УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Том 153, кн. 2 Физико-математические науки *2011*

УДК 539.189.1+530.145:535.14

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА И ЭФФЕКТЫ НЕЛОКАЛЬНОСТИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЕЩЕСТВА С ИНТЕНСИВНЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ

Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, А.А. Васильев, А.С. Петрова, М.А. Хамадеев

Аннотация

На примере мюонных атомов, сверхкритических атомов и интенсивных лазерных полей обсуждаются новые возможности, которые открывает формализм обобщенной квантовой динамики в атомной физике, атомной спектроскопии и квантовой оптике. Демонстрируются преимущества этого формализма по сравнению со стандартными методами при описании связанных состояний в мюонных атомах и атомах со сверхкритическим ядром, а также при выводе эффективного оператора взаимодействия радиационного поля с сильным лазерным полем.

Ключевые слова: нестабильный вакуум, мюонные атомы, сверхтяжелые ядра, эффективное взаимодействие света со светом.

Введение

Процессы поляризации электронного вакуума, то есть процессы, в которых происходит рождение и аннигиляция электрон-позитронных пар, в интенсивных электромагнитных полях становятся доминирующими. В мюонных атомах из-за того, что мюон расположен к ядру значительно ближе, чем электрон с такими же квантовыми числами, взаимодействие мюона с электромагнитным полем ядра оказывается гораздо сильнее, чем в электронных атомах [1]. Это приводит к следующим особенностям мюонных атомов: роль радиационных поправок, соответствующих поляризации электронного вакуума, существенно возрастает и энергетические уровни мюонных атомов становятся очень чувствительными к распределению заряда в ядре [1–4]. Это обусловливает множество интересных применений физики мюонных атомов, например, при проверки на точность квантовой электродинамики связанных состояний и для изучения структур атомных ядер [5].

Эти эффекты также могут быть очень существенными в тяжелых атомах, заряд которых может превышать даже критическое значение, то есть заряд, при котором основное электронное состояние погружается в отрицательный континуум, что физически означает возможность рождения даже реальных электрон-позитронных пар: электрон захватывается в связанное $1s$-состояние с энергией связи $E_{\text{св}}$, при этом рождается свободный позитрон с кинетической энергией $E_{\text{п}}$ [6]. Этот процесс подчиняется закону сохранения энергии: $E_{\text{св}} = -2mc^2 - E_{\text{п}}$. Важность учета эффектов поляризации вакуума в этом случае обусловлена тем, что они оказывают существенное влияние не только на значение критического заряда, но и на время жизни нестабильного электронного вакуума вблизи тяжелых квазимолекул [7], которые образуются в результате столкновения тяжелых ядер, таких как ядра урана. Изучения таких молекул является одной из центральных проблем, важных как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения.

Важную роль эффекты поляризации вакуума играют также в процессах взаимодействия радиационного поля с сильным полем лазерного излучения. Они определяют возможность того, что в сверхсильных лазерных полях начинает происходить рождение старших гармоник лазера накачки из вакуума, что является одной из интереснейших перспектив, которые открываются благодаря прогрессу в технологии мощных лазеров [8–10]. Особый интерес представляет собой достижение так называемого предела Швингера $E_{\rm cr} = m^2/e = 1.3 \cdot 10^{16}$ В/см, где m – масса электрона. При таких напряженностях лазерного поля вакуум становится нестабильным. Эта нестабильность приводит к спонтанному рождению электрон-позитронных пар из вакуума. При этом эффекты поляризации вакуума являются ключевыми факторам, влияющими на взаимодействие фотона с интенсивным лазерным полем.

В атомной физике при вычислении квантово электродинамических (КЭД) поправок в низкоэнергетических теориях степени свободы, связанные с электрон-позитронными парами, не учитываются как явные. Обычно эффективное взаимодействие, при котором происходит рождение электрон-позитронных пар, параметризуется с помощью эффективных потенциалов таких, например, как потенциал Юлинга. Однако такое взаимодействие является нелокальным как в пространстве, так и во времени, а потенциалы по определению описывают мгновенное взаимодействие. Таким образом, в рамках подхода, основанного на использовании эффективных потенциалов, невозможно учесть эффекты нелокальности указанного взаимодействия, которые в случае интенсивных электромагнитных полей могут быть существенными. Последовательно такие эффекты могут быть учтены при использовании формализма обобщенной квантовой динамики (ОКД) [11], который позволяет расширить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий. В настоящей работе новые возможности, которые открывает формализм ОКД, демонстрируются на примере его использования при исследовании влияния поляризации вакуума на спектры мюонных атомов, процессы распада нестабильного вакуума в поле сверхтяжелого ядер, а также на процессы генерации старших гармоник и рождения реальных электрон-позитронных пар из вакуума в интенсивных лазерных полях.

1. Обобщенное динамическое уравнение

В нашем подходе к исследованию эффектов поляризации вакуума в интенсивных полях используем обобщенное динамическое уравнение (ОДУ) [11], которое было выведено как прямое следствие первых принципов квантовой физики. Это уравнение формулируется в терминах оператора $\widetilde{S}(t_2, t_1)$, описывающего вклады в оператор эволюции от процессов, в которых взаимодействие начинается в момент времени t_1 и заканчивается в момент времени t_2:

$$(t_2 - t_1)\widetilde{S}(t_2, t_1) = \int\limits_{t_1}^{t_2} dt_4 \int\limits_{t_1}^{t_4} dt_3 (t_4 - t_3)\widetilde{S}(t_2, t_4)\tilde{S}(t_3, t_1). \tag{1}$$

ОДУ позволяет получить операторы $\widetilde{S}(t_2, t_1)$ для любых времен t_1 и t_2, если известны вклады от процессов с бесконечно малой длительностью взаимодействия $t_2 - t_1$. В пределе при $t_2 \to t_1$ наибольший вклад в оператор эволюции дают процессы, связанные с фундаментальным взаимодействием в системе. Обозначив эти вклады $H_{\rm int}(t_2, t_1)$, получим граничное условие для ОДУ:

$$\widetilde{S}(t_2, t_1) \underset{t_2 \to t_1}{\to} H_{\rm int}(t_2, t_1). \tag{2}$$

ОДУ (1) эквивалентно уравнению Шредингера, когда взаимодействие является мгновенным во времени, то есть когда оператор взаимодействия имеет вид $H_{\rm int}(t_1,t_2) = -2i\delta(t_2-t_1)H_I(t_1)$. В то же время ОДУ позволяет обобщить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий.

