

УДК 519.63:532.546

АПСКЕЙЛИНГ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ В НЕСООБЩАЮЩЕМСЯ СЛОИСТОМ ПЛАСТЕ

К.А. Поташев

Аннотация

Рассмотрен метод построения псевдофункций относительных фазовых проницаемостей слоистого нефтяного пласта с непроницаемыми перемычками, основанный на прямом моделировании двухфазной фильтрации в пренебрежении капиллярными и гравитационными силами, сжимаемостью пласта и насыщающих его флюидов. Предложена аналитическая форма модифицированных функций относительных фазовых проницаемостей. Успешность применения предложенного метода апскейлинга продемонстрирована на модельной задаче и на примере воспроизведения разработки реального нефтяного пласта.

Ключевые слова: двухфазная фильтрация, относительная фазовая проницаемость, апскейлинг, ремасштабирование, псевдофункции, слоистый пласт.

Введение

Оптимизация разработки нефтяных месторождений требует проведения большого числа многовариантных фильтрационных расчётов. Снижение вычислительных затрат может быть достигнуто за счёт укрупнения расчётной сетки. При этом для сохранения точности расчётов необходимо ремасштабирование (апскейлинг, англ. *upscaling*) фильтрационно-ёмкостных свойств (ФЕС) пласта. Основные трудности вызывает построение функций относительных фазовых проницаемостей (ОФП) для блоков укрупнённой расчётной сетки, имеющих сложную внутреннюю геологическую структуру [1, 2].

В ряде работ с учетом слоистого строения нефтяных залежей были предложены некоторые специальные методы апскейлинга ОФП для нефтяных пластов, позволяющие понизить размерность задачи двухфазной фильтрации, переходя к осреднению по всей толщине пласта. Большинство таких методов в случае сообщающихся слоёв допускает пренебрежение изменчивостью продольной составляющей градиента пластового давления в поперечном к напластованию направлении [3–6], что позволяет ввести псевдофункции ОФП слоистого пласта [7–10]. Противоположная ситуация соответствует наличию в пласте непроницаемых перемычек между слоями, когда перетоками между ними можно пренебречь. Наиболее популярные для данного случая методы апскейлинга ОФП разрабатывались для ручного счёта с минимальными вычислительными затратами, что достигалось за счёт предположения о поршневом вытеснении нефти водой из пропластков [11, 12].

В настоящей работе сформулирован метод построения псевдофункций ОФП слоистого пласта с непроницаемыми перемычками, основанный на прямом моделировании фильтрационных потоков в пласте в пренебрежении капиллярными и гравитационными силами. Предложена аналитическая форма представления модифицированных функций ОФП (МОФП). Результаты применения МОФП при понижении размерности задач двухфазной фильтрации продемонстрированы на примерах модельных задач и реального месторождения.

1. Постановка задачи апскейлинга

Рассматривается процесс заводнения слоистого нефтяного пласта в продольном направлении. Обмен насыщающей пласт водонефтяной смесью между слоями считается пренебрежимо малым. Такое предположение справедливо для пластов с высокой степенью расчленённости слоёв по вертикали и их чередованием с глинистыми перемычками. Ввиду малой кривизны пласта будем считать его горизонтальным, а толщину – постоянной. Отсутствие вертикальных перетоков позволяет пренебречь, во-первых, гравитационными силами в горизонтальном пласте и, во-вторых, капиллярными силами в предположении об их незначительности по сравнению с внешним перепадом давления. Пористую матрицу пласта считаем недеформируемой, а насыщающие его жидкости – несжимаемыми. Слои отличаются толщиной, пористостью m и абсолютной проницаемостью k , которые в пределах каждого слоя полагаются постоянными.

В начальный момент времени ($t = 0$) подвижная вода в пласте отсутствует. Нагнетание воды в пласт при максимальной водонасыщенности производится за счёт постоянного перепада давления.

В рамках таких предположений безразмерная система уравнений двухфазной фильтрации запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(k(y) \varphi(S(t, x, y)) \frac{\partial p(t, x, y)}{\partial x} \right) &= 0, \\ m(y) \frac{\partial S(t, x, y)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k(y) k_w(S(t, x, y)) \frac{\partial p(t, x, y)}{\partial x} \right) &= 0, \\ x \in (0, 1), \quad y \in (0, 1), \end{aligned} \quad (1)$$

с начальным

$$S(0, x, y) = 0 \quad (2)$$

и граничными условиями

$$p(t, 0, y) = 1, \quad p(t, 1, y) = 0, \quad S(t, 0, y) = 1. \quad (3)$$

Здесь x – горизонтальная координата, отсчитываемая от границы заводнения пласта, y – координата вертикальной оси, направленной вверх от кровли пласта, t – время, p – давление в двухфазной смеси, S – насыщенность пласта вытесняющей фазой (водой), $k_l(S)$ – функции ОФП фазы $l = w, o$ (индексы w и o соответствует водной и нефтяной фазам), которые примем в степенном виде

$$k_w(S) = S^a, \quad k_o(S) = (1 - S)^b, \quad (4)$$

где a, b – некоторые постоянные для всего пласта коэффициенты.

Определим функции

$$\varphi(S) = k_w(S) + K_\mu k_o(S), \quad f(S) = \frac{k_w(S)}{\varphi(S)}, \quad (5)$$

выражающие соответственно суммарную подвижность смеси и долю воды в потоке:

$$u_t = -\frac{k}{\mu_w} \varphi(S) \text{grad } p, \quad u_w = f(S) u_t. \quad (6)$$

Здесь K_μ – отношение динамической вязкости воды к динамической вязкости нефти, u_t – суммарная скорость фильтрации двухфазной смеси, u_w – скорость фильтрации водной фазы.

Абсолютную проницаемость k полагаем однозначной функцией пористости

$$k = k(m). \quad (7)$$

Конкретный вид зависимости (7) определяется петрофизическими исследованиями нефтесодержащей породы и, как правило, сводится к одной из известных формул (Козени – Кармана, Терцаги, Зельгейма, Шлюмберже и др.).

Задачей апскейлинга является определение таких фильтрационно-ёмкостных свойств фиктивного гомогенизированного пласта, которые позволяют понизить размерность модели, то есть перейти от решения двумерной задачи заводнения слоистого пласта к решению одномерной задачи заводнения однородного пласта при условии сохранения величин суммарных фазовых потоков.

