УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 150, кн. 2 Физико-математические науки *2008*

УДК 530.145:535.14

ЛЭМБОВСКИЙ СДВИГ И ЕСТЕСТВЕННОЕ УШИРЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ АТОМОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ИНТЕНСИВНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ПОЛЕМ

Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина

Аннотация

Обсуждается взаимодействие атомов, подверженных воздействию интенсивного лазерного поля с собственным полем излучения. Показано, что в случае таких атомов может иметь место перекрывание энергетических уровней состояний с одинаковыми полным моментом J, его проекцией J_z и четностью. Выведена формула, описывающая форму естественного уширения спектральных линий, соответствующих переходам из перекрывающихся одетых состояний.

Ключевые слова: интенсивные лазерные поля, атомные состояния, одетые лазерным полем.

Введение

Экспериментальное открытие лэмбовского сдвига в атоме водорода оказало в свое время огромное влияние на ход развития квантовой электродинамики (КЭД). Вскоре после этого открытия теоретиками было предложено полное релятивистское вычисление лэмбовского сдвига с использованием перенормировок параметров теории, устраняющих ультрафиолетовые (УФ) расходимости, причем имело место великолепное согласие с экспериментом. Это привело к триумфу метода перенормировок в квантовой электродинамике и прочно укоренило его позицию в теории, вплоть до сегодняшних дней. Однако проблема УФ-расходимостей по большому счету остается неразрешенной до сих пор. С помощью метода перенормировок УФ-расходимости можно устранить в S-матрице и функциях Грина, но не в величинах, характеризующих временную эволюцию системы. Причина заключается в том, что операторы, которые необходимо включать в гамильтониан при перенормировке, приводят к расходимостям, возникающим при резком включении и выключении взаимодействия. Эти расходимости, которые называются поверхностными, не проявляют себя при описании S-матрицы, поскольку в этом случае предполагается, что измерение состояния системы проводится в бесконечно удаленном будущем, когда можно считать, что взаимодействие адиабатически выключается. Соответственно, проблемы, связанные с поверхностными расходимостями, не проявляются при описании лэмбовского сдвига энергетических уровней атомов, которые обычно наблюдаются в спектроскопических экспериментах, поскольку при этом используется метод адиабатической S-матрицы. Однако развитие новых технологий, в частности лазерных, позволяют изучать КЭД-эффекты в атомах, находящихся в экстремальных условиях. Это открывает новые возможности для проверки квантовой электродинамики. Большой интерес в этом контексте вызывает изучение лэмбовского сдвига в атомах, находящихся в поле интенсивного лазерного излучения. Взаимодействие атома с лазерным полем приводит к одеванию атомных состояний. В этом случае необходимо рассматривать не состояния изолированного атома, а состояния в системе атом плюс квантованное электромагнитное поле и их взаимодействие. Такие одетые состояния содержат атом в определенном состоянии и определенное число фотонов. Переходы между этими состояниями приводят к спектрам Моллоу. Принципиальным отличием состояний, одетых взаимодействием атома с лазерным излучением, от обычных атомных состояний заключается в том, что КЭД-поправки к их энергетическим уровням не могут быть определены с помощью теории адиабатической S-матрицы, и необходимы методы, в которых КЭД используется совместно с формализмом квантовой оптики. Впервые внимание к этой проблеме было обращено в работе [1], где было показано, что лэмбовский сдвиг линий спектра Моллоу не может быть объяснен в терминах лэмбовского сдвига линий атомов, которые обычно наблюдаются в спектроскопических экспериментах. В работе [2] была развита теория, позволяющая описывать лэмбовский сдвиг в атомах, одетых лазерным полем, с точностью до второго порядка теории возмущения. Вместе с тем представляется чрезвычайно важным рассмотреть эту проблему в четвертом порядке теории возмущения, поскольку имеются основания считать, что здесь мы столкнемся с проблемой неперенормируемости КЭД. Дело в том, что как будет показано в данной работе, в случае атомов, одетых взаимодействием с лазерным излучением, имеет место перекрывание энергетических уровней с одинаковыми полным моментом J, его проекцией J_z и четностью. В этом случае форма естественного уширения является нелоренцевской, и для ее описания необходимо строить оператор эволюции, описывающий динамику системы. Таким образом, форма естественного уширения таких спектральных линий непосредственно связана с закономерностями временной эволюции атомной системы. Однако, как мы отмечали выше, теория перенормировок КЭД не позволяет устранить УФ-расходимости из величин, характеризующих временную эволюцию атомной системы, и, следовательно, она не позволяет устранить эти расходимости из величин, характеризующих естественное уширение спектральных линий. Целью данной работы является исследование взаимодействия атомов, одетых интенсивным лазерным полем излучения, и проблемы описания естественного уширения спектральных линий в случае перекрывания энергетических уровней состояний с одинаковыми главными квантовыми числами.