В представлении Шредингера оператор эволюции может быть записан в виде [12]

$$U_s(t,0) = \frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} dz\exp(-izt)G(z),$$

где

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0,$$

$G_0(z) = (z-H_0)^{-1}$, H_0 – свободный гамильтониан, оператор $T(z)$ определяется следующим образом:

$$T(z) = i\int\limits_{0}^{\infty} d\tau\exp(-iz\tau)\,\widetilde{T}(\tau),$$

$\widetilde{T}(t_2-t_1) = \exp(-iH_0t_2)\widetilde{S}(t_2,t_1)\exp(iH_0t_1)$. В терминах оператора $T(z)$ ОДУ (1) и граничное условие (2) примут вид [11]:

$$\frac{d}{dz}T(z) = -T(z)G_0^2(z)T(z), \tag{3}$$

$$T(z) \underset{|z|\to\infty}{\to} B(z) \equiv i\int\limits_{0}^{\infty} d\tau\exp(iz\tau)\widetilde{B}(\tau),$$

где $\widetilde{B}(\tau) = \exp(-iH_0t_2)H_{\rm int}(t_2,t_1)\exp(iH_0t_1)$. Вклад в оператор Грина $G(z)$ от процессов, связанных с самодействием частиц, имеет такую же структуру, как свободный оператор Грина $G_0(z)$. По этой причине естественно заменить свободный оператор $G_0(z)$ на пропагатор $\widetilde{G}_0(z)$, который описывает эволюцию частиц, взаимодействующих с вакуумом, а следовательно, имеет следующий вид:

$$\widetilde{G}(z) = (z-H_0-C(z))^{-1}. \tag{4}$$

Оператор $C(z)$ определяется уравнением: $C(z)|n\rangle = C_n(z)|n\rangle$, где $|n\rangle$ – собственные векторы свободного гамильтониана $H_0|n\rangle = E_n|n\rangle$. Условие $z-E_n-C_n(z)=0$ определяет физические массы частиц. Соответственно, оператор $T(z)$ необходимо заменить оператором $M(z)$, описывающим взаимное действие частиц. Эти операторы связаны следующим соотношением [13]:

$$G_0(z) + G_0(z)T(z)G_0(z) = \widetilde{G}(z) + \widetilde{G}(z)M(z)\widetilde{G}(z).$$

Используя это соотношение, можно переписать ОДУ (3) в терминах операторов $M(z)$ и $C_n(z)$:

$$\frac{d}{dz}\langle n_2|M(z)|n_1\rangle = -\langle n_2|D_r(z)|n_1\rangle - \\ - \langle n_2|M(z)|n_1\rangle\left(\langle n_1|D_\delta(z)|n_1\rangle + \langle n_2|D_\delta(z)|n_2\rangle\right), \tag{5}$$

$$\frac{d}{dz}C_n(z) = -\langle n|D_\delta(z)|n\rangle, \tag{6}$$

где $\langle n_1|D_\delta(z)|n_1\rangle$ и $\langle n_2|D_r(z)|n_1\rangle$ связаны с $M(z)$ и $\widetilde{G}(z)$ следующими соотношениями [14]:

$$\langle n_2|D(z)|n_1\rangle = \langle n_2|n_1\rangle\langle n_1|D_\delta(z)|n_1\rangle + \langle n_2|D_r(z)|n_1\rangle, \tag{7}$$
$$D(z) = M(z)\widetilde{G}^2(z)M(z).$$

Первый член в правой части выражения (7) содержит множитель $\langle n_2|n_1\rangle$ и описывает сингулярную> часть $\langle n_2|D(z)|n_1\rangle$. Граничные условия для уравнений имеют вид

$$\langle n_2|M(z)|n_1\rangle \xrightarrow[|z|\to\infty]{} \langle n_2|B_\tau(z)|n_2\rangle,$$
$$C_n(z) \xrightarrow[|z|\to\infty]{} \langle n_2|B_\delta(z)|n_2\rangle, \tag{8}$$

где $B_\delta(z)$ и $B_r(z)$ соответствуют сингулярной и регулярной частям оператора взаимодействия

$$\langle n_2|B(z)|n_2\rangle = \langle n_2|n_1\rangle\langle n_1|B_\delta(z)|n_1\rangle + \langle n_2|B_r(z)|n_1\rangle.$$

Регулярная часть оператора взаимодействия описывает взаимодействие между частицами, а сингулярная часть – их самодействие.

2. Лэмбовский сдвиг и поляризация вакуума в мюонных атомах

Одним из применений формализма ОКД для описания связанных состояний является исследование процессов поляризации вакуума в мюоннных атомах. Как хорошо известно, процессы, связанные с поляризацией электронного вакуума, дают существенный вклад в лэмбовский сдвиг энергетических уровней мюонных атомов [1]. Так, поправка Юлинга порядка $\alpha Z\alpha$, обусловленная поляризацией вакуума в низшем порядке по теории возмущений, оказывается самой значительной КЭД-поправкой к энергии связи мюона и ядра. Следующими по величине поляризационными поправками к энергетическим уровням являются поправки Челлена – Сабри и Уичмэна – Кролла порядка $\alpha^2 Z\alpha$ и $\alpha(Z\alpha)^3$ соответственно. Обычно КЭД-поправки в водородоподобных атомах вычисляются с помощью метода адиабатической S-матрицы, позволяющего перенести хорошо разработанный аппарат вычисления амплитуд процессов в формализме S-матрицы рассеяния свободных частиц на случай связанных состояний [15–18]. Несовершенство такого подхода заключается в том, что S-матрица не описывает эволюцию системы для конечных времен и формализм S-матрицы рассеяния требует адиабатического выключения взаимодействия атома с вакуумом при временах $t \to \pm\infty$. Это означает, что может теряться часть информации о динамике системы. Достаточно хорошее согласие теоретических вычислений с экспериментальными данными в случае электронных водородоподобных атомов указывает на то, что точность теории оказывается больше точности эксперимента. Однако в мюонных атомах область энергий другая и точность стандартной теории может оказаться гораздо меньше из-за того, что не учитываются эффекты, важные в рассматриваемой области. Так, до сих пор существует расхождение между теоретическими и экспериментальными результатами для тяжелых мюонных атомов, которое не может быть устранено оптимальной подгонкой свободных параметров, входящих в модели ядер [19, 20]. Поэтому важно исследовать динамику процессов поляризации вакуума и определить, какой вклад она дает в лэмбовский сдвиг энергетических уровней мюонных атомов. В свою очередь, более точное определение КЭД-поправок к энергии связи даст возможность для более детального изучения свойств атомных ядер.

Изложенный выше формализм ОКД позволяет описывать динамические процессы и в частном случае приводит к стандартным результатам. Поэтому подход

ОКД можно считать обобщением стандартной теории. Применим этот подход для исследования процесса рождения и аннигиляции электрон-позитронной пары при взаимодействии кулоновского поля ядра и мюона в атоме. Будем работать в картине Фарри, в которой в качестве базисных состояний используются собственные состояния $|n\rangle$ гамильтониана Дирака H_0

$$H_0|n\rangle = E_n^{(0)}|n\rangle,$$

где $E_n^{(0)}$ – дираковская энергия связи. В картине Фарри такие состояния и такой гамильтониан играют роль свободных состояний и свободного гамильтониана соответственно. Пропагатор $\widetilde{G}(z)$ (4) может быть представлен в виде

$$\widetilde{G}(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - E_n^{(0)} - C_n(z)},$$

где функция $C_n(z)$ определяет энергетическое распределение, обусловленное взаимодействием атома с вакуумом. Тогда полная энергия уровня E_n будет определяться из условия полюса $z - E_n^{(0)} - C_n(z) = 0$ в матричном элементе $\langle n|\widetilde{G}(z)|n\rangle$.

