

УДК 539.376

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ СПЛАВОВ С ПОНИЖЕННОЙ СОПРОТИВЛЯЕМОСТЬЮ ДЕФОРМАЦИЯМ ПОЛЗУЧЕСТИ В СДВИГОВОМ НАПРАВЛЕНИИ

И.А. Банщикова, И.Ю. Цвелодуб, Д.М. Петров

Аннотация

Численное моделирование показало, что при кручении сплошных круглых образцов, вырезанных в продольном направлении плиты из сплава с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении под углом 45° к направлению нормали плиты, возникает депланация поперечного сечения, что визуально в экспериментах проявляется в виде спиралевидных линий. Из результатов расчетов следует незначительность влияния пониженной сопротивляемости деформациям ползучести в поперечно-сдвиговом направлении при кручении гладких пластин, а также ускорение процесса кручения орбренных пластин при увеличении толщины основания и высоты ребер по сравнению с расчетами в изотропной постановке.

Ключевые слова: ползучесть, кручение стержня, изгиб, орбренные пластины, трансверсально-изотропный сплав, напряжение сдвига.

Большинство современных материалов обладает свойством анизотропии при ползучести. Анизотропия может являться следствием неоднородности материала, что характерно, например, для композитов, или возникнуть после таких процессов технологической обработки, как прокатка или прессование. Исследования в этой области зачастую ограничиваются построением моделей. Численная и экспериментальная проверка анизотропных моделей в условиях сложного напряженного состояния требует значительных временных и материальных затрат. Достаточно детальные исследования анизотропной среды при ползучести, опубликованные в последнее время, можно найти в работах авторов [1–4].

В [5–7] приведены экспериментальные данные и результаты расчетов для задач кручения и изгиба пластин из трансверсально-изотропных сплавов с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении толщины. Для пластин из сплава В95пчТ2 при $T = 180^\circ\text{C}$ (толщина плиты 8.7 мм) получено замедление процесса их деформирования в знакопеременную седлообразную поверхность и ускорение процесса деформирования в поверхность цилиндрической формы и в поверхность двойной положительной кривизны по сравнению с расчетами в изотропной постановке.

В [8] для сплава В95пчТ2 при $T = 180^\circ\text{C}$ (толщина плиты 50 мм) на основании проведенных экспериментов на растяжение и сжатие установлена существенная анизотропия и разносопротивляемость при ползучести, а также определено самое слабое направление под углом 45° к нормали плиты. В этой работе приведены результаты экспериментов по исследованию ползучести при постоянных напряжениях σ на растяжение образцов в продольном (вдоль проката), поперечном направлениям и по нормали к плите, на сжатие в продольном направлении и на

растяжение образцов, вырезанных под углом 45° к направлению нормали плиты. Для аппроксимации экспериментальных данных на установившейся стадии использована степенная зависимость для скоростей деформаций ползучести $\eta = \dot{\varepsilon}^c = B\sigma^n$ и получены следующие значения коэффициентов: $B_O = 6.3 \cdot 10^{-31} \text{ МПа}^{(-n)}\text{с}^{-1}$ – для продольного, поперечного направлений и направления по нормали к плите при растяжении; $B_\Delta = 3.9 \cdot 10^{-30} \text{ МПа}^{(-n)}\text{с}^{-1}$ – для направления под углом 45° к нормали плиты на растяжение; $B_\bullet = 2 \cdot 10^{-31} \text{ МПа}^{(-n)}\text{с}^{-1}$ – для продольного направления плиты при сжатии. Показатель ползучести $n = 10$ одинаков для всех направлений и не зависит от знака прикладываемой нагрузки. Видно, что интенсивности процесса для продольного направления на растяжение и сжатие отличаются более чем в три раза. Сравнение результатов экспериментов на растяжение для образцов, вырезанных под углом 45° к направлению нормали плиты, с результатами экспериментов на растяжение для продольного, поперечного направлений и по нормали к плите показывает увеличение интенсивности процесса ползучести почти в 6 раз.