1. Штарковский сдвиг одетых лазерным полем состояний атома

Рассмотрим систему, которая состоит из атома, взаимодействующего с лазерным полем и вакуумными модами. Гамильтониан такой системы имеет следующий вид:

$$H = H_0 + H_{AF} = H_A + H_F + H_{AF},$$

где

$$H_A = \sum \omega_i |i\rangle\langle i|, \quad H_F = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \omega_{\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{k}\lambda} a_{\mathbf{k}\lambda}.$$

Здесь ω_i – собственная частота атома (индекс i включает в себя все квантовые числа атома), $\omega_{\mathbf{k}}$ – частота моды, $a^+_{\mathbf{k}\lambda}$ и $a_{\mathbf{k}\lambda}$ – операторы рождения и уничтожения фотонов с импульсом $\mathbf{k}$ и поляризацией λ и H_{AF} – гамильтониан взаимодействия атома с электромагнитным полем:

$$\begin{aligned} H_{AF} &\approx -q\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}, \qquad (1)\\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_L + \mathbf{E}_R, \end{aligned}$$

с операторами электрического поля $\mathbf{E}_L$ для лазерной моды, и $\mathbf{E}_R$ – для всех остальных мод:

$$\mathbf{E}_L = \sqrt{\frac{\omega_L}{2V}}\vec{\varepsilon}_L[a_L + a_L^+], \qquad \mathbf{E}_R = \sum_{\mathbf{k}\lambda\neq L}\sqrt{\frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2V}}\vec{\varepsilon}_\lambda(\mathbf{k})[a_{\mathbf{k}\lambda} + a_{\mathbf{k}\lambda}^+],$$

где V – объем квантования, $\vec{\varepsilon}_L$ и $\vec{\varepsilon}_\lambda(\mathbf{k})$ – векторы поляризации. В соотношении (1) используется дипольное приближение.

Рассмотрим процесс одевания состояний атома лазерным полем. Мы будем рассматривать случай, когда частота лазерной моды ω_L близка к частоте перехода $\omega_R = \omega_e - \omega_g$ между двумя атомными состояниями: $\omega_L \approx \omega_R$. Мы будем называть состояние $|e\rangle$ возбужденным состоянием атома, а состояние $|g\rangle$ – основным. Таким образом, нас будут интересовать переходы между состояниями $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$, поэтому достаточно рассматривать двумерное гильбертово пространство, натянутое на эти векторы. В этом случае гамильтониан свободного атома можно представить в следующем виде:

$$H_A = \omega_g|g\rangle\langle g| + \omega_e|e\rangle\langle e|,$$

а гамильтониан взаимодействия атома с лазерным полем $H_L = -q\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}_L$ можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} H_L = -q\sqrt{\frac{\omega_L}{2V}}\mathbf{r}\cdot\vec{\varepsilon}_L[a_L + a_L^+] = \\ = -\{|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|\}\left(q\sqrt{\frac{\omega_L}{2V}}\mathbf{r}\cdot\vec{\varepsilon}_L[a_L + a_L^+]\right)\{|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|\} = \\ = \{|g\rangle g_L\langle e| + |e\rangle g_L^*\langle g|[a_L + a_L^+], \end{aligned}$$

где g_L – константа взаимодействия атома с лазерным полем, которая имеет следующий вид:

$$g_L = -q\sqrt{\frac{\omega_L}{2V}}\langle g|\mathbf{r}\cdot\vec{\varepsilon}_L|e\rangle.$$

В приближении вращающейся волны

$$H_L = H_L^{(RWA)} = g_L\left(a_L|g\rangle\langle e| + a_L^+|e\rangle\langle g|\right).$$

Проецируя на возможное число n фотонов в лазерной моде, гамильтониан взаимодействия атома с лазерным полем можно представить виде:

$$H_L^{(RWA)} = \sum_n\left(|g,n+1\rangle\langle e,n| + a_L^+|e,n\rangle\langle g,n+1|\right)g_L\sqrt{n+1}.$$

