

УДК 539.3+629.7.01

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВУКОИЗОЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЙ ПЛАСТИНЫ, ПОМЕЩЕННОЙ НА ДЕФОРМИРУЕМЫХ ОПОРНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ МЕЖДУ ДВУМЯ ПРЕГРАДАМИ

*В.Н. Паймушин, Р.К. Газизуллин*

### Аннотация

Рассматривается задача о прохождении звуковой волны, формирующейся источником звука в камере высокого давления, сквозь пластину и о формировании в камере низкого давления излученной пластиной звуковой волны. Данная задача связана с математическим моделированием экспериментального определения звукоизолирующих свойств тонкостенных элементов конструкций методом смежных реверберационных камер в акустических испытательных лабораториях, отвечающих требованиям ГОСТ 26602.3-99. На основе использования волновых уравнений в одномерном приближении, соответствующих использованию гипотезы о плоском отражении, в предположении о недеформируемости пластины, имеющей на контуре податливые (деформируемые) опорные элементы из материала с демпфирующими свойствами, исследуются две постановки задачи, различающиеся способом задания источника звука в камере высокого давления. Показано, что обе рассмотренные постановки приводят к практически одинаковым результатам при определении параметров звукоизоляции пластины. Проведено исследование возможности описания звукопоглощающих свойств стенок камеры низкого давления путем введения в рассмотрение дополнительной деформируемой прослойки в преграде (стенке камеры) и учета в ней внутреннего поглощения энергии в рамках модели Кельвина – Фойгта.

**Ключевые слова:** абсолютно жесткая пластина, деформируемые опорные элементы, звукоизоляция, волновое уравнение, плоское отражение, преграда, звукопоглощение, внутреннее демпфирование, модель Кельвина – Фойгта.

### Введение

В авиастроении за последние десятилетия проблемы снижения шума привели к появлению нового научного направления – авиационной акустики, включающей в себя аэроакустику и структурную акустику ([1, 2] и др.). Последняя составляет направление, находящееся на стыке акустики и динамики упругих систем, в котором изучаются механизмы распространения звука по конструкциям аппаратов, излучения звука этими конструкциями и др. [2]. Литература, посвященная изучению этих вопросов, достаточно обширна ([3–10] и др.).

К изложенному выше следует также добавить, что во второй половине прошлого века в механике сформировалось научное направление, связанное с исследованием стационарного и нестационарного взаимодействий акустических волн с преградами в виде твердых деформируемых тел и тонкостенных элементов конструкций. Это направление привлекает [8] и продолжает привлекать внимание исследователей актуальностью, сложностью и многообразием явлений, присущих процессу взаимодействия тел различной физической природы. К настоящему времени

относящиеся к этому направлению вопросы аэрогидроупругости тонкостенных конструкций в виде оболочек были освещены в ряде монографий и обзоров ([11, 12] и др.). Однако в них абсолютно не рассматривались вопросы формирования звуковых волн и теоретического исследования задач о звукоизоляции и звукопоглощении теми или иными деформируемыми преградами. Они и в настоящее время остаются без должного внимания со стороны ученых, хотя практически во всех изданиях справочного или другого характера, посвященных созданию различного рода многослойных конструкций, указывается, что они обладают хорошими звукоизоляционными и звукопоглощающими свойствами ([3, 15] и др.). На практике эти свойства до настоящего времени, по-видимому, изучались главным образом экспериментальными методами, а их теоретические исследования основывались на использовании достаточно упрощенных уравнений механики деформирования многослойных конструкций.

Экспериментальные исследования звукоизоляционных свойств тонкостенных элементов конструкций в соответствии с ГОСТ 26602.3-99 и СНиП 23-03-2003 [16] проводят в акустических испытательных лабораториях, состоящих из двух смежных по горизонтали помещений (камер высокого и низкого давлений), в проем между которыми монтируют испытываемый образец. В камере высокого давления источником звука формируется моногармоническая звуковая волна, которая, взаимодействуя с испытываемым образцом, вызывает в нем установившиеся незатухающие колебания, формирующие в камере низкого давления излученные образцом звуковые волны. Разностью давлений, установившихся в камерах, и характеризуются звукоизоляционные свойства испытываемого образца. Для теоретического определения этих свойств и математического моделирования испытаний ниже рассматриваются две постановки соответствующей задачи, отличающиеся способом формирования звуковой волны в камере высокого давления. С целью качественного изучения рассматриваемых процессов решения сформулированных задач получены лишь в первом приближении, соответствующем разложению неизвестных задачи в ряды Фурье и удержанию в них нулевых гармоник.

### 1. Первая постановка задачи

Рассмотрим тонкую пластину, имеющую толщину  $t$ , размеры в плане  $a$ ,  $b$ , у которой срединная плоскость  $\sigma$  отнесена к декартовой системе координат  $Oxyz$  так, что  $-t/2 \leq z \leq t/2$ ,  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y \leq b$  (рис. 1). Предполагаем, что на расстояниях  $z = -l_1$  и  $z = l_2$  от пластины расположены преграды (стенки), имеющие бесконечную протяженность в направлениях осей  $Ox$  и  $Oy$ . На пластину в сечении  $z = 0$  падает плоская гармоническая звуковая волна, имеющая круговую частоту колебаний  $\omega$ , давление  $p_*$  и скорость  $v_z^*$  в направлении оси  $Oz$ . При взаимодействии такой волны с пластиной на множестве  $V_1 = \{-l_1 \leq z \leq 0\}$  формируются отраженные и излученные волны, характеризующиеся давлением  $p_1$  и скоростью распространения  $v_z^1$  в направлении оси  $Oz$ , а на отрезке  $V_2 = \{0 \leq z \leq l_2\}$  – излученная звуковая волна с давлением  $p_2$  и скоростью распространения  $v_z^2$ . Направления их действия в точках плоскости  $z = 0$ , отождествляемой с граничными плоскостями пластины  $z = \pm t/2$ , показаны на рис. 1.

Для описания формирующихся на множестве  $V_1$  падающих звуковых волн с потенциалом скоростей  $\hat{O}_*$ , отраженных и излученных от пластины волн с потенциалом скоростей  $\hat{O}_1$ , а также формирующихся на множестве  $V_2$  излученных от пластины волн с потенциалом скоростей  $\hat{O}_2$  примем известную ([11, 13] и др.) в гидроупругости пластин и оболочек гипотезу о плоском отражении и излучении, в соответствии с которой указанные функции  $\hat{O}_*$ ,  $\hat{O}_1$ ,  $\hat{O}_2$  должны определяться

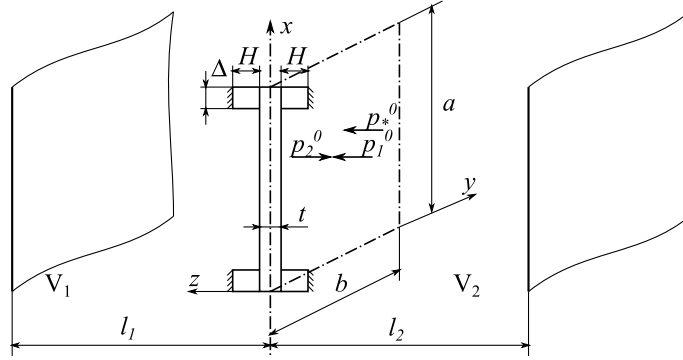


Рис. 1

решениями волновых уравнений

$$\frac{\partial^2 \widehat{O}_*}{\partial z^2} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \widehat{O}_*}{\partial \tau^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \widehat{O}_j}{\partial z^2} - \frac{1}{c_j^2} \frac{\partial^2 \widehat{O}_j}{\partial \tau^2} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

где  $\tau$  – время,  $c_1$ ,  $c_2$  – скорости звука в акустических средах «1» и «2».

