

УДК 532.5+537.7

**МОДЕЛИ И ЗАДАЧИ В ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИКЕ***В.А. Полянский, И.Л. Панкратьева***Аннотация**

Дан обзор применяемых в современной электрогидродинамике слабопроводящих сред математических моделей возрастающей степени сложности и некоторых результатов, полученных в рамках каждой из них. Рассмотрены модель униполярно заряженной среды, состоящей из несущей сплошной среды и заряженных частиц одного знака, более сложная двухионная модель, содержащая две заряженные примесные компоненты разных знаков заряда, и модель с тремя сортами ионов. В рамках указанных моделей удается удовлетворительно описать практически все имеющиеся в литературе экспериментальные данные об электрогидродинамических течениях. Потребность в дальнейшем усложнении модели может возникнуть, если необходимо моделировать конкретный электрохимический процесс без введения усредненных («эффективных») макроскопических параметров. Описаны и проанализированы четыре основных механизма электризации среды (образования в среде нескомпенсированного объемного электрического заряда).

**Ключевые слова:** электрогидродинамика, электрическое поле, слабопроводящие среды, математические модели, объемный электрический заряд, электрохимические реакции, электризация.

**Введение**

В электрогидродинамике (ЭГД) изучаются течения слабопроводящих сред, в которые внешние приложенные электрические поля могут проникать на характерные гидродинамические расстояния. В результате движение среды подвержено воздействию массовых кулоновских сил. Примером таких сред могут служить диэлектрические жидкости с малой примесью заряженных частиц, слабоионизированные высокотемпературные газовые смеси типа продуктов горения, различные многофазные среды, содержащие заряженные частицы. При математическом моделировании взаимодействия слабопроводящих сред с электрическими полями основная трудность связана с необходимостью включения в модель большого числа физических параметров, сведения о которых в литературе либо весьма скудны, либо отсутствуют. К ним относятся ионный состав среды, свойства переноса ионных компонент, параметры объемных и поверхностных электрохимических процессов с участием ионов, условия на границах раздела для концентраций заряженных частиц. Методы построения моделей многокомпонентных химически реагирующих смесей при наличии электромагнитных полей в механике сплошных сред известны [1] и в литературе имеются модели, обладающие «всеобщностью», однако их практическая ценность не велика из-за неопределенности в значениях многочисленных параметров, входящих в модель. Поэтому возникает проблема создания моделей с минимальным набором так называемых «эффективных» параметров, которые позволяют описывать те или иные ЭГД-явления с достаточной адекватностью и полнотой. Понятие «эффективный» параметр обсуждается далее для трех конкретных («экономных» по набору требуемых параметров) моделей, представленных в порядке возрастающей степени сложности.

Относительно простой и больше всего используемой является модель униполярно заряженной среды, состоящей из несущих жидкости или газа и заряженных частиц одного знака. Физически можно интерпретировать плотность этих частиц как плотность нескомпенсированного объемного заряда в среде, содержащей много сортов ионов. Модель содержит два эффективных «электрических» параметра – подвижность ионов и величину их плотности на границе раздела.

Более сложная модель включает две заряженные компоненты разных знаков, образовавшиеся в среде за счет различного типа объемных химических процессов, например, в жидкостях – вследствие диссоциации электролитных примесей на положительные и отрицательные ионы («природные ионы»), в высокотемпературных газовых смесях – в результате реакций ассоциативной ионизации. В этой модели число параметров существенно возрастает. Кроме еще одной подвижности необходимо также учитывать коэффициенты объемных электрохимических реакций ионизации и рекомбинации. При описании взаимодействия заряженных частиц с границами раздела в модели возникает еще ряд параметров, связанных с поверхностными электрохимическими процессами.

Дальнейшее усовершенствование модели связано с введением третьей заряженной компоненты, которая попадает в среду путем инъекции с границы раздела (например, с поверхности заряженной стенки). Третья компонента также имеет свою подвижность, коэффициент рекомбинации с ионами противоположного знака и свои параметры поверхностных реакций.

В рамках перечисленных трех моделей можно удовлетворительно описать практически все имеющиеся в литературе экспериментальные данные.

### 1. Модель униполярно заряженной среды

Как уже отмечалось, модель униполярно заряженной среды – это наиболее используемая в работах модель. Среда содержит только один сорт заряженных частиц. Физический механизм, приводящий к возникновению такой среды, связан с электрохимическим процессом на заряженном электроде, в результате которого на его поверхности образуются ионы того же знака, что и электрод, при этом за счет электростатического отталкивания происходит инъекция заряженных частиц в среду. В модель входят два параметра – подвижность ионов и значение объемной концентрации ионов на поверхности электрода. Сведения о величине подвижности ионов можно получить, например, путем непосредственного измерения скорости движения заряженного слоя через межэлектродный промежуток при импульсном включении напряжения [2]. Концентрация ионов на поверхности электрода экспериментально не определяется.