Для уравнения (6) можно получить следующий вид [14]

$$\frac{d}{dz}C_{n_1}(z) = -\sum_n \sum_{s_1,s_2} \int d^3\,p_1 \int d^3\,p_2 \times \\ \times \frac{\langle n_1|M(z)|n;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle n;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|M(z)|n_1\rangle}{\left(z - E_n^{(0)} - E_{p_2} - E_{p_1} - C_n(z - E_{p_2} - E_{p_1})\right)^2}, \quad (9)$$

в котором n_1 – состояние атома с энергией $E_{n_1}^{(0)}$; $\mathbf{p}_1$, s_1 и $E_{p_1} = \sqrt{m_e^2 + \mathbf{p}_1^2}$ – импульс, спин и энергия электрона; $\mathbf{p}_2 = \mathbf{q} - \mathbf{p}_1$, s_2 и $E_{p_2} = \sqrt{m_e^2 + \mathbf{p}_2^2}$ – импульс, спин и энергия позитрона; $\mathbf{q}$ – импульс кулоновского фотона и предполагается, что электрон и позитрон являются реальными свободными частицами с физическими массами m_e. Решением уравнения (5) с точностью порядка α^2 будет

$$\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|M(z)|n_1\rangle = \langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|B(z)|n_1\rangle = \\ = \langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^N|n_1\rangle + \langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^\mu|n_1\rangle,$$

где

$$\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^N|n_1\rangle = -\frac{Ze^2}{|\mathbf{q}|^2}\,\overline{u}_e(\mathbf{p}_1,s_1)\gamma^0 v_e(\mathbf{p}_2,s_2)\delta_{n_1 n_2},$$

$$\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^\mu|n_1\rangle = \frac{e^2}{|\mathbf{q}|^2}\int d^3\,k_1 \int d^3\,k_2 \overline{\psi}_{n_2}(\mathbf{k}_2)\psi_{n_1}(\mathbf{k}_1) \times \\ \times\ \overline{u}_e(\mathbf{p}_1,s_1)\gamma^0 v_e(\mathbf{p}_2,s_2)\delta(\mathbf{k}_2 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}_1),$$

$$\langle n_1|M(z)|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = \langle n_1|B(z)|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = \\ = \langle n_1|H_I^N|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle + \langle n_1|H_I^\mu|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle,$$

$$\langle n_1|H_I^N|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = -\frac{Ze^2}{|\mathbf{q}|^2}\,\overline{v}_e(\mathbf{p}_2,s_2)\gamma^0 u_e(\mathbf{p}_1,s_1)\delta_{n_1 n_2},$$

$$\langle n_1|H_I^\mu|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = \frac{e^2}{|\mathbf{q}|^2}\int d^3\,k_1\int d^3\,k_2\overline{\psi}_{n_2}(\mathbf{k}_2)\psi_{n_1}(\mathbf{k}_1)\,\times$$
$$\times\;\overline{v}_e(\mathbf{p}_2,s_2)\gamma^0 u_e(\mathbf{p}_1,s_1)\delta(\mathbf{k}_2-\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1-\mathbf{k}_1).$$

Здесь $u_e(\mathbf{p}_1,s_1)$ и $v_e(\mathbf{p}_2,s_2)$ обозначают дираковские биспиноры, отвечающие электрону и позитрону соответственно; $\overline{a}\equiv a\gamma_0$, где γ_0 – матрица Дирака размером 4×4, равная единичной. Расписывая произведение матричных элементов в (9), получим

$$\begin{aligned}\langle n_1|M(z)|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|M(z)|n_1\rangle\;&=\\ =\;\langle n_1|H_I^N|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^N|n_1\rangle\;&+\\ +\;\langle n_1|H_I^N|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^\mu|n_1\rangle\;&+\\ +\;\langle n_1|H_I^\mu|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^N|n_1\rangle\;&+\\ +\;\langle n_1|H_I^\mu|n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle n_2;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I^\mu|n_1\rangle.&\end{aligned}\tag{10}$$

В выражении (10) первый и последний члены в правой части дают вклады только в массы ядра и мюона соответственно, далее они рассматриваться не будут. После суммирования $\overline{v}_e(\mathbf{p}_2,s_2)\gamma^0 u_e(\mathbf{p}_1,s_1)\overline{u}_e(\mathbf{p}_1,s_1)\gamma^0 v_e(\mathbf{p}_2,s_2)$ по спиновым состояниям s_1,s_2 уравнение (9) окончательно принимает вид

$$\frac{d}{dz}C_n(z) = 2\,(2\pi)^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,2U_n(\mathbf{q})\frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4}\,\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3\,2E_{p_1}2E_{p_2}}\,\frac{4(E_{p_1}E_{p_2}+\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2-m_e^2)}{\left(z-E_n^{(0)}-E_{p_1}-E_{p_2}-C_n(z-E_{p_1}-E_{p_2})\right)^2},\tag{11}$$

где

$$U_n(\mathbf{q}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d^3r\,|\psi_n(\mathbf{r})|^2\exp\left(-i\mathbf{q}\mathbf{r}\right).$$

Ограничиваясь двумя членами разложения в степенной ряд функции $(z-E_n^{(0)}-$ $-E_{p_1}-E_{p_2}-C_n(z-E_{p_1}-E_{p_2}))^{-2}$, уравнение (11) можно представить в следующей форме:

$$\frac{d}{dz}C_n^{(1)}(z) = 2\,(2\pi)^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,2U_n(\mathbf{q})\,\frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4}\,\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3\,2E_{p_1}2E_{p_2}}\,\frac{4(E_{p_1}E_{p_2}+\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2-m_e^2)}{\left(z-E_n^{(0)}-E_{p_1}-E_{p_2}\right)^2},\tag{12}$$

$$\frac{d}{dz}C_n^{(2)}(z) = 2\,(2\pi)^2\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,2U_n(\mathbf{q})\frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4}\times$$
$$\times\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^3\,2E_{p_1}2E_{p_2}}\,\frac{4(E_{p_1}E_{p_2}+\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2-m_e^2)\,2C_n^{(1)}(z-E_{p_1}-E_{p_2})}{\left(z-E_n^{(0)}-E_{p_1}-E_{p_2}\right)^3}\tag{13}$$

с граничными условиями (8) для уравнения (12) и $C_n^{(2)}(-\infty) = 0$ для уравнения (13). Энергия уровня в таком случае будет определяться как

$$E_n = E_n^{(0)} + C_n^{(1)}(E_n) + C_n^{(2)}(E_n) + O\{Z^3\alpha^6\}.$$

Решение уравнения (12) есть [14]

$$C_n^{(1)}(z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\, 2U_n(\mathbf{q}) \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^2}\, 4\widetilde{J}\left(z - E_n^{(0)}, |\mathbf{q}|\right),$$