2. Средние показатели гомогенизированного пласта

Определим средние по толщине показатели для гомогенизированного пласта, которые будем отличать от исходных величин верхней чертой ($\bar{}$). Для краткости записей введем обозначение для математического осреднения по толщине пласта

$$\langle \rangle = \int_0^1 () dy.$$

Среднюю пористость определим из условия равенства поровых объёмов слоистого и гомогенизированного пласта

$$\bar{m} = \langle m(y) \rangle; \quad (8)$$

среднюю водонасыщенность – из условия равенства объёмов воды

$$\bar{m} \bar{S}(t, x) = \langle m(y) S(t, x, y) \rangle,$$

откуда

$$\bar{S}(t, x) = \frac{1}{\bar{m}} \langle m(y) S(t, x, y) \rangle; \quad (9)$$

средние скорости фильтрации – из условия равенства полных расходов:

$$\bar{u}_l(t, x) = \langle u_l(t, x, y) \rangle, \quad l = t, w. \quad (10)$$

Выражения для средних фильтрационных параметров \bar{k} , $\bar{\varphi}$, \bar{f} и давления \bar{p} найдем из условия сохранения зависимостями средних скоростей фильтрации от средних параметров гомогенизированного пласта вида, аналогичного уравнениям (6):

$$\bar{u}_t = -\bar{k} \bar{\varphi} \nabla_x \bar{p}, \quad \bar{u}_w = \bar{f} \bar{u}_t, \quad (11)$$

где введено обозначение для градиента в продольном направлении $\nabla_x \equiv \partial / \partial x$.

Из второго условия (11) с учетом уравнений (10) и (6) получим выражение для средней доли воды в суммарном потоке

$$\bar{f} \bar{u}_t = \langle f(S) u_t(t, x, y) \rangle, \quad \bar{f}(t, x) = \frac{\langle f(S) \varphi(S) k(y) \nabla_x p(t, x, y) \rangle}{\langle \varphi(S) k(y) \nabla_x p(t, x, y) \rangle}. \quad (12)$$

Первое условие (11) с учетом уравнения (10) даёт уравнение

$$\bar{k} \bar{\varphi} \nabla_x \bar{p} = \langle k(y) \varphi(S) \nabla_x p(t, x, y) \rangle. \quad (13)$$

Для получения выражений для средней суммарной подвижности $\bar{\varphi}$ и продольного градиента среднего давления $\nabla_x \bar{p}$ рассмотрим запись уравнения (13) при различных начальных и граничных условиях (2), (3) и неизменных свойствах m , k гомогенизируемого пласта.

Если вместо начального условия (2) задать $S(0, x, y) = 1$, то есть рассмотреть случай однофазной фильтрации, то, во-первых, будем иметь $\varphi \equiv 1$, а вторых, в результате решения системы (1) с граничными условиями (3) получим, что $\nabla_x p \equiv -1$, и давление $p = 1 - x$ не зависит от вертикальной координаты y . Тогда $\bar{\varphi} = \varphi = 1$, $\nabla_x \bar{p} = \nabla_x p = -1$, и уравнение (13) дает выражение для средней проницаемости

$$\bar{k} = \langle k(y) \rangle. \quad (14)$$

Если при сохранении условия $S(0, x, y) = 1$ в условиях (3) на границах области задать давления, зависящие от вертикальной координаты y :

$$p(t, 0, y) = p_0(y), \quad p(t, 1, y) = p_1(y),$$

то и продольный градиент давления $\nabla_x p$ будет зависеть от y , и из уравнения (13) с учетом (14) получим

$$\bar{k} \nabla_x \bar{p} = \langle k(y) \nabla_x p(t, x, y) \rangle, \quad \nabla_x \bar{p}(t, x) = \frac{1}{\bar{k}} \langle k(y) \nabla_x p(t, x, y) \rangle. \quad (15)$$

Отсюда

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\bar{k}} \langle k(y) p(t, x, y) \rangle \right)$$

или

$$\bar{p}(t, x) = \frac{1}{\bar{k}} \langle k(y) p(t, x, y) \rangle + C(t).$$

Требуя, чтобы осреднение постоянного вдоль y давления давало ту же величину, получаем $C(t) = 0$ и окончательно имеем

$$\bar{p}(t, x) = \frac{1}{\bar{k}} \langle k(y) p(t, x, y) \rangle.$$

Подставив (14) и (15) в (13), получим выражение для средней суммарной подвижности в общем случае

$$\bar{\varphi}(t, x) = \frac{1}{\bar{k} \nabla_x \bar{p}} \langle k(y) \varphi(S) \nabla_x p(t, x, y) \rangle. \quad (16)$$

Аналогично, требуя сохранения формы записи закона Дарси для средних фазовых скоростей фильтрации $\bar{u}_l = -\bar{k} \bar{k}_l \nabla_x \bar{p}$, $l = w, o$, получим выражения для средних значений ОФП

$$\bar{k}_l(t, x) = \frac{1}{\bar{k} \nabla_x \bar{p}} \langle k(y) k_l(S) \nabla_x p(t, x, y) \rangle, \quad l = w, o. \quad (17)$$

Заметим, что выражения (12), (16) для средних значений суммарной подвижности $\bar{\varphi}$ и доли воды в потоке f с выражениями (17) для средних фазовых проницаемостей сохраняют их взаимосвязь в форме (5):

$$\bar{\varphi} = \bar{k}_w + K_\mu \bar{k}_o, \quad \bar{f} = \bar{k}_w / \bar{\varphi}. \quad (18)$$

Вычисленные согласно соотношениям (17) значения средних ОФП зависят от мгновенного распределения давления и насыщенности в пласте и, следовательно, относятся к классу так называемых динамических псевдофункций ОФП.

