Задачи и Упражнения по Общей Астрономии

Л.И. Машонкина, В.Ф. Сулейманов

Физический Факультет Казанского Государственного Университета

ФЦП "Интеграция. Наземная астрономия"
(*Методическое пособие к практикуму по Общей Астрономии*)

Казань 2002

В пособии излагаются основные сведения элементарной астрономии, разобраны способы решения основных задач астрономии и предлагается для решения ряд аналогичных задач. В пособии рассматриваются основы сферической астрономии, законы движения небесных тел и основы астрофизики, необходимые для первоначального знакомства с этими предметами и для дальнейшего более углубленного их изучения.

Оглавление

1. Введение

Курс "Общая Астрономия", читаемый студентам первого курса специальностей "Астрономия" и "Астрономогеодезия", является вводным, и знакомит будущих специалистов с основами классической астрономии. Для лучшего освоения материала данный курс подкрепляется практическими занятиями, в основном, связанными с решением разного рода задач. Предлагаемое пособие предназначено для использования при проведении этих занятий.

Существует достаточно обширный круг литературы, посвященный рассмотрению тех же проблем, достаточно упомянуть широко известные "Курс общей астрономии" авторов П.И. Бакулина, Э.В. Кононовича и В.И. Мороза, "Сборник задач и практических упражнений по астрономии" Б.А. Воронцова-Вельяминова, постоянную часть "Астрономического Календаря", и недавно вышедший "Общий курс астрономии" Э.В. Кононовича и В.И. Мороза. Однако большая часть этих учебных пособий издавались последний раз достаточно давно и постепенно становятся библиографической редкостью. Кроме того, в них отсутствует разбор решений типичных задач, что затрудняет использование этих книг при самостоятельной работе студентов.

Кроме учебников, существует еще несколько сборников задач по элементарной астрономии, однако большая часть из них являются теми или иными вариантами олимпиадных задач по астрономии для школьников, и их использование при начальном знакомстве с предметом и в рамках ограниченного учебного времени затруднено.

По этим причинам авторы сочли необходимым создание настоящего пособия, которое, естественно, в значительной степени опирается на упомянутые выше учебники. В частности, большая часть типичных задач заимствована из книги Воронцова-Вельяминова, их номера по этому задачнику приведены в скобках после текущего номера задачи.

2. Элементы геометрии на небесной сфере

Одной из важнейших астрономических задач, без которой невозможно решение всех остальных задач астрономии, является определение положения небесного светила на небесной сфере.

Небесная сфера - это воображаемая сфера произвольного радиуса, описанная из глаза наблюдателя, как из центра. На эту сферу мы проектируем положение всех небесных светил. Расстояния на небесной сфере можно измерять только в угловых единицах, в градусах, минутах, секундах или радианах. Например, угловые диаметры Луны и Солнца равны примерно $0.^o5$.

Одним из основных направлений, относительно которого определяется положение наблюдаемого небесного светила, является *отвесная линия*. Отвесная линия в любом месте земного шара направлена к центру тяжести Земли. Угол между отвесной линией и плоскостью земного экватора называется астрономической широтой φ.

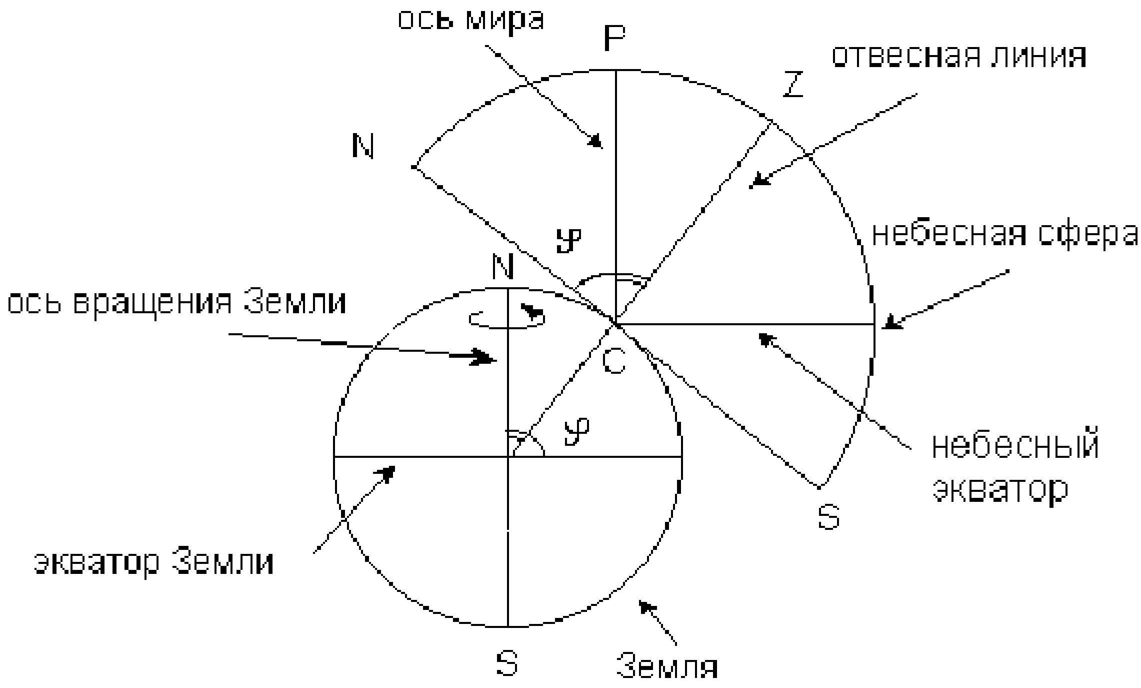

Рис. 1. Положение в пространстве небесной сферы для наблюдателя на широте φ относительно Земли

Плоскость, перпендикулярная отвесной линии, называется *горизонтальной плоскостью*.

В каждой точке Земли наблюдатель видит половину сферы, плавно вращающейся с востока на запад вместе с будто прикрепленными к ней звездами. Это видимое вращение небесной сферы объясняется равномерным вращением Земли вокруг своей оси с запада на восток.

Отвесная линия пересекает небесную сферу в точке *зенита*, *Z* и в точке *надира*, *Z'*.

Рис. 2. Небесная сфера

Большой круг небесной сферы, по которому горизонтальная плоскость, проходящая через глаз наблюдателя (точка С на рис.2), пересекается с небесной сферой, называется *истинным горизонтом*. Напомним, что большим кругом небесной сферы является круг, проходящий через центр небесной сферы. Круги, образованные пересечением небесной сферы с плоскостями, не проходящими через ее центр, называются малыми кругами.

Линия, параллельная земной оси и проходящая через центр небесной сферы, называется *осью мира*. Она пересекает небесную сферу в *северном полюсе мира*, P, и в *южном полюсе мира* P'.

Из рис. 1 видно, что ось мира наклонена к плоскости истинного горизонта под углом φ.

Видимое вращение небесной сферы происходит вокруг оси мира с востока на запад, в направлении, противоположном истинному вращению Земли, которая вращается с запада на восток.

Большой круг небесной сферы, плоскость которого перпендикулярна оси мира, называется *небесным экватором*. Небесный экватор делит небесную сферу на две части: северную и южную. Небесный экватор параллелен экватору Земли.

Плоскость, проходящая через отвесную линию и ось мира, пересекает небесную сферу по линии *небесного меридиана*. Небесный меридиан пересекается с истинным горизонтом в *точках севера, N , и юга, S*. А плоскости этих кругов пересекаются по *полуденной линии*. Небесный меридиан является проекцией на небесную сферу земного меридиана, на котором находится наблюдатель. Поэтому на небесной сфере есть только один меридиан, ведь наблюдатель не может находиться на двух меридианах одновременно!

Небесный экватор пересекается с истинным горизонтом в *точках востока, E , и запада, W*. Линия EW перпендикулярна полуденной. Точка Q - верхняя точка экватора, а Q' - нижняя точка экватора.

Большие круги, плоскости которых проходят через отвесную линию, называются *вертикалами*. Вертикал, проходящий через точки W и E, называется *первым вертикалом*.

Большие круги, плоскости которых проходят через ось мира, называются *кругами склонения или часовыми кругами*.

Малые круги небесной сферы, плоскости которых параллельны небесному экватору, называются *небесными или суточными параллелями.* Суточными они называются потому, что по ним происходит суточное движение небесных светил. Экватор также является суточной параллелью.

Малый круг небесной сферы, плоскость которого параллельна плоскости горизонта, называется *альмукантаратом*.

Вопросы

1. Есть ли место на Земле, где вращение небесной сферы происходит вокруг отвесной линии?

Задачи

1. Изобразить на чертеже небесную сферу в проекции на плоскость горизонта.

Решение: Как известно, проекцией какой-либо точки А на какую-либо плоскость является точка пересечения плоскости и перпендикуляра, опущенного из точки А к плоскости. Проекцией отрезка, перпендикулярного к плоскости, является точка. Проекцией круга, параллельного плоскости, является такой же круг на плоскости, проекцией круга, перпендикулярного к плоскости, является отрезок, а проекцией круга, наклоненного к плоскости, является эллипс, тем более сплюснутый, чем ближе угол наклона к 90^o. Таким образом, для того, чтобы начертить проекцию небесной сферы на какую-либо плоскость, надо опустить на эту плоскость перпендикуляры из всех точек небесной сферы. Последовательность действий следующая. Прежде всего, необходимо начертить круг, лежащий в плоскости проекции, в данном случае это будет горизонт. Затем нанести все точки и линии, лежащие в плоскости горизонта. В данном случае это будет центр небесной сферы С, и точки юга S, севера N, востока E и запада W, а также полуденная линия NS. Далее опускаем перпендикуляры на плоскость горизонта из остальных точек небесной сферы и получаем, что проекцией зенита Z, надира Z' и отвесной линии ZZ' на плоскость горизонта является точка, совпадающая с центром небесной сферы С (см. рис. 3). Проекцией первого вертикала является отрезок EW, проекция небесного меридиана совпадает с полуденной линией NS. Точки, лежащие на небесном меридиане: полюса P и P', а также верхняя и нижняя точки экватора Q и Q' проецируются поэтому на полуденную линию тоже. Экватор является большим кругом небесной сферы, наклоненным к плоскости горизонта, поэтому его проекция - это эллипс, проходящий через точки востока E, запада W, и проекции точек Q и Q'.

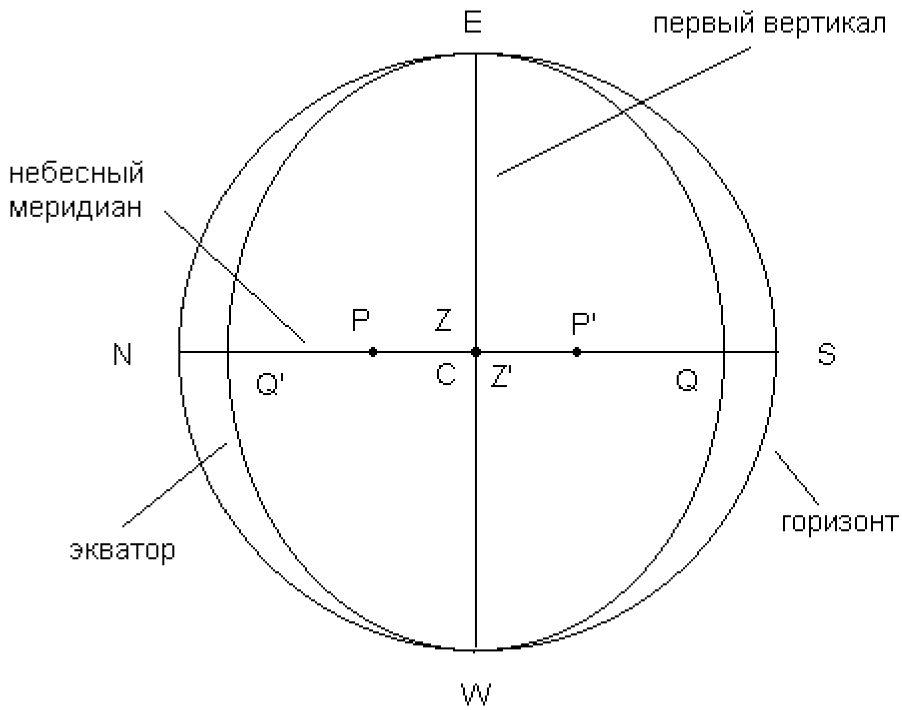

Рис. 3. Проекция небесной сферы на плоскость горизонта

2. Изобразить на чертеже небесную сферу в проекции на плоскость небесного меридиана.

Решение: Представлено на рис.4

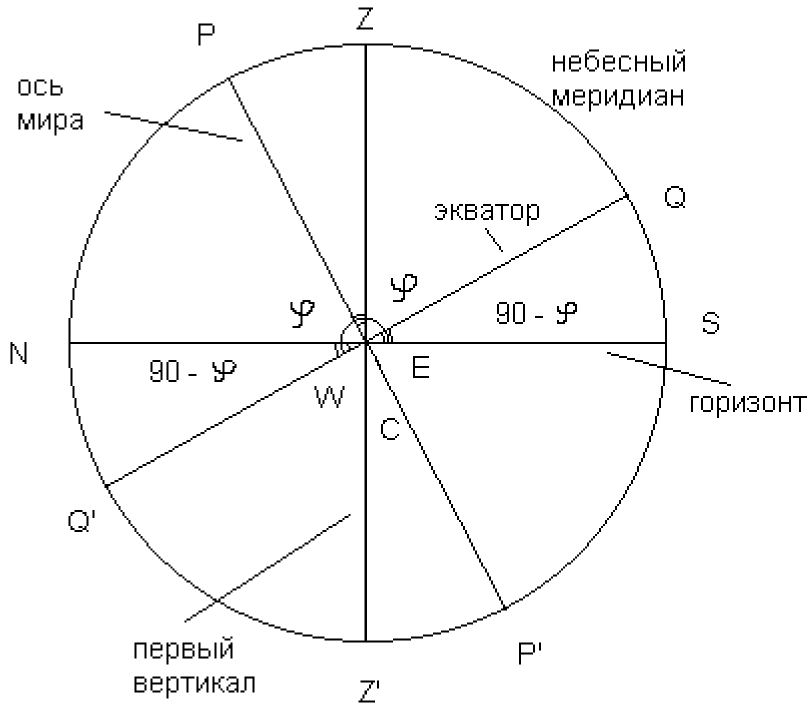

Рис. 4. Проекция небесной сферы на плоскость небесного меридиана

3. Изобразить на чертеже небесную сферу в проекции на плоскость небесного экватора.

4. Изобразить на чертеже небесную сферу в проекции на плоскость первого вертикала

3. Системы небесных координат

Положение небесных светил на небесной сфере однозначно определяется двумя сферическими координатами. Сферические координаты точки представляют собой дуги больших кругов сферы, выраженные в градусной или часовой мере. Хорошо известным примером таких сферических координат являются координаты точки на поверхности Земли - широта и долгота. Существует несколько систем астрономических координат. Эти системы отличаются одна от другой выбором основной плоскости и началом отсчета.

3.1. Горизонтальная система координат

Основной плоскостью является плоскость истинного горизонта, а началом отсчета - точка юга S. Координатами являются высота и азимут (рис. 5).

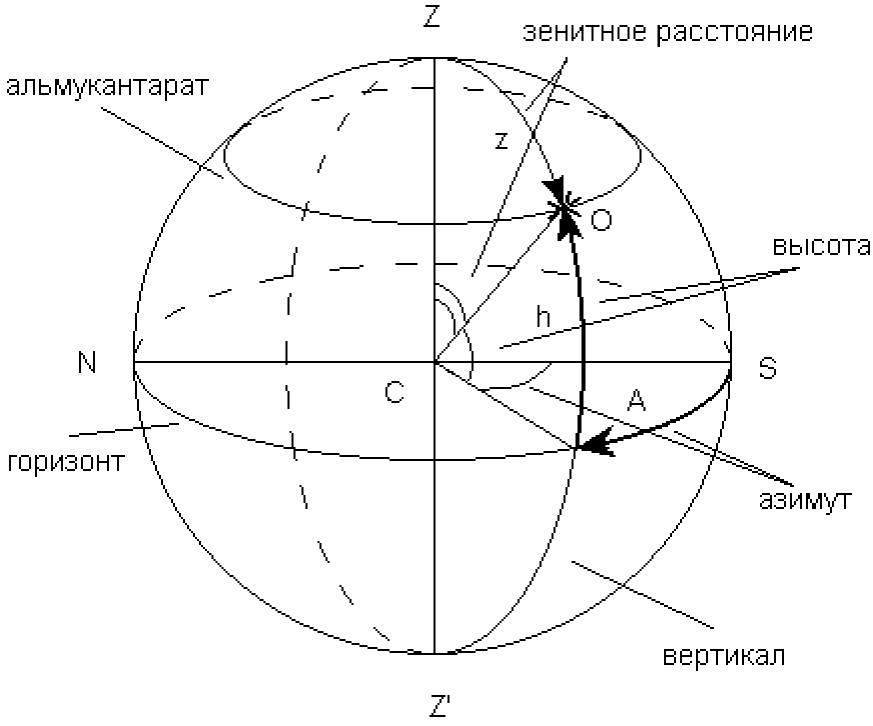

Рис. 5. Горизонтальная система координат

Высота светила над горизонтом, *h*, - это угловое расстояние от истинного горизонта, измеряемое по вертикалу светила (аналог широты). Высота светила может изменяться в пределах от -90^o до 90^o. Отрицательная высота означает, что светило находится под горизонтом. Пример: высота зенита равна 90^o.

Вместо высоты светила в качестве первой горизонтальной координаты часто употребляют *зенитное расстояние z* - угловое расстояние светила от зенита, измеряемое по вертикалу светила. Существует простая связь между зенитным расстоянием и высотой светила

$$z+h = 90^o. \quad (1)$$

Зенитное расстояние может изменяться в пределах от 0^o до 180^o, причем светила с зенитным расстоянием больше 90^o лежат ниже горизонта и являются ненаблюдаемыми.

Второй горизонтальной координатой является *азимут A* - это угловое расстояние от точки юга S до пересечения вертикала светила с горизонтом, отсчитываемое вдоль горизонта по часовой стрелке. Азимут может принимать значения от 0^o до 360^o и носит еще название *астрономического азимута*, в отличие от *геодезического азимута*, отсчитываемого от точки севера N по часовой стрелке.

3.2. Первая экваториальная система координат

Основной плоскостью является плоскость небесного экватора, началом отсчета - точка Q. Координатами являются склонение и часовой угол (рис. 6).

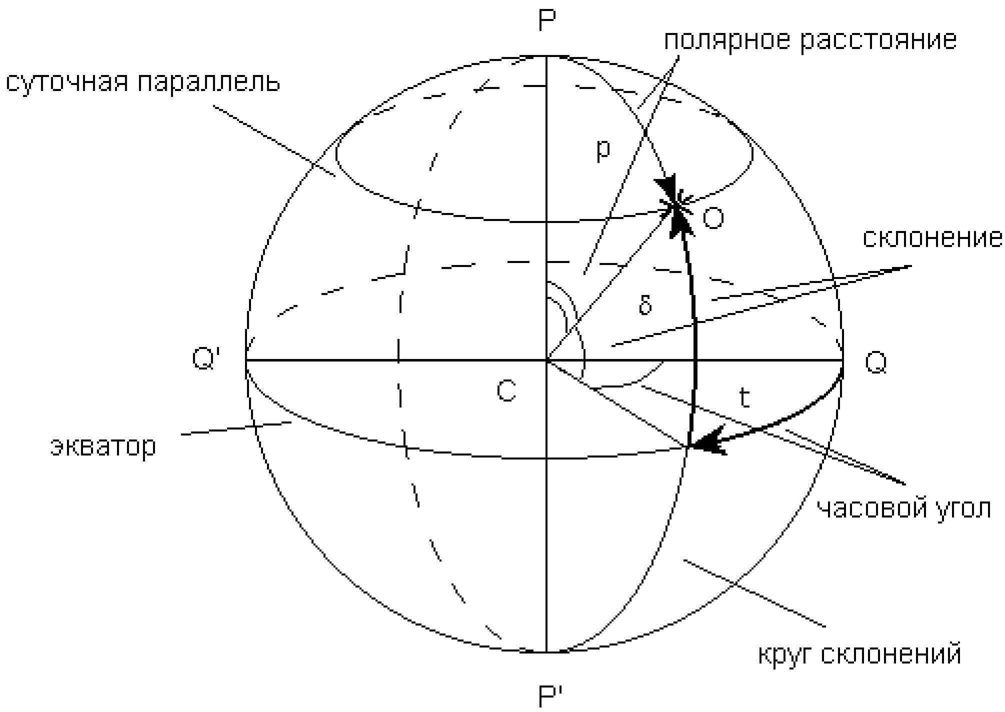

Рис. 6. Первая экваториальная система координат

Склонение светила, δ - это угловое расстояние от небесного экватора до светила, отсчитываемое по кругу склонения. Склонение изменяется в пределах от -90^o до 90^o, причем светила с $\delta >$ 0 находятся к северу от экватора, а с $\delta <$ 0 - к югу от него. Реже вместо

склонения используется *полярное расстояние, p*, - это угловое расстояние от светила до полюса.

$$p + \delta = 90^o \qquad (2)$$

Часовой угол, t, - это дуга небесного экватора между небесным меридианом и кругом склонения светила. Отсчитывается от точки Q по часовой стрелке. Изменяется в пределах от 0^o до 360^o в градусной мере или от 0^h до 24^h в часовой мере (360^o соответствует 24^h, 1^h - 15^o, 1^m - 15', 1^s - 15").