где функция $\widetilde{J}(z, |\mathbf{q}|)$ определяется как

$$\widetilde{J}(z, |\mathbf{q}|) = -\frac{2m_e^2}{3} \int\limits_1^{\infty} dx\, \frac{(x+1/2)\sqrt{x-1}}{x^{3/2}\left(4m_e^2 x - z^2 + |\mathbf{q}|^2 + i0\right)} \left(\frac{z}{\sqrt{|\mathbf{q}|^2 + 4m_e^2 x}} + \frac{z^2 - |\mathbf{q}|^2}{4m_e^2 x} \right).$$

Поправку $C_n^{(1)}(E_n)$ можно представить в виде разложения

$$C_n^{(1)}(E_n) = C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) + C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z)\Big|_{z=E_n^{(0)}} + O\left\{Z^3\alpha^6\right\}. \tag{14}$$

В выражении (14) величина $C_n^{(1)}(E_n^{(0)})$ есть обычная поправка Юлинга порядка $\alpha Z\alpha$. Таким образом, в первом приближении лэмбовский сдвиг, полученный в рамках подхода ОКД, совпадает с результатом адиабатического S-матричного подхода. Поэтому дополнительные полученные поправки к поправке Юлинга можно назвать динамическими; они имеют порядок $\alpha^2(Z\alpha)^2$. Необходимо отметить, что их невозможно получить в следующих порядках по теории возмущений, используя метод адиабатической S-матрицы, в которой амплитуды процессов рассматриваются при $z = E_n^{(0)}$. Результаты расчета динамических поправок в (14) приведены в [21]. Решение уравнения (13) с граничным условием $C_n^{(2)}(-\infty) = 0$ имеет вид

$$C_n^{(2)}(z) = -C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) + 2C_n^{(1)}(z) \left(\frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) \right)\Bigg|_{z=E_n^{(0)}} + C_n^{(2)(\mathrm{Log})}(z),$$

где

$$C_n^{(2)(\mathrm{Log})}(z) = 2(2\pi)^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\, 2U_n(\mathbf{q})\, \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3}\, \frac{4(E_{p_1}E_{p_2} + \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 - m_e^2)}{2E_{p_1}2E_{p_2}} \times$$

$$\times \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3q'}{(2\pi)^3}\, 8U_n(\mathbf{q}')\, \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}'|^2}\, 2\left(-\frac{2m_e^2}{3}\right) \times$$

$$\times \int\limits_1^{\infty} dx\, \frac{(x+1/2)\sqrt{x-1}}{x^{3/2}\left(4m_e^2 x + |\mathbf{q}'|^2\right)^2}\, \ln \frac{|z'|}{|z' - \sqrt{4m_e^2 x + |\mathbf{q}'|^2}|}$$

и $z' = z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2}$.

Таким образом, использование формализма адиабатической S-матрицы для описания связанных состояний проводит к приближенному решению. В случае мюонных атомов ошибка стандартного подхода может оказаться существенной и необходимо также учитывать динамические поправки. Остается надеяться, что более точное вычисление лэмбовского сдвига [3, 22] вместе с более точными экспериментальными данными [23] даст возможность точно определить радиус протона.

3. Эффекты поляризации вакуума в кулоновском поле сверхтяжелого ядра

Другим интересным приложением формализма ОКД является исследование связанных состояний электронов в атомах со сверхкритическим ядром. Сверхкритическим называется ядро с таким зарядом Z, что энергия связи основного электронного уровня превышает удвоенную массу покоя электрона [6] ($Z > Z_{\rm cr} = 173$). В результате электрон оказывается «погруженным» в отрицательный непрерывный спектр уравнения Дирака. Погруженное состояние обладает принципиально новыми особенностями: в отличие от обычных связанных состояний, характеризуемых определенной энергией, погруженный уровень описывается энергетическим распределением. Предполагается, что при наличии вакансии в этом состоянии происходит спонтанный распад нейтрального вакуума, то есть рождение реальной электрон-позитронной пары из вакуума, сопровождающееся переходом электрона в связанное состояние в поле ядра, в результате чего образуется заряженный вакуум, представляющий собой сверхкритический атом и свободный позитрон [7]. Закон сохранения энергии требует, чтобы

$$E_{1s} + 2m + E_{\rm kin} = 0, \tag{15}$$

где E_{1s} – энергия связи электрона, m – энергия покоя электрона, $E_{\rm kin}$ – кинетическая энергия позитрона. В природе не существует ядер со сверхкритическим зарядом, однако их можно создать искусственным путем: при столкновении пучков полностью ионизованных атомов тяжелых элементов с энергией вблизи кулоновского барьера возможен синтез гигантских комбинированных ядер с временем жизни порядка 10^{-21} с [24]. Так, при столкновении ядер урана ${}^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{238}_{92}\mathrm{U}$ на момент времени 10^{-21} с образуется гигантское ядро с зарядом $Z = 184$. Следует ожидать, что при столкновении ядер с суммарным зарядом выше критического должен происходить дополнительный выброс позитронов, создаваемых из вакуума за счет сверхкритичности поля, энергетическое распределение которых определяется законом сохранения (15), а следовательно, однозначно связано с энергетическим распределением погруженного состояния. Был проведен ряд экспериментов [25, 26], нацеленных на обнаружение этого эффекта, в результате которых не зафиксировано дополнительных позитронных линий с ожидаемым контуром. В настоящее время интерес к этой проблеме ослабел как в теоретической, так и в экспериментальной физике. Однако мы считаем, что природа этого явления не была исследована в полной мере, и необходимы новые, продуманные, эксперименты, чтобы однозначно установить, возможно ли рождение реальных частиц из вакуума в присутствии сверхсильного поля. Эти исследования также будут играть важную роль при разработке метода описания взаимодействия электронов и ионов со сверхинтенсивным лазерным полем, мощность которого в ближайшие десятилетия предполагается довести до 10^{30} Вт/см^2 с помощью техники усиления чирпированных лазерных импульсов.

При рассмотрении связанных состояний в поле сверхкритического ядра существует две принципиальных проблемы. Первая проблема заключается в том, что время, проводимое ядрами в состоянии гигантского объединенного ядра, имеет порядок 10^{-21} с, тогда как предполагаемое время рождения электрон-позитронной пары из вакуума составляет 10^{-19} с. Согласно этим оценкам эксперимент по столкновению ядер не может обеспечить достаточное время для рождения электрон-позитронной пары. Вторая проблема, тесно связанная с первой, заключается в расчете эффектов поляризации вакуума в поле сверхкритического ядра. Вклад от этих эффектов, пропорциональный параметру $Z\alpha$, в случае обычных атомов является малой поправкой к энергии ($Z\alpha \ll 1$) и может быть учтен по теории возмущений.

