

Вопросы для подготовки к устному экзамену по геометрии в 10Е классе.

1. Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии.
2. Некоторые следствия из аксиом.
3. Параллельные прямые в пространстве.
4. Параллельность трех прямых.
5. Параллельность прямой и плоскости.
6. Взаимное расположение прямых в пространстве. Признак скрещивающихся прямых.
7. Углы с сонаправленными сторонами.
8. Угол между прямыми.
9. Параллельные плоскости.
10. Свойства параллельных плоскостей.
11. Тетраэдр.
12. Параллелепипед.
13. Перпендикулярные прямые в пространстве.
14. Параллельные прямые, перпендикулярные плоскости.
15. Признак перпендикулярности прямой и плоскости (теорема без доказательства).
16. Теорема о прямой, перпендикулярной плоскости.
17. Расстояние от точки до плоскости, наклонная, проекция.
18. Теорема о трех перпендикулярах.
19. Угол между прямой и плоскостью.
20. Двугранный угол.
21. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
22. Прямоугольный параллелепипед.
23. Понятие многогранника. Геометрическое тело.
24. Призма.
25. Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
26. Симметрия в пространстве. Понятие правильного многогранника.

Задачи по планиметрии

1. Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 43. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{8}{9}$. Найдите боковую сторону.
2. Основания равнобедренной трапеции равны 12 и 52. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.

3. В параллелограмме ABCM высота, опущенная на сторону AB, равна 9. синус угла A равен $\frac{3}{4}$. Найдите AM.
4. В параллелограмме ABCM синус угла C равен $\frac{1}{3}$, AM = 6. Найдите высоту опущенную на сторону AB.
5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, BC = 14, синус угла A равен $\frac{4}{7}$. Найти AH.
6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, AB = 26, тангенс угла A равен $\frac{2}{3}$. Найти AH.
7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, AB = 25, синус угла A равен $\frac{4}{5}$. Найти AH.
8. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, AB = 12, косинус угла A равен $\frac{1}{2}$. Найти AH.
9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , AC = 120, BC = 35. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.
10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , AB = 4, BC = 2. Найдите синус внешнего угла при вершине A.
11. В треугольнике ABC угол C равен 90° , синус угла A равен $\frac{4}{5}$. Найдите синус внешнего угла при вершине B.
12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , косинус угла B равен $\frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.
13. В треугольнике ABC угол C равен 90° , тангенс угла A равен 0,4. Найдите тангенс внешнего угла при вершине B.
14. В треугольнике ABC угол C равен 90° , тангенс угла A равен 3. Найдите тангенс внешнего угла при вершине A.
15. В треугольнике ABC угол C равен 90° , косинус угла A равен 0,4. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.
16. В треугольнике ABC угол C равен 90° , синус угла A равен 0,7. Найдите синус внешнего угла при вершине A.
17. В треугольнике ABC AC = BC = 10, тангенс угла A равен $\frac{4}{3}$. Найдите AB.
18. В треугольнике ABC AC = BC, AB = 15, синус угла A равен $\frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AC.
19. В треугольнике ABC AC = BC, AB = 4, косинус угла A равен 0,1. Найдите AC.
20. В треугольнике ABC AC = BC = 10, косинус угла A равен 0,4. Найдите AB.

21. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $AC = \sqrt{51}$, $BC = 7$. Найдите синус угла A.
22. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $AC = 20$, $BC = 14$, Найдите тангенс угла A.
23. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $AB = 20$, тангенс угла A равен $\frac{3}{4}$. Найдите BC.
24. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $AB = 10$, тангенс угла A равен $\frac{\sqrt{21}}{2}$. Найдите AC.
25. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , синус угла A равен 0,6, $AC = 12$. Найдите AB.
26. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $AB = 5$, косинус угла B равен 0,6. Найдите AC.
27. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $BC = 2$, тангенс угла A равен 0,5. Найдите AC.
28. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , $AB = 4$, синус угла A равен 0,75. Найдите BC.
29. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , тангенс угла A равен $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Найдите косинус угла B.
30. В треугольнике ABC угол C равен 90^0 , синус угла A равен $\frac{5}{\sqrt{41}}$. Найдите тангенс угла B.
31. Точки A и B лежат на окружности. Точка C лежит вне неё, причём отрезок AC пересекает окружность в точке M, а отрезок BC = в точке E. Угол ACB равен 48^0 . Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек M и E, равна 162^0 . Найдите угол M A E . Ответ дайте в градусах.
32. Точки A и B лежат на окружности. Точка C лежит вне неё, причём отрезок AC пересекает окружность в точке M, а отрезок BC - в точке E. Найдите угол ACB, если вписанные углы AMB и MAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118^0 и 38^0 . Ответ дайте в градусах.
33. Угол ACO равен 20^0 . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O. Прямая CO пересекает окружность в точках B и D. Найдите градусную величину большей дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.
34. Найдите угол ACO, Если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а меньшая дуга окружности AB, заключённая внутри этого угла, равна 58^0 . Ответ дайте в градусах.
35. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 48^0 . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB. Ответ дайте в градусах.

36. Хорда AB стягивает дугу окружности в 120° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности проведённой через точку B . Ответ дайте в градусах.
37. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол $ABD = 28^\circ$, угол $CAD = 44^\circ$. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.
38. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол $ABC = 44^\circ$, угол $CAD = 36^\circ$. Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.
39. Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 44° и 87° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.
40. Угол A четырёхугольника $ABCD$ вписанного в окружность равен 116° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

Задачи по стереометрии

1	На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что длина отрезка DE равна 5 см и $\frac{BD}{DA} = \frac{2}{3}$. Плоскость α проходит через точки B и C и параллельна отрезку DE . Найдите длину отрезка BC .	$8\frac{1}{3}$
2	Даны параллелограмм $ABCD$ и трапеция $ABEK$ с основанием EK , не лежащие в одной плоскости. а) Выясните взаимное расположение прямых CD и EK . б) Найдите периметр трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность и $AB = 22,5$ см, $EK = 27,5$ см.	100
3	Точка B не лежит в плоскости треугольника ADC , точки M , N и P — середины отрезков BA , BC и BD соответственно. а) Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны. б) Найдите площадь треугольника MNP , если площадь треугольника ADC равна 48 см ² .	12
4	В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и P являются серединами ребер AB , BC и CD , $AC = 10$ см, $BD = 12$ см. Докажите, что плоскость MNP проходит через середину K ребра AD , и найдите периметр четырехугольника, полученного при пересечении тетраэдра с плоскостью MNP .	22
5	Изобразите тетраэдр $KLMN$. а) Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через ребро KL и середину A ребра MN . б) Докажите, что плоскость, проходящая через середины E , O и F отрезков LM , MA и MK , параллельна плоскости LKA . Найдите площадь треугольника EOF , если площадь треугольника LKA равна 24 см ² .	6
6	На ребрах DA , DB и DC тетраэдра $DABC$ отмечены точки M , N и P так, что $DM : MA = DN : NB = DP : PC$. Докажите, что плоскости MNP и ABC параллельны. Найдите площадь треугольника MNP , если площадь треугольника ABC равна 10 см ² и $DM : MA = 2 : 1$.	$4\frac{4}{9}$

