

« ( ) »

. . .

:44.04.01

: ,

.05-321

« »

«\_\_» \_\_\_\_\_2015 ( . . )

:

, . - . . ,

«\_\_» \_\_\_\_\_2015 ( . . )

2015

	.....	3
1.	.....	4
	.....	4
	.....	9
	.....	11
	.....	20
	.....	23
2...	.....	28
	.....	28
	.....	37
	.....	38

, . . . ,  
( , ).

, .  
.  
.  
.

,  
.  
.

, .  
.  
.

, «  
»

:

- 
-

1.

... ,  
 ... ,  
 : «  
 ?»

,  
 ,  
 ,  
 ,  
 .  
 .

, - 1/2 , - 0 .<sup>1</sup> , i-  
 ,  $s_i$  ,  
 $s_i$ .

1. ) ,  $s_1 \leq \dots \leq s_n$

$$s_1 + \dots + s_n = \frac{n(n-1)}{2},$$

$$s_1 + \dots + s_n \geq \frac{k(k-1)}{2}, k = 1, \dots, n-1$$
(1)

1 3 , - 1,

$$) \quad n \quad s_1 \leq \dots \leq s_n, \quad (1).$$

$$, \quad , \quad s_1, \dots, s_n$$

.

$$) \quad n \quad s_1 \leq \dots \leq s_n,$$

$$(1). \quad , \quad , \quad s_1, \dots,$$

$s_n$  .

$$. ) \quad k \quad \frac{k(k-1)}{2}$$

$$, \quad k$$

$$\frac{k(k-1)}{2}. \quad k=, \quad ,$$

.

$$) \quad s_1, \dots, s_n$$

$$s_1 + \dots + s_k = \frac{k(k-1)}{2}, k = 1, \dots, n-1$$

,

, -

,

.

.

$k$

$$s_1 + \dots + s_k = \frac{k(k-1)}{2},$$

$$s_1 = 0, s_2 = 1, \dots, s_n = n-1$$

.

$$s_1 + \dots + s_k - \frac{k(k-1)}{2} = l > 0$$

$$s_1, \dots, s_{k-1}, s_{k+1} + 1, \dots, s_n$$

(k+1)-

k-

$$s_{k+l} + 1 > s_{k-1},$$

k-

(k+1)-

m

$s_i$

$$\frac{m}{2}$$

$s_i$

(1),

2.

3. ) , N , , , . ) , , — , , . . . ) « » , « » .  $\frac{(N-1)}{2}$  . « »  $\frac{(N-1)}{2}$  . 1/2, « »  $\frac{(N-1)}{2}$  . « » , . . . (N- 1) . , « » . , « » . ) , - , 0 (N- 1). , 0 (N-1). , (N- 1) . (N- 2) , , . . . :

4. ) N .

$$\left[ \frac{N}{2} \right],$$

) ,  $[\frac{N}{2}]$  .

)N , N , .

$$\frac{N}{2} .$$

$$\frac{N}{2} .$$

.)  $M = [\frac{N}{2}]$  . X

,

D.  $X > 0$  .  $D >$  .

X

.  $D = X(N - X)$  ,  $< X(N - X)$  ,  $[\frac{N}{2}] < N - X$  .

X , ,  $X < \frac{N}{2}$  .  $X = 0$

Y-

$$, Y < \frac{N}{2} .$$

) 1- , 2- - , . . . (i-  
N- i ). ,

, (  $M = [\frac{N}{2}]$  ): 1-

( + 1)- , 2- - ( + 2)- , ..., (N- )- - , (N-  
+ 1)- - , ..., N- - - . ,



$N - M > M$ ,  
 $N - M > M$ ,

)

$\frac{N}{2}$ ,

$\frac{N}{2}$

$X$   $D > X \frac{N}{2}$

$N - X$   $D < X (N -$

X).  $N - X > \frac{N}{2}$   $X > \frac{N}{2}$   $X = \frac{N}{2}$ ,

$\frac{N}{2}$

$N - X = \frac{N}{2}$

:

1.  $k$   $k$   $1 -$   
 $2 -$  ,  $2 - - 3 -$  , ... ..,  $(k - 1) - - k -$  ,  $k - - 1 -$  .

NT.

1-  $2 -$  ,  $2 - - 3 -$  , ...,  $(n - 1) - - n -$  ,

, 1-  $n$  .  
 .  
 ,  
 .  
 ,  
 3.  
 5. ,  $k$ ,  
 (k-2) 3.

.  
 :  

$$C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$
 ,  $C_n^3 - NT$  .  
 , , , , .  
 $C_n^3 + 2NT$  . ,  $s_i$  ,  
 $(n-1-s_i)$  ,  
 $C - s_i$  . , ,  
 ,  $s_i(n-1-s_i)$ ,  $\sum_i s_i(n-1-s_i)$  .  
 ,  $\sum s_i = \frac{n(n-1)}{2}$  ,

$$NT = \frac{n(n-1)(2n-1)}{12} - \frac{\sum_{i=1}^n s_i^2}{2} .$$

2.