3. Уравнения фильтрации в осреднённом пласте

Для записи уравнений, описывающих одномерный процесс заводнения гомогенизированного пласта, проинтегрируем уравнения (1) по толщине пласта. При этом учтём следующие равенства:

$$\begin{aligned}\langle \nabla_x (k \varphi \nabla_x p) \rangle &= \nabla_x \langle k \varphi \nabla_x p \rangle = \nabla_x (\bar{\varphi} \langle k \nabla_x p \rangle) = \nabla_x (\bar{\varphi} \nabla_x \langle k p \rangle) = \nabla_x (\bar{k} \bar{\varphi} \nabla_x \bar{p}), \\ \langle \nabla_x (k k_w \nabla_x p) \rangle &= \nabla_x (\bar{k}_w \langle k \nabla_x p \rangle) = \nabla_x (\bar{k}_w \bar{k} \nabla_x \bar{p}), \\ \left\langle m \frac{\partial S}{\partial t} \right\rangle &= \frac{\partial \langle m S \rangle}{\partial t} = \bar{m} \frac{\partial \bar{S}}{\partial t}.\end{aligned}$$

Окончательно получим

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} (\bar{k} \bar{\varphi} (t, x) \nabla_x \bar{p} (t, x)) &= 0, \\ \bar{m} \frac{\partial \bar{S} (t, x)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{k} \bar{k}_w (t, x) \nabla_x \bar{p} (t, x)) &= 0,\end{aligned} \quad x \in (0, 1). \quad (19)$$

Начальные условия для средней величины водонасыщенности в однородном пласте получим из определения (9) и начального условия (2)

$$\bar{S} (0, x) = \frac{1}{\bar{m}} \langle m (y) S (0, x, y) \rangle = 0. \quad (20)$$

Аналогично из (3) получим граничные условия для средних значений давления и насыщенности

$$\bar{p} (t, 0) = \frac{1}{\bar{k}} \langle k (y) p (t, 0, y) \rangle = 1, \quad \bar{p} (t, 1) = 0, \quad \bar{S} (t, 0) = 1. \quad (21)$$

Полученная система уравнений (19) с условиями (20), (21) аналогична исходным уравнениям для неоднородного слоистого пласта (1)–(3) и описывает двухфазную фильтрацию в однородном пласте с постоянными значениями пористости \bar{m} и проницаемости \bar{k} в терминах полей среднего давления \bar{p} и средней водонасыщенности \bar{S} . При этом использование в качестве фазовой проницаемости и суммарной подвижности смеси выражений для \bar{k}_w и $\bar{\varphi}$ согласно (16) и (17) обеспечивает точное совпадение фазовых скоростей фильтрации в осреднённом пласте с суммарными фазовыми потоками через исходный слоистый пласт.

Выражения (17) определяют значения динамических функций ОФП в заданном сечении x пласта в заданный момент t процесса заводнения при условии, что известны истинные распределения насыщенности $S(t, x, y)$ и давления $p(t, x, y)$ в слоистом пласте. Для того чтобы при решении задачи фильтрации в гомогенизированном пласте использовать ОФП в виде функций одной лишь средней насыщенности, остается сформулировать способ построения МОФП $K_w(\bar{S})$ и $K_o(\bar{S})$. При этом очевидно, что использование в уравнениях (19) вместо точных значений $\bar{k}_w(t, x)$ и $\bar{\varphi}(t, x)$ приближенных значений модифицированных функций $K_w(\bar{S}(t, x))$ и $\Phi(\bar{S}(t, x))$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} (\bar{k} \Phi(\bar{S}(t, x)) \nabla_x \bar{p}(t, x)) &= 0, \\ \bar{m} \frac{\partial \bar{S}(t, x)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{k} K_w(\bar{S}(t, x)) \nabla_x \bar{p}(t, x)) &= 0,\end{aligned} \quad x \in (0, 1) \quad (22)$$

приведёт к некоторой погрешности вычисления суммарных фазовых потоков.

4. Построение модифицированных функций фазовых проницаемостей

Поскольку особенностью динамических псевдофункций фазовых проницаемостей (17) является их зависимость как от продольной координаты x , так и от времени t , они должны строиться при граничных и начальных условиях, ожидаемых в том процессе, который предстоит моделировать на укрупнённой сетке [6]. Такими условиями для модельной задачи (1) в рассматриваемом случае являются условия (2), (3). При этом МОФП предлагается строить по следующей схеме.

1. По исходным данным исследований пласта в скважинах определяются вероятностные законы распределения величин пористости m и толщины h слоёв пласта.

2. По данным петрофизических исследований строится зависимость (7) проницаемости k от пористости m .

3. Формируется эталонный слоистый пласт в виде реализации большого числа $M \gg 1$ слоёв, значения пористости и толщины которых подчиняются найденным законам распределения, а проницаемость определяется согласно заданной зависимости (7); для пласта по формулам (8) и (14) вычисляются средние величины пористости \bar{m} и проницаемости \bar{k} .

4. Решается модельная задача (1)–(3) заводнения эталонного слоистого пласта; при решении задачи в произвольный момент времени t в произвольном вертикальном сечении x пласта по уравнениям (10), (15) вычисляются величины средних скоростей фильтрации $\bar{u}_t(t, x)$, $\bar{u}_w(t, x)$ и продольного градиента давления $\nabla_x \bar{p}(t, x)$ и согласно (11), (18) определяются средние значения суммарной подвижности, доли воды в потоке и ОФП:

$$\bar{\varphi} = -\frac{\bar{u}_t}{\bar{k} \nabla_x \bar{p}}, \quad \bar{f} = -\frac{\bar{u}_w}{\bar{u}_t}, \quad \bar{k}_w = \bar{\varphi} \bar{f}, \quad \bar{k}_o = \frac{\bar{\varphi} (1 - \bar{f})}{K_\mu}.$$

Рассчитанные таким образом средние ОФП \bar{k}_w , \bar{k}_o соответствуют мгновенной средней насыщенности \bar{S} в данном сечении, вычисленной по (9). Вычисляя среднее арифметическое $\text{aver} \{ \}$ всех полученных значений \bar{k}_w , \bar{k}_o в каждом заранее выделенном интервале средней водонасыщенности $I_i = (\bar{S}_i, \bar{S}_{i+1})$, мы формируем табличное представление псевдофункций ОФП (ТОФП)

$$K_l(\bar{S} \in I_i) = \text{aver}_{\bar{S} \in I_i} \{ \bar{k}_l(\bar{S}) \}, \quad l = w, o,$$

где $i = 1, 2, \dots, N$ – номер интервала средней насыщенности, N – число таких интервалов. При равномерном разбиении области $\bar{S} \in [0, 1]$ получим $\bar{S}_i = (i - 1)/N$.