Если предположить, что падающая звуковая волна является установившейся и моногармонической, то и формирующиеся на множествах  $V_1$ ,  $V_2$  отраженные и излученные волны также будут являться установившимися и моногармоническими. Соответствующие им давления и скорости в точках интервалов  $0 \geq z \geq -l_1$  и  $0 \leq z \leq l_2$  через функции  $\widehat{O}_*$ ,  $\widehat{O}_1$  и  $\widehat{O}_2$  вычисляются по формулам

$$p_* = -\rho_1 \frac{\partial \widehat{O}_*}{\partial \tau}, \quad p_j = -\rho_j \frac{\partial \widehat{O}_j}{\partial \tau}, \quad v_z^* = \frac{\partial \widehat{O}_*}{\partial z}, \quad v_z^j = \frac{\partial \widehat{O}_j}{\partial z}, \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности акустических сред «1» и «2».

Решения уравнений (1) в силу представлений  $\widehat{O}_* = \widetilde{O}_* e^{i\omega\tau}$ ,  $\widehat{O}_j = \widetilde{O}_j e^{i\omega\tau}$  имеют вид

$$\widehat{O}_* = A_* e^{i(\omega\tau + k_1 z)} + B_* e^{i(\omega\tau - k_1 z)}, \quad \widehat{O}_j = A_j e^{i(\omega\tau + k_j z)} + B_j e^{i(\omega\tau - k_j z)}, \quad j = 1, 2, \quad (3)$$

где  $k_j = \omega/c_j$ ,  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица,  $A_*$ ,  $B_*$ ,  $A_j$ ,  $B_j$  – постоянные интегрирования. После подстановки решений (3) в соотношения (2) приходим к зависимостям

$$p_* = -i\rho_1 \omega (A_* e^{ik_1 z} + B_* e^{-ik_1 z}) e^{i\omega\tau}, \quad (4)$$

$$p_j = -i\rho_j \omega (A_j e^{ik_j z} + B_j e^{-ik_j z}) e^{i\omega\tau}, \quad j = 1, 2,$$

$$v_z^* = ik_1 (A_* e^{ik_1 z} - B_* e^{-ik_1 z}) e^{i\omega\tau}, \quad (5)$$

$$v_z^j = ik_j (A_j e^{ik_j z} - B_j e^{-ik_j z}) e^{i\omega\tau}, \quad j = 1, 2,$$

и при этом

$$p_*^0 = p_*|_{z=0} = -i\rho_1 \omega (A_* + B_*) e^{i\omega\tau} = \widetilde{p}_*^0 e^{i\omega\tau}, \quad \widetilde{p}_*^0 = -i\rho_1 \omega (A_* + B_*), \quad (6)$$

$$p_j^0 = p_j|_{z=0} = -i\rho_j \omega (A_j + B_j) e^{i\omega\tau} = \widetilde{p}_j^0 e^{i\omega\tau}, \quad \widetilde{p}_j^0 = -i\rho_j \omega (A_j + B_j), \quad j = 1, 2,$$

$$v_z^{*0} = v_z^*|_{z=0} = ik_1 (A_* - B_*) e^{i\omega\tau} = \widetilde{v}_z^{*0} e^{i\omega\tau}, \quad \widetilde{v}_z^{*0} = ik_1 (A_* - B_*), \quad (7)$$

$$v_z^{j0} = v_z^j|_{z=0} = ik_j (A_j - B_j) e^{i\omega\tau} = \widetilde{v}_z^{j0} e^{i\omega\tau}, \quad \widetilde{v}_z^{j0} = ik_j (A_j - B_j), \quad j = 1, 2.$$

Обозначим через

$$w = \tilde{w}(x, y) e^{i\omega\tau} \quad (8)$$

функцию перемещений точек срединной плоскости  $z = 0$  пластины, которая при  $z = 0$  должна удовлетворять условиям кинематического сопряжения

$$w_{,\tau} = -v_z^{*0} + v_z^{10}, \quad w_{,\tau} = v_z^{20}, \quad (9)$$

а функции  $\widehat{O}_*$ ,  $\widehat{O}_j$  в точках плоскостей  $z = l_2$  и  $z = -l_1$  – условиям

$$v_z^2|_{z=l_2} = 0, \quad (10)$$

$$(-v_z^* + v_z^1)|_{z=-l_1} = 0. \quad (11)$$

Если пластина выполнена из линейно упругого материала, имеющего модуль упругости  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ , то согласно классической модели Кирхгофа–Лява для нее без учета внутреннего трения материала должно быть составлено уравнение движения следующего вида

$$D\nabla^2\nabla^2 w + \rho_n t \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} - q = 0, \quad \nabla^2\nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \quad (12)$$

где  $q$  – поперечная аэрогидродинамическая нагрузка, обусловленная взаимодействием пластины с набегающей и отраженной звуковыми волнами на множестве  $V_1$  и излученной звуковой волной на множестве  $V_2$ ,  $\rho_n$  – плотность материала пластины, а  $D = Et^3 / [12(1 - \nu^2)]$  – ее изгибная жесткость.

Отметим, что для определения введенных в рассмотрение семи неизвестных  $A_*$ ,  $B_*$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $w$  имеется лишь пять уравнений. Поэтому к ним следует добавить еще одно условие, позволяющее корректно формулировать задачи определения параметров звукоизоляции и звукоизлучения. Для получения такого дополнительного условия вместо (11) потребуем раздельного выполнения условий

$$v_z^*|_{z=-l_1} = 0, \quad v_z^1|_{z=-l_1} = 0, \quad (13)$$

что позволяет одну из указанных выше неизвестных считать величиной заданной, характеризующей давление падающей на пластину звуковой волны. Кроме того, один из параметров, например  $A_*$ , считаем свободным.

Подчинив составленные соотношения (5) условиям (10), (13), получим формулы

$$B_* = A_* e^{-2ik_1 l_1}, \quad B_1 = A_1 e^{-2ik_1 l_1}, \quad A_2 = B_2 e^{-2ik_2 l_2}, \quad (14)$$

при учете которых из (7) следуют соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{v}_z^{*0} &= ik_1 (1 - e^{2ik_1 l_1}) A_*, & \tilde{v}_z^{10} &= ik_1 (1 - e^{2ik_1 l_1}) A_1, \\ \tilde{v}_z^{20} &= -ik_2 (1 - e^{-2ik_2 l_2}) B_2, \end{aligned} \quad (15)$$

а из (6) – соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{p}_*^0 &= -i\rho_1 \omega (1 + e^{-2ik_1 l_1}) A_*, & \tilde{p}_1^0 &= -i\rho_1 \omega (1 + e^{-2ik_1 l_1}) A_1, \\ \tilde{p}_2^0 &= -i\rho_2 \omega (1 + e^{-2ik_2 l_2}) B_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Подчинив, далее, составленные соотношения (15) условиям (9), получим зависимости

$$A_1 = A_* \frac{c_1}{1 - e^{2ik_1 l_1}} \tilde{w}, \quad B_2 = -\frac{c_2}{1 - e^{2ik_2 l_2}} \tilde{w}. \quad (17)$$

Следовательно, в силу (16) и (17)

$$\begin{aligned}\tilde{q} &= \tilde{p}_*^0 + \tilde{p}_1^0 - \tilde{p}_2^0 = \\ &= -i\rho_1\omega(1 + e^{-2ik_1l_1})(A_* + A_1) + i\rho_2\omega(1 + e^{-2ik_2l_2})B_2 = \\ &= -i\left[\frac{\rho_1\omega c_1(1 + e^{-2ik_1l_1})}{1 - e^{-2ik_1l_1}} + \frac{\rho_2\omega c_2(1 + e^{-2ik_2l_2})}{1 - e^{-2ik_2l_2}}\right]\tilde{w} - \\ &\quad - 2i\rho_1\omega(1 + e^{-2ik_2l_2})A_*. \quad (18)\end{aligned}$$