В специфическом случае сверхтяжелого ядра $Z\alpha > 1$ (для двух ядер урана $Z\alpha \sim \sim 1.34$), и ряд теории возмущений, очевидно, расходится. Несмотря на всеобщее признание этого факта, последовательный расчет вклада от поляризации вакуума до сих пор не был проведен. Считаем, что этот эффект может существенным образом повлиять на время распада вакуума в присутствии сверхкритического потенциала.

Для описания связанного состояния в поле сверхкритического ядра обычно используется подход, основанный на разложении вектора погруженного одноэлектронного состояния $|\Psi\rangle$ по собственным векторам гамильтониана Дирака с критическим потенциалом $H_{\rm cr} = i\gamma^\mu(\partial/\partial x_\mu) + m + V(Z_{\rm cr})$ [6]:

$$|\Psi\rangle = a_{1s}(E)|\Psi_{1s}^{(\rm cr)}\rangle + \int\limits_{-\infty}^{-mc^2} h_{E'}(E)|\Psi_{E'}^{(\rm cr)}\rangle\, dE',$$

где $H_{\rm cr}|\Psi_{1s}^{(\rm cr)}\rangle = -m|\Psi_{1s}^{(cr)}\rangle$, $H_{\rm cr}|\Psi_{E'}^{(\rm cr)}\rangle = E'|\Psi_{E'}^{(\rm cr)}\rangle$ ($\langle\Psi_{E}^{(\rm cr)}|\Psi_{E'}^{(\rm cr)}\rangle = \delta(E-E')$, $\langle\Psi_{1s}^{(\rm cr)}|\Psi_{1s}^{(\rm cr)}\rangle = 1$). Было показано, что коэффициент $a_{1s}(E)$, определяющий вероятность обнаружить электрон в исходном состоянии $|\Psi_{1s}^{(\rm cr)}\rangle$, представляет собой брейт-вигнеровское энергетическое распределение шириной Γ в несколько кэВ и с максимумом вблизи энергии $E_{\rm rez} = E_{1s} + \langle\Psi_{1s}^{(\rm cr)}|V(Z-Z_{\rm cr})|\Psi_{1s}^{(\rm cr)}\rangle$. Согласно теореме Фока–Крылова [27] отсюда следует, что рассматриваемое состояние $|\Psi\rangle$ является нестабильным и имеет время жизни $\tau = \hbar/\Gamma \sim 10^{-19}$. В [6] нестабильность одноэлектронного уровня отождествляется с нестабильностью вакуума и делается вывод о том, что время $\tau \sim 10^{-19}$ с является временем рождения электрон-позитронной пары из вакуума. Однако обоснованность такого переноса свойств одноэлектронного состояния на состояние вакуума весьма сомнительна. Во-первых потому, что уравнение Дирака включает электроны и виртуальные электрон-позитронные пары и не описывает состояние вакуума. Во-вторых, если погруженный уровень уже занят, как это и предполагается при выводе $a_{1s}(E)$, то рождение пар из вакуума запрещено принципом Паули, и энергетическое распределение характеризует именно одноэлектронное состояние.

Решение обобщенного динамического уравнения (6) для состояния одного электрона в поле сверхкритического ядра было рассмотрено в [28]. Было показано, что в лидирующем порядке (разложение по малому параметру $\lambda = (Z - Z_{\rm cr})/Z_{\rm cr}$) энергетическое распределение основного электронного уровня является брейт-вигнеровским, что совпадает с решением, полученным в [6]. Однако более точное решение, полученное в следующем порядке, имеет отклонение от брейт-вигнеровского распределения (порядка 1%).

Для описания процесса рождения электрон-позитронной пары из вакуума необходимо рассмотреть эволюцию состояния электрон-позитронного вакуума в поле сверхкритического ядра. Обозначим это состояние $|E_N, \mathbf{q}\rangle$, подразумевая под E_N полную энергию ядра, а под $\mathbf{q}$ импульс кулоновского фотона. Эволюция описывается оператором Грина:

$$\langle E_N, \mathbf{q}|\widetilde{G}(z)|E_N, \mathbf{q}\rangle = \frac{1}{z' - E_N - C_N(z)} = \frac{1}{z - C_N(z)}.$$

В рассматриваемой задаче удобно сдвинуть шкалу энергий на E_N: $z' = z - E_N$, так как энергия ядра не изменяется. Поправка $C_N(z) = \langle E_N, \mathbf{q}|C(z)|E_N, \mathbf{q}\rangle$ характеризует энергию взаимодействия ядра с электрон-позитронным вакуумом и подчиняется ОДУ (6). Под взаимодействием с вакуумом подразумеваются в первую очередь вакуум-поляризационные эффекты, которые при решении с точностью

до $(Z\alpha)^2$ сводятся к распаду кулоновского фотона на электрон-позитронную пару. В данной задаче этот эффект играет ключевую роль, так как должны рассматривать вероятность перехода виртуального электрона в связанное состояние $|\Psi\rangle$, что на деле и будет означать рождение реальной пары из вакуума. Исходя из этого, в качестве базиса представления Фарри для оператора Грина, входящего в (6), удобно выбрать векторы состояний, содержащих ядро с энергией E_N, и электрон-позитронную пару. Обозначим это состояние $|E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2)\rangle$, где $\mathbf{p}_1$, s_1 – импульс и спин электрона, находящегося в связанном $1s$-состоянии в поле ядра $|\Psi_{1s}(\mathbf{p}_1,s_1)\rangle$, $\mathbf{p}_2$, s_2 – импульс и спин позитрона, который будем считать свободным. Следовательно, оператор Грина $\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)$ в этом представлении имеет следующий вид:

$$\langle E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|\widetilde{G}_0^{(\mathrm{cr})}(z)|E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = \\ = \sum_{s_1,s_2}\int d^3\mathbf{p}_1\int d^3\mathbf{p}_2\frac{1}{z-E_N-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2}-C_N(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})}.$$

Подставляя это выражение в (6), для $\langle E_N,\mathbf{q}|C(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle$ получим

$$\frac{d\langle E_N,\mathbf{q}|C(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle}{dz} = -\sum_{s_1,s_2}\int d^3\mathbf{p}_1\times \\ \times\int d^3\mathbf{p}_2\,\frac{\langle E_N,\mathbf{q}|M(z)|E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle\langle E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|M(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle}{\left(z-E_N-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2}-C(z-E_{1s}-E_{\mathbf{p}_2})\right)^2}. \quad (16)$$

Решая уравнение (5) с точностью до $(Z\alpha)^2$ получим следующие выражения для матричных элементов оператора $M(z)$:

$$\langle E_N,\mathbf{q}|M(z)|E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = \langle E_N,\mathbf{q}|H_I|E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2\rangle = \\ = -\frac{Ze}{|\mathbf{q}|^2}\,\overline{\Psi}(\mathbf{p}_1,s_1)\gamma^0\nu_e(\mathbf{p}_2,s_2)\delta(\mathbf{q}-\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2),$$

$$\langle E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|M(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle = \langle E_N;\mathbf{p}_1,s_1;\mathbf{p}_2,s_2|H_I|E_N,\mathbf{q}\rangle = \\ = -\frac{Ze}{|\mathbf{q}|^2}\,\overline{v}_e(\mathbf{p}_2,s_2)\gamma^0\Psi(\mathbf{p}_1,s_1)\delta(\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2-\mathbf{q}),$$

где учтено, что основной вклад в эффект дают кулоновские фотоны.