Координаты звезд в горизонтальной и первой экваториальной системах координат изменяются из-за суточного вращения Земли, так как в них начало отсчета привязано к вращающейся Земле (точка юга S и точка Q лежат на небесном меридиане). Значит, для того, чтобы координаты звезд не изменялись из-за суточного вращения, необходимо выбрать точку отсчета, неподвижную относительно звезд и участвующую в суточном вращении. В качестве такой точки отсчета была выбрана точка весеннего равноденствия, и система координат, в которой звезды не изменяют свои координаты из-за суточного вращения, называется второй экваториальной системой координат.

3.3. Вторая экваториальная система координат

Большой круг небесной сферы, по которому в течение года кажущимся образом перемещается центр Солнца вследствие годичного обращения Земли вокруг Солнца, называется *эклиптикой*. Эклиптика наклонена к экватору под углом $\varepsilon = 23^o26'$. Точки пересечения эклиптики с экватором называются точками равноденствий. Та точка, в которой Солнце переходит из южной части небесной сферы в северную, называется *точкой весеннего равноденствия* Υ, а противоположная - *точкой осеннего равноденствия* Ω.

Во второй экваториальной системе координат основной плоскостью, как и в первой, является плоскость небесного экватора, а началом отсчета - точка весеннего равноденствия (рис. 7). Первой координатой также является склонение δ. Второй координатой, *прямым восхождением* α, является дуга небесного экватора от точки весеннего равноденствия до круга склонения светила, отсчитываемая против часовой стрелки. Как и часовой угол, прямое восхождение измеряется в часовой мере.

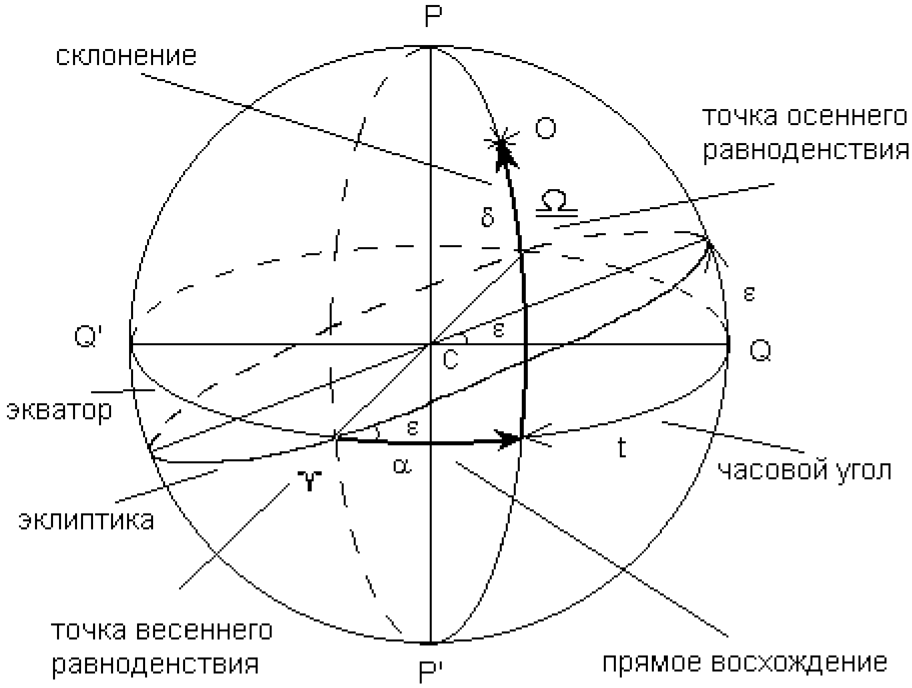

Рис. 7. Вторая экваториальная система координат

Задачи

5. Найти в Атласе Цели Бечваржа (1962) звезды с координатами на эпоху 1950.0:

α_{1950}	δ_{1950}	α_{1950}	δ_{1950}
$3^h\,22^m$	$8^o51'$	$7^h\,25^m$	$8^o24'$

$9^h 43^m$	$24^o00'$	$18^h 04^m$	$9^o33'$
$9^h 28^m$	$63^o17'$	$14^h 43^m$	$27^o17'$
$15^h 14^m$	$-9^o12'$	$6^h 41^m$	$25^o11'$

6. Найти по тому же атласу координаты на эпоху 1950.0 следующих звезд: Вега ($\alpha\ Lyr$), Полярная ($\alpha\ UMi$), Гемма ($\alpha\ CrB$), Бетельгейзе ($\alpha\ Ori$), Сириус ($\alpha\ CMa$), Альтаир ($\alpha\ Aql$), Денеб ($\alpha\ Cyg$), Капелла ($\alpha\ Aur$), Арктур ($\alpha\ Boo$), Спика ($\alpha\ Vir$).

4. Явления, связанные с суточным вращением небесной сферы

Вследствие суточного вращения небесной сферы все светила описывают круги, плоскости которых параллельны плоскости небесного экватора, т.е. они движутся по суточным параллелям. В общем случае светило часть времени находится под плоскостью горизонта и не видно для наблюдателя.

Точка пересечения суточной параллели светила и восточной части горизонта называется *точкой восхода светила*, а точка пересечения с западной частью горизонта *точкой захода светила*. Суточная параллель пересекает небесный меридиан в двух точках. Явление пересечения светилом небесного меридиана называется *кульминацией* светила. Кульминация называется *верхней*, если светило пересекает верхнюю часть меридиана PZQSP', в которой находится точка зенита Z, и *нижней*, если светило пересекает небесный меридиан в его нижней части PNQ'Z'P', содержащей точку надира Z'. В том случае, когда нижняя кульминация происходит над горизонтом ($h > 0$), такое светило называется *незаходящим*, а если даже во время верхней кульминации светило находится под горизонтом ($h < 0$), то оно называется *невосходящим*. Таким образом, все светила на небесной сфере разбиваются на три большие группы - незаходящие, невосходящие и светила, которые восходят и заходят (рис. 8). Принадлежность светила к той или иной группе определяется его склонением δ и широтой места наблюдения φ.

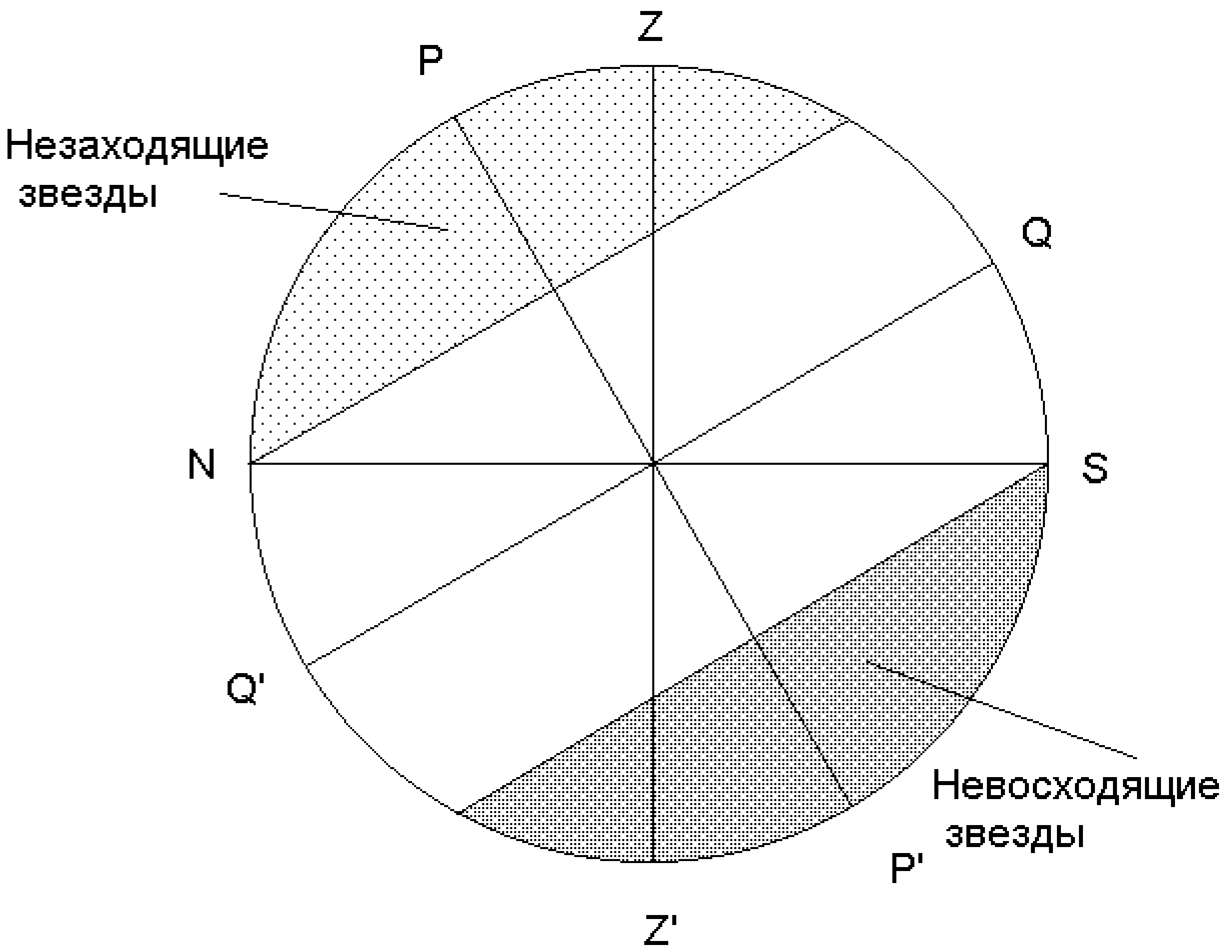

Рис. 8. Положение незаходящих и невосходящих светил в проекции на плоскость небесного меридиана

4.1. Изменение координат светил при суточном движении

Горизонтальные координаты

Для звезд с $\delta < \varphi$:

Верхняя кульминация (см. рис. 9):

$$A=0^o,$$

$$z = \varphi - \delta, \tag{3}$$

$$h_{max} = \delta + (90^o - \varphi) \quad (4)$$

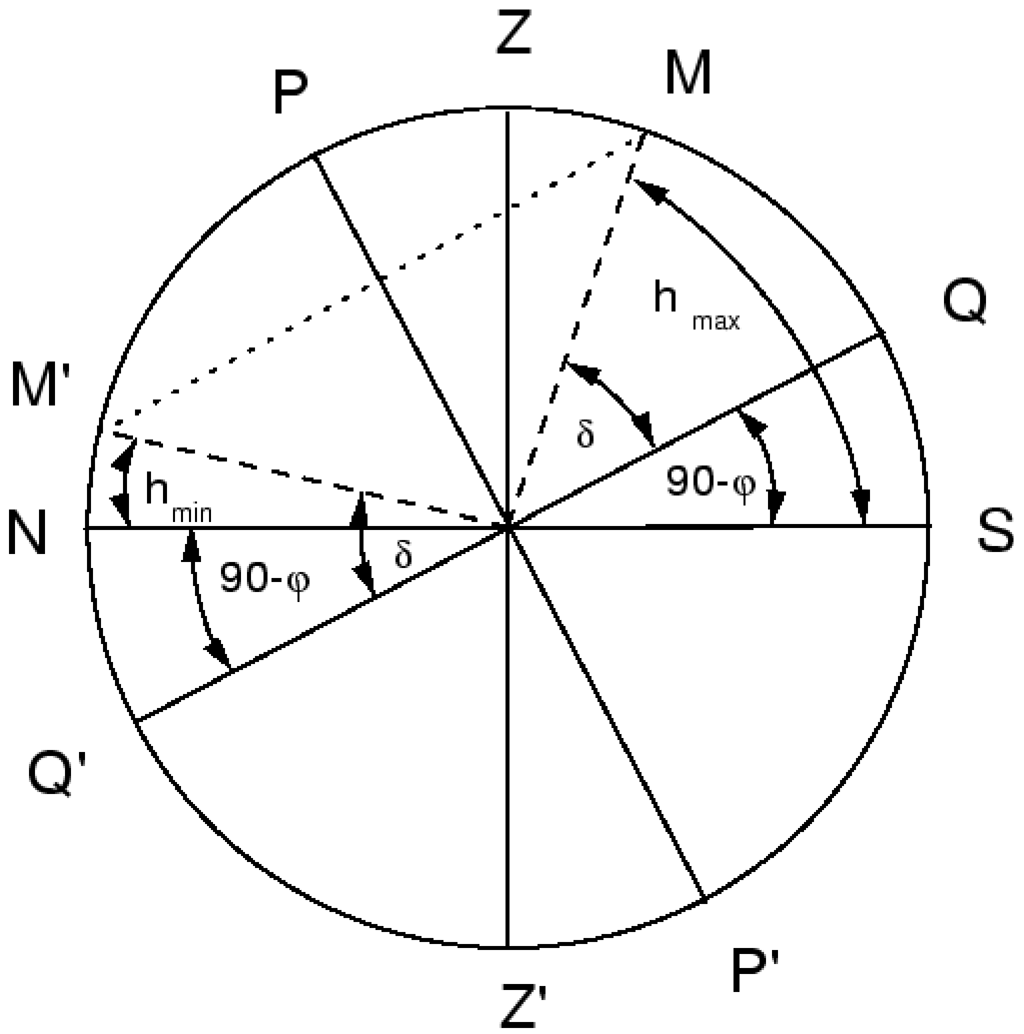

Рис. 9. Высоты светил в кульминациях

Нижняя кульминация:

$$A=180^o,$$

$$z = 180^o - \varphi - \delta, \quad (5)$$

$$h_{min} = \delta - (90^o - \varphi). \quad (6)$$

Восход и заход:

А зависит от φ, δ, z=90^o h=0^o.

Для звезд с $\delta > \varphi$:

Верхняя кульминация (см. рис. 10):

$$A=180^o,$$

$$z = \delta - \varphi, \tag{7}$$

$$h_{max} = 90^o - \delta + \varphi \tag{8}$$

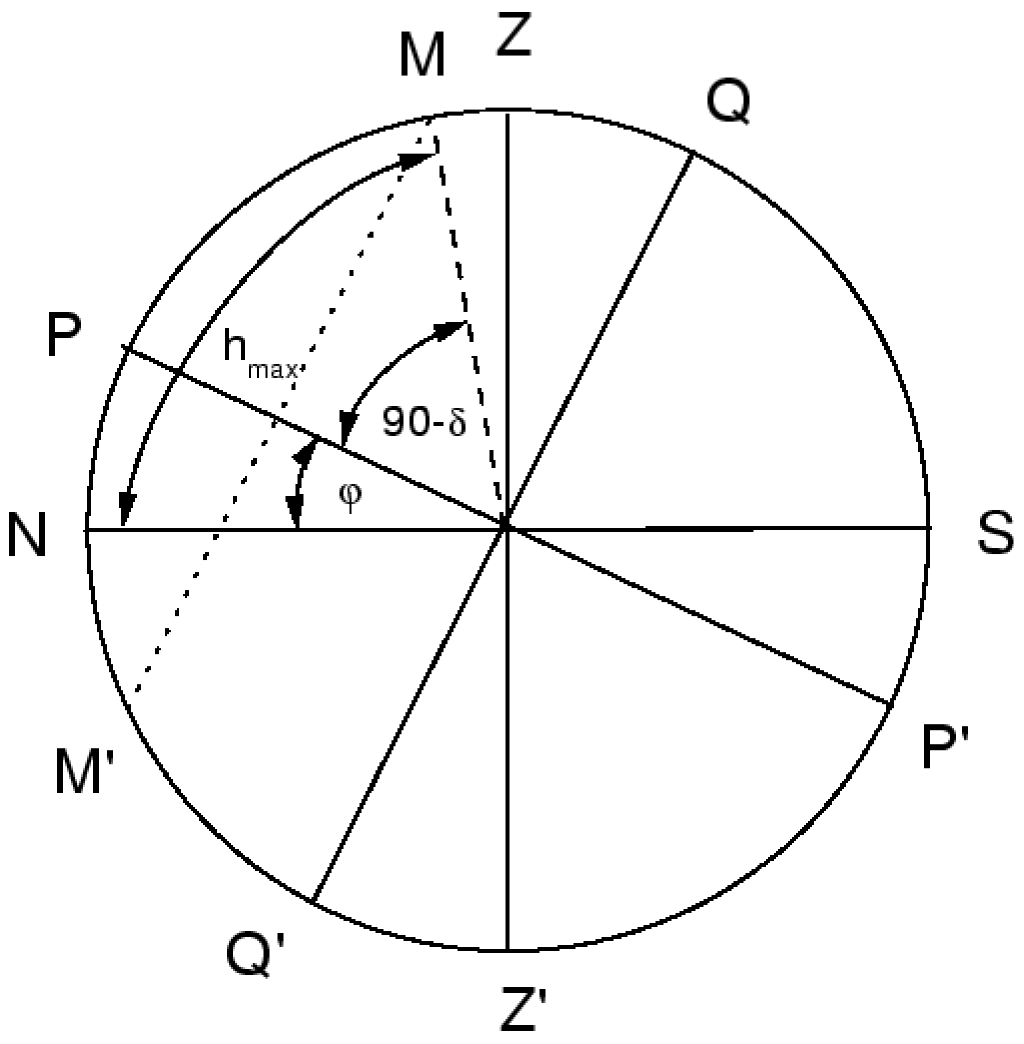

Рис. 10. Высота светила в верхней кульминации при $\delta > \varphi$

Нижняя кульминация:

A=180^o,

$$z = 180^o - \varphi - \delta,$$

$$h_{min} = \delta - (90^o - \varphi).$$

Восход и заход: А зависит от φ, δ, z=90^o h=0^o.

Таким образом мы видим, что верхняя кульминация светил может происходить как к югу, так и к северу от зенита, в зависимости от соотношения величин склонения δ и широты места наблюдения φ. Из этих же формул легко вывести *условия видимости светил*:

$\delta \geq (90^o - \varphi)$ - незаходящие светила

$\delta \leq -(90^o - \varphi)$ - невосходящие светила

$|\delta| < (90^o - \varphi)$ - светила восходят и заходят

Очевидно, что даже при строго равномерном вращении небесной сферы горизонтальные координаты изменяются неравномерно. Высота светил медленнее всего изменяется вблизи меридиана, а азимут в эти моменты изменяется наиболее быстро.

Экваториальные координаты

I система. Склонение δ остается неизменным. Поскольку точка Q сохраняет неизменное положение на небесной сфере, то часовой угол t светила непрерывно меняется. Так как часовой угол отсчитывается вдоль экватора, то приращение t для светила будет равно углу поворота небесной сферы, следовательно, часовой угол t меняется равномерно. В момент верхней кульминации t=0^o=0^h, а в момент нижней кульминации t=180^o=12^h.

