Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского 2024

Казань, 7 апреля 2024 г.

6 класс

Вариант № 1

---

1. Возможно ли, чтобы стоимость 12 шоколадок, каждая из которых стоит 103, 209 и 231 рубль, составила 2025 рублей суммарно?

Ответ. Нет.

Решение. Сумма четного числа 12 нечетных чисел четна. Так как 2025 – нечетное число, то получить его в результате сложения 12 нечетных чисел нельзя.

2. На Турнире юных математиков 35% всех участников – мальчики 6 класса, а 13% всех участников турнира – это мальчики, но не 6 класса. Сколько процентов от всех участников турнира составляют девочки?

Ответ. 52%.

Решение. Доля мальчиков среди участников Турнира равна сумме долей мальчиков 6 класса и мальчиков не 6 класса. Вычитая из 100% процент мальчиков от всех участников, получаем требуемое.

3. Всевозможные комбинации из букв *а*, *б*, *в* длины 5 выписаны в один список в алфавитном порядке. (Начало списка таково: *ааааа*, *ааааб*, *ааааа*в, *аааба* и т. д.) Что стоит на 239-м месте?

Ответ. *вввбб*.

Решение. Т.к. при составлении пятибуквенной комбинации на каждую позицию можно поставить одну из трёх букв, то всего в списке $3^5 = 243$ таких буквосочетания. Первые пять комбинаций с конца таковы: *ввввв*, *вввវб*, *вввва*, *вввбв*, *вввбб*. Искомое буквосочетание – пятое с конца.

4. Алина умеет умножать число на два, или менять цифры в числе произвольным образом (главное, чтобы не начиналось на 0). Может ли она из 3 получить 94?

Ответ. Не может.

Решение. Число 94 может быть получено либо из 47, либо из 49. Число 49 может быть получено лишь из 94, а 47 – только из 74. Число 74 может быть получено только из 47 или 37, а 37 получается лишь из 73, которое, в свою очередь, получается лишь из 37. Таким образом, множество чисел, из которых может быть получено 94, не содержит тройку.

5. В некоторой аудитории 30 шестиклассников решают задачи Турнира юных математиков. Когда из аудитории выходит учитель, шестиклассники перестают решать задачи и начинают играть в игру, кидая друг в друга бумажки, по следующим правилам: 1) если один школьник попадает в другого бумажкой, то первый выбивает второго из игры (выбить школьника из игры может только один другой школьник); 2) школьник становится довольным, если он успел выбить из игры хотя бы трёх других (если даже после этого в него попадут бумажкой). Какое максимальное количество шестиклассников могут остаться довольными по итогу Турнира?

Ответ. 9.

Решение. Если бы довольных шестиклассников было не менее 10, то школьников, в которых попали бумажкой, было бы не менее 30, что невозможно, т.к. по крайней мере один участник должен остаться в игре. Приведём пример, когда довольных будет в точности 9.

Выберем любых 7 шестиклассников. Пусть в начале игры каждый из них попал бумажкой по троим другим школьникам. Тогда 21 школьник выбыл из игры, а остаются в игре 9 человек, семеро из которых уже довольны, а двое ещё нет. Этим двоим нужно попасть бумажками, например, по троим довольным каждому, тогда число довольных школьников достигнет 9.

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского 2024

Казань, 7 апреля 2024 г.

6 класс

Вариант № 2

---

1. Возможно ли, чтобы стоимость 12 шоколадок, каждая из которых стоит 203, 109 и 201 рубль, составила 2025 рублей суммарно?

Ответ. Нет.

Решение. Сумма чётного числа 12 нечётных чисел чётна. Так как 2025 – нечётное число, то получить его в результате сложения 12 нечётных чисел нельзя.

2. На Турнире юных математиков 24% всех участников – мальчики 6 класса, а 12% всех участников турнира – это мальчики, но не 6 класса. Сколько процентов от всех участников турнира составляют девочки?

Ответ. 64%.

Решение. Доля мальчиков среди участников Турнира равна сумме долей мальчиков 6 класса и мальчиков не 6 класса. Вычитая из 100% процент мальчиков от всех участников, получаем требуемое.