Уравнение (16) полностью определяет функцию $\langle E_N,\mathbf{q}|C(z)|E_N,\mathbf{q}\rangle$, которая описывает распад электрон-позитронного вакуума в поле сверхкритического ядра за счет вакуум-поляризационных эффектов. Отметим, что в рассмотренном подходе, основанном на ОДУ, не используется предположение о малости константы взаимодействия, которая в случае сверхкритических ядер больше единицы ($Z\alpha > 1$). Этот подход позволяет последовательно описать процесс рождения электрон-позитронных пар из вакуума в поле сверхкритических ядер.

4. Эффективный оператор взаимодействия фотона с интенсивным лазерным полем

При рассмотрении процессов в сверхсильных полях нельзя не упомянуть о возможности рождения электрон-позитронных пар из вакуума в сверхсильных лазерных полях. Исследование физических процессов, проявляющихся в сильных

лазерных полях, представляется на сегодняшний день весьма актуальной задачей. Это связано с бурным прогрессом в области создания мощных лазеров [8]. На сегодняшний день достигнуты мощности порядка 10^{22} Вт/см^2 и ожидается, что эта цифра будет увеличена [8, 9]. Особые интерес представляет собой достижение величины поля, равной $E_{\rm cr} = m^2/e = 1.3 \cdot 10^{16}$ В/см, где e и m – заряд и масса электрона (здесь и далее используется естественная система единиц $\hbar = c = 1$), что соответствует интенсивности $4.6 \cdot 10^{29}$ Вт/см^2 [10]. Это значение носит название швингеровского предела. При таких значениях напряженности электрического поля виртуальная электрон-позитронная пара приобретает энергию порядка своей массы покоя на расстоянии комптоновской длины волны электрона [8]. Возможность рождения пар из вакуума увеличивается, если рождение происходит в области фокусировки двух сильных встречных лазерных пучков в вакууме [10, 29]. Рассмотрим взаимодействие двух сильных встречных лазерных пучков в вакууме. Две монохроматические волны с одинаковыми амплитудами $E_l/2$ и одинаковыми частотами ω_l, распространяющиеся вдоль оси x, могут быть записаны как

$$\mathbf{E}(x,t) = E_l \cos k_l x \cos \omega_l t\, \widehat{\mathbf{z}}, \tag{17}$$

$$\mathbf{B}(x,t) = -E_l \sin k_l x \sin \omega_l t\, \widehat{\mathbf{y}}, \tag{18}$$

где $(\mathbf{E}(x,t),\ \mathbf{B}(x,t))$ – результирующее электромагнитное поле, а $\widehat{\mathbf{y}}$ и $\widehat{\mathbf{z}}$ – единичные вектора в направлении y и z соответственно. Если имеет место взаимодействие встречных лазерных пучков, то фотон, рождаемый в таком процессе, имеет частоту ω, много большую, чем ω_l. Так как эти фотоны создаются в объеме с характерным размером $\lambda = 2\pi/\omega$, много меньшим, чем $\lambda_l = 2\pi/\omega_l$, в уравнениях (17) и (18) можем положить $|k_l x| \ll 1$ (считаем, что фотоны рождаются вдоль оси x). В нулевом приближении (17) и (18) могут быть переписаны как [29]

$$\mathbf{E}(x,t) \approx E_l \cos \omega_l t\, \widehat{\mathbf{z}} = L_l(t)\, \widehat{\mathbf{z}},$$

$$\mathbf{B}(x,t) \approx 0.$$

В модели, которая использовалась в [29], предполагалось также, что электрическое поле $\mathbf{E}_l(t)$ изменяется во времени медленнее по сравнению с полем, описывающем фотоны. В таком приближении в [29] был построен эффективный лагранжиан, описывающий процесс, при котором уничтожается некоторое число лазерных фотонов и рождается по крайней мере два высокоэнергетичных фотона. Этот лагранжиан учитывает взаимодействие между сильным полем лазерной волны и квантованным радиационным полем появляющихся фотонов; он получен с учетом однопетлевого действия полного электромагнитного поля

$$A^\mu(x) + \mathcal{A}^\mu(x),$$

где $A^\mu(x)$ и $\mathcal{A}^\mu(x)$ – 4-потенциалы, описывающие сильное лазерное поле и радиационное поле соответственно. Сильное лазерное поле считается однородным и постоянным электрическим полем E_l. Плотность эффективного лагранжиана в этом случае имеет вид:

$$\mathcal{L}(x,\rho_L) = i\,\mathrm{Im}\,(\mathcal{L}^{E-H}(\rho_L)) + \mathcal{L}_m(x) + \delta\mathcal{L}(x,\rho_L), \tag{19}$$

где

$$\mathcal{L}_m(x) = -\frac{1}{4}\,\mathcal{F}^{\mu\nu}(x)\mathcal{F}_{\mu\nu}(x),$$

$$\delta\mathcal{L}(x,\rho_L) = -\frac{1}{2}\int dx'\,\mathcal{A}_\mu(x)\Pi^{\mu\nu}(x-x',\rho_L)\mathcal{A}_\nu(x'),$$

Здесь $\rho_L = E_L/E_{\rm cr}$, $\mathcal{F}^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu \mathcal{A}^\nu(x) - \partial^\nu \mathcal{A}^\mu(x)$ – электромагнитное поле, $\Pi^{\mu\nu}(x-x';\rho)$ – тензор поляризации фотона в присутствии внешнего электрического поля $E_l = \rho_l E_{\rm cr}$. В отличие от лагранжиана Эйлера–Гейзенберга плотность этого эффективного лагранжиана (19) нелокальна в пространстве-времени. Эта нелокальность выражается в наличии члена $\delta\mathcal{L}(x,\rho_L)$. Функция $\Pi^{\mu\nu}(x-x',\rho_L)$ играет роль нелокального форм-фактора в определении $\delta\mathcal{L}(x,\rho_L)$. Однако известно, что введение нелокального форм-фактора в лагранжиан или гамильтониан является непоследовательным и приводит к потере лоренц-инвариантности и/или унитарности теории. Причина этого очевидна. Уравнение Шредингера является локальным во времени и гамильтониан описывает мгновенные взаимодействия. В процессах нерелятивистской квантовой механики взаимодействие может быть нелокальным в пространстве. Но в релятивистской теории локальные во времени процессы должны быть локальны и в пространстве. Таким образом, теория должна позволять описывать динамику в случае, когда взаимодействие является нелокальным. Как было отмечено выше, формализм ОКД позволяет сформулировать эффективную теорию, явно учитывая естественную нелокальность эффективного взаимодействия. В случае эффективной теории, описывающей взаимодействие двух сильных встречных лазерных пучков в вакууме, должны построить эффективный оператор взаимодействия между квантованным радиационным полем и внешним полем лазерного излучения. Из сказанного выше следует, что этот оператор не может иметь форму