Для аналитического представления МОФП предлагается использовать степенные зависимости с показателями степеней, зависящими от средней водонасыщенности:

$$K_w(\bar{S}) = \bar{S}^{A(\bar{S})}, \quad K_o(\bar{S}) = (1 - \bar{S})^{B(\bar{S})}, \quad (23)$$

$$A(\bar{S}) = A_1 \bar{S}^2 + A_2 \bar{S} + A_3, \quad B(\bar{S}) = B_1 \bar{S}^2 + B_2 \bar{S} + B_3. \quad (24)$$

Выражения суммарной подвижности двухфазной смеси $\Phi(\bar{S})$ и доли воды в потоке $F(\bar{S})$ через МОФП задаются в виде, аналогичном (5):

$$\Phi(\bar{S}) = K_w(\bar{S}) + K_\mu K_o(\bar{S}), \quad F(\bar{S}) = \frac{K_w(\bar{S})}{\Phi(\bar{S})}. \quad (25)$$

Коэффициенты A_i , B_i , $i = 1, 2, 3$, определяются из условия наименьшего среднеквадратического отклонения при аппроксимации зависимостями (23) табличных

Табл. 1

Параметры законов распределения пористости и толщины слоёв в эталонном пласте

Параметр	Математическое ожидание	Дисперсия	Минимум	Максимум
m	0.2	0.005	0.01	0.5
h	0.5	0.025	0.01	1

значений ТОФП, а построенные функции (23), (25) используются для записи уравнений (22) двухфазной фильтрации в гомогенизированном пласте. Заметим, что использование сглаживающих функций (22) при большом числе $M \gg 1$ слоёв в эталонном пласте предназначено для выявления наиболее вероятного характера зависимостей МОФП от средней водонасыщенности, позволяющего максимально снизить среднее отклонение расчётных и фактических показателей, вызванное локальной изменчивостью реальной структуры слоёв. Такой подход наиболее оправдан при выполнении апскейлинга на нефтяной залежи больших размеров. При работе с небольшим участком предложенную схему построения МОФП следует проводить, начиная с п. 3 при фактическом количестве слоёв и заканчивая построением табличных зависимостей ТОФП без применения сглаживания (23). Такой вариант апскейлинга ОФП позволяет описывать в рамках гомогенизированного однородного пласта «ступенчатый» характер профилей насыщенности и кривых обводнения добывающих скважин, вызванный различной скоростью продвижения фронтов вытеснения через слои с различной проницаемостью.

5. Результаты расчётов

5.1. Численная реализация. Численное решение задачи (1)–(3) строилось методом конечных разностей по схеме IMPES (неявной по давлению, явной по насыщенности) на равномерной сетке. Система линейных уравнений для расчёта давления решалась методом прогонки. Уравнение для насыщенности аппроксимировалось по низкодиссипативной схеме TVD [13] с ограничителем “umist” [14]. Расчёт суммарной подвижности двухфазной смеси и доли воды в потоке выполнялся по схеме “upwind”. Для генерации случайных величин, удовлетворяющих заданному закону распределения, использовалась свободно распространяемая библиотека Troschuetz.Random версии 1.4.0.0 (©Stefan Troschuetz, 2007).

5.2. Модельные параметры расчёта. Для модельных расчётов распределение величин пористости m и толщины h слоёв задавалось нормальным законом с параметрами, характерными для реальных месторождений (табл. 1). Безразмерные толщины слоёв определялись делением исходных величин на суммарную мощность пласта

$$H = \sum_{i=1}^M h_i.$$

Проницаемость слоёв рассчитывалась по формуле Козени [15], записанной в терминах пористости [16]

$$k = k_0 \frac{m^3}{(1-m)^2},$$

где коэффициент k_0 , определяемый по максимальным значениям пористости и абсолютной проницаемости, использовался в качестве характерной величины при нормировке проницаемости слоёв.

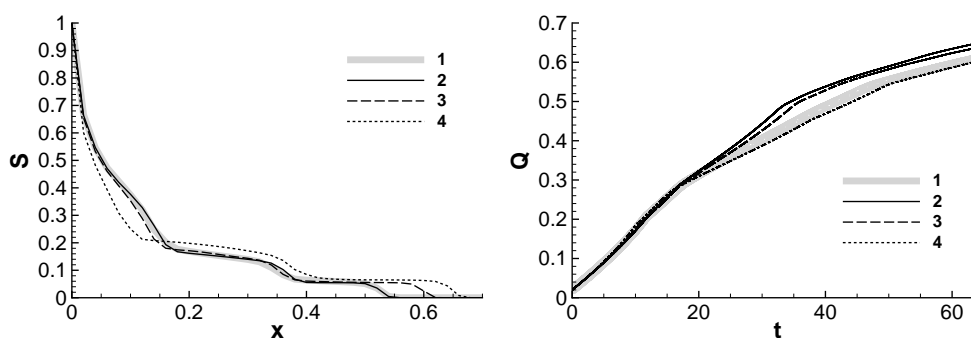


Рис. 1. Влияние длительности эталонного процесса заводнения на результат апскейлинга относительных фазовых проницаемостей: профили насыщенности на момент времени $t = 7$ и динамику накопленного отбора нефти (1 – слоистый пласт; 2 – $W_{\max} = 0, T_{\max} = 5$; 3 – $W_{\max} = 0.25$; 4 – $W_{\max} = 0.9$)

Отношение вязкостей K_{μ} для типовых расчётов задавалось равным 0.1. Исходные функции ОФП (4) задавались квадратичными – $a = 2, b = 2$. Число Куранта при численном решении задачи фильтрации задавалось равным 0.01. Расчёт задачи (1)–(3) заканчивался на момент времени $t = T_{\max}$, который задавался или определялся по достижению суммарной доли воды в потоке на правой границе пласта $x = 1$ заданной предельной величины $\bar{f}(t = T_{\max}, 1) = W_{\max}$.