3. Всевозможные комбинации из букв *а*, *б*, *в*, *г* длины 4 выписаны в один список в алфавитном порядке. (Начало списка таково: *аааа*, *аааб*, *ааав*, *аааг*, *ааба* и т. д.) Что стоит на 251-м месте?

Ответ. *ггвв*.

Решение. Т.к. при составлении четырёхбуквенной комбинации на каждую позицию можно поставить одну из четырёх букв, то всего в списке $4^4 = 256$ таких буквосочетаний. Первые шесть комбинаций с конца таковы: *гггг*, *гггв*, *гггб*, *ггга*, *ггвг*, *ггвв*. Искомое буквосочетание – шестое с конца.

4. Алина умеет умножать число на два, или менять цифры в числе произвольным образом (главное, чтобы не начиналось на 0). Может ли она из 1 получить 94?

Ответ. Не может.

Решение. Число 94 может быть получено либо из 47, либо из 49. Число 49 может быть получено лишь из 94, а 47 – только из 74. Число 74 может быть получено только из 47 или 37, а 37 получается лишь из 73, которое, в свою очередь, получается лишь из 37. Таким образом, множество чисел, из которых может быть получено 94, не содержит единицу.

5. В некоторой аудитории 30 шестиклассников решают задачи Турнира юных математиков. Когда из аудитории выходит учитель, шестиклассники перестают решать задачи и начинают играть в игру, кидая друг в друга бумажки, по следующим правилам: 1) если один школьник попадает в другого бумажкой, то первый выбивает второго из игры (выбить школьника из игры может только один другой школьник); 2) школьник становится довольным, если он успел выбить из игры хотя бы трёх других (если даже после этого в него попадут бумажкой). Какое максимальное количество шестиклассников могут остаться довольными по итогу Турнира?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского 2024

Казань, 7 апреля 2024 г.

6 класс

Вариант № 3

---

1. Возможно ли, чтобы стоимость 12 шоколадок, каждая из которых стоит 303, 189 и 165 рубль, составила 2025 рублей суммарно?

Ответ. Нет.

Решение. Сумма чётного числа 12 нечётных чисел чётна. Так как 2025 – нечётное число, то получить его в результате сложения 12 нечётных чисел нельзя.

2. На Турнире юных математиков 15% всех участников – девочки 6 класса, а 32% всех участников турнира – это девочки, но не 6 класса. Сколько процентов от всех участников турнира составляют мальчики?

Ответ. 53%.

Решение. Доля девочек среди участников Турнира равна сумме долей девочек 6 класса и девочек не 6 класса. Вычитая из 100% процент девочек от всех участников, получаем требуемое.

3. Всевозможные комбинации из букв *а*, *б*, *в* длины 6 выписаны в один список в алфавитном порядке. (Начало списка таково: *аааааа*, *аааааб*, *аааааb*, *ааааба* и т. д.) Что стоит на 725-м месте?

Ответ. *ввввбб.*

Решение. Т.к. при составлении шестибуквенной комбинации на каждую позицию можно поставить одну из трёх букв, то всего в списке $3^6 = 729$ таких буквосочетаний. Первые пять комбинаций с конца таковы: *вввввв*, *вввввб*, *ввввва*, *ввввбв*, *ввввбб*. Искомое буквосочетание – пятое с конца.

4. Алина умеет умножать число на два, или менять цифры в числе произвольным образом (главное, чтобы не начиналось на 0). Может ли она из 3 получить 94?

Ответ. Не может.

Решение. Число 94 может быть получено либо из 47, либо из 49. Число 49 может быть получено лишь из 94, а 47 – только из 74. Число 74 может быть получено только из 47 или 37, а 37 получается лишь из 73, которое, в свою очередь, получается лишь из 37. Таким образом, множество чисел, из которых может быть получено 94, не содержит тройку.

5. В некоторой аудитории 30 шестиклассников решают задачи Турнира юных математиков. Когда из аудитории выходит учитель, шестиклассники перестают решать задачи и начинают играть в игру, кидая друг в друга бумажки, по следующим правилам: 1) если один школьник попадает в другого бумажкой, то первый выбивает второго из игры (выбить школьника из игры может только один другой школьник); 2) школьник становится довольным, если он успел выбить из игры хотя бы трёх других (если даже после этого в него попадут бумажкой). Какое максимальное количество шестиклассников могут остаться довольными по итогу Турнира?

