



Всероссийская научно-практическая
конференция

ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПОСРЕДСТВОМ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИСТОРИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИМ КОНТЕКСТОМ

FORMATION OF INTER-SUBJECT FUNCTIONAL LITERACY OF STUDENTS THROUGH LABORATORY WORKS IN MATHEMATICS WITH HISTORICAL AND GEOGRAPHICAL CONTEXT

Бодряков В. Ю., д.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой высшей математики и методики обучения математике, Уральский государственный педагогический университет, Екатеринбург, Россия; e-mail: bodryakovvyu@yandex.ru

Бодрякова А. Н., старший воспитатель (1-ая квалификационная категория), Березовское MAOY «Основная общеобразовательная школа № 30»; пос. Сарапулка, г. Березовский, Россия, e-mail: bodryakovaan@mail.ru

Bodryakov V. Yu., Doctor of physical and mathematical Sciences, Associate professor, Head of the Department higher mathematics and methods of teaching mathematics, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia

Bodryakova A. N., Senior Educator (1st qualification category), Berezovsky Municipal Autonomous General Educational Institution "Basic General Education School No. 30"; pos. Sarapulka, Berezovsky, Russia

Перечень «канонических» ЛРМ [*] Бодряков В. Ю. Усвоение фундаментальных математических понятий в процессе выполнения лабораторных работ по математике // Математика в школе 2023. № 7. С. 20-28.

ЛРМ-1. Определение геометрических характеристик участка земной поверхности с помощью мобильной геолокации (три памятника).

ЛРМ-2. Определение числа e путем оцифровки изображения свободно висящей цепи.

ЛРМ-3. Статистическое обоснование пиксельным методом формулы площади квадрата $S_{\square} = a^2, \forall a > 0$.

ЛРМ-4. Статистическое обоснование пиксельным методом теоремы Пифагора: $S_c = S_a + S_b \leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$.

ЛРМ-5. Определение числа π пиксельным методом.

ЛРМ-6. Определение формулы площади фигуры, ограниченной эллипсом с полуосями a и b .

ЛРМ-7. Изучение закона охлаждения тела путем теплообмена.

ЛРМ-8. Вероятность регистрации n ионизирующих частиц за время t счетчиком Гейгера (закон больших чисел).

1° Введение

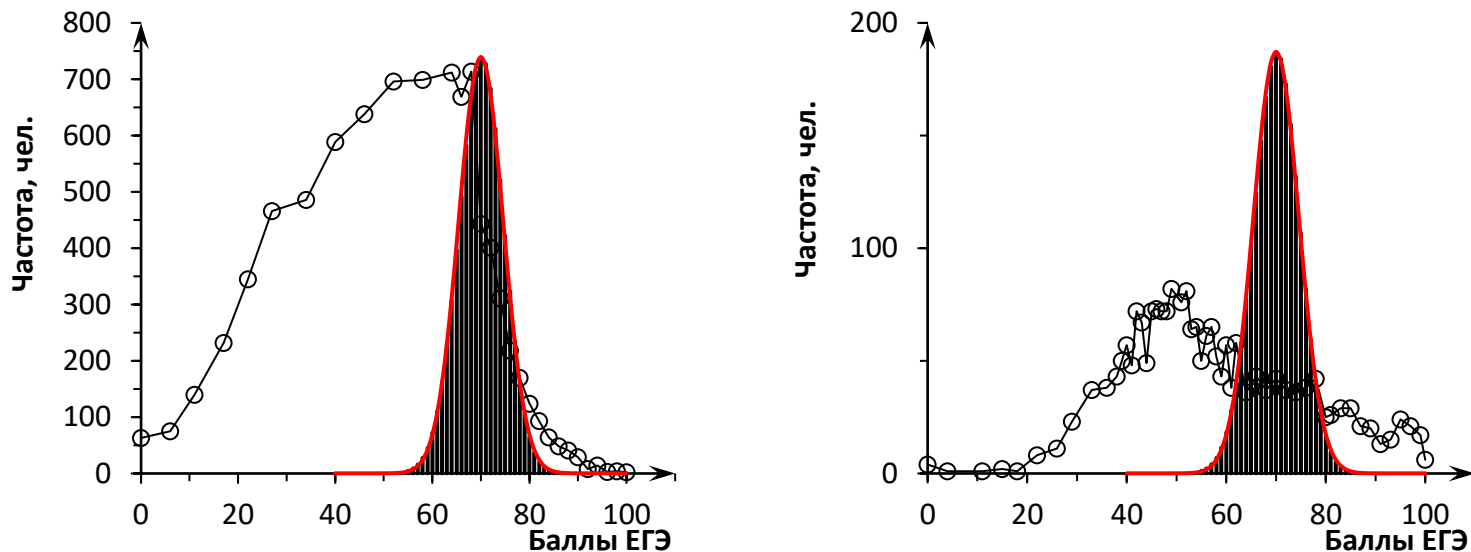


Рис. 1. Частотное распределение результатов ЕГЭ-2023 в Свердловской области по математике (профиль) (слева) и по физике (справа). Символы – эмпирические данные; столбчатая диаграмма – распределение Бернулли в «модели среднего ученика» с вероятностью успеха $p = 0,7$. Гладкая линия – нормальная кривая.