5.3. Выбор предельной обводнённости. Изложенный способ апскейлинга относительных фазовых проницаемостей относится к группе построения динамических ОФП, которые, как было упомянуто выше, зависят от условий, в которых моделируется эталонный процесс заводнения. Таким образом, вид получаемых функций будет зависеть и от длительности моделируемого процесса, которая определяется предельным значением доли воды в продукции добывающих скважин W_{\max} (рис. 1). При меньших значениях данного параметра полученные МОФП минимизируют расхождение между моделями заводнения слоистого и гомогенизированного пластов на раннем этапе заводнения. Наилучшее же описание выработки пласта (накопленного отбора нефти Q) на больших временах будет достигаться за счёт выбора больших значений W_{\max} .

Предполагая наиболее характерным период разработки пласта при обводнённости, изменяющейся в интервале от 0% до 90%, в качестве предельной доли воды для процедуры апскейлинга ОФП будем задавать значение $W_{\max} = 0.9$.

5.4. Сходимость по числу слоёв. Для определения достаточного для процедуры апскейлинга числа слоёв M в эталонном пласте исследовалась зависимость от данного параметра коэффициентов $A_i, B_i, i = 1, 2, 3$, модифицированных функций (23). Для каждого значения M выполнялось по 50 реализаций слоёв эталонного пласта. Для каждой реализации строились функции МОФП (23) с вычислением оптимальных коэффициентов A_i, B_i . На рис. 2 показана сходимость числовых значений коэффициентов с ростом числа слоёв M . Видно, что для $M > 100$ средние значения коэффициентов МОФП изменяются слабо, а их разброс, вызванный вариацией параметров слоёв, становится незначительным. Поэтому во всех дальнейших вычислениях при построении аналитических зависимостей (23) использовалось значение $M = 100$. При меньшем числе слоёв применялись табличное представление функций – ТОФП.

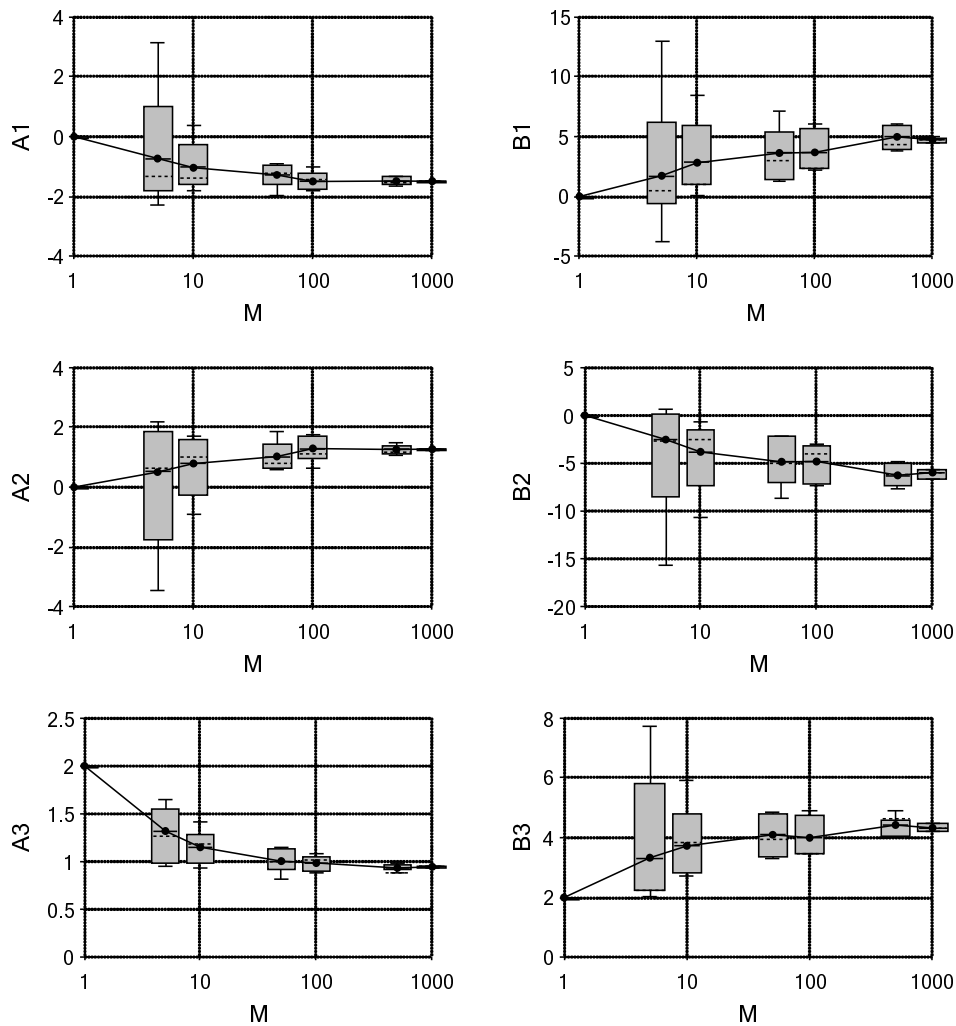


Рис. 2. Зависимость коэффициентов МОФП от числа слоёв в эталонном пласте; показаны минимальное и максимальное значения, процентиля 5% и 95%, пунктирной линией обозначены медианы (50% процентиль), сплошной линией соединены средние значения

5.5. Одномерный случай. Для оценки погрешности процедуры апскейлинга, вызванной использованием приближенных значений МОФП K_w , K_o вместо точных значений \bar{k}_w , \bar{k}_o проводилось сопоставление результатов решения задачи (1)–(3) для слоистого пласта и задачи (22), (20), (21) для гомогенизированного пласта. Расчёты выполнялись для двух различных пластов: 1) пласта из 10 слоёв с использованием табличных значений ТОФП K_w , K_o ; 2) пласта из 100 слоёв с построением аналитических зависимостей МОФП (23). Сопоставление проводилось для трёх вариантов расчётов: 1) решение задачи (1)–(3) в исходном слоистом пласте (такие результаты будем называть «схема I»); 2) решение задачи (22), (20), (21) для гомогенизированного пласта с исходными ОФП («схема II»); 3) с применением процедуры апскейлинга к ОФП («схема III»).

На рис. 3 приведены исходные функции ОФП и доли воды в потоке, а также результат их ремасштабирования для пластов из 10 и из 100 слоёв.