$$H_{\rm int}(t_2,t_1) = -2i\delta(t_2-t_1)\int \mathcal{H}(t,x)\,d^3x,$$

и следовательно, плотность гамильтониана не имеет смысла. Мы должны построить этот оператор взаимодействия путем суммирования вкладов от процессов, важных для данной эффективной теории. Фундаментальной теорией, из которой должны извлечь информацию о таких процессах, является квантовая электродинамика. Фейнмановские диаграммы, описывающие «фундаментальные» процессы в нашей низкоэнергетической теории, изображены на рис. 1. Суммируя вклады от соответствующих упорядоченных во времени диаграмм, получаем

$$\begin{aligned} H_{\rm int}(t_2,t_1) &= \\ &= -\frac{1}{2}\int d^4x_1 \int d^4x_2\, A^{\mu_1}(x_1)\Pi_{\mu_1\mu_2}(x_1,x_2;A)A^{\mu_2}(x_2)\delta(x_1^0-t_1)\delta(x_2^0-t_2). \end{aligned} \tag{20}$$

где $\Pi_{\mu_1\mu_2}(x_1,x_2;A)$ – оператор поляризации фотона в присутствии внешнего электромагнитного поля A,

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu_1\mu_2}(x_1,x_2;A) = -i\,{\rm tr}\,[(e\gamma_{\mu_1})G(x_1,x_2)(e\gamma_{\mu_2})G(x_2,x_1)] - \\ - 2i\int dx_3\,{\rm tr}\,[(e\gamma_{\mu_1})G(x_2,x_3)(e\gamma_{\mu_3})G(x_3,x_1)]A^{\mu_3}(x_3) + \cdots, \end{aligned}$$

$G(x_i,x_j)$ – электронный пропагатор в вакууме. Оператор (20) описывает эффективное взаимодействие радиационного поля с интенсивным полем лазерного излучения. Очевидно, что этот оператор взаимодействия является нелокальным как в пространстве, так и во времени. Следует отметить, что нелокальные операторы взаимодействия должны удовлетворять условию

$$H_{\rm int}(t_2,t_1) \underset{t_2\to t_1}{\to} \int\limits_{t_1}^{t_2} dt_4 \int\limits_{t_1}^{t_4} dt_3\,\frac{t_4-t_3}{t_2-t_1}\,H_{\rm int}(t_2,t_4)H_{\rm int}(t_3,t_1) + o(\tau^\epsilon). \tag{21}$$

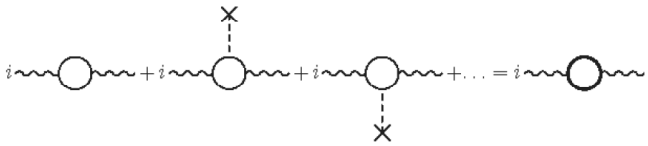

Рис. 1

Это необходимо, чтобы ОДУ с граничным условием (2) имело единственное решение. Однако, как можно показать, оператор $H_{\rm int}(t_2, t_1)$ не удовлетворяет этому соотношению. Физически это означает, что он не лежит достаточно близко к искомому решению ОДУ. Однако с помощью соотношения (21) можно дополнить наш оператор членами, которые будут представлять собой треххвостки (процессы, в которых сходятся одна фотонная и две электронные линии), причем внешние электронные линии будут одетыми в лазерном поле. Таким образом, оператор $H_{\rm int}(t_2, t_1)$ определяет основной вклад и весь вид оператора взаимодействия.

Заключение

На примерах мюонных атомов, атомов со сверхкритическими зарядами ядра и генерации старших гармоник лазера накачки из вакуума продемонстрированы новые возможности, которые формализм ОКД открывает для решения различных проблем, связанных с учетом эффектов поляризации вакуума, в атомной физике, атомной спектроскопии и квантовой оптике. На основании проведенного нами анализа можно сделать следующие выводы, касающиеся преимуществ формализма ОКД по сравнению с другими методами. Формализм ОКД позволяет решить проблему связанных состояний в КЭД без обращения к искусственной процедуре включения и выключения взаимодействия в системе, которая играет ключевую роль в стандартном подходе к решению этой проблемы, основанном на формализме адиабатической S-матрицы [15–18]. Особенностью ОДУ является то, что оно формулируется в терминах амплитуд вероятности процессов с определенными временами начала и конца взаимодействия. Поэтому при описании связанных состояний нет необходимости включать и выключать взаимодействие в системе: достаточно в тех случаях, когда это необходимо, просто учитывать вклады от процессов, в которых взаимодействие происходит в определенном интервале времени. Важным является то, что в этом случае нельзя решать проблему, используя S-матрицу рассеяния, которая по определению не несет никакой динамической информации.

На примере мюонных атомов и атомов со сверхкритическим ядром было показано, что приближение, которое обеспечивается стандартными методами КЭД, оказывается недостаточно хорошим для ряда задач. В лэмбовский сдвиг энергетических уровней мюонных атомов, которые были определены с помощью формализма адиабатической S-матрицы, должна быть включена поправка, превышающая поправку Уичмена–Кролла. Состояния атомов со сверхкритическим ядром описываются не определенными энергиями (возможно комплексным), как предполагалось ранее, а энергетическими распределениями. Распределение нестабильного вакуума в поле сверхкритического ядра может существенно влиять на процесс распада указанного вакуума и на энергетический спектр рождающихся при этом позитронов. Важной особенностью ОДУ является то, что оно допускает нелокальные во времени взаимодействия. При построении эффективных операторов взаимодействия это позволяет учитывать естественную нелокальность эффективного взаимодействия как в пространстве, так и во времени, что было продемонстрировано на примере построения эффективного оператора, описывающего взаимодействие с полем лазерного излучения.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ НШ-5289.2010.2 и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № 02.740.11.0428).

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, A.A. Vasilev, A.S. Petrova, M.A. Khamadeev. Vacuum Polarization and the Nonlocality Effects in the Interaction of Matter with Intense Electromagnetic Fields.

New possibilities that the generalized quantum dynamics formalism opens in atomic physics, atomic spectroscopy and quantum optics are discussed by using the examples of muonic atoms, supercritical atoms and intense laser fields. Our analyses demonstrate the advantages of the formalism in comparison with the standard methods in describing the bound states in mounic atoms and atoms with supercharged nuclei, as well as in deriving the effective interaction operator of the radiation field with a strong external field.

Key words: unstable vacuum, muonic atoms, superheavy nuclei, effective light-light interaction.