1° Введение

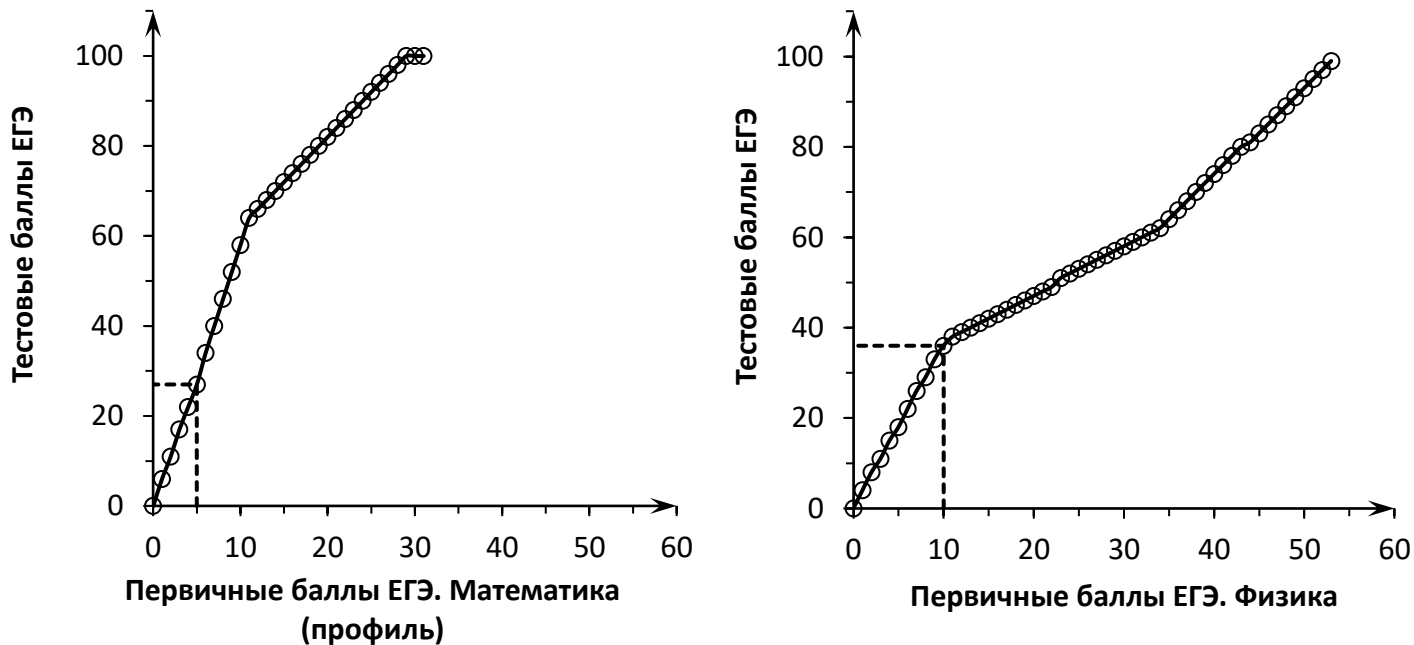


Рис. 2. Шкалы перевода первичных баллов в тестовые баллы ЕГЭ-2023 по математике (профиль) (слева) и по физике (справа).

1° ...

Кто виноват?

Что делать?

Как исправить?



Всероссийская научно-практическая конференция

1° ...

Кто виноват?

Что делать?

Как исправить?

Кто несет ответственность (кадры)?

Каков план действий (стратегия)?

Какими средствами оперировать (тактика)?

1° ...

Кто несет ответственность (кадры)? Только профессионально подготовленный и высокомотивированный Учитель массовой школы способен переломить ситуацию в обозримой перспективе.

Каков план действий (стратегия)? Существенно улучшить уровень профессиональной подготовки Учителей, обращая особое внимание на комплексное формирование их межпредметных функциональных грамотностей (ФГ). Функциональная математическая грамотность (ФМГ) может играть роль связки между разными видами ФГ. Обеспечить высокий уровень мотивации педагогического труда.

Какими средствами оперировать (тактика)? С нашей точки зрения, одним из наилучших средств формирования межпредметной ФМГ и повышения учебной мотивации являются лабораторные работы по математике (ЛРМ). Выполнение ЛРМ в процессе подготовки будущих учителей и последующая настойчивая трансляция этой практики в массовую школу будут способствовать постепенному улучшению ситуации

2° Понятие функциональной математической грамотности и ЛРМ как средства ее формирования

Функциональная математическая грамотность (ФМГ) по PISA понимается как способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 в.

В математической грамотности выделяют ее ключевой компонент — **математическое рассуждение**. Оно предполагает умение оценивать, правильно интерпретировать, рационально применять и математически грамотно формулировать знания в четырёх **жизненных контекстах**: научном, личном, профессиональном и общественном. В математическом содержании можно выделить четыре **категории**: неопределённость и данные; количество; пространственные формы; изменение и зависимость. В математическую концепцию PISA с 2021 г. добавлены также **«мягкие» навыки (навыки 21 века)**: креативность, умелое использование информации, критическое мышление, рефлексия, системность в мышлении, навыки изучения и исследования, инициативность, саморегуляция и настойчивость, коммуникация.

2° ...