В силу формулы Эйлера имеем

$$1 - e^{-2ik_jl_j} = \eta_j + i\tilde{\eta}_j, \quad 1 + e^{-2ik_jl_j} = \chi_j - i\tilde{\eta}_j, \quad (19)$$

где

$$\eta_j = 1 - \cos(2k_jl_j), \quad \tilde{\eta}_j = \sin(2k_jl_j), \quad \chi_j = 1 + \cos(2k_jl_j),$$

С учетом (19) выражение (18) представимо в виде

$$\tilde{q} = \tilde{p}_*^0 + \tilde{p}_1^0 - \tilde{p}_2^0 = -i\omega \sum_{j=1}^2 \rho_j c_j (\theta_j - i\tilde{\theta}_j) \tilde{w} - 2\rho_1\omega(\tilde{\eta}_1 + i\chi_1)A_*, \quad (20)$$

где

$$\theta_j = \frac{\chi_j\eta_j - \tilde{\eta}_j^2}{\eta_j^2 + \tilde{\eta}_j^2}, \quad \tilde{\theta}_j = \frac{\tilde{\eta}_j(\eta_j + \chi_j)}{\eta_j^2 + \tilde{\eta}_j^2}. \quad (21)$$

Внеся теперь в уравнение (12) представление (8) и учитывая (20), получим разрешающее уравнение

$$D\nabla^2\nabla^2\tilde{w} - \rho_n t\omega^2\tilde{w} + i\omega \sum_{j=1}^2 \rho_j c_j (\theta_j - i\tilde{\theta}_j) \tilde{w} = -2\rho_1\omega(\tilde{\eta}_1 + i\chi_1)A_*, \quad (22)$$

соответствующее первой постановке задачи.

*Учет податливости опорного контура.*

Предположим, что под действием поперечной нагрузки опорные контурные элементы (рис. 1) в направлении оси  $Oz$  деформируются по модели основания Винклера. Если через  $w_s$  обозначить прогиб точки на контурной линии  $s \in \sigma$ , то в рамках аппроксимаций перемещений оснований в виде

$$W_s^+ = \left(1 + \frac{t}{2H} - \frac{z}{H}\right)w_s, \quad W_s^- = \left(1 + \frac{t}{2H} + \frac{z}{H}\right)w_s \quad (23)$$

для определения деформаций, формирующихся в верхнем и нижнем элементах, получим выражения

$$\varepsilon_z^+ = -\frac{w_s}{H}, \quad \varepsilon_z^- = \frac{w_s}{H}. \quad (24)$$

Представив неизвестную  $w_s$  в виде  $w_s = \tilde{w}_s e^{i\omega\tau}$  и считая ее постоянной по толщине  $\Delta$ , для формирующихся в опорных элементах напряжений при учете внутреннего трения материала составим соотношения упругости следующего вида

$$\sigma_z^\pm = E_z^0 \left( \varepsilon_z^\pm + \frac{\delta_0}{\pi\omega} \varepsilon_{z,\tau}^\pm \right) = \mp \frac{E_z^0}{H} \left( 1 + i\frac{\delta_0}{\pi} \right) \tilde{w}_s e^{i\omega\tau}, \quad (25)$$

где  $E_z^0$  и  $\delta_0$  – модуль упругости и логарифмический декремент колебаний материала оснований.

Вариация потенциальной энергии деформаций рассматриваемых элементов с учетом (24), (25) будет равна

$$\begin{aligned} \delta \dot{I}_0 &= \oint_s \Delta \left( \int_{t/2}^{t/2+H} \sigma_z^+ \delta \varepsilon_z^+ + \int_{-t/2-H}^{-t/2} \sigma_z^- \delta \varepsilon_z^- \right) dz ds = \\ &= e^{i\omega\tau} \oint_s \frac{2\Delta E_z^0}{H} \left( 1 + i \frac{\delta_0}{\pi} \right) \tilde{w}_s \delta \tilde{w}_s ds, \quad (26) \end{aligned}$$

а для вариации их кинетической энергии в рамках аппроксимаций перемещений соотношениями (23) будет иметь место выражение

$$\begin{aligned} \delta K_0 &= -\rho_0 \Delta \oint_s \left( \int_{-t/2-H}^{-t/2} \dot{w}_s \left( 1 + \frac{t}{2H} + \frac{z}{H} \right)^2 dz + \right. \\ &\quad \left. + \int_{t/2}^{t/2+H} \dot{w}_s \left( 1 + \frac{t}{2H} - \frac{z}{H} \right)^2 dz \right) \delta w_s ds = - \oint_s \frac{2\rho_0 \Delta H}{3} \dot{w}_s \delta w_s ds, \quad (27) \end{aligned}$$

где  $\rho_0$  – плотность материала оснований.

В соответствии с принятой для пластины моделью Кирхгофа – Лява при учете в ней внутреннего трения материала, исходя из вариационного принципа Гамильтона – Остроградского, можно составить уравнение ( $\tilde{w} = \tilde{w}(x, y \in s)$ )

$$\begin{aligned} &\oint_s \left[ \frac{2\Delta E_z^0}{H} \left( 1 + i \frac{\delta_0}{\pi} \right) \tilde{w}_s - \frac{2\rho_0 \Delta H}{3} \omega^2 \tilde{w}_s \right] \delta \tilde{w}_s ds + \\ &\quad + \iint_{\sigma} \left\{ \tilde{D} [(\tilde{w}_{,xx} + \nu \tilde{w}_{,xy}) \delta \tilde{w}_{,xx} + (\tilde{w}_{,yy} + \nu \tilde{w}_{,xx}) \delta \tilde{w}_{,yy} + \right. \\ &\quad \quad \left. + 2(1-\nu) \tilde{w}_{,xy} \delta \tilde{w}_{,xy}] - \rho_n t \omega^2 \tilde{w} \delta \tilde{w} + \right. \\ &\quad \left. + \left[ i\omega \sum_{j=1}^2 \rho_j c_j (\theta_j - i \tilde{\theta}_j) \tilde{w} + 2\rho_1 \omega (\tilde{\eta}_1 + i \chi_1) A_* \right] \delta \tilde{w} \right\} dx dy = 0, \quad (28) \end{aligned}$$

где комплексная изгибная жесткость  $\tilde{D}$  вычисляется по формуле  $\tilde{D} = D(1 + i\delta/\pi)$ , а через  $\delta$  обозначен логарифмический декремент колебаний материала пластины.

*Построение решения задачи без учета деформации пластины.*

С целью исследования влияния податливости опорного элемента на параметры звукоизоляции пластины в первом приближении ее будем считать абсолютно жесткой. В таком приближении в силу соотношения  $w = w_s = w_0 = \text{const}$  из (28) следует алгебраическое уравнение следующего вида

$$\begin{aligned} &\left\{ \left[ \frac{4\Delta E_z^0}{H} \left( 1 + i \frac{\delta_0}{\pi} \right) - \frac{4\rho_0 \Delta H}{3} \omega^2 \right] (a+b) + \right. \\ &\quad \left. + \left[ -\rho_n t \omega^2 + \sum_{j=1}^2 \rho_j c_j \omega (\tilde{\theta}_j + i \theta_j) \right] ab \right\} \tilde{w}_0 = -2\rho_1 \omega (\tilde{\eta}_1 + i \chi_1) ab A_*, \end{aligned}$$

из которого при введении обозначений

$$\begin{aligned}\varphi &= \left( \frac{4\Delta E_z^0}{H} - \frac{4\rho_0\Delta H}{3} \omega^2 \right) (a+b) + \left[ -\rho_n t \omega^2 + \sum_{j=1}^2 \rho_j c_j \omega \tilde{\theta}_j \right] ab, \\ \tilde{\varphi} &= \frac{4\Delta E_z^0 \delta_0}{H\pi} (a+b) + ab \sum_{j=1}^2 \rho_j c_j \omega \theta_j\end{aligned}\quad (29)$$