II система. Склонение δ остается неизменным. Прямое восхождение α также не изменяется, так как оно отсчитывается от точки весеннего равноденствия Υ, которая сама участвует в суточном вращении небесной сферы.

Вопросы

2. Если наблюдатель находится на Северном полюсе Земли, то какие светила будут незаходящими, невосходящими, будут восходить и заходить? А на земном экваторе?

3. У каких светил можно наблюдать и верхнюю, и нижнюю кульминацию?

Задачи

7. К каким светилам на широте Казани ($\varphi = 55^o 47'$) относятся Сириус ($\alpha\ CMa$, $\delta = -16^o 40'$), Капелла ($\alpha\ Aur$, $\delta = 45^o 58'$) и Альдебаран ($\alpha\ Tau$, $\delta = 16^o 27'$)?

Каково значение зенитного растояния z этих звезд в моменты кульминаций?

Решение: Вычислим значение угла ($90^o - \varphi) = 34^o 13'$ для Казани и сравним его со значением склонения δ звезд. Склонение Капеллы больше этого угла, следовательно, эта звезда является незаходящей. Модуль склонений остальных звезд меньше угла ($90^o - \varphi$), следовательно, они восходят и заходят.

Для вычисления зенитных расстояний в моменты кульминаций воспользуемся формулами (3,5,7). Результаты для Сириуса: zвк = $72^o27'$, zнк = $140^o53'$. Для Капеллы: zвк = $9^o49'$, zнк = $78^o15'$. Для Альдебарана: zвк = $39^o20'$, zнк = $107^o46'$

8. Решить предыдущую задачу применительно к Северо-Кавказской Астрономической Станции КГУ ($\varphi = 43^o 39'$).

9. Какое склонение должна иметь звезда, кульминирующая в Казани в зените?

10. (117) Каково склонение звезды, наблюдавшейся в Архангельске ($\varphi = 64^o 35'$) в нижней кульминации на высоте 10^o.

11. (113) Восходит ли в Архангельске ($\varphi = 64^o 35'$) звезда Фомальгаут (α Южной Рыбы), склонение которой равно $-30^o05'$.

12. (116) Звезда, описывающая над горизонтом дугу в 180^o от восхода до захода, во время верхней кульминации отстоит от зенита на 55^o. Под каким углом небесный экватор наклонен к горизонту данной местности?

13. (131) К югу от зенита высота нижнего края Солнца в меридиане, измеренная с помощью секстана на морском судне, была $84^o\ 21'$, склонение центра Солнца $+18^o39'$. Определить широту, учитывая, что угловой диаметр Солнца равен $32'$.

14. (135) Незаходящая звезда имеет высоту 20^o в нижней кульминации и 50^o в верхней. Найти склонение этой звезды и широту места наблюдения. *Указание:* Сделать чертеж и рассмотреть случаи верхней кульминации к югу и к северу от зенита.

5. Астрономическая рефракция

Явление преломления лучей света при прохождении границы раздела двух сред с различными коэффициентами преломления называется *рефракцией*. Всем знакома картина как бы сломанной чайной ложечки в стакане с водой. Точно так же преломляются световые лучи, попадая из безвоздушного космического пространства в атмосферу Земли, так как коэффициент преломления воздуха отличается от 1. Только преломление это происходит не резко, а постепенно, так как атмосфера Земли не имеет резкой границы, а плотность ее плавно уменьшается с высотой. Таким образом, *астрономической рефракцией* называется отклонение светового луча в атмосфере от своего первоначального направления по законам преломления (см. рис. 11). Отклонение всегда происходит в сторону зенита, т.е. рефракция всегда **поднимает** звезду над горизонтом. Поэтому наблюдаемое зенитное расстояние $z_{н}$ всегда меньше истинного z_0, а наблюдаемая высота $h_{н}$ всегда больше истинной h_0, на величину угла преломления ρ, которую мы в дальнейшем для краткости будем называть рефракцией:

$$z_{\text{н}} = z_0 - \rho, \qquad h_{\text{н}} = h_0 + \rho \qquad (9)$$

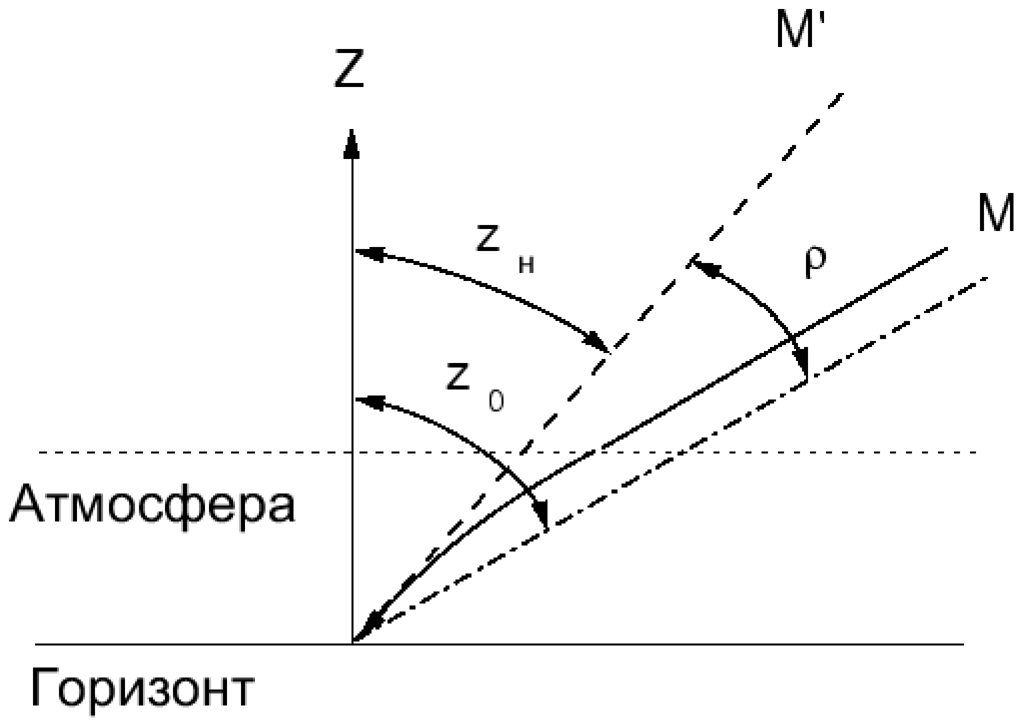

Рис. 11. Влияние рефракции на видимое положение светил

В зените рефракция равна нулю ($\rho = 0$), затем растет линейно с увеличением *tg* z ($\rho = 58''.2 \quad tg\ z$) до z=70^o. На больших зенитных расстояниях начинает сказываться сферичность атмосферы Земли и рефракция увеличивается медленнее. На горизонте $\rho_{\text{Г}} = 35'$. Величина рефракции не является постоянной и зависит от температуры и плотности воздуха и некоторых других факторов. Поэтому имеет смысл говорить лишь о *средней рефракции*, для определения которой мы будем пользоваться таблицей в Приложении.

Задачи

15. Вывести условия видимости светил с учетом рефракции.

Решение: Незаходящие светила в момент нижней кульминации должны иметь наблюдаемую высоту $h_{\text{Н}} \geq 0$, или $h_0 + \rho \geq 0$. Подставляя выражение для истинной высоты в момент нижней кульминации $h_0 = \delta - (90^o - \varphi)$ получаем окончательно $\delta \geq 90^o - \varphi - \rho$.

Невосходящие светила в момент верхней кульминации должны иметь наблюдаемую высоту $h_{\text{Н}} \leq 0$, или $h_0 + \rho \leq 0$. Подставляя выражение для истинной высоты в момент верхней кульминации $h_0 = \delta + (90^o - \varphi)$, получаем окончательно $\delta \leq -(90^o - \varphi) - \rho$.

Соответственно, остальные звезды, склонения которых заключены в пределах

$\delta \leq 90^o - \varphi - \rho$ и $\delta \geq -(90^o - \varphi) - \rho$, восходят и заходят.

16. (172) На широте $55^o45'20''$ в момент верхней кульминации измерено зенитное расстояние звезды $50^o00'00''$. Пользуясь таблицей рефракции, определить склонение звезды.

Решение: Воспользуемся таблицей рефракции в Приложении и найдем, что рефракция на зенитном расстоянии $50^o00'00''$ равна $1'08.5''$. Из уравнения (9) найдем теоретическое значение зенитного расстояния звезды $z_0 = z_{\text{H}} + \rho$ = $50^o00'00''$+ $1'08.5''$= $50^o01'09''$. А затем из уравнения (3) вычислим значение склонения звезды $\delta = \varphi - z_0$ =$55^o45'20''$-$50^o01'09''$ =$5^o44'11''$. Проверим другой вариант решения, вдруг верхняя кульминация звезды происходит к северу от зенита. Однако, воспользовавшись формулой (7) мы видим, что в этом случае склонение звезды будет превосходить 90^o, чего не может быть.

17. Какие светила в Казани ($\varphi = 55^o47'$) будут незаходящими, невосходящими и будут восходить и заходить?

18. (174) Полуночная высота нижнего края Солнца по измерению с российского ледокола была $14^o11'05''$. Склонение Солнца в этот день $+21^o19'34''$, а угловой радиус Солнца $15'47''$. Определить с учетом рефракции широту, на которой находилось судно.

19. (175) Наблюденное зенитное растояние звезды β Малой Медведицы в верхней кульминации было $24^o02'08''$, а в нижней кульминации $53^o51'51''$. Найти широту места наблюдения и склонение звезды, приняв во внимание рефракцию.

6. Движение Земли вокруг Солнца

Как известно, Земля обращается по своей орбите вокруг Солнца. Для нас, находящихся на поверхности Земли людей, такое годовое движение Земли вокруг Солнца заметно в виде годового перемещения Солнца на фоне звезд. Как мы уже знаем, путь Солнца среди звезд является большим кругом небесной сферы и называется эклиптикой. Значит, эклиптика является небесным отражением орбиты Земли, поэтому плоскость орбиты Земли называют еще плоскостью эклиптики. Ось вращения Земли не перпендикулярна плоскости эклиптики, а отклоняется от перпендикуляра на угол $\varepsilon \;=\; 23^o26'$. Благодаря этому на Земле происходит смена времен года (см. рис. 12). Соответственно, и плоскость земного экватора наклонена на этот же угол к плоскости эклиптики. Линия пересечения плоскости земного экватора и плоскости эклиптики сохраняет (если не учитывать прецессию) неизменноое положение в пространстве. Один ее конец указывает на точку весеннего равноденствия, другой - точку осеннего равноденствия. Эти точки неподвижны относительно звезд (с точностью до прецессионного движения!) и вместе с ними участвуют в суточном вращении.

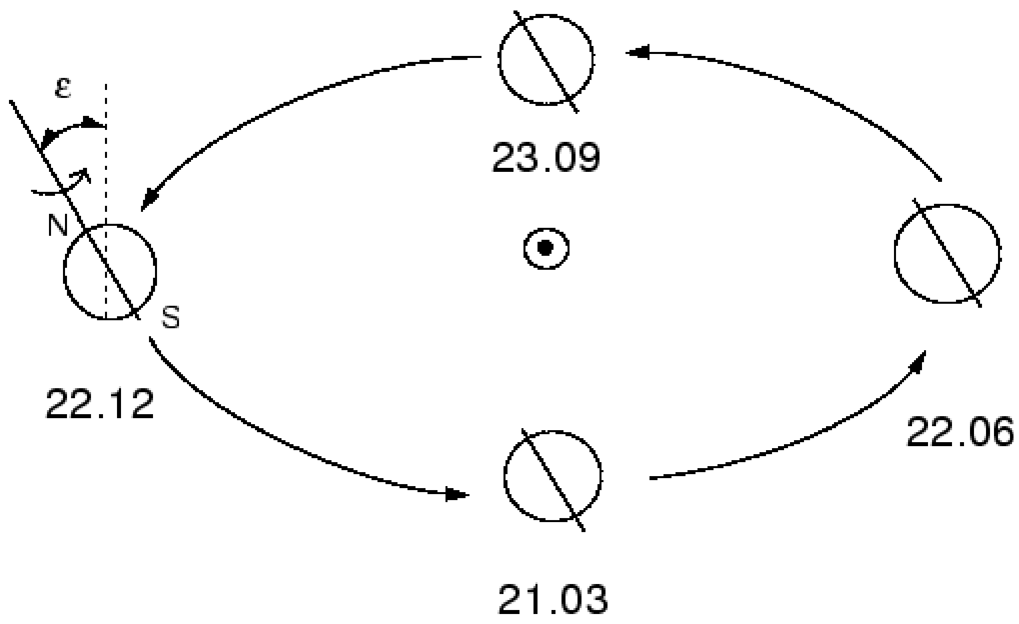

Рис. 12. Обращение Земли вокруг Солнца

Вблизи 21 марта и 23 сентября Земля расположена относительно Солнца таким образом, что граница света и тени на поверхности Земли проходит через полюса. А поскольку каждая точка на поверхности Земли совершает суточное движение вокруг земной оси, то ровно половину суток она будет на освещенной части земного шара, а вторую половину - на затененной. Таким образом, в эти даты день равен ночи, и они называются соответственно *днями весеннего и осеннего равноденствий*. Земля в это время находится на линии пересечения плоскостей экватора и эклиптики, т.е. в точках весеннего и осеннего равноденствий, соответственно.

Выделим еще две особенные точки на орбите Земли, которые называются *точками солнцестояний*, а даты, на которые приходится прохождение Земли через эти точки, *днями солнцестояний*.

В точке *летнего солнцестояния*, в которой Земля бывает вблизи 22 июня (*день летнего солнцестояния*), северный полюс Земли направлен в сторону Солнца, и большую часть суток любая точка северного полушария освещена Солнцем, т.е. в эту дату день - самый длинный в году.

В точке *зимнего солнцестояния*, в которой Земля бывает вблизи 22 декабря (*день зимнего солнцестояния*), северный полюс Земли направлен в сторону от Солнца, и большую часть суток любая точка северного полушария находится в тени, т.е. в эту дату ночь - самая длинная в году, а день - самый короткий.

Из-за того, что календарный год по продолжительности не совпадает с периодом обращения Земли вокруг Солнца, дни равноденствий и солнцестояний в разные годы могут приходиться на разные дни ($\pm$ один день от названных выше дат). Однако в дальнейшем при решении

задач мы будем пренебрегать этим и считать, что дни равноденствий и солнцестояний всегда приходятся на указанные выше даты.

6.1. Видимое годовое движение Солнца

Перейдем от реального движения Земли в пространстве к видимому движению Солнца для наблюдателя, находящегося на широте φ, . В течение года центр Солнца движется по

большому кругу небесной сферы, по эклиптике, против часовой стрелки. Поскольку плоскость эклиптики в пространстве неподвижна относительно звезд, то эклиптика вместе со звездами будет участвовать в суточном вращении небесной сферы. В отличие от небесного экватора и небесного меридиана эклиптика будет менять свое положение относительно горизонта в течение суток.

Как изменяются координаты Солнца в течение года? Прямое восхождение $\alpha_\odot$ изменяется

от 0 до 24^h, а склонение $\delta_\odot$ изменяется от $-\varepsilon$ до $+\varepsilon$. Лучше всего это можно увидеть на

небесной карте экваториальной зоны (рис. 13).

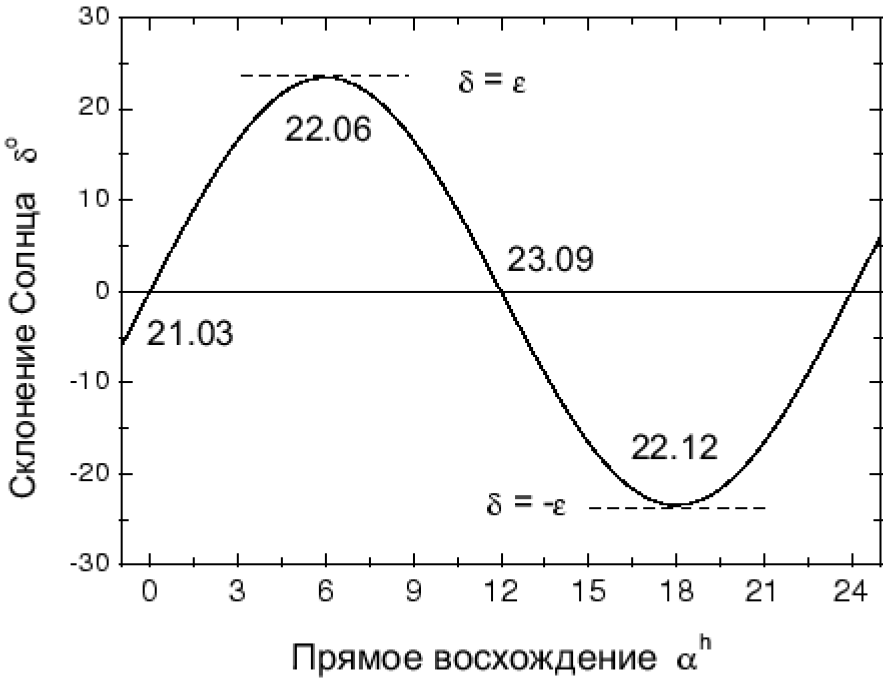

Рис. 13. Изменение экваториальных координат Солнца в течение года

Для четырех дней в году мы знаем координаты Солнца точно. Ниже в таблице даны эти сведения.

Таблица. Данные о Солнце в дни равноденствий и солнцестояний

Дата	δ	α	т. восхода	т. захода	h_{max}
21 марта	$0^o\ 00'$	$0^h\ 00^m$	E	W	$90^o - \varphi$

22 июня	23^o 26'	6^h 00^m	сев.-вост.	сев.-зап.	$90^o - \varphi + \varepsilon$
23 сентября	0^o 00'	12^h 00^m	E	W	$90^o - \varphi$
22 декабря	-23^o 26'	18^h 00^m	юг.-вост.	юг.-зап.	$90^o - \varphi - \varepsilon$

В таблице указана также полуденная (в момент верхней кульминации) высота Солнца на эти даты. Для того, чтобы вычислить высоту Солнца в моменты кульминаций на любой другой день года, нам необходимо знать $\delta_\odot$ в этот день:

$$h_\odot(\text{кульм.}) = \delta_\odot \pm (90^o - \varphi). \qquad (10)$$

Таким образом, перед нами встает задача научиться приближенно рассчитывать координаты Солнца на любой день года.

В первом приближении Солнце движется по эклиптике равномерно: за 365^d проходит 360^o, примерно 1^o в сутки, а точнее 59'.2. Как будут при этом меняться $\delta_\odot$ и $\alpha_\odot$? Точный ответ можно получить только из решения сферических треугольников, и в данном курсе мы этим заниматься не будем. Важно понять, что даже при строго равномерном движении Солнца по эклиптике (что, вообще говоря, не так из-за эллиптичности земной орбиты: вблизи перигелия Земля, а соответственно и Солнце среди звезд, движется быстрее, чем в афелии), изменение экваториальных координат Солнца происходит неравномерно. Мы пренебрежем здесь неравномерностью в изменении прямого восхождения, и будем считать, что суточное изменение α = 59'.2. Склонение быстрее всего изменяется вблизи равноденствий, примерно $\pm 0^o.4$ в сутки в течение 30^d до и в течение 30^d после равноденствия. Медленнее всего изменения склонения Солнца происходят вблизи солнцестояний: $\pm 0^o.1$ в сутки в течение 30^d до и в течение 30^d после солнцестояния. В промежутках скорость изменения склонения Солнца приблизительно $\pm 0^o.3$ в сутки. Подробнее скорость изменения склонения в разное время года представлена в таблице 2.

