



#### Казанцев А.В. Класс Гахова: история и последние достижения.

В начале 1990-х в работах ряда зарубежных математиков появились доказательства теоремы о единственности критической точки конформного радиуса в известном классе функций Нехари. Обоснование этой теоремы было впервые обнаружено на Казанском семинаре по геометрической теории функций еще в 1984 г. при изучении работы Ф. Геринга – Х. Поммеренке, где оно было частью проверки другого утверждения, а сама теорема оставалась неизвестной авторам ее доказательства! Тогда же метод Геринга – Поммеренке был перенесен на исследование решения внешней обратной краевой задачи: оказалось, что единственность такого решения обеспечивается его включением в класс Нехари. В том же 1984 г. на семинаре была установлена эквивалентность разрешимости внешней задачи и наличия экстремумов конформного радиуса области. Тем самым были объединены две ветви одной теории, параллельно развивавшиеся с середины XX в. – начиная с классических работ Д. Поля – Г. Сегё – Х. Хиги по изопериметрии в математической физике и Ф.Д. Гахова по обратным краевым задачам в гидроаэромеханике.

Развитие указанной теории в последние годы было связано с регулярным классом Гахова  $\Gamma$ , объединяющим все голоморфные функции с единственной критической точкой (максимумом) конформного радиуса. Оказалось, что в рамках  $\Gamma$  класс Нехари расширяется до серии классов единственности типа Эпштейна, определяемых линейно выпуклыми областями Хартогса. Ряд достижений связан с методом гаховских барьеров и экстремалей, который заключается в исчерпании некоторого класса  $X$  семейством подклассов  $X_a = \{f_a : f \text{ из } X\}$ ,  $a \geq 0$ , со специальным выбором траекторий  $f_a$ . Гаховский барьер  $\rho(X)$  класса  $X$  – значение параметра выхода из класса  $\Gamma$ , гаховская экстремаль – семейство функций  $f$  из  $X$  таких, что собственный параметр выхода  $f_a$  из  $\Gamma$  совпадает с  $\rho(X)$ . Для большинства классов выход из  $\Gamma$  вдоль экстремали связан с бифуркацией максимума; важнейшим результатом последнего времени явилось открытие нового источника классов, отвечающих бифуркации полуседла. Классическая линия исследований продолжилась добавлением в  $\Gamma$  известных классов Сингхов, Шапеля, Силвермана и Мокану-Яновского.