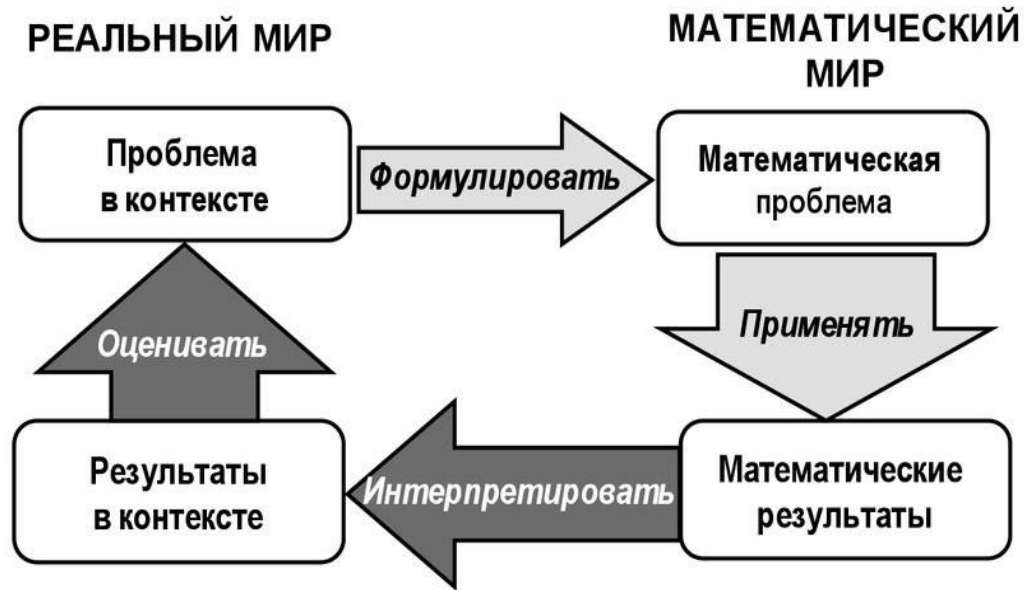


Рис. 3. Модель PISA формирования функциональной математической грамотности.

2° ...

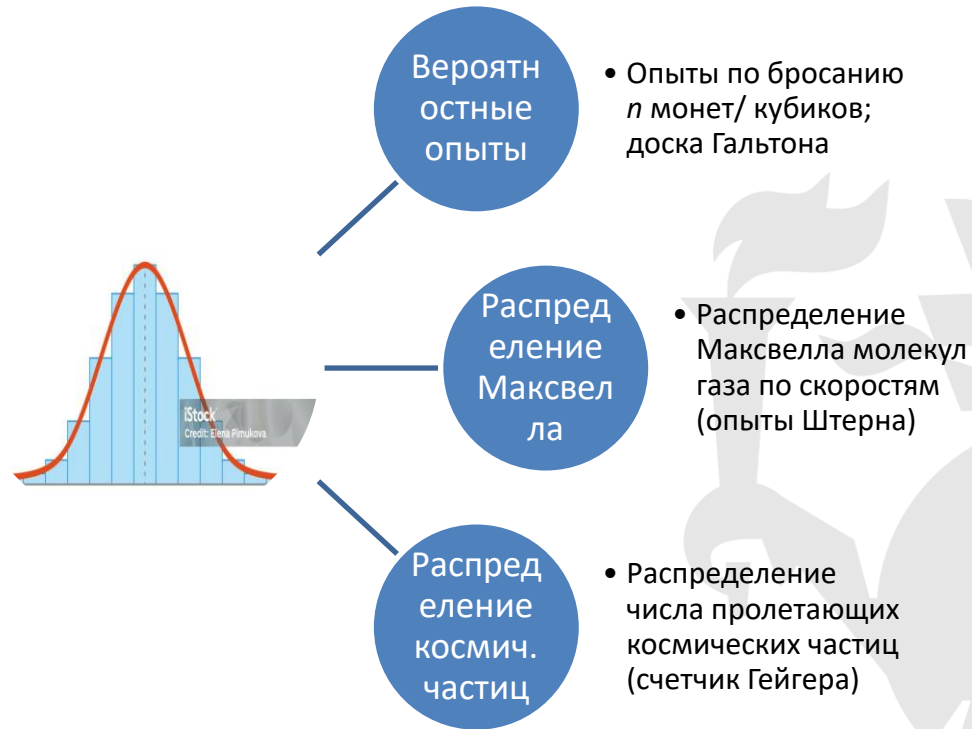


Рис. 4. Некоторые опыты, приводящие к модели нормального распределения (ЗБЧ).

2° ...

Под **лабораторной работой по математике (ЛРМ)** понимается вид систематической учебно – исследовательской деятельности обучающихся под руководством наставника, целью которого является разработка, освоение и применение математических моделей реальных объектов, явлений, процессов (прототипов) и, тем самым, комплексное формирование межпредметной функциональной математической грамотности обучающихся.

Изучение сути физических, химических, биологических, социальных, и пр. процессов, лежащих в основе моделируемых прототипов, остаётся за преподавателями–предметниками.

В зависимости от уровня математической подготовленности обучающихся и дидактических целей обучения, лабораторные работы по математике могут ставиться и выполняться на **репродуктивном, частично–исследовательском и исследовательском** уровнях.

ЛРМ выполняются обычно в парных лабораторных бригадах с подготовкой и последующим представлением письменного **Отчета по ЛРМ**. ЛРМ могут выполняться в рамках аудиторной или внеаудиторной учебной деятельности.

2° ...

Использование ЛРМ при обучении математике трансформирует **структуру введения нового математического знания:**

1. Предъявление обучающимся реального объекта, процесса, явления (прототипа) и описывающей его математической модели.
2. Введение понятий, связанных с моделью и прототипом, определение математического аппарата, необходимого для работы с моделью.
3. Поэтапное освоение компонентов нужного математического аппарата с контролем достижения требуемого уровня.
4. Разработка алгоритма поэтапного выполнения ЛРМ.
5. Выполнение ЛРМ, обработка результатов, подготовка и презентация Отчёта по ЛРМ; обсуждение в классе.

Примечания:

- Следует стремиться к повышению доли самостоятельной работы обучающихся на всех этапах выполнения ЛРМ.
- Современная ЛРМ почти всегда является «цифровой» (на этапах моделирования и/или измерения, и/или обработки данных, и/или подготовки отчёта и презентации).

2° ...

Форма Отчета по лабораторной работе по математике (ЛРМ)

Ф.И.О.: _____, гр. _____ Дата: _____

Тема: Указывается название работы.