следует равенство

$$\tilde{w}_0 = - \left( W + i\tilde{W} \right) A_*, \quad (30)$$

где

$$W = 2\rho_1 \omega ab \frac{\tilde{\eta}_1 \varphi + \chi_1 \tilde{\varphi}}{\varphi^2 + \tilde{\varphi}^2}, \quad \tilde{W} = 2\rho_1 \omega ab \frac{\chi_1 \varphi - \tilde{\eta}_1 \tilde{\varphi}}{\varphi^2 + \tilde{\varphi}^2}.$$

Подставляя теперь выражение (30) в (17), получим

$$A_1 = (A + i\tilde{A})A_*, \quad B_2 = (B + i\tilde{B})A_*, \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned}A &= \frac{1 - c_1 (W\eta_1 + \tilde{W}\tilde{\eta}_1)}{\eta_1^2 + \tilde{\eta}_1^2}, \quad \tilde{A} = -\frac{c_1 (\tilde{W}\eta_1 - W\tilde{\eta}_1)}{\eta_1^2 + \tilde{\eta}_1^2}, \\ B &= \frac{c_2 (W\eta_2 + \tilde{W}\tilde{\eta}_2)}{\eta_2^2 + \tilde{\eta}_2^2}, \quad \tilde{B} = \frac{c_2 (\tilde{W}\eta_2 - W\tilde{\eta}_2)}{\eta_2^2 + \tilde{\eta}_2^2}.\end{aligned}\quad (32)$$

В соответствии с формулами (16), принимая во внимание формулы (19) и используя зависимости (32), приходим к выражениям

$$\begin{aligned}\tilde{p}_1^0 &= -i\rho_1 \omega (\chi_1 - i\tilde{\eta}_1) (A + i\tilde{A}) A_* = -i\rho_1 \omega (P_1^0 + i\tilde{P}_1^0) A_*, \\ \tilde{p}_2^0 &= -i\rho_2 \omega (\chi_2 - i\tilde{\eta}_2) (B + i\tilde{B}) A_* = -i\rho_2 \omega (P_2^0 + i\tilde{P}_2^0) A_*,\end{aligned}\quad (33)$$

где

$$P_1^0 = \chi_1 A + \tilde{\eta}_1 \tilde{A}, \quad \tilde{P}_1^0 = \chi_1 \tilde{A} - \tilde{\eta}_1 A, \quad P_2^0 = \chi_2 B + \tilde{\eta}_2 \tilde{B}, \quad \tilde{P}_2^0 = \chi_2 \tilde{B} - \tilde{\eta}_2 B.$$

При этом в силу соотношения  $\tilde{P}_*^0 = -i\rho_1 \omega (\chi_1 - i\tilde{\eta}_1)$  звукоизоляционные свойства пластины можно характеризовать параметром

$$\chi_1^{(1)} = \frac{\tilde{p}_1^0}{\tilde{p}_*^0} = \frac{P_1^0 + i\tilde{P}_1^0}{\chi_1 - i\tilde{\eta}_1} = X_1^0 + i\tilde{X}_1^0, \quad (34)$$

где

$$X_1^0 = \frac{P_1^0 \chi_1 - \tilde{P}_1^0 \tilde{\eta}_1}{\chi_1^2 + \tilde{\eta}_1^2}, \quad \tilde{X}_1^0 = \frac{\tilde{P}_1^0 \chi_1 + P_1^0 \tilde{\eta}_1}{\chi_1^2 + \tilde{\eta}_1^2}.$$

Абсолютная величина параметра  $\chi_1^{(1)}$  будет равна

$$\chi_1^{(1)} = \sqrt{X_1^2 + \tilde{X}_1^2}. \quad (35)$$

Аналогичным образом можно ввести в рассмотрение и другой параметр звукоизоляции

$$\chi_2^{(1)} = \frac{\tilde{p}_2^0}{\tilde{p}_*^0 + \tilde{p}_1^0} = \frac{\rho_2 (P_2^0 + i\tilde{P}_2^0)}{\rho_1 [\chi_1 + P_1^0 + i(\tilde{P}_1^0 - \tilde{\eta}_1)]} = X_2^0 + i\tilde{X}_2^0,$$

где

$$X_2^0 = \frac{\rho_2 (P_2^0 R_1 + \tilde{P}_2^0 \tilde{R}_1)}{\rho_1 (R_1^2 + \tilde{R}_1^2)}, \quad \tilde{X}_2^0 = \frac{\rho_2 (\tilde{P}_2^0 R_1 - P_2^0 \tilde{R}_1)}{\rho_1 (R_1^2 + \tilde{R}_1^2)}.$$

В дальнейшем, как принято в акустике, звукоизолирующие свойства пластины будем характеризовать параметром

$$R_\rho = -20 \lg |\chi_2^{(1)}|, \quad (36)$$

который поддается измерению (в децибелах) и определяется в специализированных акустических лабораториях путем проведения соответствующих экспериментов.

## 2. Вторая постановка задачи

Предположим, что в соответствии с представлением

$$U = \tilde{U} e^{i\omega\tau} \quad (37)$$

источником формирования звуковых волн на множестве  $V_1$  является абсолютно жесткая преграда (стенка), которая находится в плоскости  $z = -l_1$  и совершает колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой  $\tilde{U}$  перемещений в направлении оси  $Oz$ . Считаем, что в плоскости  $z = 0$ , как и прежде, находится деформируемая пластина, имеющая толщину  $t$ , линейные размеры  $a$ ,  $b$  в направлениях осей  $Ox$ ,  $Oy$ . За пластиной, имеющей звукоизолированные края  $x = 0$ ,  $x = a$ ,  $y = 0$ ,  $y = b$  в плоскости  $z = l_2$ , находится абсолютно жесткая и неподвижная преграда. Тогда на множествах  $V_1$  и  $V_2$ , заполненных в пределах  $0 \geq z \geq -l_1$ ,  $0 \leq z \leq l_2$  акустическими средами, за счет гармонических колебаний стенки  $z = -l_1$  по закону (37) формируются звуковые волны, которые при рассматриваемой постановке задачи в одномерном приближении будут описываться лишь двумя последними волновыми уравнениями

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z^2} - \frac{1}{c_j^2} \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial \tau^2} = 0, \quad j = 1, 2,$$

содержащимися в (1). Эти уравнения в силу (37) будут иметь решения  $\Phi_j = \tilde{\Phi}_j e^{i\omega\tau}$ , в которых

$$\tilde{\Phi}_j = A_j e^{ik_j z} + B_j e^{-ik_j z}, \quad k_j = \frac{\omega}{c_j}. \quad (38)$$

При взаимодействии пластины с окружающими акустическими средами в ней возбуждаются изгибные колебания, описываемые функцией прогиба  $w = \tilde{w} e^{i\omega\tau}$ . Эта функция и функции  $\tilde{\Phi}_j$ , в отличие от (10) и (13), в рассматриваемом случае должны быть подчинены условиям кинематического сопряжения

$$w, \tau = v_z^1|_{z=0}, \quad w, \tau = v_z^2|_{z=0}, \quad (39)$$

а при  $z = -l_1$  и  $z = l_2$  на функции  $\tilde{\Phi}_j$  должны быть наложены условия

$$v_z^1|_{z=-l_1} = U, \quad v_z^2|_{z=l_2} = 0. \quad (40)$$



Заметим, что в рассматриваемом варианте постановки задачи уравнение (12) совместно с условиями (39), (40) служит для определения четырех постоянных интегрирования  $A_1, B_1, A_2, B_2$  и одной неизвестной функции  $\tilde{w}$  при тех или иных граничных условиях в точках контурных линий  $x = 0, x = a, y = 0, y = b$ .