Система уравнений, соответствующая этой модели, имеет вид

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = q\mathbf{E} - \nabla p + \eta \Delta \mathbf{u}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad q = en, \quad (2)$$

$$\mathbf{j} = q(\mathbf{u} + b\mathbf{E}) - D\nabla q, \quad (3)$$

$$\varepsilon \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi q, \quad \mathbf{E} = -\nabla F. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{u}$ ,  $p$ ,  $\rho$ ,  $\eta$  – скорость, давление, плотность и динамическая вязкость несущей среды,  $n$ ,  $e$ ,  $b$ ,  $D$  – концентрация, заряд, подвижность и коэффициент диффузии ионов,  $q$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $F$  – плотности объемного заряда и электрического тока, напряженность поля и электрический потенциал,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость. Считается, что имеет место соотношение  $D = kTb/e$ . Нужно отметить,

что диффузионное слагаемое в (3) становится существенным только в очень узких приэлектродных слоях [3–5], поэтому обычно диффузией в задачах о движении униполярно заряженных сред пренебрегается.

Уравнения (1)–(3) записаны в приближении ЭГД [6], когда для электромагнитного поля выполнено условие  $E \gg uB/c$  ( $E$ ,  $B$  – модули характерных значений напряженности электрического поля и магнитной индукции,  $c$  – скорость света) и при воздействии поля на среду преобладающими являются кулоновские силы.

При решении конкретных задач используются обычные граничные условия для гидродинамических параметров, кроме того, задается значение плотности объемного заряда  $q_w$  на инжектирующем электроде и электрический потенциал  $F_w$  на границах области течения. В сильных приложенных полях, когда индуцированным в силу уравнений (4) электрическим полем можно пренебречь по сравнению с внешним полем, вместо потенциала задается величина напряженности поля на инжектирующем электроде. Значения потенциала или поля на границах можно получить из эксперимента, а сведения об измерении граничной величины заряда  $q_w$  в литературе отсутствуют. Эта величина фактически является неизвестным параметром модели и может быть найдена в результате решения обратной задачи из сравнения расчетных и экспериментально наблюдаемых характеристик ЭГД-течения. Например, посредством решения задачи об устойчивости слоя слабопроводящей жидкости между двумя электродами при наличии приложенного поля можно получить пороговое значение  $q_w$ , при котором неподвижный слой теряет устойчивость и возникают конвективные ячейки в виде цилиндрических валов или ячеек Бенара [7, 8]. На основе униполярной модели исследован широкий класс ЭГД-течений: возникновение конвективных ячеек между плоскими или соосными цилиндрическими электродами с увеличением приложенного напряжения [7–9]; вихревые течения от электрода в виде лезвия или иглы в каналах различной конфигурации [10]; течения в окрестности двух проволочных электродов и т.д.

Отметим, что в рамках униполярной модели, примененной для исследования течений сжимаемых сред, обнаружен новый тип ранее неизвестных разрывных решений в газовой динамике – ударные волны, на фронте которых образуется поверхностный электрический заряд [11, 12]. На основе анализа структуры электрогазодинамических ударных волн получено уравнение для определения величины этого заряда, которая зависит от скорости ударной волны, напряженности электрического поля за ее фронтом и коэффициента подвижности ионов. Соотношение, замыкающее систему уравнений на фронте электрогазодинамического разрыва, имеет вид

$$u_{n2} + bE_{n2} = 0,$$

где индексом 2 обозначены значения за фронтом разрыва нормальных к фронту составляющих скорости  $u_n$  и напряженности поля  $E_n$ .

## 2. Модель среды с двумя сортами разноименно заряженных ионов

Двухионная модель дает возможность более адекватно описать физический механизм взаимодействия среды с электрическим полем по сравнению с моделью униполярной среды, поскольку изучаемые в ЭГД-вещества реально содержат в виде малых примесей заряженные частицы разных знаков. Модель строится следующим образом [13]. Все примесные ионы разбиваются на два сорта положительно и отрицательно заряженных частиц с некоторыми эффективными концентрациями  $n_1$  с зарядом частицы  $e_1 > 0$  и подвижностью  $b_1$  и  $n_2$  с зарядом  $e_2 > 0$  и подвижностью  $b_2$ . Коэффициенты диффузии  $D_1$ ,  $D_2$ , также входящие в модель, связаны с подвижностями ионов соотношениями Эйнштейна.

Считается, что заряженные частицы в среде могут появляться за счет как объемных, так и поверхностных электрохимических процессов.

В объеме среды протекают реакции диссоциации нейтральных молекул примеси электролитной природы на положительные и отрицательные ионы с некоторой эффективной скоростью  $w(E, T, \dots)$  и рекомбинации ионов в двухчастичном столкновении с коэффициентом  $a$ . При этом скорость диссоциации может зависеть как от термодинамических параметров, так и от напряженности электрического поля. Для оценки величины коэффициента рекомбинации используется формула Ланжевена. В высокотемпературных газовых смесях источником заряженных частиц (в рамках описываемой модели положительных ионов одного сорта и электронов) служат химические реакции типа реакций ассоциативной ионизации, а также ионизация под влиянием электрического поля, если смесь содержит электронно возбужденные молекулы (как, например, в продуктах горения [14]).

На поверхности раздела происходят рекомбинация ионов с образованием нейтральных молекул и обратный процесс ионизации. Для описания поверхностных явлений в модели используются соотношения, полученные из баланса потоков ионов на границу, при этом объемный поток составляют диффузия и дрейф ионов в электрическом поле. Для записи потока, обусловленного поверхностным процессом, необходимо вводить в модель минимум два параметра для каждого сорта ионов на всех границах [15].