Цель: Указывается цель работы. Цель вытекает из темы ЛРМ.

Задачи: Указываются шаги 1, 2, 3, ..., ведущие к цели.

Гипотеза: При необходимости.

Оборудование и материалы: Дается краткое описание использованного оборудования и материалов, включая программное обеспечение.

1^я Теория. Излагается теория по теме работы с указанием цитируемых первоисточников.

2^я Ход работы. Дается описание хода работы, желательно — в виде последовательного алгоритма, возможно — в виде блок-схемы. Должно быть ясно: что делали, как, в какой последовательности, как и что фиксировали в качестве первичных результатов.

2° ...

Форма отчета по ЛРМ (продолжение)

3° *Результаты и обсуждение.* Приводятся (в табличном и графическом виде) обработанные результаты эксперимента и теоретических расчетов. Проводится оценка погрешностей эксперимента. Проводится сопоставление эксперимента с теорией.

4° *Выводы.* Кратко подводятся итоги работы, делается обоснованное суждение о том, решены ли задачи 1, 2, 3, ..., достигнута ли цель работы, подтверждена ли гипотеза исследования.

Список цитированной литературы. Приводятся надлежащим образом оформленные ссылки на процитированные первоисточники.

Приложения. Прикладываются протоколы испытаний, и т.п.

3° ЛРМ-1. Определение геометрических характеристик участка земной поверхности с помощью мобильной геолокации (три памятника)

Тема: Указана выше.

Цель: Цель вытекает из темы ЛРМ.

Задачи: 1. Изучить возможности мобильных приложений для геопозиционирования.

2. С помощью к.-л. приложения мобильной геолокации определить угловые географические координаты трех известных памятников в Екатеринбурге : (1) памятник В. Высоцкому и М. Влади (точка A); (2) памятник Я. Свердлову (т. B); (3) памятник В. Татищеву и В. де Геннину (т. C). В качестве опорной точки (точки отсчета) выбрать (4) крыльцо технопарка УрГПУ (т. O).

3. Рассчитать относительные угловые координаты точек A, B, C относительно точки O .

4. По метрическому выражению одной географической секунды по меридиану и по параллели рассчитать метрические координаты тт. A, B, C ; изобразить план земельного участка $\triangle ABC$; наложить его на карту участка городской территории.

5. По материалам выполнения ЛРМ подготовить Отчет и представить доклад (презентацию), включая освещение географического и исторического контекстов.

Оборудование и материалы: Мобильный телефон, компьютер с офисным ПО.

3° ЛРМ-1 ...

1^о Теория. Излагается теория по теме работы с указанием цитируемых первоисточников:

1.1. Краткий исторический экскурс в освоение человечеством геопозиционирования; практические приложения (картография, навигация, и пр.).

1.2. Обзор мобильных приложений для геолокации с оценкой точности.

1.3. «Разработка» математического аппарата для определения геометрических характеристик участка земной поверхности.

2^о Ход работы. В качестве точки отсчета O взята входная группа одного из учебных корпусов УрГПУ – здания Технопарка универсальных педагогических компетенций (Екатеринбург, ул. К. Либкнехта–9а). В качестве точек A, B, C , выбраны близкие к т. O известные в Екатеринбурге памятники: В. Высоцкому и М. Влади (т. A), Я. Свердлову (т. B), В. Татищеву и В. де Геннину (т. C). Угловые географические координаты точек O, A, B, C приведены в табл. 1; там же приведены вычисленные метрические координаты точек A, B, C (рис. 5, 6). Принято, что длина дуги в 1" по меридиану $l_1(\Delta\varphi=1'')$ = 30,9 м; длина дуги в 1" по параллели на широте Екатеринбурга $l_1(\Delta\lambda=1'')$ = 16,9 м.

Треугольный участок ΔABC с привязкой координатных осей к сторонам света (план участка ΔABC) представлен на рис. 7 на клетчатом поле, имитирующем тетрадную страницу.

3° ЛРМ-1 ...



Рис. 5. Объекты геолокации в ЛРМ-1 (три памятника).

3° ЛРМ-1 ...