*Определение аэродинамической нагрузки.*

Подчинив решения (38) условиям (39), (40), получим две системы алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} A_1 e^{-ik_1 l_1} - B_1 e^{ik_1 l_1} &= c_1 \tilde{U}, & A_1 - B_1 &= c_1 \tilde{w}, \\ A_2 e^{ik_2 l_2} - B_2 e^{-ik_2 l_2} &= 0, & A_2 - B_2 &= c_2 \tilde{w}. \end{aligned}$$

Их решения

$$\begin{aligned} A_1 &= c_1 \left( \frac{1}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{w} - \frac{e^{-ik_1 l_1}}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{U} \right), \\ B_1 &= c_1 \left( \frac{e^{-2ik_1 l_1}}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{w} - \frac{e^{-ik_1 l_1}}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{U} \right), \\ A_2 &= -\frac{c_2 e^{-2ik_2 l_2}}{1 - e^{-2ik_2 l_2}} \tilde{w}, & B_2 &= -\frac{c_2}{1 - e^{-2ik_2 l_2}} \tilde{w}, \end{aligned}$$

при использовании формул (19) представимы в виде

$$\begin{aligned} A_1 &= c_1 \left[ (\nu_1 - i\tilde{\nu}_1) \tilde{w} - (\theta_1 - i\tilde{\theta}_1) \tilde{U} \right], \\ B_1 &= c_1 \left[ (\lambda_1 - i\tilde{\lambda}_1) \tilde{w} - (\theta - i\tilde{\theta}_1) \tilde{U} \right], \\ A_2 &= -c_2 (\lambda_2 - i\tilde{\lambda}_2) \tilde{w}, & B_2 &= -c_2 (\nu_2 - i\tilde{\nu}_2) \tilde{w}, \end{aligned} \quad (41)$$

где приняты обозначения

$$\varphi_j = \eta_j^2 + \tilde{\eta}_j^2, \quad \lambda_j = (\eta_j \cos(2k_j l_j) - \tilde{\eta}_j \sin(2k_j l_j)) / \varphi_j,$$

$$\tilde{\lambda}_j = (\tilde{\eta}_j \cos(2k_j l_j) + \eta_j \sin(2k_j l_j)) / \varphi_j, \quad \nu_j = \eta_j / \varphi_j, \quad \tilde{\nu}_j = \tilde{\eta}_j / \varphi_j,$$

$$\theta_j = (\eta_j \cos(k_j l_j) - \tilde{\eta}_j \sin(k_j l_j)) / \varphi_j, \quad \tilde{\theta}_j = (\tilde{\eta}_j \cos(k_j l_j) + \eta_j \sin(k_j l_j)) / \varphi_j.$$

Для определения амплитудных значений давлений  $\tilde{p}_j^0 = \tilde{p}_j|_{z=0}$ , используя представления  $p_j = \tilde{p}_j e^{i\omega\tau}$ , соотношения (38) и (2), имеем

$$\tilde{p}_j^0 = -i\rho_j \omega \tilde{\Phi}_j|_{z=0} = -i\rho_j \omega (A_j + B_j).$$

Отсюда, учитывая формулы (41), получим

$$\tilde{p}_1^0 = -i\rho_1 \omega c_1 \left[ (r_1 - i\tilde{r}_1) \tilde{w} - (b_1 - i\tilde{b}_1) \tilde{U} \right], \quad \tilde{p}_2^0 = i\rho_2 \omega c_2 (r_2 - i\tilde{r}_2) \tilde{w}, \quad (42)$$

где

$$r_j = \nu_j + \lambda_j, \quad \tilde{r}_j = \tilde{\nu}_j + \tilde{\lambda}_j, \quad b_j = 2\theta_j, \quad \tilde{b}_j = 2\tilde{\theta}_j, \quad j = 1, 2.$$

Следовательно,

$$\tilde{q} = \tilde{p}_1^0 - \tilde{p}_2^0 = -i(p - i\tilde{p}) \tilde{w} - i\rho_1 \omega c_1 (b_1 + i\tilde{b}_1) \tilde{U}, \quad (43)$$

где

$$p = \rho_1 \omega c_1 r_1 + \rho_2 \omega c_2 r_2, \quad \tilde{p} = \rho_1 \omega c_1 \tilde{r}_1 + \rho_2 \omega c_2 \tilde{r}_2.$$

С учетом полученного выражения (43) уравнение колебаний пластины (21) принимает вид

$$D\nabla^2\nabla^2\tilde{w} - \rho_n t\omega^2\tilde{w} + (\tilde{p} + ip)\tilde{w} = \rho_1\omega c_1 (\tilde{b}_1 + ib_1)\tilde{U}. \quad (44)$$

Построение решения задачи в предположении  $\tilde{w} = \tilde{w}_0 = \text{const}$ .

Введя обозначения

$$\varphi = \frac{4(a+b)}{ab} \left( \frac{\Delta E_z^0}{H} - \frac{\rho_0 \Delta H}{3} \omega^2 \right) - \rho_n t\omega^2 + \tilde{p}, \quad \tilde{\varphi} = \frac{4(a+b)\Delta E_z^0 \delta_0}{ab\pi H} + p,$$

в предположении  $\tilde{w}_0 = \text{const}$  уравнение (44) с учетом выражения (43) приведем к равенству

$$(\varphi + i\tilde{\varphi})\tilde{w}_0 = \rho_1\omega c_1 (\tilde{b}_1 + ib_1)\tilde{U},$$

откуда следует зависимость вида

$$\tilde{w}_0 = (W + i\tilde{W})\tilde{U}, \quad (45)$$

где

$$W = \rho_1\omega c_1 \frac{\tilde{b}_1\varphi + b_1\tilde{\varphi}}{\varphi^2 + \tilde{\varphi}^2}, \quad \tilde{W} = \rho_1\omega c_1 \frac{b_1\varphi - \tilde{b}_1\tilde{\varphi}}{\varphi^2 + \tilde{\varphi}^2}.$$

Из (42), используя решения (45), получим формулы

$$\tilde{p}_1^0 = -i\rho_1\omega (P_1^0 + i\tilde{P}_1^0)\tilde{U}, \quad \tilde{p}_2^0 = i\rho_2\omega (P_2^0 + i\tilde{P}_2^0)\tilde{U}, \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned} P_1^0 &= c_1 (r_1 W + \tilde{r}_1 \tilde{W}) - b_1, & \tilde{P}_1^0 &= c_1 (r_1 \tilde{W} - \tilde{r}_1 W) + b_1, \\ P_2^0 &= c_2 (r_2 W + \tilde{r}_2 \tilde{W}), & \tilde{P}_2^0 &= c_2 (r_2 \tilde{W} - \tilde{r}_2 W). \end{aligned} \quad (47)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае свойства звукоизоляции пластины будут характеризоваться параметром

$$R_\rho = -20 \lg \left| \frac{\tilde{p}_2^0}{\tilde{p}_1^0} \right| = -20 \lg \left| \frac{\sqrt{(P_2^0)^2 + (\tilde{P}_2^0)^2}}{\sqrt{(P_1^0)^2 + (\tilde{P}_1^0)^2}} \right|. \quad (48)$$

### 3. Учет податливости (деформаций) стенки в сечении $z = l_2$

В акустике используемым в конструкциях и сооружениях материалам приписывают так называемые «звукопоглощающие» свойства, появление которых с позиций механики деформируемых твердых тел, по-видимому, можно объяснить лишь рассеиванием энергии падающей на конструкцию звуковой волны из-за внутреннего трения материала конструкции при ее динамическом процессе деформирования. Для учета и теоретического описания таких «звукопоглощающих» свойств предположим, что преграждающая стенка (преграда) имеет поверхностную прослойку толщиной  $h_c$ , обладающую демпфирующими свойствами. Считая, что при  $z = l_2 + h_c$  перемещение этой стенки равно нулю, для прослойки примем аппроксимацию

$$w_c^2 = \left( 1 - \frac{-l_2 + z}{h_c} \right) V, \quad (49)$$

где  $V$  – перемещения точек плоскости  $z = l_2$ . В соответствии с (49) деформации и напряжения в прослойке будут равны

$$\varepsilon_z^2 = \frac{\partial w_c^2}{\partial z} = -\frac{V}{h_c}, \quad \sigma_z^2 = -E_c \left( 1 + \frac{\delta_c}{\pi\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \frac{V}{h_c}, \quad (50)$$

где  $E_c$  и  $\delta_c$  – модуль упругости и логарифмический декремент колебаний материала прослойки.