Математическая формулировка модели содержит уравнения движения (1) среды в целом, уравнения Пуассона для поля и потенциала (4) и два уравнения неразрывности для ионов

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} n_i \mathbf{U}_i = w(E) - a n_1 n_2, \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

$$n_i \mathbf{U}_i = n_i \mathbf{u} + \operatorname{sign}(e_i) n_i b_i \mathbf{E} - D_i \nabla n_i, \quad (6)$$

$$q = \sum_i e_i n_i, \quad \mathbf{J}_S = \sum_i e_i n_i \mathbf{U}_i + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (7)$$

Здесь учитывается объемный электрохимический процесс и перенос ионов за счет диффузии, который, как уже отмечалось, обычно бывает существенным вблизи границ раздела, где могут возникать слои с большими градиентами концентраций ионов. В выражении для плотности полного электрического тока  $\mathbf{J}_S$  необходимо учитывать ток смещения, который может вносить существенный вклад в измеряемый ток в нестационарных процессах [15–17]. В многокомпонентных жидких смесях, относящихся к сильным электролитам, молекулы примеси при растворении диссоциируют практически полностью, и в уравнениях (5) объемный источник не учитывается. В слабом электролите объемный источник ионов конечен.

Граничные условия для уравнений (5), полученные из баланса потоков ионов на границу, записываются в виде [15]

$$n_i \mathbf{U}_i \cdot \mathbf{v} = A_i^k(E, n_m, \dots) - K_i^k n_i, \quad i = 1, 2. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  – внешняя нормаль к границе раздела,  $A_i^k$ ,  $K_i^k$  – эффективные параметры поверхностных электрохимических процессов, характеризующих соответственно потоки ионов за счет ионизации и рекомбинации на границе раздела. Эти величины зависят от свойств поверхности, состава жидкости и др., в частности, параметр  $A_i^k$  может зависеть от поля, при этом такая зависимость иногда носит пороговый по величине поля характер [17].

Плотность объемного заряда  $q$ , определяющая кулоновскую массовую силу в уравнении (1), в этой модели уже не характеризуется граничным значением

на электроде и находится из распределений ионов, на которые теперь влияет значительно большее число параметров.

В рамках этой модели исследованы важные практические задачи об электрохимической электризации (образовании объемного нескомпенсированного заряда) углеводородных жидкостей при их течении в плоских и цилиндрических каналах в отсутствие приложенных полей [18–21]. В таких средах заряд возникает в окрестности стенок канала вследствие различия в скоростях поверхностных электрохимических реакций для ионов разных знаков и сносится потоком вниз по течению. В результате из канала вытекает заряженная жидкость, которая при больших объемах перекачки может создавать в собирающих емкостях электрические поля с напряженностью, достаточной для возникновения искры во взрывоопасной атмосфере паров углеводородов. Накопление нескомпенсированного заряда в текущей жидкости происходит на некотором расстоянии  $L$  от входа в канал, после которого величина заряда выходит на насыщение и далее вниз по потоку не меняется. В поперечных сечениях канала устанавливаются распределения концентраций заряженных частиц и поля, для которых нормальные к стенкам объемные потоки ионов (6) уравниваются их потоками от поверхностных источников. При этом электрохимические процессы на границах приходят в состояние равновесия как в сильном, так и в слабом электролитах. После выхода на насыщение суммарный поток заряженных частиц на стенки отсутствует.

Длина релаксации измеряется экспериментально. Полученные данные по  $L$  можно использовать для решения обратной задачи об оценке эффективных параметров поверхностных реакций, используемых в теоретической модели [21].

Обычно при теоретическом изучении электризации считается, что обе стенки канала одинаковы (симметричны) по своим электрохимическим свойствам. Однако в технологической практике для уменьшения заряда жидкости на выходном участке канала часто размещают дополнительный электрод со специальным покрытием, которое поглощает ионы, образующие заряд среды. Поэтому представляет интерес исследование особенностей электризации в плоском канале при электрохимической несимметрии стенок [22]. Обнаружен новый эффект, состоящий в том, что при течении жидкостей с примесью молекул слабого электролита объемные и поверхностные электрохимические процессы являются неравновесными по всей длине канала и в состоянии насыщения возникает конечный поток отрицательного заряда через одну из стенок и равный ему по величине поток положительного заряда через другую стенку.

В экспериментальных работах, выполненных в последние годы в связи с проблемами микрогидродинамики, обнаружено повышенное по сравнению с расчетным гидравлическое сопротивление при прокачке жидкостей с электролитными примесями через плоские микроканалы микронной толщины [23]. Причину этого связывают с наличием электрически заряженных пристенных слоев, возникающих вблизи границы раздела при течении слабопроводящих жидкостей. При теоретическом объяснении обнаруженного явления за основу принимается следующая картина [24]. Имеются заданный внешний перепад давления, создающий расход жидкого бинарного электролита через узкий плоский микроканал, и индуцированное течением продольное (направленное вдоль канала) электрическое поле, обуславливающее продольный ток проводимости в канале. Это продольное поле определяется принимаемым условием, что в каждом сечении канала равен нулю полный продольный электрический ток, который складывается из конвективного тока переноса вдоль канала объемного электрического заряда пристенного слоя и противоположного ему тока проводимости, распределенного по всему сечению. Продольное поле и объемный заряд создают в пристенном слое кулоновские силы,

которые могут тормозить поток. Проведенные в [24] расчеты показывают, что при некоторых условиях в тонком слое вблизи поверхности стенки образуется возвратное течение, приводящее к увеличению гидравлического сопротивления канала. Для конкретного примера деионизированной воды показано, что уменьшение расхода за счет «электровязкого эффекта» не превышает 4–5%.