Таблица. Скорость изменения склонения Солнца в течение года

Даты	$\Delta\delta$/сутки
19 февраля - 20 апреля	+ 0^o.4

21 апреля - 22 мая	+ $0^o.3$
23 мая - 22 июня	+ $0^o.1$
22 июня - 22 июля	- $0^o.1$
23 июля - 21 августа	- $0^o.3$
22 августа - 23 октября	- $0^o.4$
24 октября - 22 ноября	- $0^o.3$
23 ноября - 22 декабря	- $0^o.1$
22 декабря - 21 января	+ $0^o.1$
22 января - 18 февраля	+ $0^o.3$

Этой таблицей мы будем пользоваться, чтобы вычислять склонение Солнца на любой день года.

Задачи

20. Какова максимальная высота Солнца в Казани ($\varphi = 55^o47'$) 4 октября? Рефракцию не учитывать.

Решение: Максимальную высоту Солнце имеет в момент верхней кульминации. Для того, чтобы ее рассчитать, нам необходимо приближенно вычислить склонение Солнца 4 октября. Делается это следующим образом:

1) Необходимо определить ближайшую к данной дату, на которую склонение Солнца нам известно точно, т.е. либо день солнцестояния, либо день равноденствия, и зафиксировать значение склонения Солнца в этот день. В данном случае это день осеннего равноденствия 23 сентября и $\delta_{\odot}$ в этот день равно $0^o00'$.

2) Рассчитать количество дней, прошедших с этой даты до дня, на который нам необходимо узнать склонение Солнца. В нашем случае это 11 дней, 7 дней в сентябре и 4 дня в октябре.

3) Выяснить по таблице 3 скорость изменения склонения в этот период. Это -$0^o.4$ день.

4) Сосчитать полное изменение склонения за этот период. Оно составляет

$\Delta\delta = 11^d \cdot (-0^o.4) = -4.^o4$.

5) Прибавить полученное изменение склонения к известному зафиксированному значению склонения в том случае, если рассматриваемая дата идет позже даты, от которой мы считаем склонение. Если мы ищем склонение Солнца на дату предшествующую той, от которой мы считаем склонение Солнца, то полное изменение склонения необходимо вычесть. В нашем случае мы вели отсчет от 23 сентября и $\delta_\odot = 0^o$ в этот день. Следовательно, склонение Солнца 4 октября будет суммой склонения 23 сентября и изменением склонения за период с 23 сентября по 4 октября $\delta_\odot = 0^o00' + (-4.^o4) = -4^o.4 = -4^o24'$. Заметим, что точное значение склонения на 4 октября 2002 г. составляет -4^o 12'.

6) Рассчитать высоту Солнца в верхней кульминации по формуле (10). $h_{max} = -4^o\,24' + 90^o - 55^o47' = 29^o\,49'$

21. Какова максимальная высота Солнца в Казани ($\varphi = 55^o47'$) 8 февраля? Рефракцию не учитывать.

Решение: 1) Необходимо определить ближайшую к данной дату, на которую склонение Солнца нам известно точно, т.е. либо день солнцестояния, либо день равноденствия, и зафиксировать значение склонения Солнца в этот день. В данном случае это день весеннего равноденствия 21 марта и $\delta_\odot$ в этот день равно $0^o00'$.

2) Рассчитать количество дней, прошедших с этой даты до дня, на который нам необходимо узнать склонение Солнца. В нашем случае это 41 день, 20 дней в феврале и 21 день в марте.

3) Выяснить по таблице 3 скорость изменения склонения в этот период. Это $+0^o.4$ день с 19 февраля по 21 марта и $+0^o.3$ в день с 8 февраля по 19 февраля.

4) Сосчитать полное изменение склонения за этот период. Оно составляет
$\Delta\delta = 30^d \cdot (+0^o.4) + 11^d \cdot (+0^o.3) = 12.^o0 + 3^o.3 = 15^o.3$.

5) Прибавить полученное изменение склонения к известному зафиксированному значению склонения в том случае, если рассматриваемая дата идет позже даты, от которой мы считаем склонение. Если мы ищем склонение Солнца на дату предшествующую той, от которой мы считаем склонение Солнца, то полное изменение склонения необходимо вычесть. В нашем случае мы вели отсчет от 21 марта и $\delta_\odot = 0^o$ в этот день. Следовательно, склонение Солнца 8 февраля будет разностью склонения 21 марта и изменением склонения за период с 8 февраля по 21 марта $\delta_\odot = 0^o00' - (+15.^o3) = -15^o.3 = -15^o18'$ (точное значение склонения Солнца на 08.02.2002 -15^o 07').

6) Рассчитать высоту Солнца в верхней кульминации по формуле (10): $h_{max} = -15^o\,18' + 90^o - 55^o47' = 18^o\,55'$. Необходимо отметить, что если бы мы стали вычислять склонение Солнца от 22 декабря, мы получили бы несколько иной результат из-за того, что наши вычисления приближенные.

22. Какова максимальная высота Солнца в день Вашего рождения?

23. На какой широте 22 июня в момент нижней кульминации нижний край Солнца лежит точно на горизонте? Учесть рефракцию.

Решение:. Будем искать широту места на основе соотношения между высотой светила в нижней кульминации, его склонением и широтой места наблюдения:

$$h_{min} = \delta - (90^o - \varphi).$$

В этой формуле под высотой светила в момент нижней кульминации имеется в виду высота центра истинного или теоретического (без учета рефракции) Солнца. А в условиях задачи нам дана высота, равная нулю, нижнего края наблюдаемого (с учетом рефракции) Солнца. Следовательно, высота центра наблюдаемого Солнца больше на величину его углового радиуса $r_{\odot} = 16'$. А высота центра теоретического Солнца меньше высоты центра наблюдаемого Солнца на величину рефракции $\rho_{\Gamma} = 35'$. Следовательно, она должна быть рассчитана по формуле

$$h_{min} = 0^o0' + r_{\odot} - \rho_{\Gamma}.$$

Получаем:

$$r_{\odot} - \rho_{\Gamma} = \delta_{\odot} - (90^o - \varphi),$$

откуда

$$\varphi = 90^o - \delta_{\odot} + r_{\odot} - \rho_{\Gamma}.$$

Склонение Солнца 22 июня нам известно, $\delta_{\odot} = 23^o26'$. Заметим, что это склонение центра истинного Солнца. Вычисления дают $\varphi = 66^o15'$.

24. Какова высота верхнего края Солнца в меридиане в день летнего солнцестояния в Санкт-Петербурге ($\varphi = 59^o57'$)? Учесть рефракцию.

25. Как глубоко опускается центр Солнца под горизонт в полночь 22 декабря в Архангельске ($\varphi = 64^o35'$)?

7. Суточное движение Солнца на разных широтах.

7.1. Суточное движение Солнца на северном полюсе.

Широта северного полюса Земли равна 90^o, а следовательно, отвесная линия совпадает там с осью мира, а экватор - с горизонтом. Значит, в каждый день года Солнце описывает на небосводе круги, приблизительно параллельные горизонту, на высоте, равной склонению Солнца в этот день (рис. 14). Таким образом, если бы не было рефракции, 21 марта Солнце обходило бы горизонт, причем центр Солнца лежал бы на математическом горизонте. Из-за рефракции такая картина наблюдается на несколько дней раньше. С каждым днем Солнце все увеличивает свою высоту над горизонтом, и достигает максимальной высоты $h_{max} = \varepsilon$

22 июня. После этой даты высота Солнца вновь начинает уменьшаться, и вблизи 23 сентября (теперь из-за рефракции чуть позже) Солнце вновь оказывается на горизонте. В последующие дни Солнце оказывается под горизонтом и не появляется почти до дня весеннего равноденствия. Таким образом, чуть больше полугода Солнце находиться над горизонтом (*полярный день*), а оставшееся время - под горизонтом (*полярная ночь*). На южном полюсе картина такая же, только полярный день и полярная ночь меняются местами, т.е. когда на северном полюсе полярный день, на южном - полярная ночь, и наоборот.

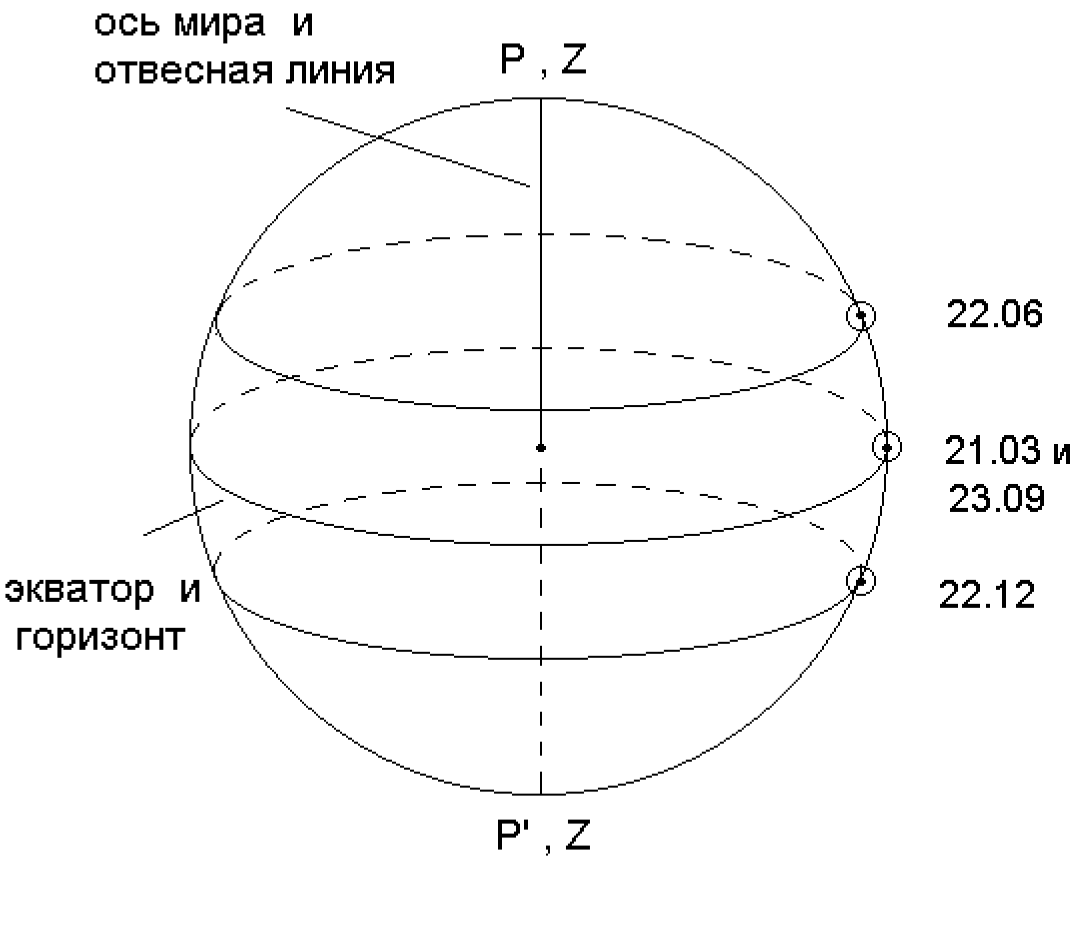

Рис. 14. Видимое движение Солнца в течение года на полюсе Земли

Полярные дни и ночи бывают не только на полюсах, но и на других, достаточно высоких широтах, только продолжительность их меньше. Теоретическими границами географических широт, на которых бывают полярные дни и ночи, являются *северный полярный круг* $\varphi = 66^o34'$ и *южный полярный круг* $\varphi = -66^o34'$. Т.е. если бы Солнце было точкой и не было бы атмосферной рефракции, то на этих широтах раз в году Солнце в течение суток не заходило бы за горизонт, и в течении суток не показывалось бы над горизонтом. Из-за влияния рефракции ($\rho_\Gamma = 35'$) и конечных размеров Солнца ($r_\odot = 16'$) полярные дни бывают на широтах до $\pm 65^o42'$, а полярные ночи лишь до широт $\pm 67^o24'$. Т.е. за начало (и окончание) *полярного дня* мы будем брать дату, на которую наблюдаемая высота верхнего края Солнца в момент *нижней* кульминации равна нулю, а за начало (и окончание) *полярной ночи* дату, на которую наблюдаемая высота верхнего края Солнца в момент *верхней* кульминации равна нулю.

7.2. Суточное движение Солнца на экваторе.

Широта экватора равна нулю, и ось мира лежит там в плоскости горизонта, так что северный полюс мира совпадает с точкой севера, а южный - с точкой юга (рис. 15). Суточные параллели перпендикулярны горизонту, а экватор проходит через зенит (т.Q совпадает с т.Z). Таким образом, 21 марта Солнце находится на экваторе и кульминирует в зените. В последующие дни склонение Солнца увеличивается и оно кульминирует на все меньшей высоте к северу от зенита. Высота Солнца в момент верхней кульминации к северу от зенита является наименьшей 22 июня. Далее максимальная высота Солнца вновь начинает расти и 23 сентября Солнце вновь кульминирует в зените. Склонение Солнца продолжает уменьшаться и с каждым днем оно кульминирует на все меньшей высоте теперь уже к югу от зенита. Минимальная высота в верхней кульминации к югу от зенита бывает в день зимнего солнцестояния 22 декабря, а потом высота Солнца в кульминации вновь начинает увеличивается.

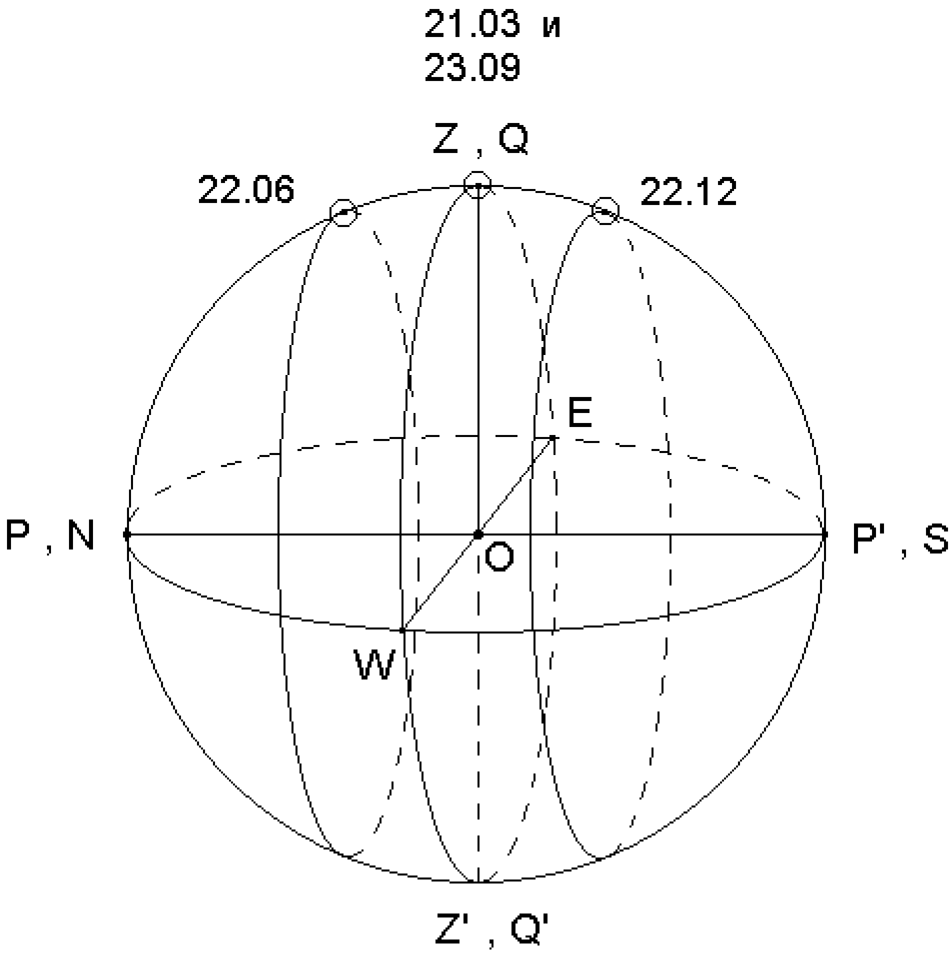

Рис. 15. Видимое движение Солнца в течение года на экваторе Земли

Таким образом, в экваториальной зоне Земли нет привычной нам смены времен года, а есть два жарких (засушливых) периода вблизи равноденствий, и два перида дождей (относительно холодных) вблизи солнцестояний. Солнце дважды в год кульминирует в зените не только на экваторе, но и на околоэкваториальных широтах, вплоть до широт *северного тропика* $\varphi = 23^o 26'$ и *южного тропика* $\varphi = -23^o 26'$. Северный и южный

тропики определяются как географические широты, на которых Солнце один раз в году (соответственно в день весеннего и осеннего равноденствий) кульминирует в зените.

Задачи

26. Определить продолжительность полярного дня в Мурманске ($\varphi = 68^o 58'$).

Решение:

1) В день начала (и окончания) полярного дня в момент нижней кульминации Солнца его наблюдаемый верхний край должен находиться на горизонте h_{min}вк=0^o 0', т.е.

$$\delta_{\odot} - (90^o - \varphi) = -r_{\odot} - \rho_{\text{Г}}.$$

Отсюда склонение Солнца в этот день равно:

$$\delta_{\odot} = 90^o - 68^o58' - 16' - 35' = 20^o11'.$$

2) В какие дни года склонение Солнца равно этой величине? Очевидно, что где-то вблизи 22 июня, одна дата - начала полярного дня - до 22 июня, а вторая - окончания полярного дня - после 22 июня. Середина полярного дня приходится на 22 июня.

3) Рассчитаем изменение склонения Солнца с этой даты до 22 июня
$\Delta\delta = 23^o26' - 20^o11' = 3^o15' = 3^o.25$.

4) За сколько дней склонение Солнца вблизи солнцестояния изменится на эту величину? 30 дней вблизи 22 июня склонение Солнца изменяется со скоростью $0^o.1$ в день. За это время его склонение изменится ровно на 3^o. А в нашем случае изменение склонения больше. Значит, еще какое-то время склонение Солнца изменялось со скоростью $0^o.3$ в день. Очевидно, что разность $3^o.25 - 3^o.00 = 0^o.25$ была пройдена Солнцем с этой скоростью за один день. Значит, полярный день в Мурманске начался за 31 день до 22 июня (22 мая), а закончился через 31 день после 22 июня (23 июля). Полная продолжительность полярного дня в Мурманске составила 62 дня.

27. Определить продолжительность полярной ночи в Мурманске ($\varphi = 68^o58'$).

Решение:

1) В день начала (и окончания) полярной ночи в момент верхней кульминации Солнца его наблюдаемый верхний край должен находиться на горизонте h_{max}вк=0^o 0', т.е.

$$\delta_{\odot} + (90^o - \varphi) = -r_{\odot} - \rho_{\text{Г}}.$$

Отсюда склонение Солнца в этот день равно:

$$\delta_{\odot} = -90^o + 68^o58' - 16' - 35' = -21^o53'.$$

2) В какие дни года склонение Солнца равно этой величине? Очевидно, что где-то вблизи 22 декабря, одна дата - начала полярной ночи - до 22 декабря, а вторая - окончания полярной ночи - после 22 декабря. Середина полярной ночи приходится на 22 декабря.

3) Рассчитаем изменение склонения Солнца с этой даты до 22 декабря
$\Delta\delta = |-23^o26' + 21^o53'| = 1^o33' = 1^o.55$.

4) За сколько дней склонение Солнца вблизи солнцестояния изменится на эту величину? 30 дней вблизи 22 декабря склонение Солнца изменяется со скоростью $0^o.1$ в день. За это время его склонение изменится ровно на 3^o. А в нашем случае изменение склонения меньше. Значит, для того, чтобы узнать, сколько дней прошло с интересующей нас даты до 22 декабря, достаточно разделить полное изменение склонения на скорость его изменения N^d= $1^o.55 / 0{\cdot}1 = 15^d.5$. Значит, полярная ночь в Мурманске началась за 15.5 дней до 22 декабря (6 декабря), а закончилась через 15.5 дней после 22 декабря (6 января). Полная продолжительность полярной ночи в Мурманске составила 31 день.

28. Какого числа в г. Антананариву ($\varphi = -18^o$, о. Мадагаскар) Солнце кульминирует в зените?