В рассматриваемом случае вместо (40) должны быть выполнены условия

$$v_z^1|_{z=-l_1} = U_{,\tau}^0, \quad v_z^2|_{z=l_2} = V_{,\tau}^0. \quad (51)$$

Если представить функцию  $V$  в виде  $V = \tilde{V} e^{i\omega\tau}$ , то получим вытекающие из условий (51) уравнения

$$\begin{aligned} A_1 e^{-ik_1 l_1} - B_1 e^{ik_1 l_1} &= c_1 \tilde{U}, & A_1 - B_1 &= c_1 \tilde{w}, \\ A_2 e^{ik_2 l_2} - B_1 e^{-ik_2 l_2} &= c_2 \tilde{V}, & A_2 - B_2 &= c_2 \tilde{w}, \end{aligned}$$

имеющие решения

$$\begin{aligned} A_1 &= c_1 \left( \frac{1}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{w} - \frac{e^{-ik_1 l_1}}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{U} \right), \\ B_1 &= c_1 \left( \frac{e^{-2ik_1 l_1}}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{w} - \frac{e^{-ik_1 l_1}}{1 - e^{-2ik_1 l_1}} \tilde{U} \right), \\ A_2 &= -c_2 \left( \frac{e^{-2ik_2 l_2}}{1 - e^{-2ik_2 l_2}} \tilde{w} - \frac{e^{-ik_2 l_2}}{1 - e^{-2ik_2 l_2}} \tilde{V} \right), \\ B_2 &= -c_2 \left( \frac{1}{1 - e^{-2ik_2 l_2}} \tilde{w} - \frac{e^{-ik_2 l_2}}{1 - e^{-2ik_2 l_2}} \tilde{V} \right). \end{aligned} \quad (52)$$

При действии звукового давления  $p_2^+ = p_2|_{z=l_2} = \tilde{p}_2^+ e^{i\omega\tau}$ , где в соответствии с соотношениями (4), (38)

$$\tilde{p}_2^+ = -i\rho_2\omega (A_2 e^{ik_2 l_2} + B_2 e^{-ik_2 l_2}), \quad (53)$$

для прослойки стенки «2» толщиной  $h_c$  будет иметь место вариационное уравнение

$$\iint_{\sigma} \int_{l_2}^{l_2+h_c} [(\sigma_z^2 \delta\varepsilon_z^2 + \rho_c \ddot{w}_c^2 \delta w_c^2) dz - p_2^+ \delta V] dx dy = 0,$$

которое в силу соотношений (49), (50), (52) и (53) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \iint_{\sigma} \left[ \frac{E_c}{h_c} \left( 1 + i \frac{\delta_c}{\pi} \right) \tilde{V} - \frac{\rho_c h_c \omega^2}{3} \tilde{V} + \right. \\ \left. + i\rho_2 \omega (A_2 e^{ik_2 l_2} + B_2 e^{-ik_2 l_2}) \right] \delta \tilde{V} dx dy = 0. \end{aligned} \quad (54)$$

Из (54) следует уравнение колебаний прослойки вида

$$\left[ \frac{E_c}{h_c} \left( 1 + i \frac{\delta_c}{\pi} \right) - \frac{\rho_c h_c \omega^2}{3} \right] \tilde{V} e^{-ik_2 l_2} + i\rho_2 \omega (A_2 + B_2 e^{-2ik_2 l_2}) = 0. \quad (55)$$

В нем для последнего слагаемого в соответствии с (52) имеет место соотношение

$$A_2 + B_2 e^{-2ik_2 l_2} = c_2 \frac{-2e^{-2ik_2 l_2} \tilde{w} + (e^{-ik_2 l_2} + e^{-3ik_2 l_2}) \tilde{V}}{1 - e^{-2ik_2 l_2}},$$

применяя которое, уравнение (55) представим в виде

$$\left( V_w + i\tilde{V}_w \right) \tilde{V} = \left( W_2 + i\tilde{W}_2 \right) \tilde{w}, \quad (56)$$

где с учетом формул

$$e^{-ik_2 l_2} - e^{-3ik_2 l_2} = \chi_2 - i\tilde{\chi}_2, \quad e^{-ik_2 l_2} + e^{-3ik_2 l_2} = \pi_2 - i\tilde{\pi}_2,$$

$$\chi_2 = \cos(k_2 l_2) - \cos(3k_2 l_2), \quad \tilde{\chi}_2 = \sin(k_2 l_2) - \sin(3k_2 l_2),$$

$$\pi_2 = \cos(k_2 l_2) + \cos(3k_2 l_2), \quad \tilde{\pi}_2 = \sin(k_2 l_2) + \sin(3k_2 l_2)$$

введены обозначения

$$V_w = \chi_2 \left( \frac{E_c}{h_c} - \frac{\rho_c h_c \omega^2}{3} \right) + \tilde{\chi}_2 \frac{E_c \delta_c}{h_c \pi} + \rho_2 \omega c_2 \tilde{\pi}_2,$$

$$\tilde{V}_w = \chi_2 \frac{E_c \delta_c}{h_c \pi} - \tilde{\chi}_2 \left( \frac{E_c}{h_c} - \frac{\rho_c h_c \omega^2}{3} \right) + \rho_2 \omega c_2 \pi_2,$$

$$W_2 = 2 \rho_2 \omega c_2 \sin(2k_2 l_2), \quad \tilde{W}_2 = 2 \rho_2 \omega c_2 \cos(2k_2 l_2).$$

В рассматриваемом случае в соотношениях (41) последние два принимают вид

$$A_2 = -c_2 \left[ \left( \lambda_2 - i\tilde{\lambda}_2 \right) \tilde{w} - \left( \theta_2 - i\tilde{\theta}_2 \right) \tilde{V} \right],$$

$$B_2 = -c_2 \left[ \left( \nu_2 - i\tilde{\nu}_2 \right) \tilde{w} - \left( \theta_2 - i\tilde{\theta}_2 \right) \tilde{V} \right],$$

в силу которых вторая формула в (42) переписывается в виде

$$\tilde{p}_2^0 = i\rho_2 \omega c_2 \left[ \left( r_2 - i\tilde{r}_2 \right) \tilde{w} - \left( b_2 - i\tilde{b}_2 \right) \tilde{V} \right] = i\rho_2 \omega c_2 \left( R_2 - i\tilde{R}_2 \right) \tilde{w}, \quad (57)$$

если использовать вытекающее из (56) равенство

$$\tilde{V} = \frac{W_2 + i\tilde{W}_2}{V_w + i\tilde{V}_w} \tilde{w}$$

и ввести обозначения

$$R_2 = r_2 - \left[ \left( b_2 W_2 + \tilde{b}_2 \tilde{W}_2 \right) V_w - \left( \tilde{b}_2 W_2 - b_2 \tilde{W}_2 \right) \tilde{V}_w \right] / \left( V_w^2 + \tilde{V}_w^2 \right),$$

$$\tilde{R}_2 = \tilde{r}_2 - \left[ \left( b_2 W_2 + \tilde{b}_2 \tilde{W}_2 \right) \tilde{V}_w - \left( \tilde{b}_2 W_2 - b_2 \tilde{W}_2 \right) V_w \right] / \left( V_w^2 + \tilde{V}_w^2 \right). \quad (58)$$

Из полученных соотношений (42) и (58) в рассматриваемом случае приходим к тому же выражению (43), в котором

$$p = \rho_1 \omega c_1 r_1 + \rho_2 \omega c_2 R_2, \quad \tilde{p} = \rho_1 \omega c_1 \tilde{r}_1 + \rho_2 \omega c_2 \tilde{R}_2.$$