Теперь перейдем к так называемым одетым состояниям, которые определяются как собственные состояния атома, взаимодействующего с лазерным полем. Одетые состояния являются собственными состояниями гамильтониана

$$H_{RWA} = \omega_g|g\rangle\langle g| + \omega_e|e\rangle\langle e| + g_L\left(a_L|g\rangle\langle e| + a_L^+|e\rangle\langle g|\right).$$

Этот гамильтониан можно представить с помощью матрицы

$$H_{RWA} = \begin{pmatrix}\omega_R + n\omega_L & g_L\sqrt{n+1}\\ g_L\sqrt{n+1} & (n+1)\omega_L\end{pmatrix} \tag{2}$$

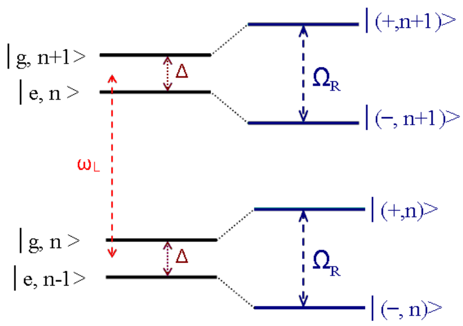

Рис. 1. Схематическая диаграмма, показывающая связь между голыми и одетыми лазерным полем состояниями атома

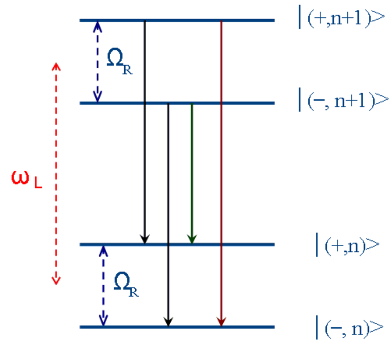

Рис. 2. Переходы между одетыми лазерным полем состояниями атома, приводящие к спектру Моллоу

в представлении состояний $|e,n\rangle, |g,n+1\rangle$. Диагонализируя матрицу (2), можно получить вид одетых состояний

$$|(+,n)\rangle = \cos\theta_n|e,n\rangle + \sin\theta_n|g,n+1\rangle,$$
$$|(-,n)\rangle = -\sin\theta_n|e,n\rangle + \cos\theta_n|g,n+1\rangle,$$

которые представлены также на рис. 1.

Параметр перемешивания θ_n связан с частотой Раби $\Omega_n = 2g_L\sqrt{n+1}$ выражением

$$\mathrm{tg}(2\theta_n) = -\Omega_n/\Delta,$$

где расстройка $\Delta = \omega_L - \omega_R$. Энергии одетых лазерным полем состояний атома определяются по формуле

$$E_{\pm,n} = (n+1/2)\omega_L + \omega_R/2 \pm \Omega_R/2,$$

где $\Omega_R = \sqrt{\Omega_n^2 + \Delta^2}$. Благодаря возможным переходам между одетыми состояниями $|(\pm,n+1)\rangle \to |(\pm,n)\rangle$ (см. рис. 2), мы имеем дело со спектром Моллоу:

$$E_{+,n+1} - E_{+,n} = \omega_L, \qquad E_{-,n+1} - E_{-,n} = \omega_L,$$
$$E_{+,n+1} - E_{-,n} = \omega_L + \Omega_R, \qquad E_{-,n+1} - E_{+,n} = \omega_L - \Omega_R.$$

2. Взаимодействие атомов, одетых интенсивным лазерным полем, с собственным полем излучения

Перейдем к изучению лэмбовского сдвига одетых лазерным полем состояний атома, обусловленного взаимодействием атома с вакуумными модами. Для этого введем оператор Грина электрона, взаимодействующего с полем ядра и резонансными фотонами:

$$G_0(z) = \sum_m \frac{|m\rangle\langle m|}{z - E_m}.$$

Здесь m описывает полный набор дискретных и непрерывных переменных полностью характеризующих состояние системы $|m\rangle$. Такое представление для «свободного» оператора Грина отличается от обычного представления Фарри, в котором в качестве базисных векторов в фоковском пространстве используются векторы, описывающие состояния электронов и позитронов, взаимодействующих с полем ядра (эти состояния определяются из решения уравнения Дирака) тем, что как «свободные» рассматриваются также одетые состояния электронов, связанных в атоме с резонансными фотонами:

$$G_0(z) = \sum_{m,n} \frac{|(+,n);m\rangle\langle(+,n);m|}{z - E_{+,n} - E_m} + \sum_{m,n} \frac{|(-,n);m\rangle\langle(-,n);m|}{z - E_{-,n} - E_m} + \sum_{m'} \frac{|m'\rangle\langle m'|}{z - E_{m'}},$$