7	В треугольнике ABC дано: $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$ см, $BC = 8$ см, CM — медиана. Через вершину C проведена прямая CK , перпендикулярная к плоскости треугольника ABC , причем $CK = 12$ см. Найдите KM .	121
8	Прямая CD перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC . Через центр O этого треугольника проведена прямая OK , параллельная прямой CD . Известно, что $AB = 16\sqrt{3}$ см, $OK = 12$ см, $CD = 16$ см. Найдите расстояния от точек D и K до вершин A и B треугольника.	20; 32
9	Из точки A , не принадлежащей плоскости α , проведены к этой плоскости перпендикуляр AO и две равные наклонные AB и AC . Известно, что $\angle OAB = \angle OAC = 60^\circ$, $AO = 1,5$ см. Найдите расстояние между основаниями наклонных.	3
10	Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC , если $AB = 6$ см.	2
11	Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC . Известно, что $AB = AC = 5$ см, $BC = 6$ см, $AD = 12$ см. Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC .	4; $4\sqrt{10}$
12	Через вершину A прямоугольника $ABCD$ проведена прямая AK , перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что $KD = 6$ см, $KB = 7$ см, $KC = 9$ см. Найдите: а) расстояние от точки K до плоскости прямоугольника $ABCD$; б) расстояние между прямыми AK и CD .	2; $4\sqrt{2}$
13	Через вершину B квадрата $ABCD$ проведена прямая BF , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если $BF = 8$ дм, $AB = 4$ дм.	8; 8; $4\sqrt{5}$; $4\sqrt{5}$
14	Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC . Известно, что $BD = 9$ см, $AC = 10$ см, $BC = BA = 13$ см. Найдите: а) расстояние от точки D до прямой AC ; б) площадь треугольника ACD .	15; 75
15	Через вершину прямого угла C равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена прямая CM , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямой AB , если $AC = 4$ см, а $CM = 2\sqrt{7}$ см.	6
16	Через вершину B ромба $ABCD$ проведена прямая BM , перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, если $AB = 25$ см, $\angle BAD = 60^\circ$, $BM = 12,5$ см.	12,5; 12,5; 25; 25
17	Ребро CD тетраэдра $ABCD$ перпендикулярно к плоскости ABC , $AB = BC = AC = 6$, $BD = 3\sqrt{7}$. Найдите двугранные углы $DACB$, $DABC$, $BDCA$.	90° ; 45° ; 60°
18	Найдите двугранный угол $ABCD$ тетраэдра $ABCD$, если углы DAB , DAC и ACB прямые, $AC = CB = 5$, $DB = 5\sqrt{5}$.	60°
19	Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $AC_1 = 12$ см и диагональ BD_1 составляет с плоскостью грани $AA_1 D_1 D$ угол в 30° , а с ребром DD_1 — угол в 45° .	6; 6; $6\sqrt{2}$

20	Через центр O окружности, вписанной в треугольник ABC , проведена прямая OK , перпендикулярная к плоскости треугольника. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB = BC = 10$ см, $AC = 12$ см, $OK = 4$ см.	5
21	Через вершину C прямого угла прямоугольного треугольника ABC проведена прямая CD , перпендикулярная к плоскости этого треугольника. Найдите площадь треугольника ABD , если $CA = 3$ дм, $CB = 2$ дм, $CD = 1$ дм.	3,5
22	Стороны треугольника равны 17 см, 15 см и 8 см. Через вершину A меньшего угла треугольника проведена прямая AM , перпендикулярная к его плоскости. Определите расстояние от точки M до прямой, содержащей меньшую сторону треугольника, если известно, что $AM = 20$ см.	25
23	Параллельные прямые AB и CD лежат в разных гранях двугранного угла, равного 60° . Точки A и D удалены от ребра двугранного угла соответственно на 8 см и 6,5 см. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .	$\frac{1}{2}\sqrt{217}$
24	Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.	26
25	Через два противоположных ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см ² . Найдите ребро куба и его диагональ.	8; $8\sqrt{3}$
26	Стороны основания прямого параллелепипеда равны 8 см и 15 см и образуют угол в 60° . Меньшая из площадей диагональных сечений* равна 130 см ² . Найдите площадь поверхности параллелепипеда.	$20(23 + 6\sqrt{3})$
27	Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.	$\sqrt{58}$; $\sqrt{58}$; $\sqrt{65}$; $\sqrt{65}$
28	Основанием пирамиды является квадрат, одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания. Плоскость боковой грани, не проходящей через высоту пирамиды, наклонена к плоскости основания под углом 45° . Наибольшее боковое ребро равно 12 см. Найдите: а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности пирамиды.	А) $4\sqrt{3}$; Б) 48 $\sqrt{2} + 48$