При произвольном напряженном состоянии процесс ползучести можно описать в виде $\eta_{ij} = \partial\Phi/\partial\sigma_{ij}$, $\Phi = T^{n+1}/(n+1)$, где η_{ij}, σ_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций ползучести и напряжений; Φ – скалярная потенциальная функция тензора напряжений; функция T для ортотропного несжимаемого материала в системе координат, оси которой совмещены с главными осями анизотропии, имеет вид [9]

$$T(\sigma_{ij}) = (A_{11}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + A_{22}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + A_{33}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2A_{12}\sigma_{12}^2 + 2A_{23}\sigma_{23}^2 + 2A_{31}\sigma_{31}^2)^{0.5}.$$

Коэффициенты квадратичных форм A_{ij} определяются следующим образом:

$$2A_{11} = B_2^m + B_3^m - B_1^m, \quad 2A_{12} = 4B_{12}^m - A_{11}^m - A_{22}^m.$$

Остальные коэффициенты и компоненты скоростей деформаций ползучести получаются циклической перестановкой индексов. Здесь B_1, B_2, B_3 – характеристики одномерной ползучести в трех главных направлениях; B_{12}, B_{23}, B_{31} – аналогичные характеристики в трех направлениях вдоль осей в системе координат, полученной поворотом исходной системы координат на 45° ; $m = 2/(n+1)$. Для скоростей деформаций ползучести имеем

$$\eta_{11} = T^{n-1} \left((A_{22} + A_{33})\sigma_{11} - A_{33}\sigma_{22} - A_{22}\sigma_{33} \right), \quad \eta_{12} = 2T^{n-1}A_{12}\sigma_{12}.$$

1. Кручение стержней

Решение задач кручения стержней произвольного поперечного сечения в условиях ползучести с использованием методов конечно-элементной дискретизации и конечно-разностной аппроксимации для изотропных сплавов получено в [10, 11]. В [12] для изотропной среды рассмотрены различные приближенные методы, в том числе метод комбинирования решений упругой и идеально-пластической задач. Подробному анализу кручения анизотропных упругих стержней посвящена работа [13], в ней приведено также аналитическое решение для стержня эллиптического сечения, впервые полученное Сен-Венаном. Соотношения идеальнопластической анизотропии при кручении исследуются в работе авторов [14]. Ввиду физической нелинейности получение решения задачи кручения при анизотропной ползучести даже для стержня круглого поперечного сечения возможно только приближенно.

При кручении стержня произвольного поперечного сечения скорости деформаций ползучести связаны с напряжениями следующими соотношениями:

$$\eta_{23} = \dot{W}_{,2} + \theta x_1 = 2T^{n-1} A_{23} \sigma_{23}, \quad \eta_{13} = \dot{W}_{,1} - \theta x_2 = 2T^{n-1} A_{31} \sigma_{31},$$

где $T = (2A_{23}\sigma_{23}^2 + 2A_{31}\sigma_{31}^2)^{0.5}$; $W(x_1, x_2)$ – смещение точек поперечного сечения (депланация) в направлении оси x_3 вдоль стержня, возникающее при кручении; θ – скорость погонного угла закручивания.

После введения функции напряжений $F(x_1, x_2)$ такой, что $\sigma_{13} = \partial F / \partial x_2$, $\sigma_{23} = -\partial F / \partial x_1$, уравнение равновесия для стержня со свободными торцами $\partial \sigma_{31} / \partial x_1 + \partial \sigma_{23} / \partial x_2 = 0$ удовлетворяется тождественно, а из условия совместности скоростей деформаций ползучести вытекает условие

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(2A_{23} T^{n-1} \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(2A_{31} T^{n-1} \frac{\partial F}{\partial x_2} \right) = -2\theta. \quad (1)$$

Крутящий момент есть

$$M = 2 \iint F dx_1 dx_2.$$

Напряжения и T в цилиндрических координатах переписутся в виде

$$\sigma_{rz} = r^{-1} (\partial F / \partial \varphi), \quad \sigma_{\varphi z} = -(\partial F / \partial r),$$

$$T = \left(\left(\frac{\partial F}{\partial r} \right)^2 (2A_{31} \sin^2 \varphi + 2A_{23} \cos^2 \varphi) + \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi} \right)^2 (2A_{31} \cos^2 \varphi + 2A_{23} \sin^2 \varphi) / r^2 + \frac{\partial F}{\partial r} \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) \sin \varphi \cos \varphi (2A_{31} - 2A_{23}) / r \right)^{0.5}.$$

При кручении сплошных круглых образцов из изотропного материала депланация сечения отсутствует, поскольку $2A_{31} = 2A_{23} = 3B^m$ и для всех направлений $B = B_0$, решение (1) с граничным условием $F(a) = 0$ на установившейся стадии ползучести запишется в виде [12]

$$F = \frac{3 + 1/n}{1 + 1/n} \frac{M}{2\pi a^2} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{1+1/n} \right), \quad \theta = (\sqrt{3})^{n+1} \frac{B}{a} \left(\frac{3 + 1/n}{2\pi a^3} M \right)^n, \quad (2)$$

a – радиус поперечного сечения стержня.