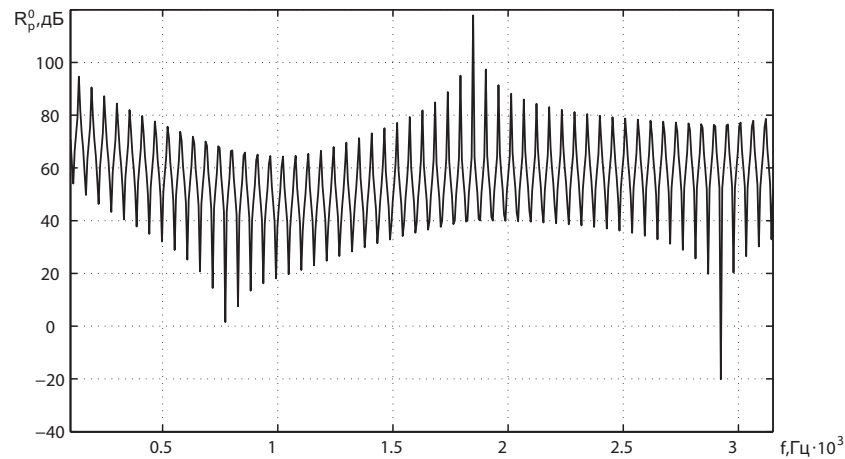


Рис. 2

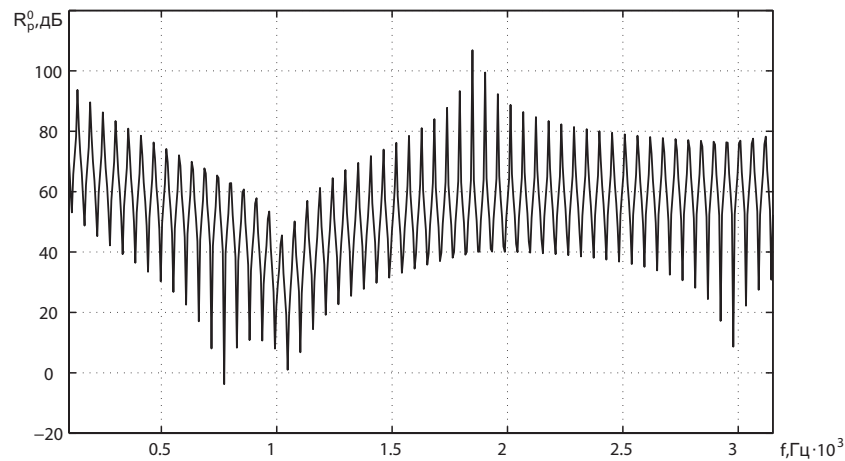


Рис. 3

#### 4. Результаты расчетов и их анализ

Для пластины, выполненной из стали ( $\rho_n = 7800 \text{ кг/м}^3$ ) и имеющей размеры  $a = 0.48 \text{ м}$ ,  $b = 0.56 \text{ м}$ ,  $t = 0.003 \text{ м}$ , расчеты по определению параметра  $R_p$  были проведены в широком диапазоне изменения параметров  $E_0$ ,  $\delta_0$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  при заданных значениях  $H_0 = 0.05 \text{ м}$  и  $\Delta = 0.04 \text{ м}$ . Как показали численные эксперименты, результаты, полученные как по формуле (36) (первая постановка задачи), так и по формуле (48) (вторая постановка задачи), практически совпадают, что свидетельствует об их эквивалентности. Параметры опорных элементов  $E_0$  и  $\delta_0$  оказывают заметное влияние на параметр  $R_p$  главным образом лишь при малых частотах  $\omega$ , а влияние на  $R_p$  параметров  $E_0$ ,  $\delta_0$  и  $h_c$  в реальном диапазоне их изменения является незначительным.

Для пластины, имеющей опорные элементы с параметрами  $E_0 = 10 \text{ Мпа}$ ,  $\delta_0 = 1.5$ ,  $\rho_0 = 500 \text{ кг/м}^3$ , в качестве иллюстрации при фиксированных значениях параметров  $l_1 = l_2 = 3 \text{ м}$  на рис. 2 приведен график изменения  $R_p$  в зависимости от частоты  $f = \omega/(2\pi)$ , соответствующий первой постановке задачи, а на рис. 3 – аналогичный график, соответствующий второй постановке задачи и учету податливости прослойки стенки второй камеры при параметрах  $E_c = 10 \text{ Мпа}$ ,  $\delta_c = 1.5$ ,

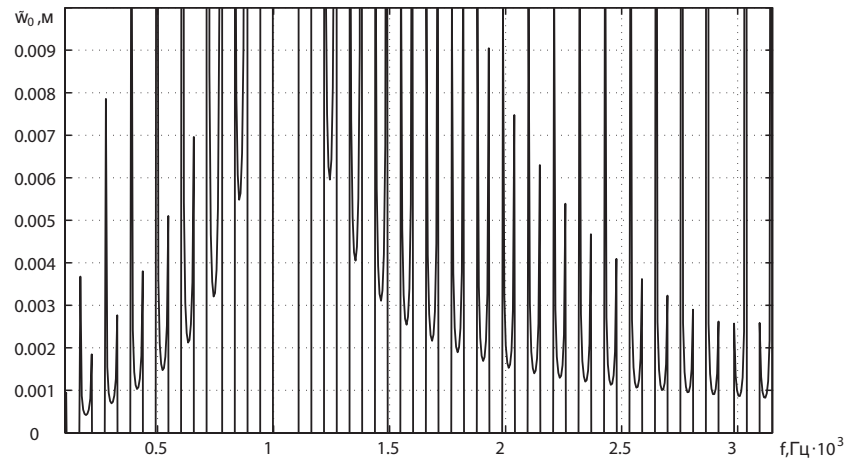


Рис. 4

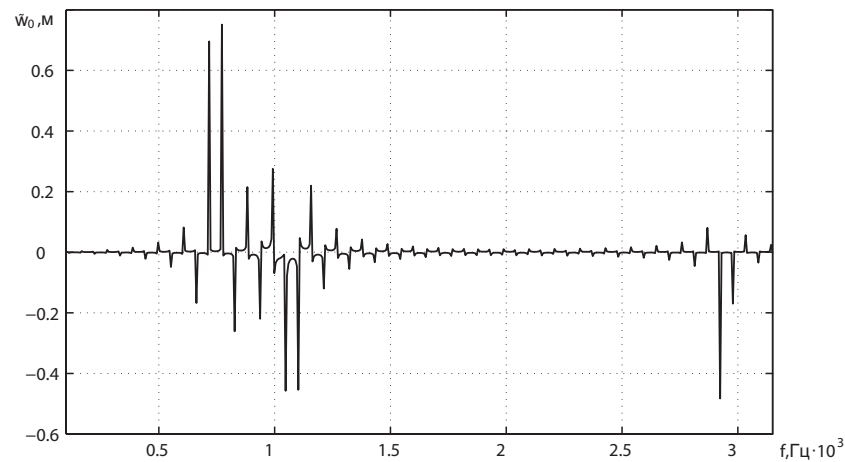


Рис. 5

$\rho_c = 500 \text{ кг/м}^3$ ,  $h_c = 0.03 \text{ м}$ . Сопоставляя приведенные графики, можно видеть, что они несколько отличаются друг от друга в окрестности частоты  $f = 100 \text{ Гц}$ , что объясняется различием в параметрах  $\delta_0 = 1.5$  в первом случае и  $\delta_0 = 0.15$  во втором случае, а также дополнительным учетом податливости прослойки стенки  $z = l_2$  в рамках использования второй постановки задачи.