Электризация за счет поверхностных процессов позволяет использовать микроканал с жидкостью для работы в режиме насоса при заданном внешнем продольном электрическом поле. Особенность такого типа ЭГД-насоса состоит в том, что объемный электрический заряд, обуславливающий величину ускоряющей среду кулоновской силы, не зависит от приложенного продольного поля и образуется в канале вследствие разности электрохимических потенциалов среды и материала стенок канала. Такого типа насосы широко используются в биологических исследованиях, в медицинских диагностических микроустройствах, в фармацевтике [25–28].

Модель среды с двумя сортами ионов позволяет описать еще один тип электризации, а именно электродиффузионную электризацию среды в отсутствие внешних полей. Механизм этой электризации обусловлен большим различием в подвижностях разноименно заряженных частиц. Такая ситуация характерна для частично ионизированных газовых смесей, в которых подвижность электронов на три порядка превосходит подвижность ионов [29, 30]. В газах число неопределенных параметров модели сокращается за счет физически оправданного предположения об идеальной каталитичности стенки относительно заряженных частиц, когда их рекомбинация на поверхности происходит с бесконечной скоростью. Чтобы в рассматриваемой модели получить исчезающе малую концентрацию заряженных частиц на стенке, что соответствует идеальной каталитичности, нужно задать в граничном условии (8) достаточно большое значение константы скорости поверхностной рекомбинации  $K_i^k$ .

Физическая картина электродиффузионной электризации следующая. При движении ионизированного газа в канале с проводящими стенками более подвижные электроны быстрее достигают поглощающей стенки, и их концентрация становится меньше ионной. В среде образуется положительный объемный заряд. Последний индуцирует электрическое поле, направленное к стенке. Поле еще больше увеличивает разницу концентраций ионов и электронов, отталкивая электроны и увеличивая поток ионов к стенке. В замороженной смеси, когда объемный источник в правых частях (5) отсутствует, концентрации ионов и электронов вблизи стенки меняются монотонно. Наличие объемного источника ионизации приводит к увеличению объемного заряда, при этом имеет место немонотонный характер изменения концентрации ионов с заметным превышением равновесного уровня в пристеночной области. Увеличение заряда можно объяснить сильной неравновесностью реакции ионизации в окрестности стенки. Вклад в рост концентрации ионов в пристеночной области вносит также индуцированное поле, увеличивающее поток ионов по направлению к стенке. Заряженная область в реагирующей среде заметно уже, чем в замороженной.

В результате разделения зарядов за счет объемных электродиффузионных процессов между пространством, заполненным ионизированным газом, и стенкой возникает разность потенциалов  $F_{ed}$ , величина которой по отношению к стенкам составляет несколько тепловых потенциалов. По аналогии с электрокинетическим дзета-потенциалом в жидкостях величину  $F_{ed}$  можно назвать электродиффузионным потенциалом границы раздела проводящей стенки с частично ионизированным газом. Решение задачи показывает, что основным параметром, влияющим на величину электродиффузионного потенциала  $F_{ed}$ , является проводимость газа. Расчеты [30] показывают, что, начиная с некоторого значения проводимости, величина  $F_{ed}^*$  практически перестает меняться с увеличением проводимости и выходит

на предельное значение. Из расчетов также следует, что степень каталитичности стенки по отношению к заряженным частицам слабо влияет (в пределах 10%) на предельное значение электродиффузионного потенциала.

В рамках модели среды с двумя сортами ионов можно исследовать третий вид электризации, не связанный с поверхностными и диффузионными процессами, а именно электрокинетическую электризацию среды в сильных неоднородных электрических полях [31–34]. Механизм такой электризации обусловлен зависимостью от поля скорости объемной диссоциации нейтральных молекул на ионы, которую можно представить в виде

$$w(E) = w_0(T, \dots) \exp(2\gamma E^{0.5}), \quad \gamma = e^{1.5}/(\epsilon^{0.5} kT). \quad (9)$$

Здесь  $w_0(T, \dots)$  – скорость диссоциации в отсутствие поля,  $e$  – элементарный заряд. Нескомпенсированный заряд начинает нестационарно накапливаться в области сильной неоднородности поля после включения напряжения на электроде. Неоднородность поля приводит согласно (9) к неоднородности объемного источника ионов. Возникает дисбаланс потоков ионов, входящих в элемент объема и выходящих из него. Стационарное состояние устанавливается после того, как образующийся заряд изменит поле в соответствии с (4) и дисбаланс потоков исчезнет [31]. Распределение объемного заряда с учетом (9) в окрестности сферического катода численно изучено в [32]. Сферический катод за счет геометрии создает сильно неоднородное поле вблизи поверхности сферы. Непосредственно у поверхности имеется узкий слой положительного заряда. Это обычный дебаевский слой, который образуется в среде у границы раздела при наличии внешнего поля, притягивающего к границе положительные ионы. Далее располагается достаточно протяженная зона отрицательного заряда, образовавшаяся в результате действия указанного выше механизма (9). Зона всегда имеет знак заряда, одинаковый со знаком электрода. Здесь действует кулоновская сила, отталкивающая отрицательно заряженный слой от электрода. В рамках рассмотренного механизма можно, таким образом, объяснить наблюдаемые в эксперименте струйные течения от иглы или от лезвия, не используя при этом представления об инжекции ионов с поверхности.