Решение: Как известно, высота светила в момент верхней кульминации определяется по формуле (4). В зените высота Солнца должна быть 90^o, следовательно, в искомый день $\delta_\odot = \varphi = -18^o$. Склонение Солнца равно этой величине в две даты вблизи 22 декабря. Разность $\Delta\delta = |-23^o26' + 18| = 5^o26' = 5^o.4$. 30 дней вблизи 22 декабря склонение Солнца изменяется со скоростью $0^o.1$ в день, изменяясь за это время на 3^o. Оставшиеся $2^o.4$ Солнце перемещается по δ со скоростью $0^o.3$ в день за $2^o.4/(0^o.3/\text{день}) = 8^d$. Значит, Солнце в Антанариву кульминирует в зените за 38 дней (14 ноября) до 22 декабря, и через 38 дней (29 января) после 22 декабря.

29. На одной из российских островных полярных станций полярный день длится ровно 100 дней. На какой широте расположена эта полярная станция?

30. Какова продолжительность полярного дня и полярной ночи и с какой даты по какую они длятся на широте $\varphi = -74^o00'$?

31. Какого числа Солнце кульминирует в зените на широте $\varphi = 15^o00'$? А на широте $\varphi = 24^o00'$?

8. Сумерки. Белые ночи.

После захода Солнца не наступает сразу полная темнота. Некоторое время еще довольно светло, потому что, пока Солнце не опустилось глубоко под горизонт оно продолжает освещать атмосферу над наблюдателем. А рассеянные в атмосфере солнечные лучи освещают поверхность Земли (см. рис. 16).

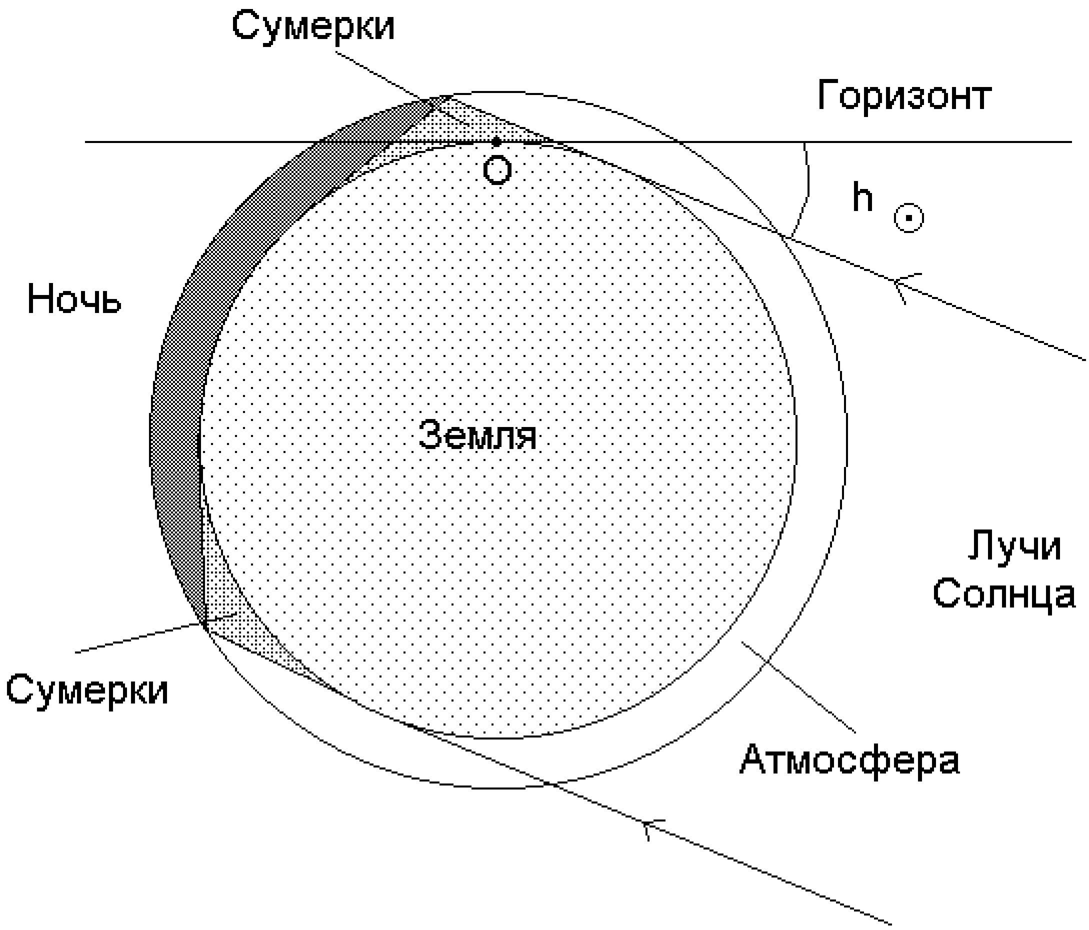

Рис. 16. Сумерки

Промежуток времени между заходом Солнца и наступлением полной темноты называют *вечерними сумерками*, а промежуток времени с того момента ночи, когда небо на востоке начинает светлеть и до восхода Солнца - *утренними сумерками*.

Различают сумерки *гражданские*, *навигационные* и *астрономические*. Гражданские сумерки длятся, когда высота Солнца составляет больше -6^o 51' (необходимо учитывать рефракцию и конечный угловой размер Солнца). В конце гражданских сумерек необходимо включать искусственное освещение и на небе появляются самые яркие звезды. В течение навигационных сумерек высота Солнца заключена в пределах от -6^o 51' до -12^o и на небе видно достаточно звезд, чтобы можно было узнать рисунок созвездий, т.е. осуществлять ориентирование по звездам - навигацию. Астрономические сумерки - это та часть суток, когда высота Солнца заключена в пределах от -12^o до -18^o. В конце астрономических сумерек на небе исчезают последние следы вечерней зари, и становятся видны самые слабые звезды.

Летом на достаточно высоких широтах Солнце ночью не опускается ниже -6^0 51', так что вечерние гражданские сумерки переходят в утренние. Это явление называется сплошными гражданскими сумерками или *белыми ночами*. Аналогично можно ввести понятие *сплошных навигационных сумерек* и *сплошных астрономических сумерек*.

Задачи

32. Определить продолжительность белых ночей в Санкт-Петербурге ($\varphi = 59^o57'$).

Решение:

1) В день начала (и окончания) белых ночей в момент нижней кульминации Солнца его центр должен находиться на высоте h_{min}=-6^o 51', т.е.

$$\delta_{\odot} - (90^o - \varphi) = -6^o51'.$$

Отсюда склонение Солнца в этот день равно:

$$\delta_{\odot} = 90^o - 59^o57' - 6^o51' = 23^o12'.$$

2) В какие дни года склонение Солнца равно этой величине? Очевидно, что где-то вблизи 22 июня, одна дата - начала белых ночей - до 22 июня, а вторая - окончания - после 22 июня.

3) Рассчитаем изменение склонения Солнца с этой даты до 22 июня $\Delta\delta = |23^o26' - 23^o12'| = 0^o14' = 0^o.25$.

4) За сколько дней склонение Солнца вблизи солнцестояния изменится на эту величину? 30 дней вблизи 22 июня склонение Солнца изменяется со скоростью 0^o.1 в день. Значит, полученное нами изменение склонения Солнца произойдет за два с половиной дня. Следовательно, белые ночи в Санкт-Петербурге длятся 5 дней.

33. Определить продолжительность сплошных астрономических сумерек в Казани ($\varphi = 55^o47'$).

34. Сколько дней длятся сплошные навигационные сумерки в Москве $\varphi = 55^o45'$?

9. Измерение времени

Единицей измерения времени в астрономии служат *сутки* - промежуток времени, в течение которого Земля делает полный оборот вокруг своей оси относительно какой-нибудь точки на небе. В зависимости от этой точки отсчета различают *звездные сутки* - промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями точки весеннего равноденствия, и *истинные солнечные сутки* - промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями центра Солнца. Солнечные сутки примерно на 4 минуты длиннее звездных, так как Солнце двигается среди звезд в сторону вращения Земли, и для того, чтобы его догнать, Земле надо сделать относительно звезд чуть больше одного оборота. Для измерения больших промежутков времени используют *тропический год* - промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра Солнца через точку весеннего равноденствия.

Для измерения времени можно использовать как звездные, так и истинные солнечные сутки. Если используются звездные сутки, измеряемое время называют *звездным временем*, а если истинные солнечные сутки - то *истинным солнечным временем*. Однако это не означает, что мы измеряем два каких-то независимых друг от друга времени. Фактически, это как бы две разные линейки для измерения времени. Так, расстояние между городами можно выразить и в километрах, и в милях. Ситуация с измерением времени та же самая.

9.1. Звездное время

За начало звездных суток на данном географическом меридиане принимается момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия. *Звездное время* - время, протекшее с момента верхней кульминации точки весеннего равноденствия до любого другого ее положения, выраженное в долях звездных суток (звездные часы, минуты и секунды). Таким образом, звездное время s равно по величине часовому углу точки весеннего равноденствия, или сумме часового угла какого либо светила O и его прямого восхождения (см. рис. 17):

$$s = t_\gamma, \tag{11}$$

$$s = t_O + \alpha_O. \tag{12}$$

Отсюда, в частности, следует, что в момент верхней кульминации какой-либо звезды O звездное время в точности равно ее прямому восхождению $s = \alpha_O$.

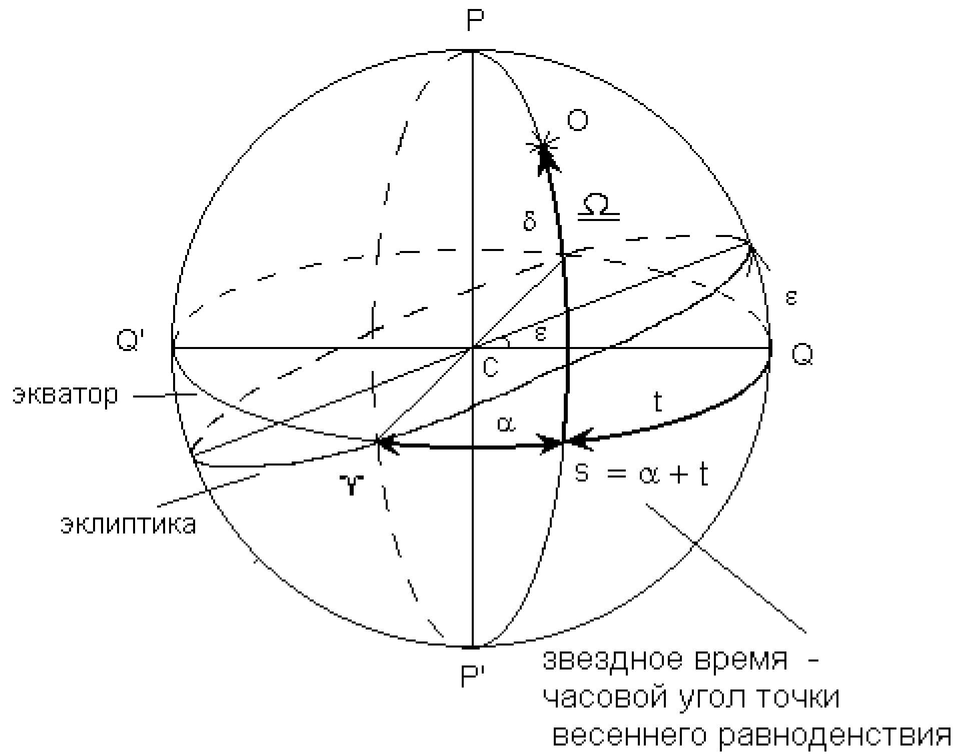

Рис. 17. Связь звездного времени *s* с прямым восхождением α и часовым углом *t* светила

9.2. Истинное солнечное время

За начало истинных солнечных суток принимается момент нижней кульминации центра Солнца. Истинное солнечное время $T_{\odot}$ - это время, протекшее от момента нижней кульминации центра Солнца до любого другого его положения, выраженное в долях истинных солнечных суток (истинные солнечные часы, минуты и секунды). Значит, истинное солнечное время равно часовому углу центра Солнца плюс 12 часов:

$$T_{\odot} = t_{\odot} + 12^h. \qquad (13)$$

К сожалению, продолжительность истинных солнечных суток различна в течение года, т.к.:

1) Солнце движется не по небесному экватору, а по наклонной к нему эклиптике, т.е. изменение прямого восхождения Солнца за один день вблизи солнцестояний больше, чем вблизи равноденствий. Поэтому между нижними кульминациями Солнца вблизи солнцестояний и равноденствий проходят немного разные промежутки времени.

2) Солнце и по эклиптике двигается неравномерно из-за эллиптичности орбиты Земли.

По этим причинам, например, истинные солнечные сутки 22 декабря приблизительно на 50 секунд длиннее, чем 23 сентября. Понятно, что использование истинного солнечного времени неудобно, и поэтому было введено среднее солнечное время.

9.3. Среднее солнечное время

Были введены две фиктивные точки - *среднее эклиптическое Солнце* и *среднее экваториальное Солнце*. Среднее эклиптическое Солнце равномерно двигается по эклиптике и совпадает с истинным в момент прохождения Землей перигелия. Среднее экваториальное Солнце двигается равномерно по экватору со средней скоростью истинного Солнца и одновременно со средним эклиптическим Солнцем проходит точку весеннего равноденствия.

Средние солнечные сутки - промежуток времени между двумя последовательными нижними кульминациями среднего экваториального Солнца на одном и том же географическом меридиане. За начало солнечных суток принимается нижняя кульминация среднего экваториального Солнца, и среднее солнечное время T_M равно

$$T_M = t_M + 12^h, \tag{14}$$

где t_M - часовой угол среднего экваториального Солнца.

Понятно, что среднее солнечное время нельзя непосредственно измерить из астрономических наблюдений, его можно только вычислить. Связь между истинным солнечным временем и средним солнечным временем выражается через **уравнение времени** η:

$$\eta = T_M - T_{\odot}. \tag{15}$$

Заметим, что уравнение времени можно определить не только как разность между средним и истинным солнечным временем, но и наоборот, как разницу между истинным и средним солнечным временем. В Астрономическом Ежегоднике используется второе определение, но мы, вслед за Воронцовым-Вельяминовым, будем использовать первое. Значение η изменяется от $+14^m$ (около 11 февраля) до -16^m (около 3 ноября), и его величина на каждый день дается в Астрономическом Ежегоднике (см. также рис. 18).

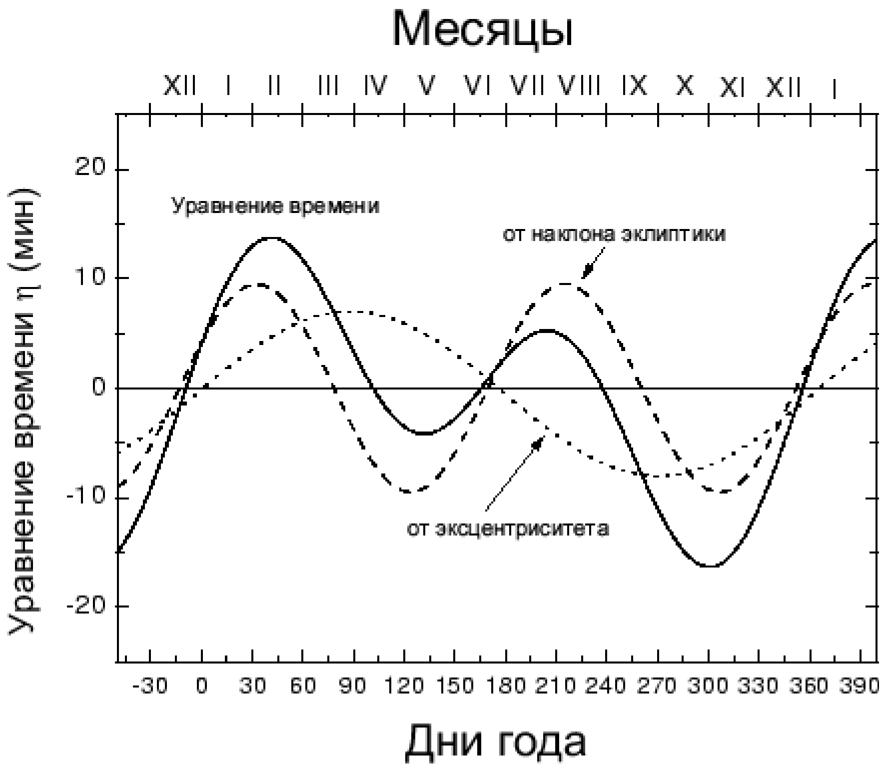

Рис. 18. Изменение уравнения времени η в течение года

9.4. Эфемеридное время

Наблюдения показали, что и средние сутки не являются постоянной величиной. Причина - неравномерность вращения Земли вокруг своей оси. Существует вековое замедление вращения Земли из-за приливного трения, сезонные изменения, связанные с перераспределением воздушных и водяных масс на поверхности Земли. Обнаружены и нерегулярные, скачкообразные изменения скорости Земли, причина которых неизвестна. Величина этих неравномерностей - тысячные доли секунды.

Поэтому было введено равномерное эфемеридное время, которое определяется по движению Луны и планет. В 1956 г. Международный комитет мер и весов принял за основу эфемеридного времени *эфемеридную секунду*, как 1/31 556 925.9747 часть тропического года на 12 часов эфемеридного времени 0 января 1900 года.

В настоящее время вместо эфемеридного времени используют так называемое земное динамическое время, которое приблизительно соответствует эфемеридному.

9.5. Атомное время

Развитие науки привело к ситуации, когда техническими средствами можно обеспечить измерение времени с большей точностью, чем из астрономических наблюдений. В 1964 г. Международный комитет мер и весов в качестве эталона времени принял атомные цезиевые часы.

В основе атомного времени лежит *атомная секунда*, как промежуток времени, за который происходит 9 192 631 771 колебание электромагнитной волны, которую излучает атом цезия при переходе с одного фиксированного энергетического уровня на другой.

Атомная секунда немного меньше эфемеридной, и за год разность между атомным и эфемеридным временем достигает 0.9 сек. Поэтому почти каждый год атомные часы переводят на 1 секунду назад. Сигналы точного времени, передаваемые по радио, соответствуют атомному времени. Эти сигналы передаются в виде шести секундных импульсов, причем начало последнего сигнала означает конец часа. Несколько радиостанций мира круглосуточно ведут непрерывную передачу сигналов точного времени.

9.6. Системы счета времени

Местное время - это время, измеренное на данном географическом меридиане.

Разность любых местных времен на двух меридианах в один и тот же физический момент, равна разности долгот этих меридианов:

$$s_1 - s_2 = \lambda_1 - \lambda_2 \tag{16}$$

$$T_{\odot,1} - T_{\odot,2} = \lambda_1 - \lambda_2 \tag{17}$$

$$T_{M,1} - T_{M,2} = \lambda_1 - \lambda_2 \tag{18}$$

Всемирное время UT - местное среднее солнечное время гринвичского (λ=0) меридиана. Если долготу λ места на Земле выражать в часовой мере и считать положительной к востоку от Гринвича, то имеет место следующее соотношение:

$$T_M = UT + \lambda. \tag{19}$$

Поясное время. В 1884 г. введена поясная система счета среднего времени. Счет времени ведется только на 24 основных географических меридианах, расположенных друг от друга по долготе точно через 15^o начиная с нулевого меридиана. Границы поясов отстоят, как правило, на $\pm 30^m$ от основного меридиана. Номера поясов *N* от 0 до 23. Местное среднее

солнечное время основного меридиана какого-либо часового пояса называется поясным временем *T*п, по которому и ведется счет времени на всей территории, лежащей в данном часовом поясе. Поясное время связано со всемирным через номер часового пояса:

$$T\text{п} = UT + N^h. \tag{20}$$

Декретное время. В 1930 г. декретом правительства СССР стрелки часов переведены на 1 час вперед относительно поясного времени:

$$T_{д} = T_{п}+1^{h}. \qquad (21)$$

Это время и называется декретным временем.