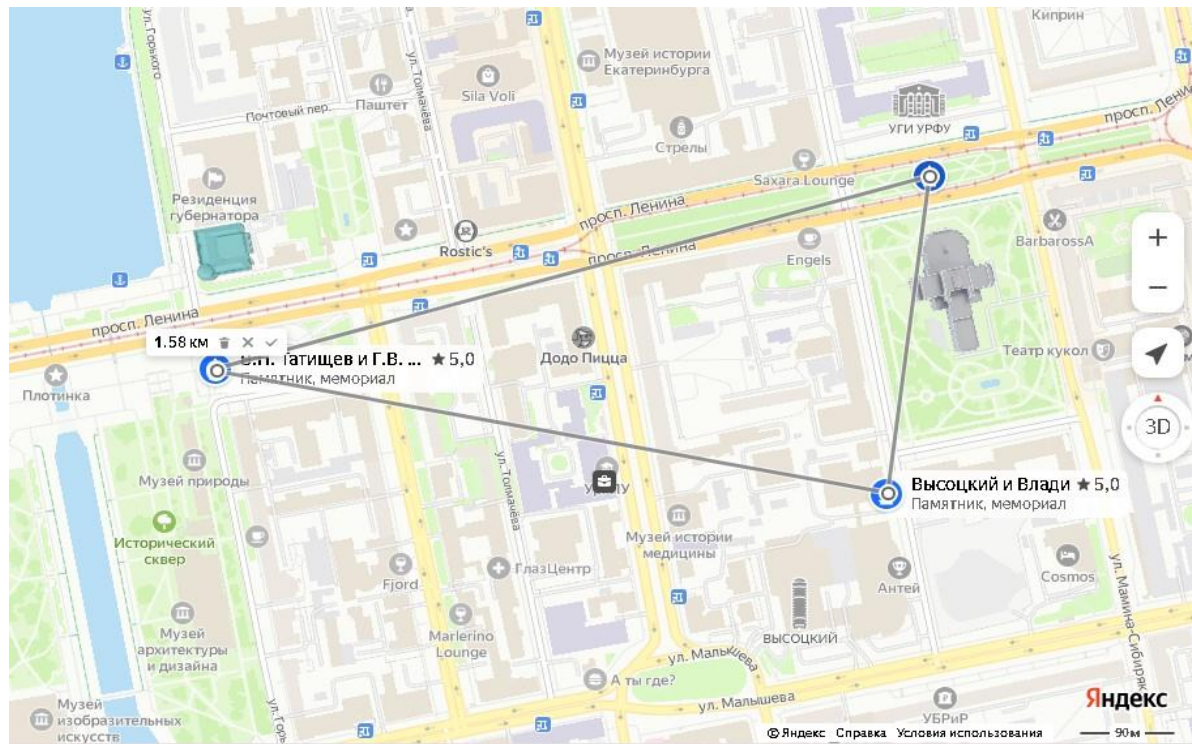


Рис. 6. Объекты геолокации в ЛРМ-1 (три памятника) – на карте Екатеринбурга.

3° ЛРМ-1 ...

Таблица 1. Географические и метрические координаты точек O, A, B, C .

Точки	ϕ , с.ш.	λ , в.д.	Прим.	$\Delta\phi$	$\Delta\lambda$	x , м	y , м
O	56°50'16"	60°36'40"	–	–	–	–	–
A	56°50'13"	60°36'56"	A vs. O	–3"	+16"	270,4	–92,7
B	56°50'23"	60°36'59"	B vs. O	+7"	+19"	321,1	216,3
C	56°50'17"	60°36'21"	C vs. O	+1"	–19"	–321,1	30,9

3° ЛРМ-1 ...

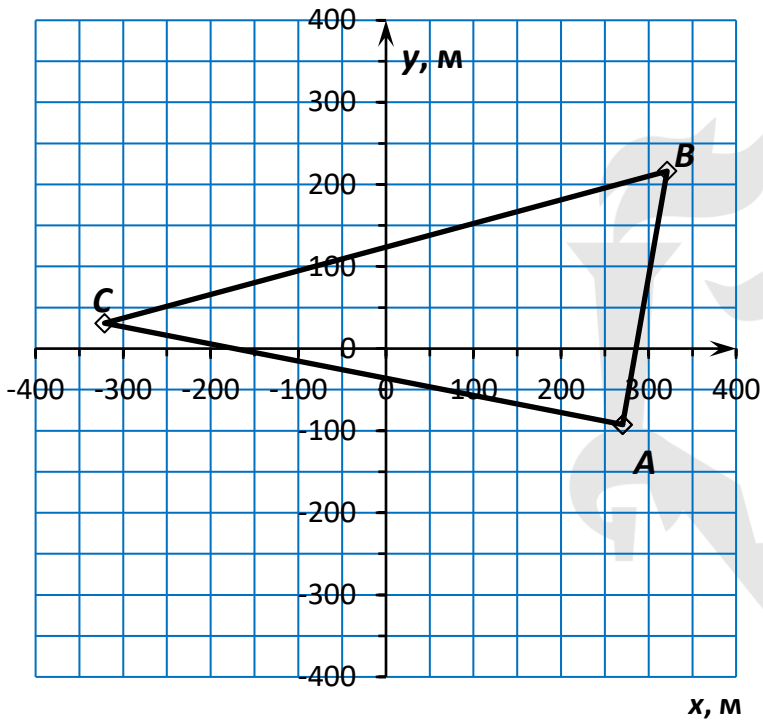


Рис. 7. Геометрический план участка ΔABC .

3° ЛРМ-1 ...

3° *Результаты и обсуждение.* По формуле евклидова расстояния найдено: $|AB| = 313,1$ м; $|BC| = 668,4$ м; $|CA| = 604,3$ м; периметр $P = |AB| + |BC| + |CA| = 1585,8$ м. Для контроля были определены соответствующие расстояния на поверхности Земли с помощью специального приложения; найдено, что $|AB| = 313$ м; $|BC| = 668$ м; $|CA| = 604$ м. Т.е., на выбранном сравнительно небольшом участке земной поверхности кривизна Земли никак не сказывается, и вполне можно пользоваться обычной евклидовой геометрией на плоскости. Площадь земельного участка вычислена по формуле Герона: $S_{\Delta ABC} = 94520,0$ м². Углы при вершинах треугольника были найдены с помощью теоремы синусов: $\angle A = 87,5^\circ$; $\angle B = 64,6^\circ$; $\angle C = 27,9^\circ$. Как и следует, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

В качестве погрешности измерений географических координат примем 1" по широте и по долготе, что дает метрические ошибки в 30,9 м по ординате и 16,9 м по абсциссе

4° *Выводы.* Задачи работы решены, цель достигнута. Для изученного небольшого треугольного участка земной поверхности с вершинами–памятниками вполне подходящей является геометрическая модель в форме треугольника ΔABC на евклидовой плоскости. Определены длины сторон этого треугольника, его периметр $P = 1585,8$ м и площадь $S_{\Delta ABC} = 94520,0$ м². Определены углы при вершинах треугольника; установлено, что теорема о сумме углов треугольника выполняется с высокой точностью

4° ЛРМ-1а. Определение радиуса Земли по характеристикам видимости морского маяка (R Земли)

Тема: Указана выше.