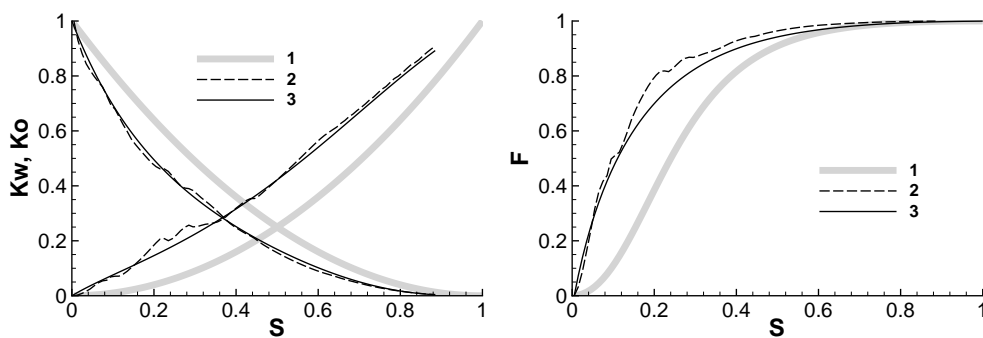


Рис. 3. Исходные и ремасштабированные ОФП и доля воды в потоке (1 – исходные ОФП; 2 – ТОФП для 10 слоёв; 3 – МОФП для 100 слоёв)

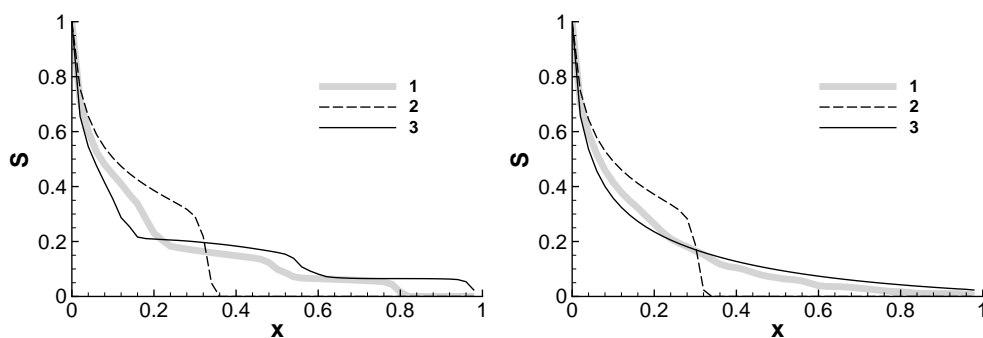


Рис. 4. Распределение водонасыщенности при $t = 10$ для 10 (слева) и 100 (справа) слоёв (1 – схема I; 2 – схема II; 3 – схема III)

Профили водонасыщенности в слоистом, гомогенизированном и осреднённом пластах, рассчитанные на момент времени $t = 10$, показаны на рис. 4.

На рис. 5 показано соответствие значений накопленного отбора нефти (аналога коэффициента извлечения нефти), полученных для слоистого и гомогенизированного пластов.

Можно заключить, что использование МОФП действительно позволяет перейти от двумерной задачи о заводнении слоистого пласта к одномерной без существенной потери точности при вычислении суммарных фазовых потоков и средней по толщине пласта водонасыщенности.

5.6. Двумерный расчёт. Решение трехмерной задачи заводнения реальной нефтяной залежи на детальной расчётной сетке предполагает построение подробной геологической модели – распределение всех ФЕС внутри объёма пласта на основе проведённых на отдельных скважинах исследований. Важно отметить, что задача интерполяции ФЕС в межскважинном пространстве является весьма сложной и может приводить к неоднозначным результатам ввиду отсутствия единых общепринятых методов [17]. Все погрешности построения внутрипластовой структуры неминуемо будут отражены в результатах трехмерного фильтрационного моделирования на мелкой сетке, требующего, кроме того, больших вычислительных затрат.

Применение изложенного метода построения псевдофункций относительных фазовых проницаемостей, во-первых, позволяет снизить размерность решаемой

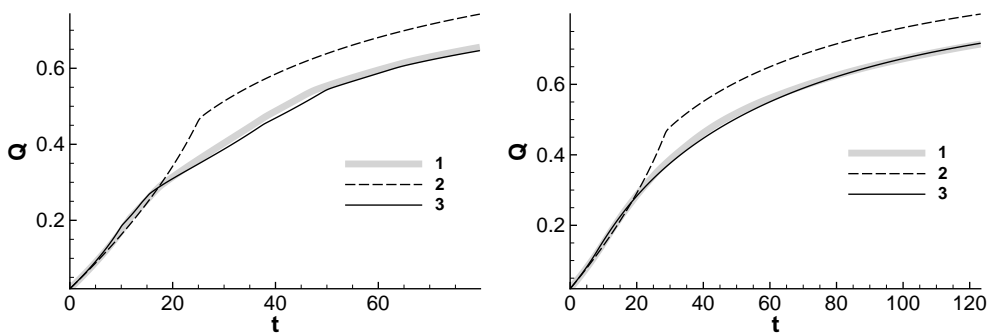


Рис. 5. Динамика накопленного отбора нефти для 10 слоёв (слева) и 100 слоёв (справа): 1 – схема I; 2 – схема II; 3 – схема III

Табл. 2

Параметры законов распределения пористости и толщин слоёв в тестовом пласте реального нефтяного месторождения

Параметр	Распределение	Математическое ожидание	Дисперсия	Минимум	Максимум
m	нормальное	0.196	0.0002	0.104	0.24
h , м	логнормальное	0.476	0.455	0.2	17.1

задачи фильтрации и перейти от трехмерной задачи к плоской с осреднением по толщине пласта, а во-вторых, исключает необходимость построения детальной геологической модели вообще, поскольку для определения МОФП (см. разд. 4) используются лишь результаты исследований в отдельных скважинах.

Для оценки успешности применения МОФП при моделировании заводнения реальной нефтяной залежи в рамках плоской задачи в гомогенизированном по толщине пласте было выбрано одно из средних нефтяных месторождений Надымской нефтегазоносной области Западно-Сибирской нефтегазоносной провинции. На моделируемой залежи данного месторождения было пробурено 63 скважины. Воспроизведение истории разработки выполнялось по схеме суперэлементной фильтрационной модели [18] в двумерной постановке с осреднением ФЕС по толщине пласта. Было проведено два расчёта – с использованием исходных функций ОФП (которые предполагались квадратичными) и с использованием МОФП, построенных по данным о ФЕС слоёв, измеренных в скважинах. При этом геологическая модель, отражающая слоистую структуру пласта, не строилась. Результаты моделирования сопоставлялись с фактическими показателями работы скважин.