где $|(\pm,n);m\rangle$ есть тензорное произведение вектора $|(\pm,n)\rangle$, являющегося базисным вектором в подпространстве одетых состояний, и вектора $|m\rangle$ – базисного вектора в полном пространстве Фока. Подпространство, натянутое на эти вектора, описывает состояния системы, содержащие хотя бы один электрон в одетом состоянии. Векторы $|m'\rangle$ являются базисными векторами в подпространстве состояний, которые не содержат ни одного электрона в одетом состоянии. Отметим, что векторы $|m'\rangle$ совпадают с соответствующими базисными векторами в представлении Фарри.

Для определения лэмбовского сдвига энергетических состояний $|(\pm,n)\rangle$ построим гриновский оператор с учетом взаимодействия атома с нерезонансными модами. При этом мы будем считать атом одноэлектронным. В лидирующем порядке (второй порядок теории возмущений КЭД) взаимодействие с собственным полем излучения описывается «массовым» оператором

$$\langle m_2|\Sigma^{(2)}(z)|m_1\rangle = \langle m_2|H_R G_0(z) H_R|m_1\rangle,$$

где оператор H_R описывает взаимодействие атома со всеми модами, за исключением лазерной:

$$H_R = \int d^3x j_\mu(\mathbf{x},0) A^\mu(\mathbf{x},0).$$

Здесь $j_\mu(x)$ – оператор тока и $A_\mu(x)$ – потенциал электромагнитного поля. Суммируя вклады от этой амплитуды, получаем:

$$G^{(2)}(z) = G_0(z) + G_0(z)\Sigma^{(2)}(z)G_0(z) + \\ + G_0(z)\Sigma^{(2)}(z)G_0(z)\Sigma^{(2)}(z)G_0(z) + \cdots = \sum_m \frac{|m\rangle\langle m|}{z - E_m - \langle m|\Sigma^{(2)}(z)|m\rangle}.$$

Оператор $G^{(2)}(z)$ – это гриновский оператор с точностью до α. Значение лэмбовского сдвига определяется положением полюса амплитуды $\langle m|G^{(2)}(z)|m\rangle$.

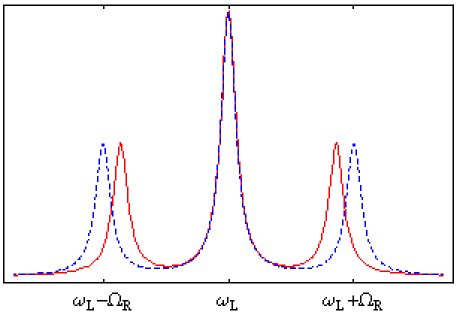

Рис. 3. Спектр Моллоу без учета лэмбовского сдвига (пунктирная линия) и с учетом лэмбовского сдвига (сплошная линия). Параметры выбраны для перехода $|100\rangle \to |211\rangle$ (здесь используется обозначение $|nlm\rangle$) водородоподобного атома с $Z = 30$, $\Delta = 100\Gamma$, $\Omega = 100\Gamma$, ширина линии $\Gamma = \alpha(Z\alpha)^4 m$, $\omega_L = (Z\alpha)^2 m$

Используя это условие, для лэмбовского сдвига ΔL_m с точностью до α получаем:

$$\Delta L_m^{(2)} = \langle m|\Sigma^{(2)}(E_m)|m\rangle = \langle m|H_R G_0(E_m) H_R|m\rangle.$$

Вычисление лэмбовского сдвига одетых состояний в этом порядке (второй порядок теории возмущений КЭД) было выполнено в работе [1], результаты которого представлены на рис. 3

В четвертом порядке теории возмущений (с точностью до α^2) взаимодействие с собственным полем излучения описывается следующей амплитудой:

$$\langle m_1|\Sigma^{(4)}(z)|m_1\rangle = \sum_{m\neq m_1} \langle m_1|\Sigma^{(2)}(z)|m\rangle\langle m|G_2(z)|m\rangle\langle m|\Sigma^{(2)}(z)|m_1\rangle.$$