Цель: Цель вытекает из темы ЛРМ.

Задачи: 1. Изучить историю оценки радиуса R Земли в докосмический период истории человеческой цивилизации.

2. Построить и решить математическую модель для определения радиуса Земли по характеристикам видимости морского маяка.

3. Выполнить необходимые оценки и определить радиус Земли по характеристикам видимости морского маяка в г. Сочи.

4. По материалам выполнения ЛРМ подготовить Отчет и представить доклад (презентацию), включая освещение географического и исторического контекстов.

5. Оценить перспективы дальнейших исследований.

Оборудование и материалы: мобильный телефон, бинокль, компьютер с офисным ПО.

4° ЛРМ-1а. Математическая модель

1° Теория. Построим математическую модель для ЛРМ-1а «Определение радиуса Земли по характеристикам видимости морского маяка».

Задача о расстоянии видимости морского маяка. К морскому маяку (объект A) с высотой огня над уровнем моря $AA_1 = h_1$ подплывает судно (объект B) с высотой рубки над уровнем моря $BB_1 = h_2$ (рис. 8). Необходимо найти расстояние l видимости маяка; по этим данным оценить радиус R Земли.

-

3° ЛРМ-1а. Математическая модель ...

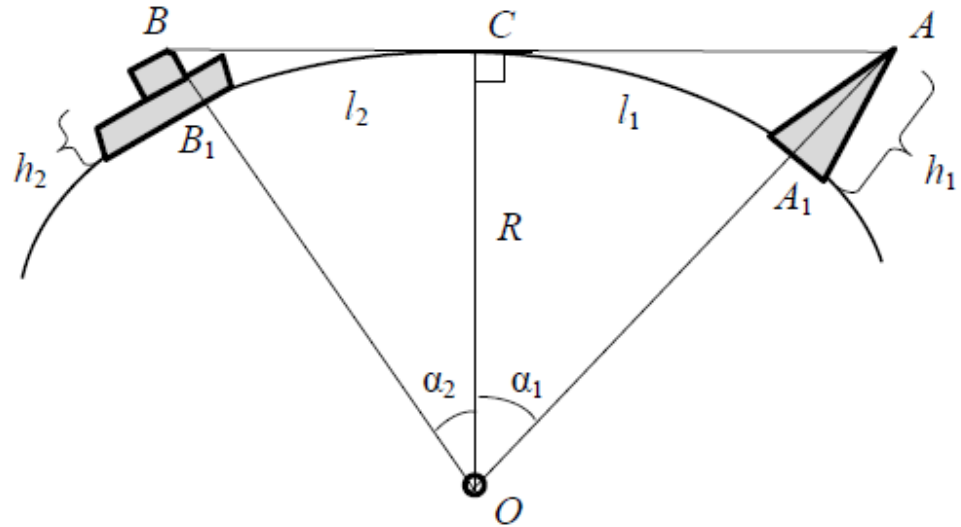


Рис. 8. Математическая модель задачи о расстоянии видимости маяка.

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...

Решение: Как ясно из математической модели задачи в виде геометрического чертежа, представленного на рис. 8, в момент появления огня маяка на линии горизонта для капитана в рубке корабля, линия визирования BA становится касательной к поверхности земного шара. Рассмотрим правый прямоугольный треугольник ΔACO ; для него очевидны соотношения:

$$\begin{cases} \frac{R}{R+h_1} = \cos \alpha_1; \\ l_1 = R \alpha_1. \end{cases} \quad (1)$$

Ввиду того, что $\alpha_1 = l_1/R \ll 1$, с весьма малой погрешностью можно принять

$$\cos \alpha_1 \approx 1 - \frac{1}{2} \alpha_1^2. \quad (2)$$

Из выр. (1), (2) имеем

$$\frac{R}{R+h_1} = 1 - \frac{1}{2} \frac{l_1^2}{R^2}. \quad (3)$$

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...

После несложных преобразований относительно радиуса R Земли получаем квадратное уравнение

$$2h_1 R^2 - l_1^2 R - l_1^2 h_1 = 0. \quad (3)$$

Имеющий смысл положительный корень ур. (3) есть:

$$R_1 = \frac{l_1^2}{4h_1} \left[1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{h_1}{l_1} \right)^2} \right]. \quad (4)$$

Пренебрегая величиной $8(h_1/l_1)^2$ по сравнению с единицей, получаем для радиуса Земли приближенное соотношение

$$R = \frac{l_1^2}{2h_1}. \quad (5)$$

Для длины l_1 дуги \widetilde{CA}_1 , соответственно, имеем:

$$l_1 = \sqrt{2Rh_1}. \quad (6)$$

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...

Рассматривая левый прямоугольный ΔBCO на рис. 8, совершенно аналогично ΔACO , для длины l_2 дуги $\overset{\frown}{CB}_1$ имеем:

$$l_2 = \sqrt{2Rh_2}; \quad (7)$$

стандартная высота окна рубки корабля над уровнем моря принимается равной $h_2 = 5$ м.

Почленно складывая выр. (6), (7), для полного расстояния l видимости морского маяка, т.е. для пути, которое нужно проплыть судну для того, чтобы оказаться у подножия маяка, получаем

$$l = l_1 + l_2 = \sqrt{2R} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}). \quad (8)$$

Из выр. (8) для радиуса Земли выводим

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2. \quad (9)$$

Формулу для оценки относительной погрешности в R получим, взяв логарифмическую производную в выр. (9), с учетом того, что $h_2 = \text{Const}$:

$$\frac{|\Delta R|}{R} = \frac{|\Delta l|}{l} + \frac{|\Delta h_1|}{2(h_1 + \sqrt{h_1 h_2})}. \quad (10)$$

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...