Все расчёты проводились на основе утвержденных фильтрационных параметров пласта без предварительной детальной адаптации модели. Параметры законов распределения пористости и толщин слоёв в выбранной для тестирования нефтяной залежи приведены в табл. 2. Отношение вязкости воды к вязкости нефти в пластовых условиях составило $K_{\mu} = 0.57$.

На рис. 6 показаны исходные и модифицированные функции ОФП. Сравнение наиболее характерных кривых обводнения по отдельным скважинам приведено на рис. 7.

При проектировании бурения новых скважин и проведения других геологических мероприятий [19, 20] принципиальное значение имеет точность расчётного распределения текущих запасов нефти в пласте. Использование исходных функций ОФП при решении плоской задачи фильтрации приводит к выраженным

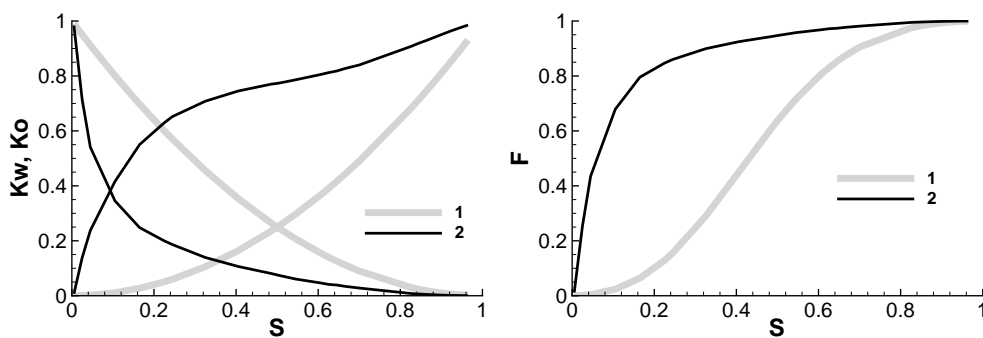


Рис. 6. Функции ОФП и доли воды в потоке для тестового реального нефтяного пласта: 1 – исходные; 2 – ремасштабированные

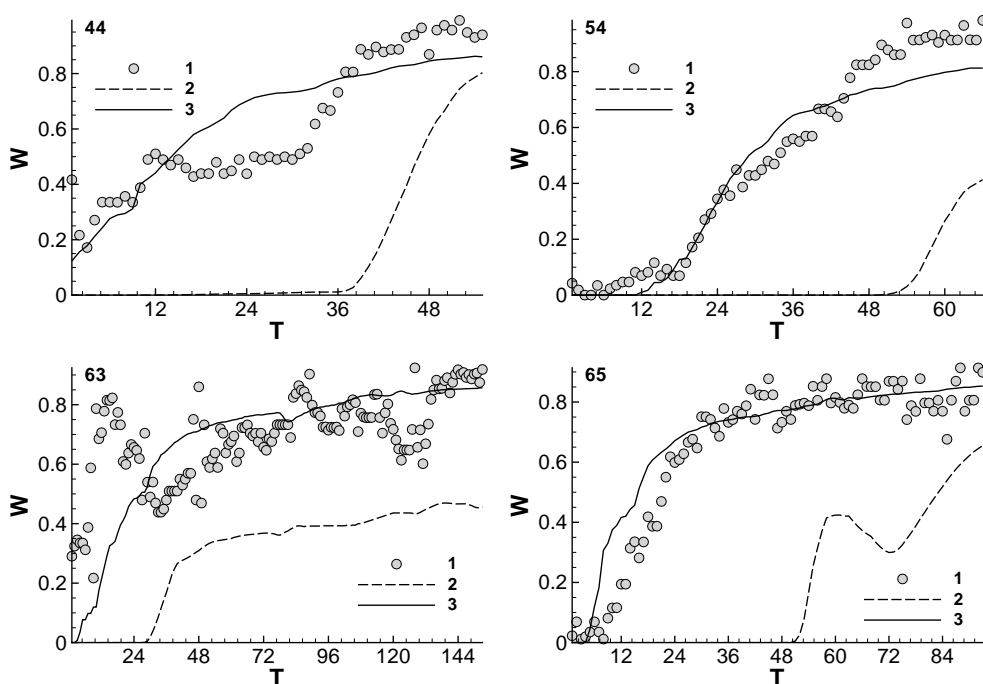


Рис. 7. Фактическая (1) и расчётная динамика обводнения скважин (2 – схема II, 3 – схема III); T – месяц работы скважины

фронтам вытеснения (рис. 8), в то время как модифицированные фазовые проницаемости позволяют получить более точное сглаженное распределение средней по толщине пласта насыщенности, обусловленное различными скоростями продвижения фронтов по слоям с различной проницаемостью.

Следует напомнить, что МОФП в рассмотренном примере были получены в предположении об отсутствии вертикальных перетоков между слоями пласта, которые в общем случае необходимо учитывать. Тем не менее использование таких функций позволяет заметно повысить точность расчётов по сравнению с исходными фазовыми проницаемостями. Дополнительное повышение точности расчётов может быть достигнуто, например, за счёт зонального апскейлинга ОФП,

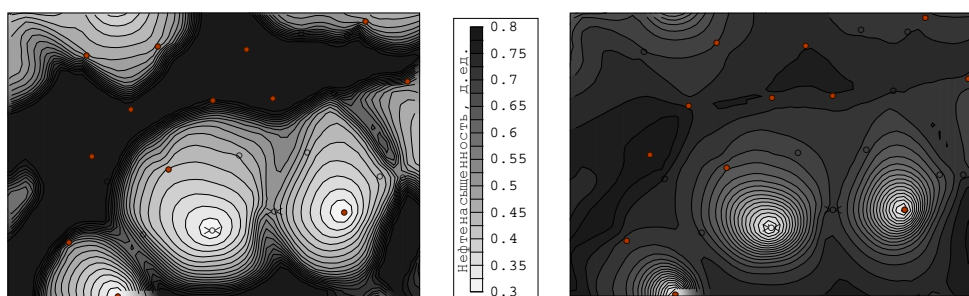


Рис. 8. Распределение средней насыщенности на участке пласта при использовании исходных (слева) и модифицированных (справа) ОФП

при котором изложенная схема проводится не по всей нефтяной залежи, а для отдельных зон схожего геологического строения. Такие зоны могут выделяться как по простиранию пласта, так и в вертикальном направлении путём группировки подобных слоёв в так называемые пакчи.