Ответ. 9.

Решение. Если бы довольных шестиклассников было не менее 10, то школьников, в которых попали бумажкой, было бы не менее 30, что невозможно, т.к. по крайней мере один участник должен остаться в игре. Приведём пример, когда довольных будет в точности 9.

Выберем любых 7 шестиклассников. Пусть в начале игры каждый из них попал бумажкой по троим другим школьникам. Тогда 21 школьник выбыл из игры, а остаются в игре 9 человек, семеро из которых уже довольны, а двое ещё нет. Этим двоим нужно попасть бумажками, например, по троим довольным каждому, тогда число довольных школьников достигнет 9.

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского 2023

Казань, 7 апреля 2024 г.

6 класс

Вариант № 4

---

1. Возможно ли, чтобы стоимость 12 шоколадок, каждая из которых стоит 223, 199 и 221 рубль, составила 2025 рублей суммарно?

Ответ. Нет.

Решение. Сумма чётного числа 12 нечётных чисел чётна. Так как 2025 – нечётное число, то получить его в результате сложения 12 нечётных чисел нельзя.

2. На Турнире юных математиков 25% всех участников – девочки 6 класса, а 42% всех участников турнира – это девочки, но не 6 класса. Сколько процентов от всех участников турнира составляют мальчики?

Ответ. 33%.

Решение. Доля девочек среди участников Турнира равна сумме долей девочек 6 класса и девочек не 6 класса. Вычитая из 100% процент девочек от всех участников, получаем требуемое.

3. Всевозможные комбинации из букв *а*, *б*, *в*, *г*, *д* длины 4 выписаны в один список в алфавитном порядке. (Начало списка таково: *аааа*, *аааб*, *ааав*, *аааг*, *аaад*, *ааба* и т. д.) Что стоит на 620-м месте?

Ответ. *ддгд.*

Решение. Т.к. при составлении четырёхбуквенной комбинации на каждую позицию можно поставить одну из пяти букв, то всего в списке $5^4 = 625$ таких буквосочетаний. Первые шесть комбинаций с конца таковы: *дддд*, *дддг*, *дддв*, *дддб*, *ддда*, *ддгд*. Искомое буквосочетание – шестое с конца.

4. Алина умеет умножать число на два, или менять цифры в числе произвольным образом (главное, чтобы не начиналось на 0). Может ли она из 1 получить 94?

Ответ. Не может.

Решение. Число 94 может быть получено либо из 47, либо из 49. Число 49 может быть получено лишь из 94, а 47 – только из 74. Число 74 может быть получено только из 47 или 37, а 37 получается лишь из 73, которое, в свою очередь, получается лишь из 37. Таким образом, множество чисел, из которых может быть получено 94, не содержит единицу.

5. В некоторой аудитории 30 шестиклассников решают задачи Турнира юных математиков. Когда из аудитории выходит учитель, шестиклассники перестают решать задачи и начинают играть в игру, кидая друг в друга бумажки, по следующим правилам: 1) если один школьник попадает в другого бумажкой, то первый выбивает второго из игры (выбить школьника из игры может только один другой школьник); 2) школьник становится довольным, если он успел выбить из игры хотя бы трёх других (если даже после этого в него попадут бумажкой). Какое максимальное количество шестиклассников могут остаться довольными по итогу Турнира?

Ответ. 9.

Решение. Если бы довольных шестиклассников было не менее 10, то школьников, в которых попали бумажкой, было бы не менее 30, что невозможно, т.к. по крайней мере один участник должен остаться в игре. Приведём пример, когда довольных будет в точности 9.

Выберем любых 7 шестиклассников. Пусть в начале игры каждый из них попал бумажкой по троим другим школьникам. Тогда 21 школьник выбыл из игры, а остаются в игре 9 человек, семеро из которых уже довольны, а двое ещё нет. Этим двоим нужно попасть бумажками, например, по троим довольным каждому, тогда число довольных школьников достигнет 9.