При численном моделировании как изотропного, так и анизотропного материала были протестированы два конечных элемента комплекса ANSYS с активацией опции Hill команды ТВ: балочный элемент BEAM189 и трехмерный элемент SOLID45. Расчеты проводились только с учетом свойств материала на растяжение.

Для стержня радиуса $a = 0.02$ м, длиной 0.1 м (крутящий момент $M = 3500$ Н·м, коэффициент Пуассона $\nu = 0.4$, модуль Юнга $E = 55000$ МПа, время закручивания $t = 600$ с) полный угол закручивания без учета упругой составляющей, вычисленный согласно (2) в предположении, что сплав изотропен, составил 0.18 рад; угол закручивания, рассчитанный с использованием элемента BEAM189, получился равным 0.19 рад. На рис. 1 *a, б* изображены изолинии напряжений σ_{13}, σ_{23} (МПа) соответственно.

Для образца, вырезанного в продольном направлении плиты x_3 (совпадает с направлением z на рис. 2) из сплава с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении под углом 45° к направлению нормали плиты (нормаль

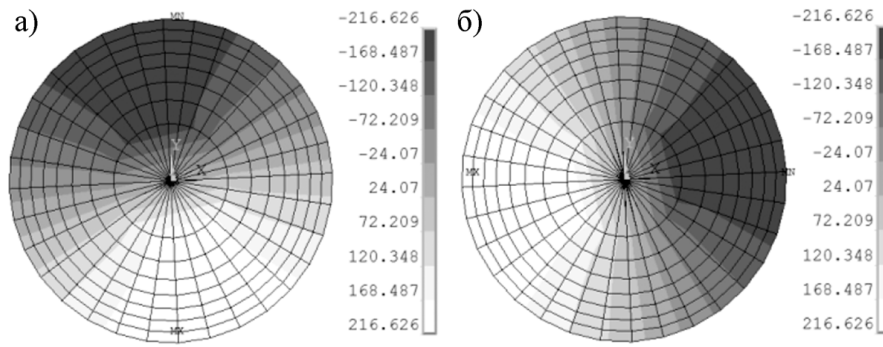


Рис. 1. Изолинии напряжений σ_{13} (а), σ_{23} (б) при кручении стержня из изотропного сплава

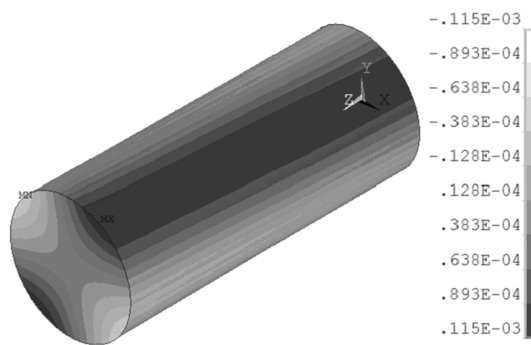


Рис. 2. Изолинии смещений (депланации) в направлении оси z при $t = 100$ с

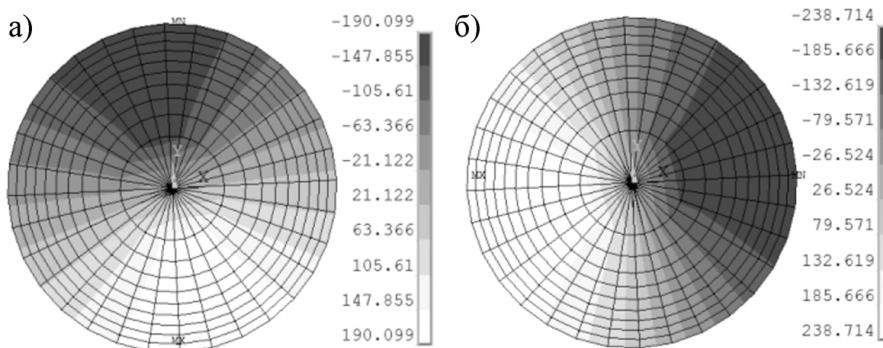


Рис. 3. Изолинии напряжений σ_{13} (а), σ_{23} (б) при кручении стержня вырезанного в продольном направлении из трансверсально-изотропной плиты