Таким образом, для количественной оценки радиуса R Земли достаточно знать всего три величины: расстояние l видимости морского маяка с судна, высоту h_1 огня маяка над уровнем моря, высоту h_2 рубки над уровнем моря; расстояния l и h_1 фиксированы для каждого конкретного маяка и указываются в его карточке. Эти данные имеются и в судовых навигационных документах.

Задача о расстоянии l видимости морского маяка с судна решена; ясно, как по этим данным оценить радиус R Земли.

2° *Ход работы.* Перейдем к оценке радиуса Земли и качества построенной выше математической модели. Объектом изучения выбран Сочинский маяк; авторы отдыхали в г. Сочи в августе 2023 г. и имели возможность обдумать и провести описываемое исследование. Выписка из карточки маяка приведена в табл. 1 [см.: <https://маяки-россии.рф/sochinskij-mayak/>].

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...



Рис. 9. Исторический вид сочинского маяка (1890 г.).

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...



Рис. 10. Сочинский маяк днем.

4° ЛРМ-1а. Математическая модель ...



Рис. 11. Сочинский маяк ночью.

4° ЛРМ-1а ...

Таблица 2. Выписка из карточки Сочинского маяка.

Местоположение	г. Сочи, ул. Москвина, д. 10
Координаты	43,579060° с.ш.; 39,720493° в.д.
Год основания	1890
Строитель маяка	К.И. Леопольд
Высота огня от уровня моря	35 м
Дальность видимости	17 морских миль (м. миль)
Современная эксплуатация	Действующий
Статус	Памятник истории и культуры РФ

4° ЛРМ-1а ...

Для Сочинского маяка $l = 17 \pm 0,5$ м. миль, $h_1 = 35 \pm 0,3$ м. Вычисляем:

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{17 \cdot 1852}{\sqrt{35} + \sqrt{5}} \right)^2 \approx 7460 \text{ км}$$

с относительной погрешностью $\approx 3,2\%$.

В физической нотации можно записать окончательный результат:

$$R = 7460 \pm 240 \text{ км.}$$

По отношению к «точному» усредненному радиусу Земли $R_3 = 6371$ км полученная оценка завышена на величину $100\% \cdot (7460/6371 - 1) \approx 17\%$.

Хотя с учетом простоты математической модели и использованной методики «эксперимента» результат можно признать приемлемым, наиболее подготовленных обучающихся следует мотивировать к тому, чтобы попытаться понять причину расхождения и оценить возможность улучшения оценки радиуса Земли.

Причина расхождения заключена в особенностях атмосферной оптики!

4° ЛРМ-1а ...

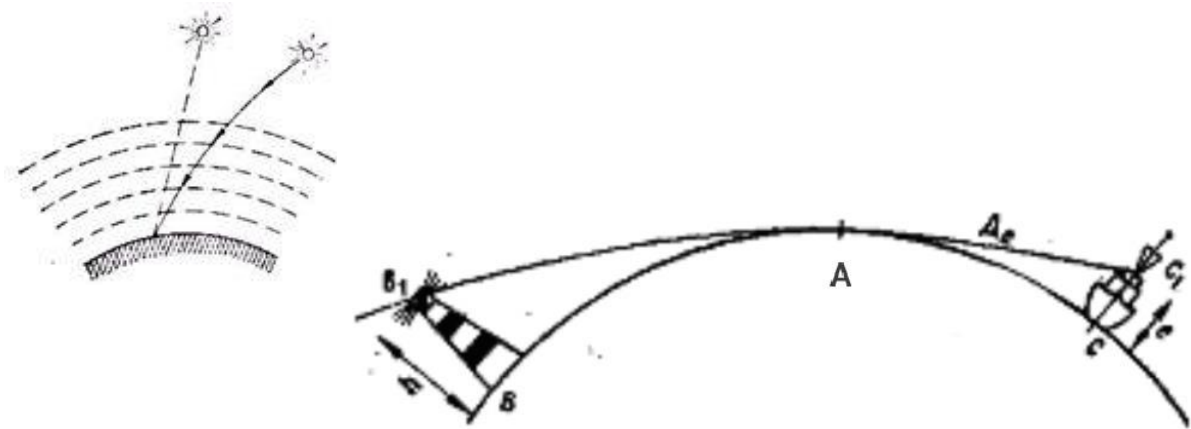


Рис. 12. Искривление светового луча из-за атмосферной рефракции.

Примечание. Учет искривления светового луча вследствие атмосферной рефракции приводит к отдалению линии горизонта по сравнению с геометрической на $\varepsilon = 7-8\%$. Для Сочинского маяка учет этой поправки даёт:

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{l(1-\varepsilon)}{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{17 \cdot 1852 \cdot (1-0,075)}{\sqrt{35} + \sqrt{5}} \right)^2 \approx 7460 \cdot (1 - 0,075)^2 \approx 6383 \text{ км.}$$

Относительная погрешность по отношению к «точному» радиусу Земли 6371 км составляет малые $100\% \cdot (6383/6371 - 1) \approx 0,2\%$.

4° ЛРМ-1а ...

Представленная ЛРМ имеет очевидные межпредметные связи с географией и современной российской историей, поскольку речь идет об элементах морской навигации в российских водах с использованием морских маяков. Как указано на сайте <https://маяки-россии.рф>, существует и развивается проект «Маяки России» – специальный совместный проект Русского географического общества и Центра современной истории. В рамках проекта специалисты Центра современной истории при поддержке РГО выясняют историю и состояние ряда уникальных российских маяков.

Можно дополнить расчеты, выполненные здесь для Сочинского маяка, аналогичными расчетами для других российских морских маяков (табл. 2).