Заключение

Сформулирован способ осреднения относительных фазовых проницаемостей пласта, состоящего из несообщающихся слоёв. Этот способ обеспечивает точное совпадение суммарных фазовых потоков при понижении размерности задачи двухфазной фильтрации. На основе данного способа предложен метод построения динамических псевдофункций относительных фазовых проницаемостей в табличном виде как обобщение результатов численного моделирования заводнения слоистого пласта. Для реализации метода необходим лишь базовый набор данных по первичным исследованиям пласта в скважинах, при этом построение детальной геологической модели не требуется.

В качестве варианта аналитического представления полученных зависимостей предложена степенная форма записи модифицированных функций ОФП с показателями степени, являющимися квадратичными функциями насыщенности.

Показано, что при понижении размерности задачи двухфазной фильтрации в слоистом пласте использование предложенных псевдофункций ОФП позволяет существенно повысить точность расчётов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-01-97044, 13-01-97031).

Summary

K.A. Potashev. Upscaling of Relative Phase Permeabilities in an Isolated Stratified Reservoir.

A method for construction of pseudo-functions of relative phase permeabilities in a stratified oil reservoir with impervious breaks is considered. The method is based on the direct modeling of two-phase flow neglecting capillary and gravitational forces and also compressibility of the porous matrix and fluids. An analytical form of the modified functions of relative phase permeabilities is proposed. The efficiency of the presented upscaling method is demonstrated on the model problem and the real oil-field simulation.

Keywords: two-phase flow, relative phase permeability, upscaling, rescaling, pseudo-functions, stratified reservoir.

Литература

1. *Barker J.W., Thibeau S.* A critical review of the use of pseudo-relative permeabilities for upscaling // SPE Res. Eng. – 1997. – No 2. – P. 138–143.
2. *Каневская Р.Д.* Асимптотический анализ влияния капиллярных и гравитационных сил на двумерный фильтрационный перенос двухфазных систем // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1988. – № 4. – С. 88–95.
3. *Курбанов А.К.* О некоторых обобщениях уравнений фильтрации двухфазной жидкости // Науч.-техн. сб. ВНИИ. – М., 1961. – Вып. 15. – С. 32–38.
4. *Coats K.H., Nielsen R.L., Terhune M.H., Weber A.G.* Simulation of three-dimensional two-phase flow in oil and gas reservoirs // Soc. Pet. Eng. J. – 1967. – V. 7, No 4. – P. 377–388.
5. *Zhang X., Shapiro A., Stenby E.H.* Upscaling of two-phase immiscible flows in communicating stratified reservoirs // Transp. Porous Media. – 2011. – V. 87, No 3. – P. 739–764.
6. *Каневская Р.Д.* Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. – М.; Ижевск: Ин-т компьютерных исслед., 2002. – 140 с.
7. *Курбанов А.К., Атанов Г.А.* К вопросу о вытеснении нефти водой из неоднородного пласта // Нефть и газ Тюмени. – 1974. – Вып. 13. – С. 36–38.
8. *Hearn C.L.* Simulation of stratified waterflooding by pseudorelative permeability curves // J. Petrol. Technol. – 1971. – V. 23, No 7. – P. 805–813.
9. *Kyte J.R., Berry D.W.* New pseudofunctions to control numerical dispersion // Soc. Pet. Eng. J. – 1975. – V. 15, No 3. – P. 269–276.
10. *Stone H.L.* Rigorous black-oil pseudo functions // 11th SPE Symposium on Reservoir Simulation (Anaheim, California, 1991). – 1991. – Paper SPE 21207.
11. *Dykstra H., Parsons R.* The prediction of oil recovery by waterflooding // Secondary Oil Recovery of Oil in the United States. – N. Y.: API, 1950. – P. 160–174.
12. *Булыгин Д.В., Булыгин В.Я.* Геология и имитация разработки залежей нефти. – М.: Недра, 1996. – 382 с.
13. *Harten A.* High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // J. Comput. Phys. – 1983. – V. 49, No 3. – P. 357–393.
14. *Lien F.S., Leschziner M.A.* Upstream monotonic interpolation for scalar transport with application to complex turbulent flows // Int. J. Num. Meth. Fluids. – 1994. – V. 6, No 19. – P. 527–548.
15. *Kozeny J.* Über kapillare Leitung des Wassers im Boden (Aufstieg, Versickerung und Anwendung auf die Bewässerung) // Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien. – 1927. – V. 136, No 2a. – P. 271–306.
16. *Daigle H., Dugan B.* Extending NMR data for permeability estimation in fine-grained sediments // Mar. Petrol. Geol. – 2009. – V. 26, No 8. – P. 1419–1427.
17. *Закревский К.Е., Майсюк Д.М., Сыртланов В.Р.* Оценка качества 3D моделей. – М.: ООО «ИПЦ Маска», 2008. – 272 с.
18. *Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И., Булыгин Д.В.* Моделирование разработки нефтяных месторождений методом суперэлементов // Матем. моделирование. – 2013. – Т. 25, № 8. – С. 51–64.
19. *Мазо А.Б., Поташев К.А., Булыгин Д.В.* Суперэлементы. Моделирование горизонтальных скважин и боковых стволов // Нефть. Газ. Новации. – 2012. – № 4. – С. 48–50.

20. Мазо А.Б., Калинин Е.И., Поташев К.А., Булыгин Д.В. Суперэлементы. Моделирование гидроразрыва пласта // Нефть. Газ. Новации. – 2013. – № 1. – С. 45–51.

Поступила в редакцию
03.04.14

Поташев Константин Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры аэрогидромеханики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: *kpotashev@mail.ru*