Электрический и электродиффузионный механизмы образования объемного заряда позволили объяснить [35–37] причину расхождений теоретических и экспериментальных данных об электрическом токе, регистрируемом в диагностических устройствах (типа электрического зонда или ионизационного детектора пламени), применяемых для исследования процессов ионизации в плотных высокотемпературных смесях молекулярных газов, образующихся, например, при горении углеводородов. Оказалось, что хорошее согласие с экспериментом получается, если допустить, что сильное электрическое поле, создаваемое электродами диагностических устройств, вызывает дополнительную ионизацию электронно-возбужденных молекул, которые всегда присутствуют в продуктах горения. Таким образом, получено экспериментальное доказательство непосредственного влияния сильных электрических полей на процесс ионизации в плотных высокотемпературных молекулярных газовых смесях. Ранее ионизация газовых молекул электрическим полем наблюдалась только в бесстолкновительных пучковых экспериментах в вакуумных камерах [38].

### 3. Модель среды с тремя сортами ионов

В модели среды с тремя сортами ионов вводится еще один сорт ионов с положительным или отрицательным зарядом, которые инжектируются стенкой и участвуют в объемном рекомбинационном процессе с ионами, изначально присутствовавшими в жидкости. Усложнение модели, связанное с введением набора

параметров для поверхностного процесса с участием третьей ионной компоненты, дополнительных подвижности и коэффициента рекомбинации, вызвано потребностью в описании некоторых экспериментальных явлений, которые не получили объяснения в рамках первых двух моделей. В этой модели вместо уравнений (5) записывается система с измененными объемными источниками ионов

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_1}{\partial t} + \operatorname{div}(n_1 \mathbf{U}_1) &= w - an_1 n_2, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} + \operatorname{div}(n_2 \mathbf{U}_2) &= w - an_1 n_2 - \beta n_2 n_3, \\ \frac{\partial n_3}{\partial t} + \operatorname{div}(n_3 \mathbf{U}_3) &= -\beta n_2 n_3.\end{aligned}\tag{10}$$

Здесь для определенности принято, что  $\epsilon_3 > 0$ ,  $\beta$  – коэффициент рекомбинации инжектированных ионов с ионами жидкости.

На основе рассматриваемой модели в [39] была интерпретирована во всем диапазоне приложенных напряжений так называемая кривая Никурадзе, то есть вольт-амперная характеристика электролитической ячейки с плоскими электродами – достаточно простого устройства, при помощи которого измеряют проводимость среды. Теоретически рассчитанная зависимость плотности тока от приложенного напряжения имеет три характерных участка: 1 – линейный омический участок (здесь ток определяется ионами жидкости, изначально существовавшими в среде в результате объемной диссоциации примесей), 2 – участок насыщения (объемный источник не успевает поставлять ионы, которые уходят на электроды в сильном поле) и 3 – участок, где ток при увеличении напряжения нелинейно растет (основной вклад в ток вносят инжектированные ионы). По углу наклона линейного участка 1 определяют проводимость жидкости.

В рамках третьей модели удалось объяснить обнаруженную в эксперименте сложную биполярную структуру приэлектродного слоя на плоском электроде. Путем зондовых измерений распределения потенциала в окрестности электрода было установлено, что существует локальный экстремум напряженности поля, расположенный вне обычного дебаевского слоя. В соответствии с уравнением Пуассона по обе стороны этого экстремума должен меняться знак нескомпенсированного объемного заряда жидкости. Расчеты, проведенные в [40], дали возможность построить следующую картину распределений плотности объемного заряда вблизи электрода в зависимости от величины отношения коэффициентов рекомбинации инжектированных ионов и ионов жидкости.

Вблизи электрода (в данном случае это анод) располагается слой положительного заряда, образованный в основном инжектированными анодом положительными ионами. Эти ионы под действием поля отталкиваются от электрода и рекомбинируют с отрицательными ионами жидкости, которых здесь из-за притяжения к аноду избыток по сравнению с инжектированными положительными ионами. В результате образуется структура, когда область положительного заряда сменяется слоем, заряженным отрицательно. Вдали от электрода жидкость становится квазинейтральной. В расчетах получено достаточно хорошее количественное совпадение размеров заряженных зон с экспериментальными данными. Проведенный в [40] анализ показывает, что появление биполярной структуры определяется конкуренцией нескольких процессов: интенсивностью инъекции, миграцией инжектированных ионов под действием поля и их рекомбинацией с природными ионами противоположного знака. При этом такая структура может существовать только в достаточно узком диапазоне соотношений между подвижностями ионов и между



коэффициентами их рекомбинации. Для малых значений отношения коэффициентов рекомбинации биполярная структура исчезает.