совпадает с осью x_2 и направлением y на рис. 2), то есть при $B_1 = B_2 = B_3 = B_{31} = B_0$, $B_{12} = B_{23} = B_\Delta$, угол закручивания, вычисленный с использованием элемента BEAM189, составил 0.5 рад. Расчеты показали, что при этом появляется смещение точек поперечного сечения в направлении оси z , то есть депланация сечения (рис. 2), которая визуальна на поверхности экспериментальных образцов проявляется в виде спиралевидных линий [15]. Отметим, что депланация подобного вида возникает при кручении упругих анизотропных стержней [13]. На рис. 3 а, б изображены изолинии напряжений σ_{13} , σ_{23} (МПа) соответственно.

Несложно также выписать решение для задачи кручения стержня круглого поперечного сечения, вырезанного в направлении по нормали к плите из трансверсально-изотропного сплава, то есть при $B_1 = B_2 = B_3 = B_{31} = B_O$, $B_{12} = B_{23} = B_\Delta$:

$$\theta = (2A_{12})^{(n+1)/2} \frac{1}{a} \left(\frac{3 + 1/n}{2\pi a^3} M \right)^n. \quad (3)$$

Угол закручивания стержня, вычисленный по формуле (3), составил 1.77 рад, рассчитанный методом конечных элементов – 1.65 рад. Значения и изолинии напряжений в этом случае почти совпадают с изображенными на рис. 1 *а, б*. Депланация сечения у образцов, вырезанных по нормали, отсутствует, а на поверхности линии-засечки при кручении остаются параллельными поперечным сечениям, как при деформировании стержня из изотропного материала [15].

Расчеты показывают наличие существенного влияния пониженной сопротивляемости деформациям ползучести в сдвиговом направлении при кручении стержней, при этом угол закручивания может отличаться на порядок по сравнению с углом, рассчитанным в изотропной постановке. Отметим, что результаты расчетов с использованием элементов BEAM189 и SOLID45 немного различаются, но имеют сходный вид распределения напряжений. Отличие в расчетах, по всей видимости, связано с особенностями задания граничных условий (совместно с SOLID45 применяются вспомогательные оболочечные элементы SHELL181). Моделирование выполнено в геометрически-линейной постановке, при угле закручивания 0.5 рад деформации составили порядка 10%, поэтому при больших углах закручивания вычисления необходимо выполнять с учетом геометрической нелинейности.

2. Кручение гладких и оребренных пластин

При решении задач изгиба изотропных пластин влияние поперечных касательных напряжений, как правило, не существенно и проявляется в зонах вблизи кромок и отверстий. В случае анизотропного материала это влияние может оказаться значительным [16]. На рис. 4. *а* представлены результаты расчетов ($t = 1$ ч) с использованием элемента SOLID45 кривизны вдоль диагонали для квадратной гладкой пластины с стороной 180 мм и толщиной $h = 20$ мм, скручиваемой четырьмя силами $F = 32$ кН, приложенными в углах, в знакопеременную седлообразную поверхность для изотропного материала (линии 1, 3) и материала с учетом слабого направления под углом 45° к направлению нормали (линии 2, 4). В данном случае направления нормали к плите x_3 и нормали к пластине z совпадают. Линии 1, 2 и 3, 4 соответствуют расчетам в геометрически линейной и нелинейной постановках. Кривизна вычислялась по прогибу вдоль диагонали по центру на базе 100 мм. Результаты вычислений свидетельствуют о том, что процесс деформирования пластины с учетом слабого поперечно-сдвигового направления происходит на 14% (линии 1, 2) и 5% (линии 3, 4) быстрее по сравнению с процессом деформирования пластины из изотропного материала. Значительный вклад в процесс деформирования оказывают деформации срединной поверхности. С уменьшением толщины пластины влияние такого рода анизотропии падает [17]. На рис. 4. *б* приведены распределения касательного напряжения σ_{23} на кромках гладкой пластины $h = 20$ мм.

