geq 12ab$ . При каких  $a$  и  $b$  имеет место равенство?
5. На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок  $AB$  в точке  $D$ . Найдите отношение площадей треугольников  $ABC$  и  $BCD$ , если известно, что  $AC = 15$ ,  $BC = 20$  и  $\angle ABC = \angle ACD$ .

### ЛОГИКА

6. Ладья стоит на поле  $h8$ . За ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток влево или на любое число клеток вниз. Выигрывает тот, кто поставит ладью на поле  $b2$ . Кто выиграет при правильной игре?
7. В стране  $N$  есть город и еще 100 деревень. Определенные деревни (в том числе и город) соединены дорогами с односторонним движением. Из любой деревни выходит 16 дорог, и в любую деревню входит 17 дорог. Докажите, что ни из одной деревни невозможно добраться до города.

ФИО	
Школа, город	
Класс	

1. Упростите выражение:  $\frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}+3} + \frac{3}{1-\sqrt{7}} - \sqrt{5}$
2. Решите уравнение:  $\frac{4x}{8x^3+1} + \frac{1}{16x^4-4x^2+4x-1} = \frac{2}{4x^2+2x-1}$
3. Имеется два тридцатилитровых сосуда, в которых содержится всего 30 л спирта. Первый сосуд доливают доверху водой и полученной смесью дополняют второй сосуд, из которого затем переливают 12 л новой смеси в первый. Сколько литров спирта было сначала в каждом сосуде, если во втором оказалось на 2 литра спирта меньше, чем в первом?
4. Докажите, что если  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ , то  $(a^3 + b)(a + b^3) \geq 4a^2b^2$ . При каких  $a$  и  $b$  имеет место равенство?
5. На стороне BC треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая отрезок AB в точке D. Найдите отношение площадей треугольников ABC и BCD, если известно, что  $AC = 18$ ,  $BC = 24$  и  $\angle DAC = \angle DCB$ .

### ЛОГИКА

6. Ладья стоит на поле  $b2$ . За ход разрешается сдвинуть ее на любое число клеток вправо или на любое число клеток вверх. Выигрывает тот, кто поставит ладью на поле  $f6$ . Кто выиграет при правильной игре?
7. В стране N есть город и еще 100 деревень. Определенные деревни (в том числе и город) соединены дорогами с односторонним движением. Из любой деревни выходит 22 дорог, и в любую деревню входит 23 дорога. Докажите, что ни из одной деревни невозможно добраться до города.