В рамках этой же модели в [16, 17] была доказана возможность существования в жидкостях самоподдерживающихся пульсаций тока при постоянном приложенном поле (аналог тричелевских колебаний тока в коронных газовых разрядах). Показано, что при наличии порога по напряженности поля для инъекции ионов в жидкости при определенных условиях могут возникать колебания тока и по межэлектродному пространству распространяются волны конечной амплитуды плотности заряда и напряженности поля.

В качестве граничного условия для инжектируемых ионов и потенциала на электродах брались соотношения

$$\begin{aligned} n_3 U_3 &= A_3 E - K_3 n_3, & F &= F_w = \text{const} > 0, & y &= 0; \\ A_3 &= 0, & E < E_C, & & A_3 &= \text{const}, & E \geq E_C; \\ n_3 U_3 &= K_3 n_3, & F &= 0, & y &= h. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $E_C$  – пороговое значение поля на электроде (в данном случае – на аноде). Считалось, что поток инжектируемых со стенки ионов линейно зависит от напряженности поля. Условия (11) выписаны для одномерной нестационарной задачи о протекании тока в неподвижной жидкости между двумя плоскими электродами с расстоянием  $h$  один от другого при постоянной заданной разности потенциалов.

Нестационарный пульсирующий процесс протекания тока между электродами возникает в случае, когда напряженность приложенного поля на аноде  $E_w > E_C$ , но различие между этими величинами невелико. После включения напряжения на электродах в жидкости идет нестационарный процесс изменения плотности полного тока за счет перераспределения концентраций природных ионов и распространения инжектированных ионов на весь межэлектродный промежуток. Затем возникает пульсирующий периодический режим изменения полного тока и суммарного объемного заряда. Механизм появления самоподдерживающихся пульсаций при наличии пороговой инъекции следующий. Инъекция ионов приводит к образованию в узком слое вблизи анода положительного объемного заряда, который уменьшает поле на поверхности электрода до значения, меньшего порогового. Вследствие этого инъекция прекращается, а слой заряда под действием кулоновских сил начинает двигаться с дрейфовой скоростью  $b_3 E$  по направлению к катоду. При удалении слоя заряда от анода на поверхности последнего начинает расти напряженность поля. Когда поле на аноде достигает порогового значения, включается инъекция. Затем вблизи анода образуется новый слой положительного заряда, и описанная картина повторяется вновь. Наличие движущихся слоев положительного объемного заряда вызывает появление волн напряженности поля, причем эти волны распространяются от анода к катоду по сильно неоднородному полю. Наряду с волнами концентрации положительных инжектированных ионов возникают в противофазе волны концентрации положительных примесных ионов жидкости. Возмущения концентрации отрицательных ионов быстро затухают при удалении от анода.

Модель с тремя сортами заряженных частиц применялась в [20] для исследования активного метода уменьшения электризации жидкостей при их течении в каналах при помощи электродов, инжектирующих в среду заряд противоположного знака. В [41] показано, что в зависимости от проводимости жидкости индуцированное поле может достигать на стенках канала величин, достаточных для возникновения инъекции заряда, например, в соответствии с (11). Возможна также

автоэлектронная эмиссия с поверхности. Электроны, попадая в жидкость, прилипают к электроотрицательным молекулам, образуя отрицательные ионы, уменьшающие накопившийся положительный заряд. О присутствии в среде отрицательных ионов свидетельствуют эксперименты [42] по исследованию течений слабопроводящих углеводородных жидкостей в узких каналах сложной формы, где наблюдалось при определенных условиях свечение жидкости. Механизм такого свечения может быть связан с дезактивацией высоковозбужденных отрицательных ионов, образовавшихся в реакциях прилипания электронов к молекулам жидкости с большой энергией электронного сродства.

Электризация жидкостей при наличии поверхностного процесса, в котором при рекомбинации одного из сортов примесных ионов возникает нейтральная компонента, изначально отсутствовавшая в жидкости, исследована в [43]. В уравнениях (8) считалось, что  $e_3 = 0$ , а граничные условия на стенках для отрицательных ионов и третьей (нейтральной) компоненты примеси записывались в виде

$$n_2 U_2 = A_3 n_3 - K_2 n_2, \quad n_3 U_3 = -A_3 n_3 + K_2 n_2.$$

В рамках такой модифицированной трехкомпонентной модели было показано, что длина релаксации объемного заряда вдоль канала существенно возрастает и фактически определяется скоростью распространения нейтральной примеси по всему поперечному сечению канала за счет диффузии.

### Заключение

Резюмируя вышеизложенное, можно сказать, что для расчетов различных ЭГД-течений допустимо применять каждую из описанных моделей, но при этом нужно учитывать степень адекватности теоретической модели изучаемому явлению. Современные методы механики сплошных сред позволяют строить и более сложные модели (с увеличением количества сортов заряженных частиц, числа объемных и поверхностных электрохимических реакций и т. д.). Однако, по нашему мнению, потребность в них должна возникать, когда необходимо моделировать конкретный электрохимический процесс без введения «эффективных» макроскопических параметров.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00035).