Аналогичные расчеты выполнены для задач кручения квадратных оребренных пластин четырьмя силами F , приложенными в углах (рис. 5). Размер стороны пластины равен 180 мм, ребра имеют диагональную ориентацию с шагом по диагоналям 42.5 мм, ширина ребер 3 мм. Рассмотрены случаи для толщины пластины h и высоты ребер h_r :

- 1) $h = 4$ мм, $h_r = 4$ мм, $F = 2.8$ кН;

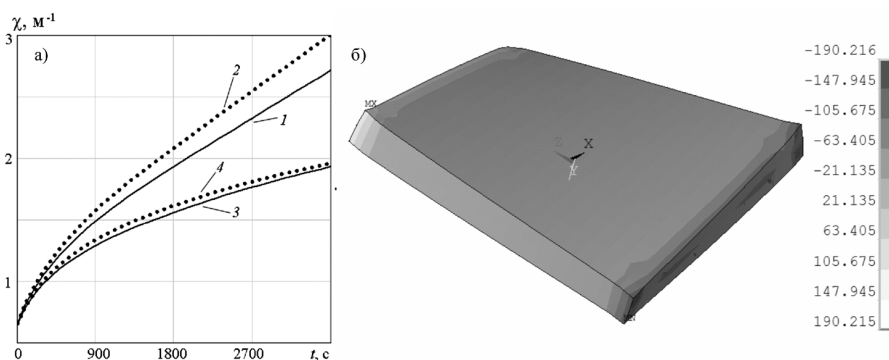


Рис. 4. Зависимость кривизны от времени (а); распределение касательных напряжений σ_{23} на кромках пластины $h = 20$ мм (б)

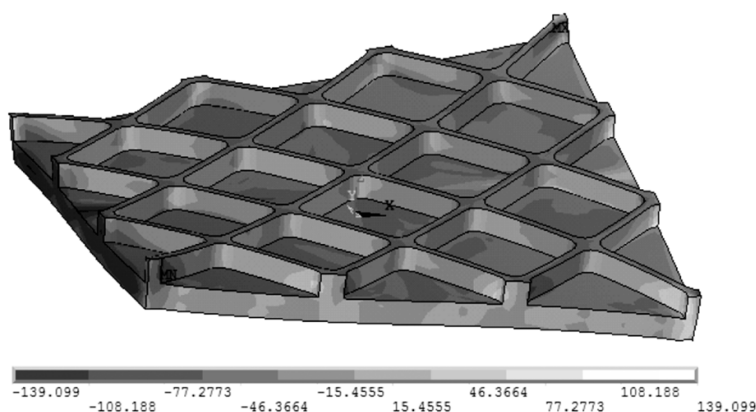


Рис. 5. Распределение касательных напряжений σ_{23} в оребренной пластине при $h = 8$ мм, $h_r = 8$ мм

- 2) $h = 8$ мм, $h_r = 8$ мм, $F = 8$ кН;
- 3) $h = 12$ мм, $h_r = 8$ мм, $F = 13$ кН.

Соответственно, получены следующие значения кривизны вдоль диагонали, вычисленной по прогибу в точке $x_1 = x_2 = 69$ мм при $t = 1$ ч в предположении изотропного материала без учета упругой составляющей: $\chi = 0.72, 0.5, 0.15 \text{ м}^{-1}$. Кривизна пластин из материала со слабым сопротивлением деформациям ползучести в поперечно-сдвиговом направлении составила $\chi = 0.76, 0.56, 0.18 \text{ м}^{-1}$. В последнем случае деформирование пластин происходит на 6%, 13%, 19% быстрее по сравнению с изотропным материалом. Распределение касательных напряжений в оребренных пластинах имеет более сложный характер (рис. 5). Влияние рассматриваемого типа анизотропии на прогиб растет с увеличением толщины пластины и высоты ребер. Расчеты выполнялись с учетом геометрической нелинейности.

Таким образом, пониженная сопротивляемость деформациям ползучести в поперечно-сдвиговом направлении может приводить к снижению жесткости и прочностных свойств конструкций, что необходимо учитывать при их проектировании и дальнейшей эксплуатации.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 15-01-07631).

Summary

I.A. Banshchikova, I.Yu. Tselodub, D.M. Petrov. Deformation of Structural Elements Made of Alloys with Reduced Resistance to Creep in Shear Direction.

Numerical simulations demonstrated that cross-section deplanation occurs during the torsion of circular rods cut in the longitudinal direction of the plate made of an alloy with the reduced resistance to creep in the direction under 45° to the normal direction of the plate. In experiments, this is visually confirmed by the appearance of spiral lines on the samples. The results of calculation reveal insignificant influence of the reduced resistance to creep in the transverse shear direction on the process of torsion of the plates. However, the process of torsion is accelerated for ribbed plates with increased thickness and rib height compared to the calculation in isotropic formulation.