Летнее время. В 1981 г. в СССР, по примеру большинства стран мира, было введено еще и летнее время, на 1 час опережающее декретное. Летнее время вводится с последнего воскресенья марта по последнее воскресенье октября:

$$T_{л} = T_{д}+1^{h}. \qquad (22)$$

Таким образом, то время, которое мы называем московским, зимой является декретным временем второго часового пояса и опережает всемирное время UT на 3 часа. Летом отличие от гринвичского времени составляет 4 часа.

9.7. Связь среднего времени со звездным

Удобнее всего переходить от звездного времени к среднему через тропический год. Его продолжительность в звездных сутках ровно на одни сутки больше, чем продолжительность в средних солнечных сутках. Связано это с тем, что за год Солнце делает полный оборот на небесной сфере в ту же сторону, в какую вращается Земля. Поэтому за год Земля делает относительно Солнца на один оборот меньше, чем относительно звезд.

Тропический год равен 365.2422 средних солнечных суток и 366.2422 звездных суток. Поэтому связь среднего солнечного времени и звездного времени осуществляется через равенство: 365.2422 ср.суток = 366.2422 зв.суток. Или

$$1 \text{ ср. сутки} = \frac{366.2422}{365.2422} = 1.002738 = K \text{ зв. суток}, \qquad (23)$$

$$1 \text{ зв. сутки} = \frac{365.2422}{366.2422} = 0.997270 = K' \text{ ср. суток}. \qquad (24)$$

Все остальные единицы времени соотносятся друг с другом через эти же коэффициенты, т.е. 1 ср. час = 1.002738 зв. часа, и т.д., т.е.

$$s_1 - s_2 = (T_1 - T_2) \cdot K'$$

и

$$T_1 - T_2 = (s_1 - s_2) \cdot K.$$

Для удобства вычисления звездного времени на тот или иной момент, определенный по среднему солнечному времени, в Астрономическом Ежегоднике дается значение звездного времени на среднюю гринвичскую полночь S_0. За средние солнечные сутки величина S_0 увеличивается на $3^m\ 56^s.555$, т.к. звездные сутки короче средних именно на эту величину.

Зная S_0, можно вычислить звездное время s_0в среднюю полночь на данном меридиане λ.

Так как на этом меридиане полночь наступит на λ^h раньше, чем в Гринвиче, то и величина s_0, будет несколько меньше, чем S_0:

$$s_0 = S_0 - 3^m 56^s.555 \frac{\lambda^h}{24^h} = S_0 - 0.0027379 \cdot \lambda^h. \qquad (25)$$

Для Казани ($\lambda = 3^h 16^m$) s_0 =S_0 - 32^s.

Пример. Необходимо найти звездное время в Казани на момент 3^h среднего солнечного времени. Для этого надо найти звездное время в местную среднюю полночь s_0, и прибавить к нему промежуток времени в средние 3^h, переведенный в промежуток звездного времени:

$$s = s_0 + T_M \cdot K'.$$

9.8. Календарь

Календарь - это система счета длительных промежутков времени.

Природа предоставила нам 3 естественных периодических процесса: смена дня и ночи, смена лунных фаз, смена времен года. В разное время у разных народов в основе календаря лежали разные процессы, поэтому существовали солнечные, лунные, лунно-солнечные календари. В основе солнечных календарей лежит продолжительность тропического года, в основе лунных календарей - лунного месяца, лунно-солнечные календари сочетают оба периода.

Мы живем по солнечному календарю. Из практических соображений календарь должен удовлетворять следующим условиям:

1) Календарный год должен содержать целое число суток.

2) Продолжительность календарного года должна быть как можно ближе к продолжительности тропического года.

Юлианский календарь

Как мы уже знаем, тропический год содержит 365.2422 солнечных суток или $365^d\ 5^h\ 48^m\ 46^s$ $\approx$ $365^d\ 6^h$. На основе этого факта александрийский астроном Созиген разработал, а римский император Юлий Цезарь в 46 г. до нашей эры ввел календарь, называемый ныне *юлианским*. Суть его заключается в следующем. Продолжительность простого календарного года устанавливается в 365^d. При этом за 4 года накапливается разница почти в 1 сутки, поэтому каждый четвертый год содержит 366^d и называется високосным. Принято считать високосными те годы, номера которых делятся на 4 без остатка (например, 2004 г.).

Юлианский год длиннее тропического на $0^d.0078$ и за 128 лет расхождение начинает составлять 1 сутки. Юлианским календарем пользовались около 16 столетий, и за это время накопилась разница в 10 суток. Это приводило к путанице в определении дат церковных праздников.

Например, по правилам христианской церкви праздник Пасхи должен наступать в первое воскресенье после первого полнолуния после дня весеннего равноденствия. В 325 г. день весеннего равноденствия приходился на 21 марта, а в 1582 г. - на 11 марта, что и приводило к трудностям в определении даты Пасхи.

Григорианский календарь

Реформа юлианского календаря стала необходимостью и в 1582 г. была проведена римским папой Григорием XIII, поэтому новый календарь носит название *григорианского*. Проект нового календаря был разработан итальянским математиком и врачом Лилио и направлен на приближение средней продолжительности календарного года к продолжительности тропического года. Суть реформы состоит в следующем.

1) Было устранено накопившееся расхождение в 10 суток юлианского календаря с счетом тропических лет (после 4 октября постановили считать 15 октября).

2) В юлианском календаре за 400 лет расхождение с реальным временем составляет почти ровно 3 суток. Поэтому в григорианском календаре принято не считать високосными те годы столетий, у которых номера не делятся без остатка на 400. Например, 2000 год был високосным, а 1900 - нет.

В результате средняя за 400 лет продолжительность календарного года в григорианском календаре составляет $365^d.2425$, расхождение всего $0^d.0003$, что даст расхождение в 1 сутки лишь через 3300 лет.

В России григорианский календарь был введен только в 1918 году (после 1 февраля постановили считать сразу 14 февраля), а православная церковь до сих пор пользуется юлианским.

Григорианский календарь называют еще новым стилем, а юлианский - старым стилем.

Начало календарного года (1 января), начало счета лет (от рождества Христова), деление года на 12 месяцев и недели по 7 дней - это условность, принятая по соглашению, традиция.

9.9. Линия перемены даты

При счете календарных дней необходимо условиться, на каком меридиане начинаются новые сутки. По международному соглашению таким меридианом является меридиан, отстоящий от гринвичского на 180^o. *Линия перемены даты*, в океане проходит по этому меридиану, и огибает острова. Так что линия перемены даты всюду проходит по акватории океана.

К западу от линии перемены даты, называемой еще демаркационной линией, число месяца всегда на единицу больше, чем к востоку от нее (например, к западу, на Чукотке, 15 сентября, а к востоку, на Аляске, 14 сентября), поэтому при пересечении демаркационной линии это небходимо учитывать. При пересечении этой линии с запада на восток надо уменьшить число месяца на единицу, а с востока на запад - прибавить. На морских судах такое изменение производят в ближайшую полночь после пересечения линии перемены даты. Суда, плывущие на восток, (из Китая в Калифорнию) дважды считают одну и ту же дату (после 15 сентября вновь наступает 15 сентября), а плывущие на запад (из Калифорнии в Китай) - пропускают одну дату (после 14 сентября сразу считают 16 сентября). Очевидно, что Новый год и новый месяц также начинаются на линии перемены даты.

9.10. Юлианские дни

В астрономии часто возникает задача определения числа суток, прошедших между двумя далеко отстоящими датами (наблюдения комет, переменных звезд, вспышки Новых и Сверхновых звезд).

Для удобства решения этой задачи в XVI веке н.э. Скалигер ввел понятие *юлианского периода* длиной 7980 лет, предложил считать за его начало 1 января 4713 года до н.э. и вести непрерывный счет дней, называемых *юлианскими днями JD*, начиная с этой даты. Началом юлианского дня считается средний гринвичский полдень. Юлианские даты дней текущего года даются в астрономических календарях и Астрономическом Ежегоднике. Например, 0 часов 1 января 2000 г. в Гринвиче это JD 2451544.5. Часто первые две цифры юлианской даты опускаются.

Период и дни названы Скалигером юлианскими в честь его отца Юлия, и не имеют отношения к Юлию Цезарю.

Задачи

35. (269) Звезда γ Малой Медведицы ($\alpha = 15^h20^m49^s$) наблюдалась в нижней кульминации, причем звездные часы в это время показывали $3^h\ 39^m\ 33^s$. Какова поправка часов?

Решение: Поправкой часов называется разность между правильным временем и показанием часов $\Delta s = s_{\text{ист}} - s_{\text{часов}}$. В момент нижней кульминации в соответствии с формулой (12) звездное время равно $3^h\ 20^m\ 49^s$, следовательно поправка часов $\Delta s = -18^m44^s$.

36. (228) В Орле по часам, идущим по киевскому звездному времени, в $4^h\ 48^m$ наблюдалась верхняя кульминация Капеллы ($\alpha = 5^h10^m$). Какова разность долгот этих двух городов?

Решение: Разность долгот двух пунктов равна разности двух любых местных времен, в данном случае звездных. В Орле звездное время равно прямому восхождению α звезды в момент верхней кульминации, поэтому разность долгот составляет $\Delta\lambda = 5^h10^m - 4^h48^m = 0^h22^m$.

37. (233) Затмение Луны 2 апреля 1950 г. началось в $19^h\ 03^m$ по всемирному времени. Когда оно началось в Алма-Ате ($\lambda = 5^h08^m$, V часовой пояс) по поясному, декретному и местному солнечному времени?

Решение: Поясное время равно всемирному плюс номер пояса в часах, так что Tп = $0^h\ 03^m$ 3 апреля. Декретное время опережает на 1 час поясное: Tд=$1^h\ 03^m$. Местное среднее солнечное время отличается от гринвичского на величину долготы в часах, поэтому $T_M = 0^h\ 11^m$.

38. (263) Когда по поясному времени Казани ($\lambda = 3^h16^m29^s$, III часовой пояс) 22 июня произойдет кульминация Солнца, если уравнение времени в этот день равно $+1^m\ 20^s$.

Решение: В момент верхней кульминации Солнца истинное солнечное время $T_\odot = 12^h00^m$. Местное среднее солнечное время отличается от истинного на величину уравнения времени $T_M = T_\odot + \eta = 12^h01^m20^s$. Для того, чтобы найти поясное время, надо знать всемирное $UT = T_M - \lambda = 12^h01^m20^s - 3^h16^m29^s = 8^h44^m51^s$ и прибавить к нему номер пояса в часах Tп=$UT+N^h = 8^h44^m51^s + 3^h = 11^h\ 44^m\ 51^s$.

39. (277) Пароход, покинув Владивосток в субботу 6 ноября, прибыл в Сан-Франциско в среду, 23 ноября. Сколько суток он был в пути?

Решение: Поскольку пароход пересекал линию перемены даты с запада на восток, то на нем дважды считали одну и ту же дату, следовательно, число суток в пути было $N^d = 23 - 6 + 1 = 18^d$.

40. (270) В момент верхней кульминации β Большой Медведицы ($\alpha = 10^h55^m48^s$) звездные часы показывали $10^h55^m32^s$. Определить поправку часов. Указать, когда по этим неисправленным часам будет кульминация α Большой Медведицы ($\alpha = 10^h57^m34^s$).

41. (232) Путешественники заметили, что по местному времени затмение Луны началось в 5^h13^m, тогда как по астрономическому календарю это затмение должно было состояться в 3^h51^m по гринвичскому времени. Какова их долгота?

42. (235) 14 июня по наблюдениям на судне, произведенным с секстаном, кульминация Солнца произошла в 8^h23^m по хронометру, показывающему гринвичское звездное время. Кульминация произошла при зенитном расстоянии z=$22^o\ 02'$ (рефракция учтена). Определить долготу и широту судна, если по морскому астрономическому ежегоднику в этот день и час координаты Солнца были $\alpha_\odot = 5^h26^m, \delta_\odot = +18^o25'$.

43. (267) Полное затмение Солнца должно было произойти в пункте с долготой $\lambda = 2^h30^m$ в $9^h\ 27^m$ гринвичского времени. Уравнение времени в этот день было $\eta = -9^m$.

Произошло ли затмение до момента истинного полудня?

44. (272) 26 сентября Солнце в пункте с долготой $\lambda = 2^h30^m$ восходит по местному среднему солнечному времени в 5^h51^m утра, а заходит в 5^h51^m вечера. Чему равно в этот день уравнение времени?

45. (278) Корабль, покинувший Сан-Франциско утром в среду 12 октября, прибыл во Владивосток ровно через 16 суток. Какого числа месяца и в какой день недели он прибыл?

10. Движение планет

10.1. Планетные конфигурации

Планеты Солнечной системы обращаются вокруг Солнца по эллиптическим орбитам (см.*законы Кеплера*) и делятся на две группы. Планеты, которые расположены ближе к Солнцу, чем Земля, называются *нижними*. Это Меркурий и Венера. Планеты, которые расположены дальше от Солнца, чем Земля, называются *верхними*. Это Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон.

Планеты в процессе обращения вокруг Солнца могут располагаться относительно Земли и Солнца произвольным образом. Такое взаимное расположение Земли, Солнца и планеты называется *конфигурацией*. Некоторые из конфигураций являются выделенными и носят специальные названия (см. рис. 19).

Рис. 19. Конфигурации планет. 1 - орбита верхней планеты, 2 - орбита Земли (З.), 3 - орбита нижней планеты. Конфигурации нижней планеты: в.с. - верхнее соединение, н.с. - нижнее соединение, В.э. - наибольшая восточная элонгация, З.э. - наибольшая западная элонгация.

Нижняя планета может располагаться на одной линии с Солнцем и Землей: либо между Землей и Солнцем - *нижнее соединение*, либо за Солнцем - *верхнее соединение*. В момент нижнего соединения может произойти прохождение планеты по диску Солнца (планета проецируется на диск Солнца). Но из-за того, что орбиты планет не лежат в одной плоскости, такие прохождения случаются не каждое нижнее соединение, а достаточно редко. Конфигурации, при которых планета при наблюдении с Земли находится на максимальном угловом удалении от Солнца (это наиболее благоприятные периоды для наблюдения нижних планет), называются *наибольшими элонгациями, западной* и *восточной*.

Верхняя планета также может находиться на одной линии с Землей и Солнцем: за Солнцем - *соединение*, и по другую сторону от Солнца - *противостояние*. Противостояние - это самое благоприятное время для наблюдения верхней планеты. Конфигурации, при которых угол между направлениями с Земли на планету и на Солнце равен 90^o, называются *квадратурами, западной* и *восточной*.

Промежуток времени между двумя последовательными одноименными конфигурациями планеты называется ее *синодическим* периодом обращения P, в отличие от истинного периода ее обращения относительно звезд, называемого поэтому *сидерическим* S. Разница между этими двумя периодами возникает из-за того, что Земля тоже обращается вокруг Солнца с периодом T. Синодический и сидерический периоды связаны между собой:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{S} - \frac{1}{T}, \tag{26}$$

для нижней планеты, и

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{T} - \frac{1}{S} \tag{27}$$

для верхней.

10.2. Законы Кеплера

Законы, по которым планеты обращаются вокруг Солнца, были эмпирически (т.е. из наблюдений) установлены Кеплером, а затем теоретически обоснованы на основе закона всемирного тяготения Ньютона.

Первый закон. Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Второй закон. При движении планеты ее радиус-вектор описывает равные площади за равные промежутки времени.

Третий закон. Квадраты сидерических времен обращений планет относятся друг к другу как кубы больших полуосей их орбит (как кубы их средних расстояний от Солнца):

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}. \tag{28}$$

Третий закон Кеплера является приближенным, из закона всемирного тяготения был получен *уточненный третий закон Кеплера*:

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot \frac{(\mathcal{M}_\odot + \mathrm{m}_1)}{(\mathcal{M}_\odot + \mathrm{m}_2)}. \tag{29}$$

Третий закон Кеплера выполняется с хорошей точностью только потому, что массы планет много меньше массы Солнца $\mathcal{M}_\odot$.

Эллипс - это геометрическая фигура (см. рис. 20), у которой есть две главные точки - *фокусы* F_1, F_2, и сумма расстояний от любой точки эллипса до каждого из фокусов есть величина постоянная, равная большой оси эллипса. У эллипса есть *центр O*, расстояние от которого до наиболее удаленной точки эллипса называется *большой полуосью a*, а расстояние от центра до самой ближайшей точки называется *малой полуосью b*. Величина, которая характеризует сплюснутость эллипса, называется эксцентриситетом *e*:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}. \qquad (30)$$

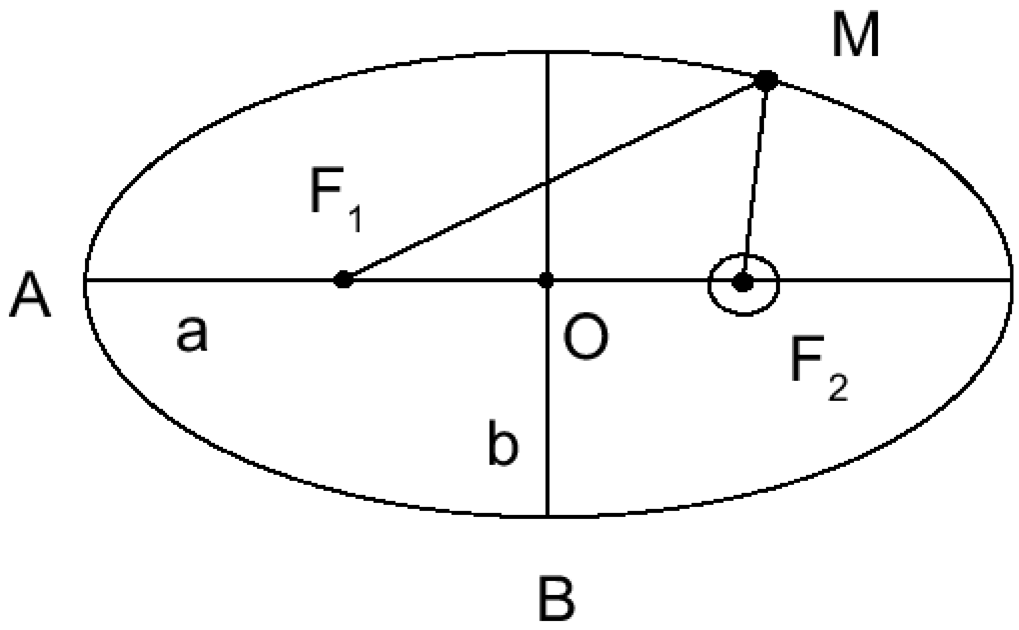

Рис. 20. Орбита планеты - эллипс

Окружность является частным случаем эллипса (e=0).

Расстояние от планеты до Солнца изменяется от наименьшего, равного

$$r_{min} = a(1-e) \qquad (31)$$

(эта точка орбиты называется *перигелием*) до наибольшего, равного

$$r_{max} = a(1+e) \qquad (32)$$

(эта точка орбиты называется *афелием*).

10.3. Движение искусственных небесных тел

Движение искусственных небесных тел подчиняется тем же законам, что и естественных. Тем не менее, необходимо отметить ряд особенностей.

Главное - размеры орбит искусственных спутников, как правило, сравнимы с размерами планеты, вокруг которой они обращаются, поэтому часто говорят о высоте спутника над поверхностью планеты (рис.21). При этом надо учитывать, что в фокусе орбиты спутника находится центр планеты.

