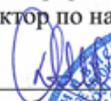


**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное учреждение высшего образования**  
**"Казанский (Приволжский) федеральный университет"**  
**Елабужский институт (филиал)**

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –  
проректор по научной деятельности

  
\_\_\_\_\_ Д.А. Таторский  
« 15 » \_\_\_\_\_ 2026 г.



**ПРОГРАММА**

**вступительного испытания по специальной дисциплине**

**Уровень высшего образования:** подготовка кадров высшей квалификации

**Тип образовательной программы:** программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

**Научная специальность:** 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

**Форма обучения:** очная

## Общие указания

### Порядок проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в форме экзамена на основе билетов. В каждом экзаменационном билете по 2 вопроса. Экзамен проходит в письменной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

### Критерии оценивания

Оценка поступающему за письменную работу выставляется в соответствии со следующими критериями.

**Отлично (80-100 баллов)**

**Хорошо (60-80 баллов)**

**Удовлетворительно (40-60 баллов)**

**Неудовлетворительно (менее 40 баллов)**

## Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности

### 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

(шифр и наименование научной специальности)

#### Часть 1.

1. Равномерная сходимости функциональных последовательностей и рядов.
2. Метрические пространства. Полные метрические пространства. Теорема Банаха.
3. Интеграл Римана. Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
4. Интегрирование функций комплексной переменной. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
5. Степенные ряды в комплексной области. Ряд Лорана.
6. Классификация особых точек аналитической функции. Вычеты и их свойства.
7. Общая теория линейных уравнений и систем (фундаментальные системы решений, определитель Вронского, метод вариации постоянных, формула Остроградского — Лиувилля).
8. Автономные системы уравнений. Классификация точек покоя. Предельные циклы.
9. Метод функций Ляпунова.
10. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Огибающие и особые решения.

#### Часть 2.

1. Постановка задач математической физики (на примерах малых поперечных колебаний струны и распространения тепла в изотропном твердом теле).
2. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений с частными производными второго порядка.
3. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка.
6. Задача Коши для уравнения колебаний в пространстве. Формула Кирхгофа.
7. Задача Коши для уравнения колебаний на плоскости. Формула Пуассона, метод спуска.
8. Формула Даламбера. Метод распространяющихся волн. Задачи для полубесконечной струны.
9. Метод Фурье. Общая схема метода Фурье. Смешанные задачи для уравнения колебаний струны и уравнения теплопроводности.
10. Уравнение Лапласа (формула Грина, фундаментальное решение, интегральное представление решения, свойства гармонических функций).
11. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана. Функция Грина.

**Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика**

(шифр и наименование научной специальности)

1. Абдрахманов, В. Г. Уравнения математической физики : теория и практика [Электронный ресурс] : учебное пособие / сост. В.Г. Абдрахманов, Г. Т. Булгакова. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2019. — 338 с. - ISBN 978-5-9765-1988-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1047468> (дата обращения: 21.02.2025). – Режим доступа: по подписке..

2. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов / Г. Н. Берман. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 492 с. — ISBN 978-5-507-52146-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/440093> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Бибиков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / Ю. Н. Бибиков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — ISBN 978-5-8114-1176-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210617> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Быкова, О. Н. Теория функций действительного переменного : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. - Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2019. - 196 с. - ISBN 978-5-905554-21-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027407> (дата обращения: 18.02.2025). – Режим доступа: по подписке.

5. Власова, Е. А. Элементы функционального анализа : учебное пособие / Е. А. Власова, И. К. Марчевский. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-1958-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212189> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 280 с. — ISBN 978-5-8114-9441-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195426> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

7. Деревич, И. В. Практикум по уравнениям математической физики : учебное пособие / И. В. Деревич. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 428 с. — ISBN 978-5-8114-2601-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212843> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

8. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения : учебник / Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 504 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180> (дата обращения: 21.02.2025). – Режим доступа: по подписке.

9. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 348 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/1072182. - ISBN 978-5-16-019782-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2082671> (дата обращения: 21.02.2025). – Режим доступа: по подписке.

10. Карчевский, М. М. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 164 с. — ISBN 978-5-507-46827-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/321200> (дата обращения: 19.02.2025). — Режим доступа: для авториз.

пользователей.

11. Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы : учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова. — 2-е изд., доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 276 с. — ISBN 978-5-8114-2133-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212288> (дата обращения: 19.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей

12. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — 7-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 572 с. — ISBN 978-5-9221-0266-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2206> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

13. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / И. М. Петрушко, А. Г. Елисеев, В. И. Качалов, С. Ф. Кудин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-1064-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210425> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

14. Любимов, В. В. Математическая теория устойчивости с приложениями : учебное пособие / В. В. Любимов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 180 с. — ISBN 978-5-8114-3218-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213125> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

15. Сборник задач и упражнений по теории устойчивости : учебное пособие / А. Ю. Александров, Е. Б. Александрова, А. В. Екимов, Н. В. Смирнов. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-2021-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212225> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

16. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В. С. Владимиров, В. П. Михайлов, Т. В. Михайлова, М. И. Шабунин. — 4-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 520 с. — ISBN 978-5-9221-1692-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/104995> (дата обращения: 19.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

17. Сиротина, И. К. Математический анализ. Интерактивный курс / И. К. Сиротина. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 300 с. — ISBN 978-5-507-46509-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/310235> (дата обращения: 21.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

18. Ульянов, П. Л. Действительный анализ в задачах [Электронный ресурс] / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко и др. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0595-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544632> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: по подписке.

19. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 19-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 608 с. — ISBN 978-5-507-52475-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/451835> (дата обращения: 19.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

20. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 18-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 800 с. — ISBN 978-5-507-50621-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/449897> (дата обращения: 19.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

21. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург :

Лань, 2025. — 656 с. — ISBN 978-5-507-52329-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/448580> (дата обращения: 19.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

22. Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. — 7-е изд., электрон. — Москва : Лаборатория знаний, 2023. — 365 с. — ISBN 978-5-93208-630-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/297506> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

23. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-00101-916-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/151505> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

24. Шершнева, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями / Шершнева В.Г. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2025. - 164 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018502-6. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2172579> (дата обращения: 18.02.2025). — Режим доступа: по подписке.