Значение лэмбовского сдвига с точностью до α^2 определяется положением полюса амплитуды $\langle m|G^{(4)}(z)|m\rangle$:

$$\Delta L_m^{(4)} = \sum_{m_1\neq m} \frac{\langle m|\Sigma^{(2)}(E_m)|m_1\rangle\langle m_1|\Sigma^{(2)}(E_m)|m\rangle}{E_m + \Delta L_m^{(2)} - E_{m_1} - \Delta L_{m_1}^{(2)}}, \tag{3}$$

где $|m_1\rangle$ – вектор состояния атома. Таким образом, для поправки четвертого порядка к лэмбовскому сдвигу линий спектра Моллоу мы получаем [3]

$$\Delta L_{+,n}^{(4)} = \frac{\langle(+,n)|\Sigma^{(2)}(E_{+,n})|(-,n)\rangle\langle(-,n)|\Sigma^{(2)}(E_{+,n})|(+,n)\rangle}{E_{+,n} + \Delta L_{+,n}^{(2)} - E_{-,n} - \Delta L_{-,n}^{(2)}}. \tag{4}$$

Здесь мы пренебрегли всеми промежуточными состояниями за исключением $|(-,n)\rangle$, которые вносят наиболее существенный вклад в данную поправку.

Рассмотрим теперь естественное уширение спектральных линий, соответствующих переходам из состояний $|(\pm,n)\rangle$. В секулярном пределе, когда Ω много больше естественной ширины этих линий, контуры этих линий являются лоренцевскими. Ситуация кардинально изменяется в случае, когда происходит перекрывание энергетических уровней состояний $|(+,n)\rangle$ и $|(-,n)\rangle$. Такая ситуация имеет место, когда $\Omega \sim \Gamma_m$, где Γ_m – ширина энергетического уровня состояния $|(\pm,n)\rangle$, которая во втором порядке определяется соотношением $\Gamma_m^{(2)} = -2Im L_m^{(2)}$. В этом случае контуры спектральных линий уже не являются лоренцевскими. Рассмотрим спектральные линии соответствующие переходам из состояний $|(\pm,n)\rangle$ в некоторое состояние $|f,n\rangle$, где $|f\rangle$ – состояние, которое отличается от состояний $|e\rangle$ и $|g\rangle$ (теперь мы рассматриваем трехуровневую систему). В этом случае для контура спектральной линии соответствующей переходу из состояния $|(\pm,n)\rangle$ в $|f,n\rangle$ дается формулой

$$\frac{dW_{(+,n)\to(f,n)}}{d\omega} = \\ = A\omega\sum_{\lambda}\int d\Omega_k \left|\frac{\langle(f,n);\mathbf{k},\vec{\varepsilon}_\lambda|H_I|(+,n)\rangle + \dfrac{\langle(f,n);\mathbf{k},\vec{\varepsilon}_\lambda|H_I|(-,n)\rangle\Sigma_{32}^{(2)}(z)}{E_{f,n}+\omega-E_{-,n}-\Sigma_{33}^{(2)}(z)}}{E_{f,n}+\omega-E_{+,n}-\Sigma_{22}^{(2)}(z)-\dfrac{\Sigma_{23}^{(2)}(z)\Sigma_{32}^{(2)}(z)}{E_{f,n}+\omega-E_{-,n}-\Sigma_{33}^{(2)}(z)}}\right|^2, \quad (5)$$

$$\frac{dW_{(-,n)\to(f,n)}}{d\omega} = \\ = A\omega\sum_{\lambda}\int d\Omega_k \left|\frac{\langle(f,n);\mathbf{k},\vec{\varepsilon}_\lambda|H_I|(-,n)\rangle + \dfrac{\langle(f,n);\mathbf{k},\vec{\varepsilon}_\lambda|H_I|(+,n)\rangle\Sigma_{23}^{(2)}(z)}{E_{f,n}+\omega-E_{-,n}-\Sigma_{22}^{(2)}(z)}}{E_{f,n}+\omega-E_{-,n}-\Sigma_{33}^{(2)}(z)-\dfrac{\Sigma_{32}^{(2)}(z)\Sigma_{23}^{(2)}(z)}{E_{f,n}+\omega-E_{+,n}-\Sigma_{22}^{(2)}(z)}}\right|^2, \quad (6)$$