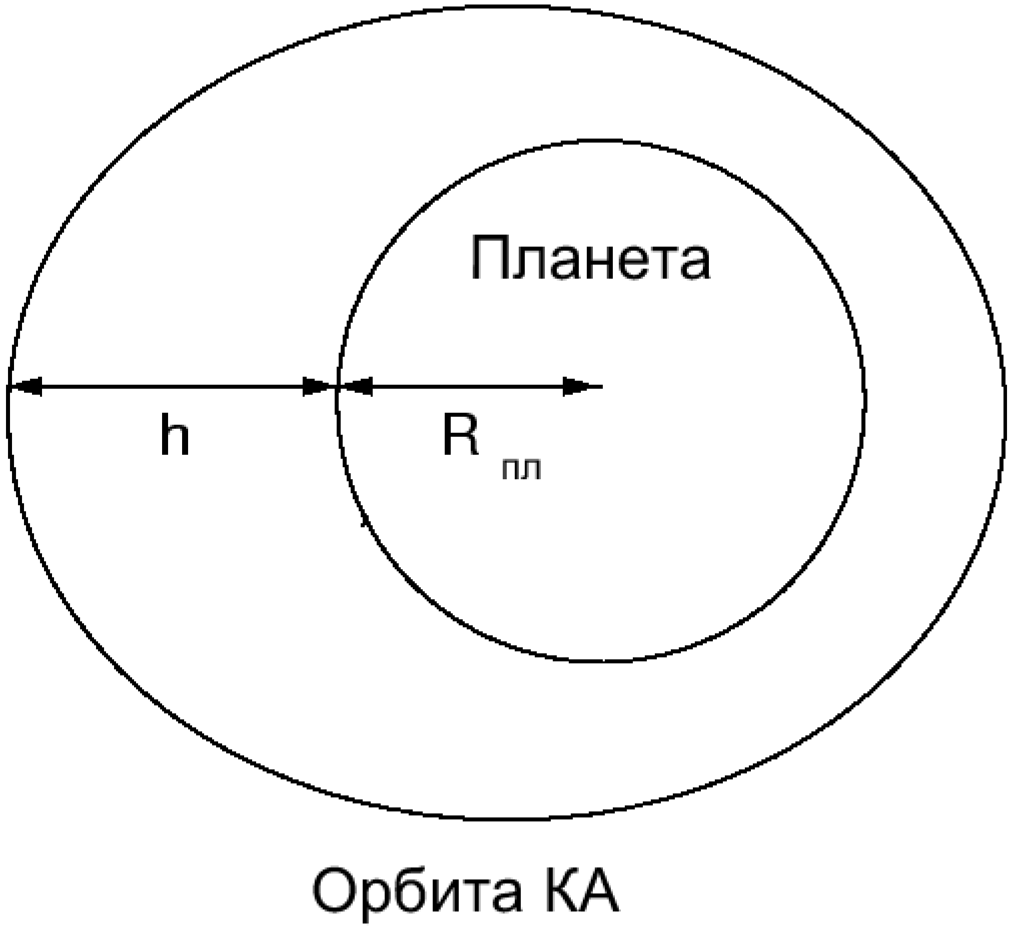

Рис. 21. Орбита искусственного спутника планеты

Для искусственных спутников вводят понятие первой и второй космической скорости.

Первая космическая скорость или круговая скорость - это скорость кругового орбитального движения у поверхности планеты на высоте *h*:

$$v_{\text{к}}^2 = \frac{G\mathcal{M}_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}} + h}. \qquad (33)$$

Это минимально необходимая скорость, которую необходимо придать космическому аппарату, чтобы он стал искусственным спутником данной планеты. Для Земли у поверхности vк = 7.9 км/сек.

Вторая космическая скорость или параболическая скорость - это скорость, которую необходимо придать космическому аппарату, чтобы он мог покинуть сферу притяжения данной планеты по параболической орбите:

$$v_{\text{п}}^2 = \frac{2G\mathcal{M}_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}} + h}. \qquad (34)$$

Для Земли вторая космическая скорость равна 11.2 км/сек.

Скорость небесного тела в любой точке эллиптической орбиты на расстоянии R от тяготеющего центра может быть рассчитана по формуле:

$$v^2 = G\mathcal{M}_{\text{пл}}(\frac{2}{R} - \frac{1}{a}). \quad (35)$$

Здесь повсюду $G = 6.67 \cdot 10^{-8}$ см^3/(г · с^2) - это гравитационная постоянная.

Вопросы

4. Может ли случиться прохождение Марса по диску Солнца? Прохождение Меркурия? Прохождение Юпитера?

5. Можно ли увидеть Меркурий вечером на востоке? А Юпитер?

Задачи

46. Противостояние Марса произошло 19 мая. В каком созвездии он был виден?

Решение: Орбиты всех планет лежат приблизительно в одной плоскости, поэтому планеты двигаются по небесной сфере примерно по эклиптике. В момент противостояния прямые восхождения Марса и Солнца отличаются на 180^o: $\alpha_\odot - \alpha_M = 180^o$. Вычислим $\alpha_\odot$ на 19 мая. 21 марта оно равно 0^o. В день прямое восхождение Солнца увеличивается примерно на 1^o. С 21 марта по 19 мая прошло 59 дней. Значит, $\alpha_\odot \approx 59^o$, а $\alpha_M \approx 180^o + 59^o = 239^o = 15^h56^m$. На небесной карте можно увидеть, что эклиптика при таком прямом восхождении проходит по созвездиям Весы и Скорпион, значит Марс находился в одном из этих созвездий.

47. (398) Наилучшая вечерняя видимость Венеры (наибольшее ее удаление к востоку от Солнца) была 5 февраля. Когда в следующий раз наступила видимость Венеры в тех же условиях, если ее сидерический период обращения равен 225^d?

Решение: Наилучшая вечерняя видимость Венеры наступает во время ее восточной элонгации. Следовательно, следующая наилучшая вечерняя видимось наступит во время следующей восточной элонгации. А промежуток времени между двумя последовательными восточными элонгациями равен синодическому периоду обращения Венеры и легко может быть вычислен:

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{S} - \frac{1}{T} = \frac{1}{225} - \frac{1}{365} = \frac{365 - 225}{365 \cdot 225}$$

или P=587^d. Значит, следующая вечерняя видимость Венеры в тех же условиях наступит через 587 дней, т.е. 14-15 сентября следующего года.

48. (663) Определить массу Урана в единицах массы Земли, сравнивая движение Луны вокруг Земли с движением спутника Урана - Титанией, обращающегося вокруг него с периодом $8^d.7$ на расстоянии 438 000 км. Период обращения Луны вокруг Земли $27^d.3$, и среднее расстояние ее от Земли составляет 384 000 км.

Решение: Для решения задачи необходимо воспользоваться третьим уточненным законом Кеплера. Так как для любого тела массой *m*, обращающегося вокруг другого тела массой $\mathcal{M}$ на среднем расстоянии *a* с периодом *T*:

$$\frac{a^3}{T^2(\mathcal{M}+\mathrm{m})} = \frac{G}{4\pi^2}, \qquad (36)$$

то мы имеем право для любой пары обращающихся друг вокруг друга небесных тел записать равенство:

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2(\mathcal{M}_1+\mathrm{m}_1)}{T_2^2(\mathcal{M}_2+\mathrm{m}_2)}.$$

Принимая за первую пару Уран с Титанией, а за вторую - Землю с Луной, а также пренебрегая массой спутников по сравнению с массой планет получим:

$$\frac{\mathcal{M}_{\text{У}}}{\mathcal{M}_{\oplus}} = \frac{a_1^3}{a_2^3}\cdot\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{438000^3}{384000^3}\cdot\frac{27.3^2}{8.7^2} \approx 14.6$$

49. Принимая орбиту Луны за окружность и зная орбитальную скорость движения Луны $v_{\text{Л}}$ = 1.02 км/с, определить массу Земли.

Решение: Вспомним формулу для квадрата круговой скорости (35) и подставим среднее расстояние Луны от Земли $a_{\text{Л}}$ (см. предыдущую задачу):

$$\mathcal{M}_{\oplus} = \frac{a_{\text{Л}}v_{\text{Л}}^2}{G} = \frac{3.84\cdot10^{10}\text{ см}(1.02\cdot10^5\text{ см/с})^2}{6.68\cdot10^{-8}} = 6.\cdot10^{27}\text{ г.}$$

50. Вычислить массу двойной звезды α Центавра, у которой период обращения компонентов вокруг общего центра масс T=79 лет, а расстояние между ними 23.5 астрономических единицы (а.е.). Астрономической единицей называется расстояние от Земли до Солнца, равное примерно 150 млн. км.

Решение: Решение этой задачи аналогично решению задачи о массе Урана. Только при определении масс двойных звезд их сравнивают с парой Солнце-Земля и выражают их массу в массах Солнца.

$$\frac{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_\odot} = \frac{a_1^3 \cdot T_2^2}{a_2^3 \cdot T_1^2} = \frac{23.5^3 \cdot 1^2}{1^3 \cdot 79^2} \approx 2.$$

51.(1210) Вычислите линейные скорости космического корабля в перигее и апогее, если над Землей в перигее он пролетает на высоте 227 км над поверхностью океана и большая ось его орбиты составляет 13 900 км. Радиус и масса Земли 6371 км и 6.0 10^{27} г.

Решение: Рассчитаем расстояние от спутника до Земли в апогее (наибольшем расстоянии от Земли). Для этого необходимо зная расстояние в перигее (наименьшее расстояние от Земли) вычислить эксцентриситет орбиты спутника по формуле (31) и затем определить искомое расстояние используя формулу (32). Получим h_a = 931 км.

Далее воспользуемся формулой (35) для вычисления скорости тела на любом расстоянии от тяготеющего центра и вычислим скорость в перигее и апогее:

$$v_{\text{П},a}^2 = G\mathcal{M}_\oplus\left(\frac{2}{R_\oplus + h_{\text{П},a}} - \frac{1}{a}\right).$$

Получим vп = 8 км/сек, v_a=7.2 км/сек.

52. (393) Синодический период обращения одного из астероидов составляет 3 года. Каков звездный период его обращения около Солнца?

53. (400) Найти среднее суточное движение Меркурия по орбите (величину дуги орбиты, которую он проходит за земные сутки), если синодический период его обращения вокруг Солнца равняется 115.88 суткам.

54. (417) С какой видимой угловой скоростью Венера пересекает диск Солнца? Сколько времени длится ее прохождение по диску Солнца, если оно центральное? Расстояние Венеры от Солнца 0.723 а.е., синодический период обращения 584 дня, угловой диаметр Солнца 32'.

55. (662) Вычислить массу Нептуна относительно массы Земли, зная, что его спутник отстоит от центра планеты на 354 000 км и период его обращения равен 5 суткам 21 часу.

56. (671) Какова должна быть масса Земли (по сравнению с действительной), чтобы Луна обращалась вокруг нее с современным периодом, но на вдвое большем расстоянии?

57. (675) Удержало ли бы Солнце нашу Землю, несущуюся вокруг него со скоростью 29.76 км/сек, если бы масса Солнца внезапно уменьшилась в два раза?

58. (1214) Для целей связи нужны спутники, которые "висят" над одной и той же точкой Земли, так называемые геостационарные спутники. На какой высоте над поверхностью Земли они должны находиться?

59. (1217) Космонавты облетают Луну по круговой орбите на высоте 50 км. На сколько им надо увеличить двигателями скорость своего космического корабля, чтобы вернуться на Землю? Радиус Луны 1738 км, а ее масса составляет 1/81 массы Земли.

11. Определение расстояний до небесных тел. Параллакс.

Прямое определение расстояний до сравнительно близких небесных тел основано на явлении параллактического смещения. Суть его заключается в следующем. Близкий предмет при наблюдении его из разных точек проецируется на различные расположенные далеко предметы. Так, держа вертикально карандаш на фоне далекого многоквартирного дома, мы видим его левым и правым глазом на фоне разных окон. Для тел Солнечной системы такое смещение на фоне звезд заметно уже при наблюдении из точек, разнесенных на расстояние, сравнимое с радиусом Земли, а для близких звезд - при наблюдениях из точек, разнесенных на расстояние, сравнимое с радиусом орбиты Земли.

11.1. Горизонтальный экваториальный параллакс

Координаты небесных тел, определенные из разных точек земной поверхности, вообще говоря различны, и называются *топоцентрическими* координатами. Правда, это заметно лишь для тел Солнечной системы. Для устранения этой неопределенности все координаты тел Солнечной системы приводят к центру Земли и называют *геоцентрическими*. Угол между направлениями на какое-либо светило из данной точки земной поверхности и из центра Земли называется *суточным параллаксом p'* светила (рис. 22). Очевидно, что суточный параллакс равен нулю для светила, находящегося в зените, и максимален для светила на горизонте. Такой максимальный параллакс называется *горизонтальным параллаксом* светила p. Горизонтальный параллакс связан с суточным простым соотношением:

$$\sin p' = \sin p \cdot \sin z' \quad \text{или} \quad p' = p \cdot \sin z'. \tag{37}$$

Здесь синусы углов заменены самими углами ввиду их малости.

По сути дела, p - это угол, под которым виден радиус Земли с данного светила. Однако Земля не является идеальным шаром и сплюснута к полюсам. Поэтому на каждой широте радиус Земли свой и горизонтальные параллаксы одного и того же светила разные. Для устранения этих различий принято вычислять горизонтальный параллакс для экваториального радиуса Земли (R_0 = 6378 км) и называть его *горизонтальным экваториальным параллаксом* p_0.

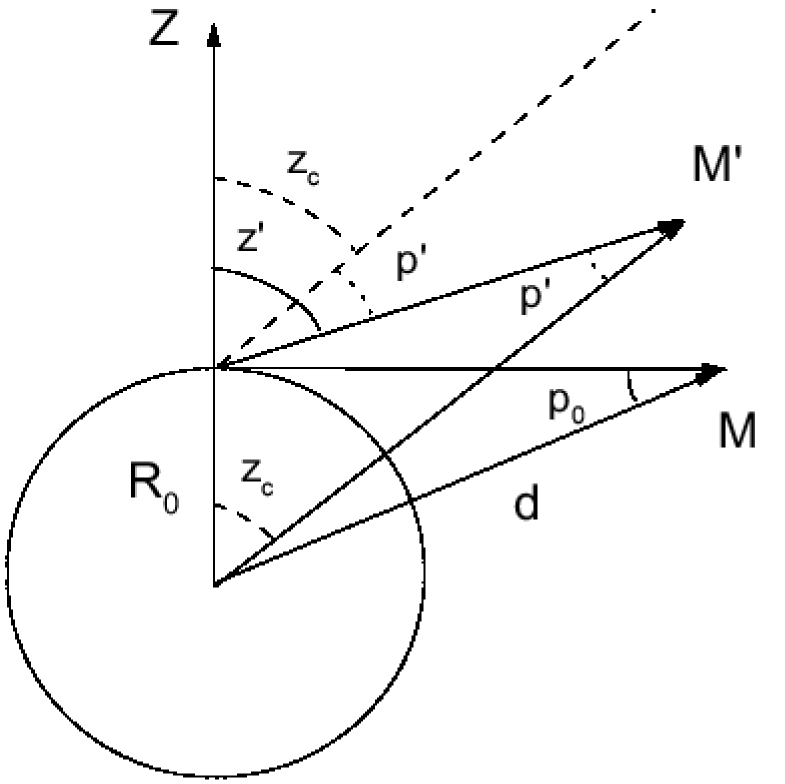

Рис. 22. Суточный и горизонтальный параллакс

Суточный параллакс необходимо учитывать при измерении высот и зенитных расстояний тел Солнечной системы и вносить поправку, приводя наблюдение к центру Земли:

$$z_c = z' - p \cdot \sin z'. \tag{38}$$

Измерив горизонтальный экваториальный параллакс светила p_0, можно определить расстояние d до него, т.к.

$$\sin p_0 = \frac{R_0}{d}.$$

Заменив синус малого угла p_0 значением самого угла, выраженным в радианах, и имея в виду, что 1 радиан равен 206265", получим искомую формулу:

$$d = \frac{206265'' R_0}{p_0''}. \tag{39}$$

Замена синуса угла самим углом допустима, так как наибольший из известных горизонтальный экваториальный параллакс Луны равен 57' (у Солнца p_0=8".79).

В настоящее время расстояния до тел Солнечной системы с гораздо большей точностью измеряются методом радиолокации.

11.2. Годичный параллакс

Угол, под которым с какой-либо звезды виден радиус земной орбиты *a*, при условии, что он перпендикулярен направлению на нее, называется *годичным параллаксом* π звезды (рис. 23).

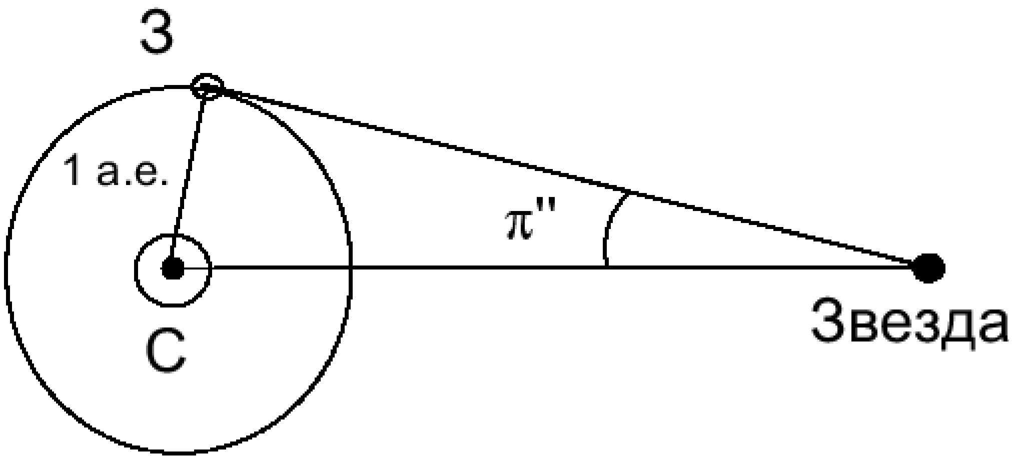

Рис. 23. Годичный параллакс

По аналогии с горизонтальным экваториальным параллаксом, зная годичный параллакс, можно определять расстояния до звезд:

$$d = \frac{206265'' a}{\pi''}.$$

В километрах расстояния до звезд измерять неудобно, поэтому обычно пользуются внесистемной единицей - парсеком *пк*, определяемой как расстояние, с которого параллакс равен 1". Само название составлено из первых слогов слов *пар*аллакс и *сек*унда. Нетрудно убедиться, что 1 *пк* = 206 265 а.е. = $3.086 \cdot 10^{18}$ см. Реже используется такая единица измерения расстояний до звезд, как *световой год*, определяемый как расстояние, проходимое светом за год (1 *пк* = 3.26 светового года).

Расстояние до звезды в парсеках определяется через величину годичного параллакса особенно просто

$$d = \frac{1}{\pi''}. \quad (40)$$

Задачи

60. (477) Параллакс Солнца p_0=8".8, а видимый угловой радиус Солнца $r_{\odot} = 16'01''$. Во сколько раз радиус Солнца больше радиуса Земли?

Решение: Так как параллакс Солнца есть ни что иное, как угловой радиус Земли, видимый с Солнца, следовательно, радиус Солнца во столько же раз больше радиуса Земли, во сколько его угловой диаметр больше параллакса $R_{\odot}/R_З = r_{\odot}/p_0 = 961''/8''.8 = 109.2$.

61. (482) В момент кульминации наблюденное зенитное расстояние центра Луны (p_0=57') было 50^o 00' 00". Исправить это наблюдение за влияние рефракции и параллакса.

Решение: За счет рефракции наблюденное топоцентрическое зенитное расстояние меньше истинного топоцентрического, т.е. $z_0' = z' + \rho = 50^o00'00'' + 1'8''.5 = 50^o01'08''.5$.

Истинное топоцентрическое зенитное расстояние больше геоцентрического на величину суточного параллакса $z_c = z_0' - p_0 \sin z' = 50^001'08''.5 - 57' \cdot 0.766 = 49^o17'28''.5$.

62.(472) Чему равен горизонтальный параллакс Юпитера, когда он находится от Земли на расстоянии 6 а.е. Горизонтальный параллакс Солнца p_0=8".8.

63. (474) Наименьшее расстояние Венеры от Земли равно 40 млн. км. В этот момент ее угловой диаметр равен 32".4. Определить линейный радиус этой планеты.

64. (475) Зная, что для Луны p_0=57'02".7, а ее угловой радиус в это время *r*Л=15'32".6, вычислить расстояние до Луны и ее линейный радиус, выраженные в радиусах Земли, а так же площадь поверхности и объем Луны по сравнению с таковыми для Земли.

65. (483) Наблюденное зенитное расстояние верхнего края Солнца составляет 64^o 55' 33", а его видимый радиус $r_\odot = 15'51''$. Найти геоцентрическое зенитное расстояние центра Солнца, учтя рефракцию и параллакс.