Keywords: creep, rod torsion, bending, ribbed plate, transversely isotropic alloy, shear stress.

Литература

1. *Attenbach H.* Topical problems and applications of creep theory // *Int. Appl. Mech.* – 2003. – V. 39, No 6. – P. 631–655.
2. *Betten J.* *Creep Mechanics.* – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. – 367 p.
3. *Золочевский А.А., Скленус А.Н., Скленус С.Н.* Нелинейная механика деформируемого твердого тела. – Харьков: Бизнес Инвестор Групп, 2011. – 720 с.
4. *Цвелодуб И.Ю.* Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. – Новосибирск: Ин-т гидродинамики им. М.А. Лаврентьева, 1991. – 201 с.
5. *Банщикова И. А.* Расчет пластин двойной кривизны из анизотропных сплавов при ползучести // *Вестн. Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского.* – 2011. – № 4-4. – С. 1385–1387.
6. *Банщикова И.А.* О формообразовании и расчете пластин двойной кривизны при анизотропной ползучести // *Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / Под ред. Б.Д. Аннина, М.А. Легана, И.В. Любашевской.* – Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 2012. – Вып. 127: Механика структурно-неоднородных сред и конструкций. – С. 15–18.
7. *Банщикова И.А., Горев Б.В.* Кручение пластин с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в направлении толщины // *Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел – научное наследие Ю.Н. Работнова: Тр. конф.* – М: Изд-во ИМАШ РАН, 2014. – С. 23–28.
8. *Горев Б.В., Масанов И.Ж.* Особенности деформирования листовых конструкционных плит из алюминиевых сплавов в режимах ползучести // *Технология машиностроения.* – 2009. – № 7. – С. 13–20.
9. *Соснин О.В.* Об анизотропной ползучести материалов // *Прикл. матем. и техн. физика.* – 1965. – № 6. – С. 99–104.
10. *Банщикова И.А., Сухоруков И.В., Юань Бяо* Стесненное кручение стержней при ползучести // *Вычислительные технологии.* – 2004. – Т. 9. – С. 248–253.
11. *Банщикова И.А., Сухоруков И.В.* Двумерные задачи кручения и изгиба профилей в условиях ползучести // *Вычислительные технологии.* – 2003. – Т. 8. – С. 104–110.
12. *Качанов Л.М.* Теория ползучести. – М.: Физматгиз, 1963. – 455 с.
13. *Лехницкий С.Г.* Кручение анизотропных и неоднородных стержней. – М.: Наука, 1971. – 240 с.

14. *Ивлев Д.Д., Миронов Б. Г.* О соотношениях трансляционной идеальнопластической анизотропии при кручении // Вестн. Чуваш. гос. пед. ун-та им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния. – 2010. – № 2 (8). – С. 576-579.
15. *Ларичкин А.Ю.* Физическое и численное моделирование деформирования материалов с учетом больших деформаций: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Новосибирск, 2013.
16. *Yankovskii A.P.* Steady-state creep of bent reinforced metal-composite plates with consideration of their reduced resistance to transverse shear. 2. Analysis of calculated results // J. Appl. Mech. Tech. Phys. – 2014. – V. 55, No 4. – P. 701–708.
17. *Банщикова И.А.* Деформирование транслопных пластин с пониженной сопротивляемостью ползучести в поперечно-сдвиговом направлении // V Междунар. конф. «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов»: Сб. материалов. – М.: ИМЕТ РАН, 2013. – С. 38–40.
18. *Петров Д.М., Банщикова И.А.* Изгиб оребренных пластин из трансверсально-изотропных материалов с пониженной сопротивляемостью в сдвиговом направлении при ползучести // Наука. Промышленность. Оборона: Тр. XVI Всерос. науч.-техн. конф. / Под ред. К.А. Матвеева. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – С. 629–633.

Поступила в редакцию
15.06.15

Банщикова Инна Анатольевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории статической прочности, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, Россия.

E-mail: *binna@ngs.ru*

Цвелодуб Игорь Юрьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лаборатории статической прочности, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, Россия.

E-mail: *itsvel@hydro.nsc.ru*

Петров Денис Михайлович – магистрант кафедры самолето- и вертолетостроения, Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия.

E-mail: *petroffdm91@gmail.com*