4° ЛРМ-1а ...

Таблица 3. Уникальные маяки проекта РГО: <https://маяки-россии.рф> .

Маяк	Расположение
Ай-Тодор	Крым, мыс Ай-Тодор, пос. Гаспра
Пиллау	г. Балтийск (Калининградская область)
Таран	мыс Таран, пос. Донское Светлогорского р-на Калининградской области.
Русский	Баренцево море, Кольский р-н Мурманской обл., остров Большой Олений
Белый	ЯНАО, о. Белый
Кастрикум	Курильский городской округ Сахалинской области, мыс Кастрикум – северная оконечность острова Уруп Большой Курильской гряды
Петропавловский	Мыс Маячный, Елизовский р-н, Камчатский край
Сочинский	г. Сочи, ул. Москвина, д. 10
Кашкаранцевский	с. Кашкаранцы Терского р-на Мурманской области

4° ЛРМ-1а ...



Рис. 13. Маяк Белый (годы стр-ва 1934-1936). Для маяка Белый расчеты дают $R = 6472$ км.

4° ЛРМ-1а ...

Оценим радиус Земли, на основании гипотетических данных о видимости Александрийского маяка (рис. 14).

Историческая справка. АЛЕКСАНДРИЙСКИЙ МАЯК (Фаросский маяк), одно из семи чудес света. Построен на о. Фарос близ Александрии (в Египте) в 299–279 гг. до н. э. зодчим Состратом Книдским. Известен по описаниям древних авторов. Об архит. облике А. м. можно судить по изображениям на античных монетах, уцелевшим фрагментам колонн и статуй (найжены на дне гавани). Предположительно представлял собой 3-ярусную башню высотой от 110 до 180 м, сложенную из известняка, облицованную мрамором и украшенную статуями и рельефами. Он находился в центре прямоугольного двора-крепости и завершался ротондой с 8 гранитными колоннами, поддерживающими конич. купол, увенчанный статуей Посейдона (статуя обнаружена в 1962); верхний ярус выполнял функцию маяка и был оснащён сложной инженерной конструкцией по доставке топлива на вершину. Свет, усиливаемый сложной системой бронзовых зеркал (в дневное время – дым), просматривался на расстоянии св. 50 км. Там же располагались часы и разл. астрономич. приборы. Вероятно, этот ярус рухнул во 2 в., тогда как сам маяк продолжал функционировать ещё в 7 в. (перестроен в мечеть); окончательно разрушен землетрясением в 1326 г.

4° ЛРМ-1а ...



Рис. 14. Александрийский маяк (годы строительства 299–279 гг. до н. э.). Архитектор Сострат Книдский.

4° ЛРМ-1а ...

Дадим оценку радиуса Земли, которая могла быть получена античными математиками на основании данных о видимости Александрийского маяка, в частности:

- Аристарх Самосский (~ 310–230 гг. до н.э.),
- Евклид Александрийский (~ 325–265 гг. до н.э.);
- Эратосфен Киренский (276–194 гг. до н.э.);
- Архимед Сиракузский (287–212 гг. до н.э.).

Примем дальность видимости маяка $l \sim 30$ м. миль (~ 55 км) – это обычный дневной перегон греческого торгового судна; высоту огня маяка примем равной $h_1 \sim 150$ м. Это дает (неисправленную на рефракцию) оценку радиуса Земли, равную $R_3 \sim 7350$ км. Оценивая погрешность как в l , так и в h_1 , величиной $\pm 10\%$ (ввиду отсутствия иных достоверных исторических данных), получим соответствующую оценку погрешности в радиусе Земли $\Delta R \sim 1050$ км.

Таким образом, поставленный древнегреческими учеными эксперимент по определению радиуса Земли на основании данных о видимости Александрийского маяка, привел бы их к оценке радиуса Земли $R_3 \sim 7350 \pm 1050$ км, – вполне адекватный результат, принимая во внимание несовершенство методов измерений древнего мира.

4° ЛРМ-1а ...

Аналогичные измерения, конечно, могли быть проведены с использованием любого другого высокого объекта, например, такого как Розовая пирамида в Дахшуре (Египет), построенная, предположительно, более чем за 2 тысячи лет до Александрийского маяка (рис. 15).



Рис. 15. «Розовая» пирамида в Дахшуре, $h = 104,4$ м. Построена в ~ 2640 г. до н. э.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несомненно, что лабораторные работы по математике с историко-географическим контекстом, подобные представленным здесь, способствуют формированию межпредметной функциональной математической грамотности обучающихся, ибо мотивируют их мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Например, при измерении расстояний, площадей, углов на поверхности Земли. В процессе совместного творческого выполнения, ЛРМ успешно формируют и личностные навыки 21 века: критическое мышление; креативность; исследование и изучение; саморегуляция, инициативность и настойчивость; использование информации; системное мышление; коммуникация; рефлексия.

ЛРМ желательно выполнять, дополняя экспериментальную математическую деятельность «Разговорами о важном». ЛРМ уместно проводить совместно с учителем географии и/или истории.

Многолетние педагогические наблюдения авторов показывают, что ЛРМ заметно повышают уровень интереса студентов и школьников к изучению математики и стимулируют у будущих учителей желание апробировать ЛРМ в практике собственной профессиональной деятельности.

Обобщая, ЛРМ служат отличной ориентировочной основой учебной математической деятельности, реализуя тем самым **Золотое правило дидактики**.



Всероссийская научно-практическая
конференция

Бодряков В.Ю., Бодрякова А.Н.
ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПОСРЕДСТВОМ
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИСТОРИКО-ГЕОГРАФИЧЕСКИМ КОНТЕКСТОМ

Казань 2023