где

$$\Sigma_{22}^{(2)}(z) = \langle(+,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(+,n)\rangle, \qquad \Sigma_{33}^{(2)}(z) = \langle(-,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(-,n)\rangle$$
$$\Sigma_{23}^{(2)}(z) = \langle(+,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(-,n)\rangle \qquad \Sigma_{32}^{(2)}(z) = \langle(-,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(+,n)\rangle.$$

Эти выражения для контура линии по форме совпадают с выражениями для вероятности излучения в трехуровневой системе в обычных атомах (при отсутствии лазерного поля), которые были получены в работе [4]. В этой работе было показано, что если в атомах могло бы иметь место перекрывание энергетических уровней состояний с одинаковыми полным моментом J, его проекцией J_z и четностью, то форма контура естественного уширения соответствующих спектральных линий существенно отличалась бы от лоренцевской. В этом случае можно было бы надеяться, что контуры уширения таких спектральных линий могли бы дать принципиально новую информацию о фундаментальных свойствах электромагнитного взаимодействия. Однако не удалось найти таких состояний даже у многозарядных ионов. В этом контексте представляется чрезвычайно важным, что такие условия могут быть реализованы для атомных состояний, одетых лазерным полем. Изменяя параметры этого поля, мы можем варьировать степень перекрывания этих энергетических уровней.

Заключение

Мы рассмотрели взаимодействие атома, одетого интенсивным полем лазерного излучения, с вакуумом и вывели формулу для лэмбовского сдвига его энергетических уровней, позволяющую определять его с точностью до α^2. Наиболее важной особенностью таких одетых атомов является то, что для определенных параметров поля лазерного излучения энергетические уровни $|(+,n)\rangle$ и $|(-,n)\rangle$ могут перекрываться. Существенным в этом случае является то, что эти состояния имеют одинаковые главные квантовые числа, и, как следствие, между ними могут иметь место безызлучательные переходы. В этом случае форма уширения спектральных линий не является лоренцевской, то есть при перекрывании этих линий мы не получаем сумму двух лоренцевских контуров. Это следует из полученных нами формул (5) и (6), которые описывают контуры естественного уширения спектральных линий, соответствующих переходам $|(+,n)\rangle \to |f,n\rangle$ и $|(-,n)\rangle \to |f,n\rangle$. Следует особо отметить, что амплитуду $\langle(\pm,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(\pm,n)\rangle$, описывающую взаимодействие атома в одетом состоянии $|(\pm,n)\rangle$ с вакуумом, можно перенормировать только при $z = E_{+,n}$ $(z = E_{-,n})$. Однако, как это следует из уравнений (5) и (6), для определения контуров естественного уширения упомянутых выше спектральных линий мы должны знать функции $\langle(+,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(+,n)\rangle$ и $\langle(-,n)|\Sigma^{(2)}(z)|(-,n)\rangle$ не только при $z = E_{+,n}$ и $z = E_{-,n}$, но и при других значениях в пределах контура линии. Это означает, что при описании естественного уширения спектральных линий атома, одетого интенсивным лазерным полем, могут проявляться неперенормируемые ультрафиолетовые расходимости, и, следовательно, экспериментальное исследование контуров этих линий могут позволить получить принципиально новую информацию о фундаментальных свойствах электромагнитного взаимодействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2965.2008.2).

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina. Lamb Shift and Natural Broadening of Spectral Lines of Atoms Subject to an Intense Laser Field Impact.

The article views the interaction of atoms which are subject to an intense laser field with own radiation field. In case of such atoms, energy levels of states with the same values of total angular momentum J, its projection J_z, and parity may overlap. Finally, an expression is derived for the natural broadening of spectral line profiles corresponding to transitions from overlapping laser-dressed states.

Key words: intense laser fields, laser-dressed atomic states.

Литература

1. *Jentshura U.D. et al.* Lamb shift of laser-dressed atomic states // Phys. Rev. Lett. – 2003. – V. 91. – Art. 253601.
2. *Jentshura U.D., Keitel C.H.* Radiative corrections in laser-dressed atoms: formalism and applications // Ann. Phys. – 2004. – V. 310. – P. 1–55.
3. *Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А.* Лэмбовский сдвиг в атомах, взаимодействующих с интенсивным лазерным полем // Изв. РАН. Сер. физ. – 2008. – Т. 72, № 5. – С. 774–776.
4. *Гайнутдинов Р.Х.* Естественное уширение спектральных линий многозарядных ионов и проблема поверхностных расходимостей // ЖЭТФ. – 1995. – Т. 108. – С. 1600–1613.

Поступила в редакцию
10.03.08

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*