Для рассматриваемой механической системы, имеющей указанные выше параметры пластины, а также размеры камер  $l_1 = l_2 = 3 \text{ м}$ , параметры опорного элемента и прослойки  $E_0 = E_c = 10 \text{ Мпа}$ ,  $\delta_0 = \delta_c = 0.15$ ,  $\rho_0 = \rho_c = 500 \text{ кг/м}^3$ ,  $H_0 = 0.05 \text{ м}$ ,  $\Delta = 0.04 \text{ м}$ ,  $h_c = 0.03 \text{ м}$  на рис. 4 и 5 в разных масштабах изображены графики изменения перемещения пластины  $\tilde{w}_0$  в зависимости от частоты  $f$  при заданном значении  $\tilde{U} = 0.001 \text{ м}$ . Видно, что имеются такие частоты звуковой волны, при которых наблюдаются значительные всплески перемещения  $w_0$ . Заметим, что выявленные эффекты скачкообразного увеличения прогиба пластины при некоторых частотах объясняется недостаточной степенью точности формулируемых задач, в частности неучетом деформируемости пластины при ее взаимодействии с окружающими акустическими средами.

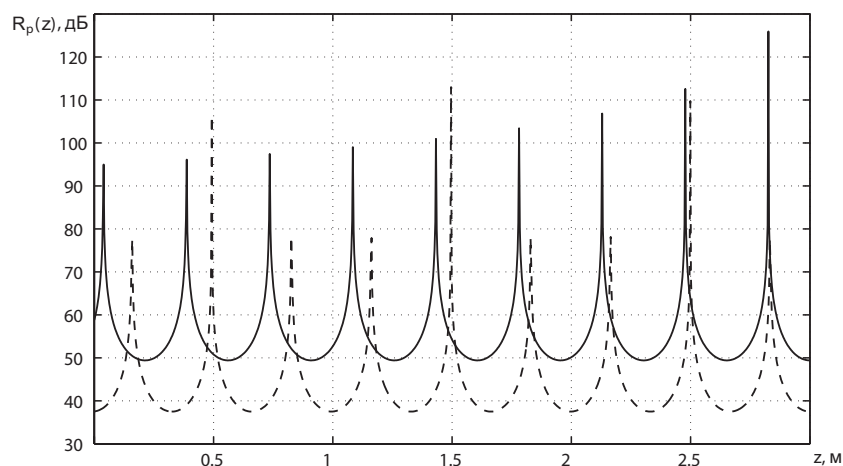


Рис. 6

И наконец, на рис. 6 приведены графики изменения параметра  $R_p$  в зависимости от координаты  $z$ , когда в рамках второй постановки задачи параметр  $R_p$  определяется по формуле  $R_p = R_p(z) = -20 \lg |\tilde{p}_2(z)/\tilde{p}_1^0|$ , причем, в отличие от приведенных выше графиков (рис. 4 и 5), рис. 6 соответствует параметрам  $\delta_0 = \delta_c = 1.5$  и значениям частот  $f = 475$  Гц (сплошная линия) и  $f = 495$  Гц (штриховая линия). Исходя из анализа результатов, приведенных на рис. 2 и 6, следует сформулировать принципиально важный вывод о том, что при проведении физических экспериментов по определению параметра звукоизоляции образцов следует ожидать значительный разброс измеряемых шумомерами уровней звукового давления при том или ином месте (координатах) размещения шумомеров в пределах множеств  $V_1$  и  $V_2$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-08-90435, 13-08-97076).

### Summary

*V.N. Paimushin, R.K. Gazizullin.* Study of the Sound Insulation Properties of an Absolutely Rigid Plate Placed on Deformable Supporting Elements between Two Obstacles.

In this article, we examine the problem of penetration of an acoustic wave formed by a sound source through a plate in a high-pressure chamber, and the problem of formation of an acoustic wave by the radiation of the plate in a low-pressure chamber. The problem under examination is connected with the mathematical modeling of experimental determination of the sound insulation properties of thin-walled structural elements by the method of adjacent reverberation chambers in acoustic testing laboratories meeting the requirements of GOST 26602.3-99. Based on a one-dimensional approximation of wave equations which comply with the plane reflection hypothesis, we make an assumption that the plate is nondeformable and has nonrigid supporting elements made of damping material on the contour. We investigate two problem statements which differ in the means of representation of the sound source in the high-pressure chamber. It is shown that both of the considered statements lead to practically identical results at determining the sound insulation properties of the plate. We prove the possibility of describing the sound absorption properties of the low-pressure chamber walls by the introduction of an additional deformable layer in the obstacle (the chamber wall) and taking into account the internal energy absorption within the Kelvin–Voigt model.

**Keywords:** absolutely rigid plate, deformable supporting elements, sound insulation, wave equation, flat reflection, obstacle, sound absorption, internal damping, Kelvin–Voigt model.

## Литература

1. *Мунин А.Г., Самохин В.Ф., Шипов Р.А.* Авиационная акустика. Ч. 1: Шум на местности дозвуковых пассажирских самолетов и вертолетов. – М.: Машиностроение, 1986. – 243 с.
2. *Мунин А.Г., Ефимцов Б.М., Кудисова Л.Я.* Авиационная акустика. Ч. 2: Шум в салонах пассажирских самолетов. – М.: Машиностроение, 1986. – 260 с.
3. *Штамм К., Вумме Г.* Многослойные конструкции. – М.: Стройиздат, 1983. – 300 с. = *Stamm K., Witte H.* Sandwich konstruktionen. – N. Y.: Wien, 1974.
4. *Campos E.* Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2002 highlights // *J. Sound Vib.* – 2003. – V. 268. – P. 809–824.
5. *Spyros G. Voutsinas.* Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2005 highlights // *J. Sound Vib.* – 2007. – V. 299. – P. 419–459.
6. *Brouwer H.H., Rienstra S.W.* Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2007 highlights // *J. Sound Vib.* – 2008. – V. 318. – P. 625–654.
7. *Juve D.* Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2008 highlights // *J. Sound Vib.* – 2009. – V. 328. – P. 213–242.
8. *Casalino D.* Aeroacoustics research in Europe: The CEAS-ASC report on 2009 highlights // *J. Sound Vib.* – 2010. – V. 329. – P. 4810–4828.
9. *Pico R., Gautier F.* The vibroacoustics of slightly distorted cylindrical shells: A model of the acoustic input impedance // *J. Sound Vib.* – 2007. – V. 302. – P. 18–38.
10. *Rdzanek W.P. Jr., Rdzanek W.J., Engel Z.* Theoretical analysis of sound radiation of an elastically supported circular plate // *J. Sound Vib.* – 2003. – V. 265. – P. 155–174.
11. *Гузь А.Н., Кубенко В.Д.* Методы расчета оболочек. Т. 5: Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек. – Киев: Наукова думка, 1982. – 400 с.
12. *Григолок Э.И.* Проблемы взаимодействия оболочек с жидкостью // Труды VII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. – М.: Наука, 1970. – С. 755–778.
13. *Григолок Э.И., Горшков А.Г.* Нестационарная гидроупругость оболочек. – Л.: Судостроение, 1974. – 208 с.
14. *Горшков А.Г.* Взаимодействие ударных волн с деформируемыми преградами // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1980. – Т. 13. – С. 105–186.
15. *Ендогур А.И., Вайнберг М.В., Иерусалимский К.М.* Сотовые конструкции. Выбор параметров и проектирование. – М.: Машиностроение, 1986. – 200 с.
16. СП 51.13330.2011 «СНиП 23-03-2003 Защита от шума». – М., 2011. – 46 с.

Поступила в редакцию  
24.06.13

---

**Паймушин Виталий Николаевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры прочности конструкций, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, г. Казань, Россия.

E-mail: [vpajtmushin@mail.ru](mailto:vpajtmushin@mail.ru)

**Гизазуллин Руслан Камильевич** – аспирант кафедры прочности конструкций, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, г. Казань, Россия.

E-mail: [dsm@dsm.kstu-kai.ru](mailto:dsm@dsm.kstu-kai.ru)