66. Из наблюдений известны годичные параллаксы π'' звезд Вега ($\alpha\ Lyr$) $\pi'' = 0''.128$, Сириус ($\alpha\ CMa$) $\pi'' = 0''.375$, Денеб ($\alpha\ Cyg$) $\pi'' = 0''.003$. Определить расстояние до этих звезд в *пк* и в а.е.

12. Физические характеристики звезд и галактик

12.1. Фундаментальные параметры звезд

Звезда как физическое тело характеризуется тремя основными параметрами: массой $\mathcal{M}_*$, радиусом R_* и светимостью L_*. Светимость определяет количество энергии, излучаемой звездой за единицу времени, т.е. аналогична физическому понятию мощности и имеет ту же размерность: в единицах СГС, принятых в астрофизике, она измеряется в эрг/сек. Значения этих величин для Солнца равны: $\mathcal{M}_\odot \approx 2 \cdot 10^{33}$ г, $L_\odot \approx 3.86 \cdot 10^{33}$ эрг/сек и $R_\odot \approx$ 700 000 км.

Кроме фундаментальных параметров, для описания звезд используют еще производные от них величины, такие как *ускорение свободного падения* на поверхности звезды:

$$g = \frac{G\mathcal{M}_*}{R_*^2}, \tag{41}$$

и *эффективная температура* T_{eff}, определяемая соотношением

$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T_{eff}^4. \tag{42}$$

Здесь $\sigma = 5.67\ 10^{-5}$эрг$/($см$^2 \cdot$ с $\cdot K^4)$ - постоянная Стефана-Больцмана. Для Солнца $T_\odot \approx$ 6000 K, $g_\odot \approx 2 \cdot 10^4$ см/сек^2.

Величина $F_* = \sigma T_{eff}^4$ - это *поток излучения* от звезды, и определяется он как количество энергии, излучаемое звездой с единицы поверхности за единицу времени (эрг/(см$^2 \cdot$ сек)). Для T_{eff} можно дать такое определение: *Эффективная температура звезды - это температура абсолютно черного тела, которое излучает с единицы поверхности за единицу времени такое же количество энергии, что и звезда.*

Значения фундаментальных параметров звезд, как правило, выражают в единицах солнечных значений, т.е. светимость - в светимостях Солнца, массу - в массах Солнца, радиус - в радиусах Солнца, поэтому полезно знать следующее соотношение:

$$\frac{L_*}{L_\odot} = \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_{eff}}{T_\odot}\right)^4. \tag{43}$$

Поток излучения от звезды на расстоянии *d* от нее это

$$f_* = \frac{L_*}{4\pi d_*^2}. \tag{44}$$

Таким образом определенный поток излучения совпадает с физическим понятием *освещенность* E_*. Поэтому, с точки зрения физики, видимую яркость, или *блеск* звезд надо характеризовать создаваемыми ими освещенностями. Однако, это не очень удобно (освещенности слишком малы), и самое главное, исторически сложилось так, что блеск звезд стали измерять задолго до введения физиками понятия освещенность, используя внесистемную единицу измерения - *звездную величину* m_*.

Таблица. Физические характеристики Солнца

$\mathcal{M}_\odot$	$2 \cdot 10^{33}$ г
$L_\odot$	$3.86 \cdot 10^{33}$ эрг/сек
$R_\odot$	700 000 км
$T_\odot$	5875 K $\approx$ 6000 K
$g_\odot$	$\approx 2 \cdot 10^4$ см/сек^2
$M_\odot$	$4^m.8$

12.2. Звездные величины

Звездные величины были введены Гиппархом во II веке до н.э. Он разделил видимые невооруженным глазом звезды по степени их яркости на шесть классов - звездных величин. Самые яркие звезды принадлежали к первому классу - имели первую звездную величину, а самые слабые принадлежали к шестому классу и имели шестую звездную величину (обозначение соответственно 1^m и 6^m). Таким образом, важно запомнить, что чем больше звездная величина, тем слабее звезда.

Связь между освещенностями и звездными величинами была установлена в XIX веке Погсоном, и она определяет отношение освещенностей, создаваемых двумя звездами, через разность их звездных величин:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \ lg \ \frac{E_1}{E_2}, \qquad (45)$$

или

$$\frac{E_1}{E_2} = 2.512^{-(m_1 - m_2)}. \qquad (46)$$

В качестве начала отсчета звездных величин была выбрана звезда Вега (α Lyr). Условились считать, что она имеет блеск m=0^m и блеск остальных звезд определяют через блеск Веги. Она является *фотометрическим стандартом*.

Кроме того, в настоящее время используют дробные значения звездных величин, а более яркие звезды, чем Вега, имеют отрицательные звездные величины. Например, Сириус (α CMa) имеет блеск m=-1^m.58.

Совершенно очевидно, что звездная величина практически ничего не говорит нам о действительной светимости звезды. Яркая звезда первой звездной величины может быть близкой звездой-карликом низкой светимости, а слабенькая звездочка шестой звездной величины оказаться очень далеким сверхгигантом огромной светимости. Поэтому для характеристики светимости звезд введена шкала *абсолютных звездных величин M*. Абсолютная звездная величина - это звездная величина, которую бы имела эта звезда, находясь на расстоянии 10 *пк*. Связь между видимой и абсолютной звездной величиной легко найти, используя закон Погсона и выражая расстояние до звезды в парсеках:

$$M - m = -2.5\ lg\ \frac{E(10\ \text{пк})}{E(d\ \text{пк})} = -2.5\ lg\ \frac{L \cdot 4\pi d^2}{4\pi 10^2 \cdot L},$$

или

$$M - m = -2.5\ lg\ \frac{d^2}{10^2} = -5\ lg\ d + 5.$$

Окончательно получим:

$$M = m + 5 - 5\ lg\ d \quad \textbf{или} \quad M = m + 5 + 5\ lg\ \pi''. \tag{47}$$

Светимости звезд в светимостях Солнца удобно выражать через абсолютную звездную величину Солнца $M_\odot = 4^m.8$:

$$M - M_\odot = -2.5\ lg\ \frac{L}{L_\odot}. \tag{48}$$

12.3. Спектры звезд. Эффект Допплера

Кроме рассмотренных выше интегральных (по всем длинам волн) освещенностей E, создаваемых звездами, можно ввести еще *монохроматические освещенности* E_λ,

определяемые как количество энергии, приходящее от звезды на перпендикулярную единичную площадку за единицу времени в единичном интервале длин волн ([E_λ]=эрг/(см

$^2 \cdot$ сек $\cdot Å$)).

У разных звезд на разные длины волн приходится различное количество энергии, поэтому рассматривают распределение энергии по длинам волн и называют его еще *спектральным распределением энергии* или просто *спектром* звезды. В зависимости от температуры звезды максимум в спектральном распределении приходится на разные длины волн. Чем звезда горячее, тем на меньшие длины волн приходится максимум ее спектрального распределения энергии. Поэтому горячие звезды по цвету являются голубыми и белыми, а холодные - желтыми и красными.

В спектрах звезд на фоне непрерывного спектра заметны многочисленные темные относительно узкие линии поглощения. Они образуются при переходах между энергетическими уровнями различных атомов и ионов в поверхностных слоях звезды. Каждый переход характеризуется вполне определенной длиной волны. Однако в наблюдаемых спектрах звезд длины волн этих переходов λ не совпадают с лабораторными длинами волн λ_0 этих переходов. Причиной этого является движение звезд относительно

Земли. Вследствие движения звезды все наблюдаемые длины волн смещаются относительно своих лабораторных значений, благодаря эффекту Допплера. Если звезда к нам приближается, линии в ее спектре смещаются в синюю область спектра, а если удаляется от нас, то в красную. Величина смещения z зависит от скорости звезды вдоль луча зрения v_r:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}. \qquad (49)$$

Здесь c=300 000 км/сек это скорость света в вакууме.

Таким образом, изучая смещения линий в спектрах звезд и других небесных тел относительно их лабораторных положений, мы можем получить богатую информацию о лучевых скоростях звезд, о скоростях расширения оболочек звезд (звездный ветер, взрывы Новых и Сверхновых звезд), изучать спектрально-двойные звезды.

12.4. Галактики. Закон Хаббла

В начале XX века было окончательно доказано, что кроме нашей звездной системы, Галактики (Млечный Путь), куда входит Солнце и еще около ста миллиардов звезд, существуют и другие звездные системы - галактики, удаленные от нас на сотни и тысячи мегапарсек (1 *Мпк*=10^6 *пк*) и так же состоящие из десятков и сотен миллиардов звезд.

В 1929 году Эдвин Хаббл обнаружил, что в спектрах галактик наблюдается удивительная закономерность: чем дальше от нас расположена галактика, тем больше смещены в красную сторону линии в ее спектре. Это означает, что чем дальше от нас расположена галактика, тем быстрее она от нас удаляется. Эта закономерность получила название закона Хаббла:

$$v_r = z \cdot c = H \cdot d \qquad (50)$$

Величина $H \approx$ 50-100 км/(сек $\cdot$ *Мпк*) носит название постоянной Хаббла. Используя этот закон, мы можем, зная величину красного смещения z, определять расстояние до галактик в *Мпк*.

Закон Хаббла означает, что наша Вселенная (или Метагалактика) расширяется, и взаимные расстояния между галактиками непрерывно увеличиваются. Необходимо заметить, что закон Хаббла не является абсолютно точным и применим лишь при скоростях удаления $v_r \ll c$ или $z \ll 1$. При $z \geq$ 0.1 необходимо учитывать релятивистские поправки.

Задачи

67. Определить светимость звезды Альтаир (α Aql), если расстояние до нее *d*=5 *пк*, а видимая звездная величина $m=0^m.9$.

Решение: Прежде всего, необходимо найти абсолютную звездную величину Альтаира: $M=m+5-5 \lg 5 = 2^m.4$. Затем, сравнивая ее с абсолютной звездной величиной Солнца $M_\odot = 4^m.8$, найти светимость Альтаира, выраженную в светимостях Солнца:

$M - M_\odot = -2.5\ lg\ L/L_\odot$, или $lg\ L/L_\odot = (-2.4)/(-2.5) = 0.96$, откуда $L/L_\odot = 10^{0.96} \approx 9$.

68. Новая звезда 1901 г., вспыхнувшая в созвездии Персея, за двое суток увеличила свой блеск с 12^m до 2^m. Во сколько раз увеличилась ее яркость (создаваемая ею освещенность)?

Решение: Воспользуемся законом Погсона $lg\ (E_1/E_2) = -0.4(m_1-m_2)= -0.4\ (2-12)=4$. Значит, яркость увеличилась в 10^4 раз.

69. Определить радиус звезды, если ее температура T_{eff} = 13000 K, а светимость $L = 23\ 000 L_\odot$?

Решение: Воспользуемся формулой (43) и выведем из нее, что

$$\frac{R}{R_\odot} = \left(\frac{T_\odot}{T_{eff}}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{L_\odot}}.$$

Подставив известные значения и помня, что $T_\odot$ = 6000 K, вычислим, что $R = 32.3\ R_\odot$.

70. (786) Какова суммарная звездная величина двойной звезды γ Андромеды, если звездные величины ее компонентов равны $2^m.28$ и $5^m.08$?

Решение: При решении такого рода задач надо помнить, что можно суммировать освещенности, создаваемые разными звездами, но не их звездные величины.

Прежде всего найдем отношение освещенностей, создаваемых компонентами звезды $lg\ E_2/E_1 = -0.4(5.08-2.28)=-1.12$ или $E_2/E_1 = 0.076$. Суммарная звездная величина компонент также определяется из закона Погсона $m-m_1=-2.5 \lg ((E_1+E_2)/E_1)= -2.5 \lg (1+0.076)$ или $m=m_1-$

$0.08=2^m.20$.

71. (760) В спектре звезды линия кальция с λ = 4227 Å оказалась смещенной к синему концу спектра на 0.7 Å. Определить, с какой скоростью звезда движется по лучу зрения, и удаляется она или приближается?

Решение: Поскольку линия смещена к синему концу спектра, следовательно, звезда приближается к нам, а из формулы (49) очевидно, что $v_r = c \cdot \Delta\lambda/\lambda = 300\ 000 \cdot 0.7/4227$ = 49.7 км/сек.

72. (756) Сколько звезд 6-й величины имеют такой же блеск, как одна звезда 1-й величины?

73. (755) Пусть некоторая звезда периодически пульсирует при постоянной температуре поверхности. На сколько звездных величин изменяется при этом ее блеск, если минимальный радиус звезды в 2 раза больше максимального?

74. (1014) Расстояние до Сириуса составляет 2.7 *пс*, но из-за взаимных движений Солнца и Сириуса уменьшается со скоростью 8 км/сек. Через сколько лет яркость Сириуса возрастет в 2 раза?

75. (759) Звезд 6-й величины на северном небе 2000. Во сколько раз создаваемая ими освещенность больше освещенности, создаваемой Сириусом $m=-1^m.6$?

76. (764) В спектре Новой 1934 г. в Геркулесе темные линии были смещены относительно нормального положения к синему концу. Линия H_γ (λ_0=4341 Å) оказалась смещена на 10.1 Å. Какова скорость расширения оболочки звезды?

77. (1093) Двойная звезда ε Гидры имеет период обращения 15.3 года, параллакс 0".02 и угловые размеры большой полуоси орбиты 0".23. Определить линейные размеры большой полуоси и сумму масс компонентов.

78. (788) Звезда α Центавра двойная, причем ее суммарная звездная величина $0^m.06$. Звездная величина более яркого компонента $0^m.33$. Какова звездная величина менее яркого компонента?

79. (1002) Во сколько раз светимость звезды Ближайшая Центавра (Proxima Centauri), для которой $\pi = 0''.76, m = 10^m.5$, меньше светимости Солнца.

80. (1000) Вычислить абсолютную звездную величину Сириуса, зная, что его параллакс равен 0".371, а видимая звездная величина $m=-1^m.58$.

81. (1065) Определить радиус Антареса, зная, что его температура 3100 K, а абсолютная звездная величина M=-4^m.0.

82. (1082) Вычислить радиус и среднюю плотность белого карлика 40 Эридана B, если его масса 0.44 массы Солнца, T_{eff}=11 000 K, а M=11^m.2.

83. Чему равно отношение радиусов компонентов в системе затменной переменной звезды, если затмение центральное, спутник абсолютно темный, а яркость системы уменьшается во время затмения в 2 раза?

84. Эллиптическая карликовая галактика в созвездии Печь (спутник Млечного Пути) имеет угловой диаметр D'=60', видимую звездную величину m=9^m, и расстояние до нее d=290 *кпк* (1 *кпк* = 10^3 *пк*). Вычислить линейный диаметр и абсолютную звездную величину галактики. Сколько звезд в нее входят, если все они такие же, как Солнце?

85. В галактике, удаляющейся от нас со скоростью v_r = 10 000 км/сек, вспыхнула Сверхновая звезда с m=18^m. Каково расстояние до галактики и абсолютная звездная величина и светимость Сверхновой? Рассчитать все величины для двух значений постоянной Хаббла H= 50 и 100 км/(сек $\cdot$ *Мпк*).

Литература

1. П.И. Бакулин, Э.В. Кононович, В.И. Мороз "Курс общей астрономии", 1977, М., "Наука"

2. А. Бечварж (A. Becvar) "Atlas Coeli", 1962, Прага, Издательство Чехословацкой Академии Наук

3. Б.А. Воронцов-Вельяминов "Сборник задач и практических упражнений по астрономии", 1974, М. "Наука"

4. Э.В. Кононович, В.И. Мороз "Общий курс астрономии", 2001, М., "Едиториал УРСС"

5. "Астрономический Календарь. Постоянная часть." (Отв. ред. В.К. Абалакин), 1981, М., "Наука"

Приложение

Таблица. Средняя рефракция по Гюльдену

z	ρ	z	ρ	z	ρ	z	ρ
00^o	0'00".0	36^o	0'41".8	$61^o00'$	1'43".5	$75^o10'$	3'34".0
01^o	0'01".0	37^o	0'43".4	$61^o30'$	1'45".6	$75^o20'$	3'36".5
02^o	0'02".0	38^o	0'45".0	$62^o00'$	1'47".8	$75^o30'$	3'39".0
03^o	0'03".0	39^o	0'46".6	$62^o30'$	1'50".2	$75^o40'$	3'41".6
04^o	0'04".0	40^o	0'48".3	$63^o00'$	1'52".6	$75^o50'$	3'44".2
05^o	0'05".0	41^o	0'50".0	$63^o30'$	1'55".0	$76^o00'$	3'46".9

06^o	0'06".0	42^o	0'51".8	64^{o}00'	1'57".5	76^{o}10'	3'49".6
07^o	0'07".1	43^o	0'53".6	64^{o}30'	2'00".1	76^{o}20'	3'52".5
08^o	0'08".1	44^o	0'55".5	65^{o}00'	2'02".8	76^{o}30'	3'55".3
09^o	0'09".1	45^o	0'57".5	65^{o}30'	2'05".7	76^{o}40'	3'58".2
10^o	0'10".1	46^o	0'59".6	66^{o}00'	2'08".6	76^{o}50'	4'01".2
11^o	0'11".2	47^o	1'01".4	66^{o}30'	2'11".6	77^{o}00'	4'04".3
12^o	0'12".2	48^o	1'03".0	67^{o}00'	2'14".8	77^{o}10'	4'07".5
13^o	0'13".3	49^o	1'06".6	67^{o}30'	2'18".1	77^{o}20'	4'10".7
14^o	0'14".4	50^{o}00'	1'08".5	68^{o}00'	2'21".6	77^{o}30'	4'14".0
15^o	0'15".4	50^{o}30'	1'09".9	68^{o}30'	2'25".1	77^{o}40'	4'17".3
16^o	0'16".5	51^{o}00'	1'11".0	69^{o}00'	2'28".9	77^{o}50'	4'20".8
17^o	0'17".6	51^{o}30'	1'12".3	69^{o}30'	2'32".8	78^{o}00'	4'24".4
18^o	0'18".7	52^{o}00'	1'13".6	70^{o}00'	2'36".9	78^{o}10'	4'28".1
19^o	0'19".8	52^{o}30'	1'14".9	70^{o}30'	2'41".3	78^{o}20'	4'31".8
20^o	0'20".9	53^{o}00'	1'16".3	71^{o}00'	2'45".7	78^{o}30'	4'35".7
21^o	0'22".1	53^{o}30'	1'17".6	71^{o}20'	2'48".8	78^{o}40'	4'39".7
22^o	0'23".3	54^{o}00'	1'19".1	71^{o}40'	2'52".0	78^{o}50'	4'43".9

23^o	0'24".4	$54^o30'$	1'20".6	$72^o00'$	2'55".4	$79^o00'$	4'47".8
24^o	0'25".6	$55^o00'$	1'22".1	$72^o20'$	2'58".8	$79^o10'$	4'52".1
25^o	0'26".8	$55^o30'$	1'23".6	$72^o40'$	3'02".4	$79^o20'$	4'56".6
26^o	0'28".1	$56^o00'$	1'25".2	$73^o00'$	3'06".1	$79^o30'$	5'01".1
27^o	0'29".2	$56^o30'$	1'26".8	$73^o20'$	3'10".0	$79^o40'$	5'05".8
28^o	0'30".6	$57^o00'$	1'28".4	$73^o40'$	3'13".9	$79^o50'$	5'10".6
29^o	0'31".9	$57^o30'$	1'30".1	$74^o00'$	3'18".1	$80^o00'$	5'15".5
30^o	0'33".2	$58^o00'$	1'31".9	$74^o10'$	3'20".5		
31^o	0'34".6	$58^o30'$	1'33".7	$74^o20'$	3'22".4		
32^o	0'36".0	$59^o00'$	1'35".5	$74^o30'$	3'24".6		
33^o	0'37".4	$59^o30'$	1'37".4	$74^o40'$	3'26".9		
34^o	0'38".8	$60^o00'$	1'39".4	$74^o50'$	3'29".2		
35^o	0'40".3	$60^o30'$	1'41".4	$75^o00'$	3'31".5		