### Summary

*V.A. Polyansky, I.L. Pankratieva. Models and Problems in Electrohydrodynamics.*

A survey of mathematical models employed in modern electrohydrodynamics of weakly conducting fluids is given. The models are described in the order of increasing complexity. Some results obtained in the framework of each model are presented. The models considered include: the model of a unipolarly charged medium consisting of a continuous carrier fluid and an admixture of charged particles of the same sign; a more sophisticated two-ion model containing two charged admixtures of opposite signs; and the model with three different kinds of ions. In the framework of the aforementioned models, it is possible to adequately interpret almost all experimental data related to electrohydrodynamic flows that can be found in the literature. Further elaboration of the model may be needed to simulate particular electrochemical processes without introducing averaged (“effective”) macroscopic parameters. Four basic phenomena of fluid electrization (generation of an uncompensated electric space charge in the fluid) are described and analyzed.

**Keywords:** electrohydrodynamics, electric field, weakly conducting fluid, mathematical model, electric space charge, electrochemical reactions, electrization.

## Литература

1. Гогосов В.В., Полянский В.А. Электродинамика: задачи и приложения, основные уравнения, разрывные решения // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. – М.: ВИНТИ, 1976. – Т. 10, С. 5–85.
2. Pankratieva I.L., Polyansky V.A. On discharge phenomena in nonpolar liquids // J. Electrostatics. – 2001. – V. 51–52. – P. 476–480.
3. Perez A.T., Castellanos A. Role of charge diffusion in finite-amplitude electroconvection // Phys. Rev. A. – 1989. – V. 40, No 10. – P. 5844–5855.
4. Fernandes D.V., Lee H.-D., Park S., Yong Kweon Suh. Electrohydrodynamic instability of dielectric liquid between concentric circular cylinders subjected to unipolar charge injection // J. Mech. Sci. Technol. – 2013. – V. 27, No 2. – P. 461–467.
5. Полянский В.А., Панкратьева И.Л. О некоторых особенностях нелинейной потери устойчивости в электродинамических течениях // Тез. докл. XVII школы-семинара «Современные проблемы аэродинамики». – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. – С. 102–103.
6. Гогосов В.В., Полянский В.А., Семенова И.П., Якубенко А.Е. Уравнения электродинамики и коэффициенты переноса в сильном электрическом поле // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1969. – № 2. – С. 31–45.
7. Vázquez P.A., Castellanos A. Numerical simulation of EHD flows using Discontinuous Galerkin Finite Element methods // Computers & Fluids. – 2013. – V. 84. – P. 270–278.
8. Traoré P., Wu J. On the limitation of imposed velocity field strategy for Coulomb-driven electroconvection flow simulations // J. Fluid Mech. – 2013. – V. 727. – P. R3-1–R3-12.
9. Wu J., Traore P., Vazquez P.A., Perez A.T. Onset of convection in a finite two-dimensional container due to unipolar injection of ions // Phys. Rev. E. – 2013. – V. 88. – Art. 053018, P. 1–9.
10. Faizullin R.T., Pankratieva I.L., Polyansky V.A., Sakharov V.I. On some electrohydrodynamic phenomena due to charge injection into a flow of a low-conductivity liquid // Conf. Record of 12 Int. Conf. on Conduction and Breakdown in Dielectric Liquids. – Roma, Italy, 1996. – P. 547–549.
11. Gogosov V.V., Polyansky V.A. Shock waves in electrohydrodynamics // Progr. Aerosp. Sci. – 1983. – V. 20, No 2–3. – P. 125–216.
12. Гогосов В.В., Полянский В.А. Разрывы в электродинамике // Прикл. матем. и механика. – 1971. – Т. 35, № 5. – С. 761–772.
13. Панкратьева И.Л., Полянский В.А. Моделирование электродинамических течений в слабопроводящих жидкостях // Прикл. матем. и техн. физика. – 1995. – Т. 36, № 4. – С. 36–44.
14. Панкратьева И.Л., Полянский В.А. Об ионизации электронно-возбужденных молекул сильным электрическим полем // Докл. РАН. – 2011. – Т. 437, № 5. – С. 617–620.
15. Вартанян А.А., Гогосов В.В., Полянский В.А., Полянский К.В., Шапошникова Г.А. Моделирование нестационарных процессов в каналах ЭГД-насосов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1994. – № 3. – С. 30–41.
16. Панкратьева И.Л., Полянский В.А. Волны плотности объемного заряда в слабопроводящих жидкостях // Докл. РАН. – 1999. – Т. 365, № 4. – С. 471–474.
17. Polyansky V.A., Pankratieva I.L. Electric current oscillations in low-conducting liquids // J. Electrostatics. – 1999. – V. 48, No 1. – P. 27–41.