Литература

1. *Borie E., Rinker G.A.* The Energy Levels of Muonic Atoms // Rev. Mod. Phys. – 1982. – V. 54, No 1. – P. 67–118.
2. *Watson P.J.C., Sundaresan M.K.* Discrepancy between Theory and Experiment in Muonic X Rays – A Critical Discussion // Can. J. Phys. – 1974. – V. 52, No 20. – P. 2037–2058.
3. *Borie E.* Lamb shift in muonic hydrogen // Phys. Rev. A. – 2005. – V. 71, No 3. – P. 032508-1–032508-8.
4. *Eides M.I., Grotch H., Shelyuto V.A.* Theory of Light Hydrogenic Bound States (Springer Tracts Mod. Phys. V. 222). – Springer, 2007. – 278 p.
5. *Barrett R., Jackson D.* Nuclear sizes and structure. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – 576 p.
6. *Greiner W., Müller B., Rafelski J.* Quantum Electrodynamics of strong field. – Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, – 1985. – 594 p.
7. *Reinhardt J., Müller U., Müller B., Greiner W.* The decay of the vacuum in the field of superheavy nuclear systems // Z. Phys. A – Atoms and Nuclei. – 1981. – V. 303, No 3. – P. 173–178.
8. *Mourou G.A., Tajima T., Bulanov S.V.* Optics in the relativistic regime // Rev. Mod. Phys. – 2006. – V. 78 – P. 309–371.
9. *Yanovsky V., Chvykov V., Kalinchenko G., Rousseau P., Planchon T., Matsuoka T., Maksimchuk A., Nees J., Cheriaux G., Mourou G., Krushelnick K.* Ultra-high intensity-300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate // Opt. Express. – 2008. – V. 16, No 3. – P. 2109–2114.
10. *Нарожный Н.Б., Буланов С.С., Мур В.Д., Попов В.С.* О рождении e^+e^--пар сталкивающимися электромагнитными импульсами // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 80, Вып. 6. – С. 434–438.
11. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal interactions and quantum dynamics // J. Phys. A: Math. Gen. – 1999. – V. 32, No 30. – P. 5657–5677.
12. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A.* Nonlocality of the NN interaction in an effective field theory // Phys. Rev. C. – 2002. – V. 66, No 1. – P. 014006-1– 014006-13.
13. *Гайнутдинов Р.Х.* Естественное уширение спектральных линий многозарядных ионов и проблема поверхностных расходимостей // ЖЭТФ. – 1995. – Т. 108, Вып. 5. – С. 1600–1613.

14. *Gainutdinov R.Kh., Iyudin A.S., Mutygullina A.A.* Description of the polarization effects in the muonic atoms within the framework of generalized quantum dynamics // Proc. of SPIE. – 2006. – V. 6181. – P. 618113-1–618113-10.

15. *Gell-Mann M., Low F.* Bound States in Quantum Field Theory // Phys. Rev. – 1951. – V. 84, No 2. – P. 350–354.

16. *Швебер С.* Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 842 с.

17. *Веселов М.Г., Лабзовский Л.Н.* Теория атома. Строение электронных оболочек. – М.: Наука, 1986. – 327 с.

18. *Лабзовский Л.Н.* Теория атома. Квантовая электродинамика электронных оболочек и процессы излучения. – М.: Наука, 1996. – 305 с.

19. *Bergem P., Piller G., Rueetchi A., Shaller L., Schellenberg L., Schneuwly H.* Nuclear polarization and charge moments of ^{208}Pb from muonic x rays // Phys. Rev. C. – 1988. – V. 37, No 6. – P. 2821–2833.

20. *Haga A., Horikawa Y., Toki H.* Reanalysis of muonic ^{90}Zr and ^{208}Pb atoms // Phys. Rev. C. – 2007. – V. 75, No 4. – P. 044315-1–044315-8.

21. *Васильев А.А., Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А.* Поправки высших порядков к лэмбовскому сдвигу в мюонном водороде // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2008. – Т. 150, кн. 2. – С. 79–85.

22. *Kinoshita T., Nio M.* Sixth-order vacuum-polarization contribution to the Lamb shift of muonic hydrogen // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. 82, No 16. – P. 3240–3243.

23. *Kottmann F., Amir W., Biraben F., Indelicato P., Julien L., Kazamias S., Nez F., Conde C.A.N., Santos J.M.F. Dos, Veloso J.F.C.A., Huot O., Knowles P., Mulhauser F., Schaller L.A., Schneuwly H., Hansch T.W., Pohl R., Hartmann F.J., Schott W., Dhawan S., Hughes V.W., Liu Y.-W., Rabinowitz P., Taqqu D.* The Muonic Hydrogen Lamb Shift Experiment at PSI // Hyperfine Interact. – 2001. – V. 138. – P. 55–60.

24. *Backe H., Senger P., Bonin W, Kankeleit E., Kramer M., Krieg R., Metag V., Trautmann N., Wilhelmy J.B.* Estimates of the nuclear time delay in dissipative U + U and U + Cm collisions derived from the shape of positron and *delta*-ray spectra // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 50, No 23. – P. 1838–1841.

25. *Schweppe J., Gruppe A., Bethge K., Bokemeyer H., Cowan T., Folger H., Greenberg J.S., Grein H., Ito S., Schule R., Schwalm D., Stiebing K.E., Trautmann N., Vincent P., Waldschmidt M.* Observation of a peak structure in positron spectra from U + Cm collisions // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 51, No 25. – P. 2261–2264.

26. *Ahmad I., Austin Sam.M., Back B.B., Betts R.R., Calaprice F.P., Chan K.C., Chishti A., Conner C.M., Dunford R.W., Fox J.D., Freedman S.J., Freer M., Gazes S.B., Hallin A.L., Happ Th., Henderson D., Kaloskamis N.I., Kashy E., Kutschera W., Last J., Lister C.J., Liu M., Maier M.R., Mercer D.M., Mikolas D., Perera P.A., Rhein M.D., Roa D.E., Schiffer J.P., Trainor T.A., Wilt P., Winfield J.S., Wolanski M., Wolfs F.L., Wuosmaa A.H., Young A.R., Yurkon J.E.* Positron-electron pairs produced in heavy-ion collisions // Phys. Rev. C. – 1999. – V. 60, No 6. – P. 064601-1–064601-14.

27. *Фок В.А., Крылов Н.С.* О двух основных толкованиях соотношения неопределенности для энергии и времени // ЖЭТФ. – 1947. – Т. 17, Вып. 2. – Р. 93–107.

28. *Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А., Петрова А.С.* Связанные состояния в суперкритических полях и обобщенная квантовая динамика // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2009. – Т. 151, кн. 1. – С. 74–81.

29. *Piazza A. Di, Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H.* Harmonic generation from laser driven vacuum // Phys. Rev. D – 2005. – V. 72, No 8. – P. 085005-1–085005-23.

Поступила в редакцию
19.05.10

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*

Васильев Александр Александрович – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Aleksander.Vasiliev@ksu.ru*

Петрова Александра Сергеевна – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Aleksandra.Petrova@ksu.ru*

Хамадеев Марат Актасович – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Marat.Khamadeev@ksu.ru*