,

:

$$\begin{pmatrix} - & 1 & 0 \\ 0 & - & 1 \\ 1 & 0 & - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} - & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & - & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & - \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} - & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & - & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & - \end{pmatrix}$$

$NT = a +$

$bx +$  , ,  $b$  , - , , , ,

$NT$

$s_i$  , ,  $v_i, n_i, p_i$

6.

?

( - . )

2000 .

!

3/4.

3/4.

n- , m= [n/2].

( ) .

m(m-1)/2

(m-1)/2 + x/m

(n-m-1)/2 + (m(n-m)-x)/(n-m) = (n+m-1)/2 - x/(n-m)

x > m(n-m)/2 >= (n^2-1)/8

n(n-1)/2

(n+1)/(4n) > 1/4

3/4.

2k+ 1

i k

i+1, ... i+ k

i>k

i-k, ..., i-1

« »

k

1 k.

k+1

k+1 - i (i= 1, ..., k).

$j-$                        $k+1$                        $j < k-i$                        $j+1, \dots, j+i$   
 $k+i, \dots, j-1$                        $k+1-i,$                        $j > k-i$                        $j-$

$k+1$                        $k+1+i$                        $ik$

$$\frac{3}{2}k^4 - \frac{k^3}{2} - k^2$$

$$\frac{k(2k+1)(k(2k+1)-1)}{2},$$

$k$

$3/4.$

$:$

**3.**

$N.$

**A**

7.

, , ,  
 , . ,  
 .  
 . ,  
 , , , , .  
 . 20 . -  
 , ,  
 10 . , - ,  
 11 . - , 12 .  
 , - ,  
 12,  
 .  
 - ,  
 .  
 . , 33  
 - .

8.

,  
 .  
 . - ,  
 . , - ( ) ,  
 . ( ) .  
 , , , ( ) .  
 , , , .

4.

?

9.

	1	2	3	4	5	6
1		$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	1:0	1:0	0:1
2	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	1:0	1:0	0:1
3	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$		1:0	1:0	0:1
4	0:1	0:1	0:1		$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	1:0
5	0:1	0:1	0:1	$\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$		1:0
6	1:0	1:0	1:0	0:1	0:1	

10.

?

- 1 . ,

,

. ,

.

.

**11.** .

..

,

.

?

.

,

.

:

,

,

,

( ).

:

,

(

).

,

,

,

,

.

,

.

:

-

,

,

.

,

,

,

**12.** ,

$$[\frac{N}{2}] - 1.$$

.

.

.

,

,

.

,

.

,

$$\frac{N}{2} - 1 \quad ( \quad )$$

$$[\frac{N}{2}] - 1,$$



13.  $N \geq 4$   $K = \lfloor \frac{N}{2} \rfloor - 1$

$K$ .

$M = \lfloor \frac{N}{2} \rfloor$ ,  $1 \leq L \leq M - 1$ ,  $1 \leq N$   
 $4$   $1 \leq L$ ,  
 $- L + 1$ ,  $- + 1 \leq N - L$   $-$

$\frac{N}{2}$ .

$\frac{N - M + (L - 1)}{2}$ , ...

$\frac{M - (L + 1)}{2}$  -  $\frac{N}{2} - 1$ .

$\frac{(N - 1)}{2}$ .

$\lfloor \frac{N}{2} \rfloor - L$ ,  $L$

$1 \lfloor \frac{N}{2} \rfloor - 1$

14. ,

$\frac{2}{3}$

,  $N$   $3, 3 + 1$   $3 + 2$  ( ),  
 ,  $-2, -1, .$

. « » ( . .  
 , , ).

, .  
 . « »  
 , . ,  
 « » ,  
 . ,  
 . ,  
 . ,  
 .

**15.** (  $N > 5$  ),

, , , ,  
 ,  $N/3$ .

. ,  
 $[\frac{N}{3}] + 1$  .

. , , -  
 . , - , - .

**16.**

, .  
 . ,  $1^2 + 1$   
 :  
 -  $( + 2)$ - ,  $+ 1$

17.

$(n-1) - \dots$   
 $( \dots )$   
 $n-2$   
 $1, 2, \dots, n-2$   
 $1$   
 $( \dots )$   
 $\dots$   
 $)$

18.

$\dots$   
 $\langle \dots \rangle$   
 $\dots$   
 $\frac{(N-1)}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{(N-1)}{2}$   
 $\dots$



20.

$$M = \left[ \frac{(N^2 - 1)}{4} \right]$$

—K) K .

$$\frac{N(N+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{N(N+1)}{2} - K - (N-K)K &= \frac{N(N+1)}{2} - K(N+1-K) \geq \frac{N(N+1)}{2} - \frac{(N+1)^2}{4} = \\ &= \frac{(N+1)(N-1)}{2 \cdot 2} = \frac{(N^2-1)}{4} \end{aligned}$$

$$N - X$$

$$X(N - X)$$

$$\frac{N^2}{4}$$

$$N$$

$$\frac{(N^2 - 1)}{4}$$

$$(N + 1)$$

$$N+1$$

21. k-e

k

?

: 1-

, 2- - , 1- , . . , ( -1)-

22.

?

*i*

$B_i$ ,

: ,  $i$  , ,  
.  
.

23 ( . ).

) ,  $B_i > 0?$

) ,  $B_i < 0?$

) ,  $i \geq 0$   $i$  ,  $B_i = 0$   $i?$

) ,  $B_i \leq 0$   $i$  ,  $B_i = 0$   $i?$

. ), )

2001 .

$$\sum s_i B_i , \quad s_i^- \quad i^- .$$

$$s_i s_i , \quad i \quad j ,$$

, , , ), ) .  
, , ) : ,  
,

, .

, - ( )

« », .  
,  
( - , - ,  
) ,  
( , , , ) .

24.

(  
, ) .  
, 32  
, ?  
.  
,  
128 .

« »:  
.  
, - ,  
.

25.

$2^N$

.  
,  
.  
, ... « » .



. .« ».

« » ,

, « »

« » . « » ,

- . « »

, .

**26.**

, .  
• « » ( )

- « » ( ,

, ).

« » « » ,

, . ,

« » , ( ) .

« » . ,

« » « » (

« » ,

). « » , « » ,

« » . , - « »

- « » .

, « » .

, . ,

« » . ,  
.  
, .  
,  
, « ».  
. « »  
« ».  
« » « ».  
.  
- « », .  
« » « » , .  
.

**27.**

- .  
, ,  
.  
, -  
, ,  
, .  
.  
,  
.

2.

, , , ,

1.

, n  
1- 2- , 2- 3- , ..., ( - 1)- n- 1- n-

2.

, , ,

3.

$2^N$   
N+1 ,

2 7  
4 15 5,

k,

4.

n 1  
1 1 , 2 2 , ...,  
- 1 - 1 .

?

. [ /2].

$\dots$   $- 1$   
 $\dots$   $1-$  ,  
 $(-1)-$   $-2$  ,  
 $1-$  ,  $2-$   $(-1)-$  ,  $(-2)-$   $($   
 $\dots > 4;$   
 $\dots$   $2-$   $2$  ,  
 $\dots$   $(-1)-$   $(-2)-$   
 $-$  ,  $2-$  .  
 $i \leq \frac{(n-1)}{2}$   $i$   $- 1, \dots, - i,$   
 $- i$   $i$   $($  ,  $)$ .  
 $: n-$  .  
 $/2.$  ,

$$\frac{n}{2} = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$\frac{n}{2} = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$$

**5** ( . ) . , ,  
 $P_k$  , ,  
 $P_{k+x}$   $2 + 1$  .

$( \dots = 7.)$   $2 ?$

$0$   $18,$   $i$   $19$   $3.$   $($  .  
 $i - j = l^2 \pmod{19}$  ) ,

) ,  $P_k$   $k$   $k$  .  
 .)

,  
 $P_k$   $k = 3$  .), ), , ,  
 $> 15$  , ) -  $< 19$  .  $k$   
 .

**6**  $n$  ,  
 $1$   $n$  .  $1$  ,  
 $2$  , ...,  $n - 1$   
 $-1$  .  $n?$

**7.**  $12$  ,  
 . ,  $3$  . ( ,  
 !)

**8** , ,  
 ,

**9.** , « »  
 .  $32$  , .  
 ?

**10.** )  $> 2$  .  
 , , . ,  
 , .

) , ,  
 , .

11.

64

70

?

:

63

63

$$63 + 5 = 68$$

12.

«

»,

(

).

12

25

?

:

12

13

13 (

12).

13,

$$25 - 13 = 12.$$

13

;

, , ( )

).  
?

**14** )

5 , 6,

?

)

15 , — 16,

?

**14**

16 ,

**15** ,

« » (

).

?

**16.**

«

»

55

1.

?

17. - « ».

, ,  
.  
, ( , . ). , , .

18. 8 .

, , ) 19  
; ) 13 ?

19. . ,

, ..., ( — 1)- n- .

20. 2 . ,

+ 1 , .

21. ,

, ?

21. . ,

(



). ,

.

**22.**

. , -  
. ( . ( . )

**23.**

. ,  
,  
. ,  
?

**24.**

, ,  
. , ,  
, , , .

**26.**

, -  
?

**27.**

(n 5).

. ,  
, .

**28.**

. ,  
?

**29.** )

2

1, 2 . o ,

,  
.

)

**30.**

5

. 2 ( , ,  
— ).  
?

**31.** )

: 17-17,

2-6, 3-5, 4-4, 5-3, 6-2. , .

) 18

: 18-18, 17-1, 16-2, 15-3,

..., 1-17. , .

**32.** )

64

:

10 - 9 .  
, 6 .

( )

?

) 300 ,

**33.**

,

,

,

10

, — 15, — 17. ?

34. — 1 512. 512 .

30. ,

?

35. 52 . ,

:

.

64 ?

:

•

;

•

;

;

•

35

.

1. . . . . « 1,2000 /  
35-39
2. . . . . « 2,2000 /  
25-27
3. . . . . « » 6,1999 / 27-29
4. . . . . , . . . . , . . . .  
 , 2013