18. *Touchard G.* Flow electrification of liquids // *J. Electrostatics.* – 2001. – V. 51–52. – P. 440–447.
19. *Bogachev D., Martemianov S., Paillat T.* Modelling of electrification in steady state and transient regimes // *J. Electrostatics.* – 2012. – V. 70, No 6. – P. 517–523.
20. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Электризация слабопроводящих жидкостей вблизи стенки // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* – 2006. – № 2. – С. 3–16.
21. *Прибылов В.Н.* Экспериментальное исследование тока электризации диэлектрических жидкостей в цилиндрической трубке // *Коллоидный журн.* – 1996. – Т. 58, № 4. – С. 524–527.
22. *Панкратьева И.Л.* Особенности электризации слабопроводящих сред при их течении в плоском канале, стенки которого имеют разные электрохимические свойства // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1 Матем., Механика.* – 2008. – С. 60–63.
23. *Van H., Lin B., Song Z.* Effect of electrical double layer on electric conductivity and pressure drop in a pressure-driven microchannel flow // *Biomicrofluidics.* – 2010. – V. 4, No 1. – P. 014104-1–014104-13.
24. *Полянский В.А., Панкратьева И.Л.* Об электровязком эффекте при электризации жидкостей в микроканалах // *Вестн. Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского.* – 2011. – № 4 (5). – С. 2430–2432.
25. *Daiguji H., Yang P., Szeri A., Majumdar A.* Electrochemomechanical Energy Conversion in Nanofluidic Channels // *Nano Lett.* – 2004. – V. 4, No. 12. – P. 2315–1331.
26. *Karnik R., Fan R., Yue M., Li D., Yang P., Majumdar A.* Electrostatic Control of Ions and Molecules in Nanofluidic Transistors // *Nano Lett.* – 2005. – V. 5, No 5. – P. 943–948.
27. *Postler T., Slovka Z., Svoboda M., Pribyl M., Snita D.* Parametrical studies of electroosmotic transport characteristics in submicrometer channels // *J. Colloid Interface Sci.* – 2008. – V. 320, No 1. – P. 321–332.
28. *Полянский В.А., Панкратьева И.Л.* Особенности течений вязких электризующихся жидкостей в наноразмерных каналах // «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей»: Сб. докл. X Междунар. науч. конф. – СПб.: СОЛО, 2012. – С. 76–78.
29. *Ватажгин А.Б., Улыбышев К.Е.* Модель формирования электрического тока выноса в каналах авиационных реактивных двигателей // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* – 2000. – № 5. – С. 139–148.
30. *Polyansky V.A., Pankratieva I.L.* Space charge generation in flows of weakly conductive media with large difference charged particles mobilities // *J. Electrostatics.* – 2008. – V. 66, No 7–8. – P. 432–437.
31. *Апфельбаум М.С., Полянский В.А.* Об образовании объемного заряда в слабопроводящих средах // *Магнитная гидродинамика.* – 1982. – № 1. – С. 71–76.
32. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* К расчету сил, действующих на слабопроводящую жидкость в электрическом поле // *Прикл. матем. и механика.* – 1985. – Т. 49, Вып. 5. – С. 766–773.
33. *Ryu J., Park H., Park J., Kang K.* New electrohydrodynamic flow caused by the onsager effect // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – V. 104, No 10. – Art. 104502, P. 1–4.
34. *Kim W., Ryu J., Suh Y., Hyoung K.* Pumping of dielectric liquids using non-uniform-field induced electrohydrodynamic flow // *Appl. Phys. Lett.* – 2011. – V. 99. – Art. 224102, P. 1–3.

35. *Аравин Г.С., Власов П.А., Карасевич Ю.К., Маколкин Е.В., Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Зондовый метод диагностики в плотной нестационарной покоящейся плазме при наличии неравновесных химических процессов // Химические реакции в неравновесной плазме. – М.: Наука, 1983. – С. 55–57.
36. *Власов П.А., Карасевич Ю.К., Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Методы исследования кинетики ионизации в ударных волнах // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. Электрон. журн. – 2008. – Т. 6. – С. 1–32. – URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2008-6/articles/286/>, свободный.
37. *Polyansky V.A., Pankratieva I.L.* Ionization of electronically excited molecules in hydrocarbon combustion under the action of a strong electric field // J. Electrostatics. – 2012. – V. 70, No 2. – P. 201–206.
38. *Kuprijanov S.* Ionization of Highly Excited Atoms and Ions of Noble Gases in an Electric Field and Near a Metallic Surface // JETP Lett. – 1967. – V. 5, No 8. – P. 197–200.
39. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Исследование механизма протекания тока в слабопроводящих жидкостях при наличии объемных и поверхностных электрохимических процессов // Труды МИАН. – 1998. – Т. 223. – С. 248–254.
40. *Polyansky V.A., Pankratieva I.L.* Multilayer charged structure in nonpolar dielectric liquids // J. Colloid Interface Sci. – 2000. – V. 230, No 2. – P. 306–311.
41. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Образование сильных электрических полей при течении жидкости в узких каналах // Докл. РАН. – 2005. – Т. 403, № 5. – С. 619–622.
42. *Монахов А.А., Полянский В.А., Панкратьева И.Л.* Электризация и свечение слабопроводящей жидкости в диэлектрическом канале // Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей: Сб. докл. X Междунар. науч. конф. – СПб.: СОЛО, 2012. – С. 24–26.
43. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Электризация слабопроводящих многокомпонентных жидкостей при ламинарном течении в плоском канале // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. Электрон. журн. – 2006. – Т. 4. – С. 1–22. – URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2006-4/articles/92/>, свободный.

Поступила в редакцию  
08.06.15

---

**Полянский Виталий Александрович** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией, НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия.

E-mail: [ilpan@imec.msu.ru](mailto:ilpan@imec.msu.ru)

**Панкратьева Ирина Леонидовна** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия.