

**Н.Ю.ДЕМИНА, А.О.АНДРЕЕВ, Н.К.ПЕТРОВА,
Е.Н.АХМЕДШИНА, Р.Р.МУБАРАКШИНА, М.В.СЕРГИЕНКО,
К.О.ЧУРКИН, Е.П.КОРЧАГИНА**

**СОЗДАНИЕ СЕЛЕНОЦЕНТРИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ КВАНТОВО –
ОПТИЧЕСКИХ СРЕДСТВ НАБЛЮДЕНИЙ И
ДАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ МИССИЙ**



**Казанский Федеральный Университет
2023**

Коллектив авторов:

Демина Н.Ю., канд. физ.-мат. наук, КФУ

Андреев А.О., канд. физ.-мат. наук, КФУ

Петрова Н.К., канд. физ.-мат. наук, КФУ

Ахмедшина Е.Н., канд. физ.-мат. наук, КФУ

Мубаракшина Р.Р., м.н.с., КФУ

Сергиенко М.В., м.н.с., КФУ

Чуркин К.О., м.н.с., КФУ

Корчагина Е.П., студент, КФУ

Создание селеноцентрической системы на основе квантово –
оптических средств наблюдений и данных космических миссий -
Казань: Казан. фед. ун-т, 2023.- 149 с.

Данный электронный ресурс посвящен вопросам использования квантово-оптических средств наблюдений и анализа селенографических данных современных космических лунных миссий, на основе которых получены селенофизические параметры благодаря выполненным орбитальным, топографическим и гравиметрическим наблюдениям. Электронный ресурс будет способствовать повышению интеллектуального потенциала студентов астрономических и астрономо-геодезических специальностей высших учебных заведений, а также привлечет внимание широкой аудитории читателей к осознанию проблем современной селенографии. Ресурс предназначен для всех, кто интересуется проблемами космической астрометрии и современным развитием естественных наук.

Данная работа поддержана грантом РФФ 22-72-10059.

Публикуется по решению Совета Астрономической обсерватории
им.В.П.Энгельгардта

ОГЛАВЛЕНИЕ

1	ВВЕДЕНИЕ	6
2	ГЛАВА 1	10
3	§ 1.1 Исследование возможности и эффективности использования налунных лазерных маяков и бортовых оптических средств для селенографического обеспечения лунной навигационной системы	10
4	§ 1.1.1 Создание высокоточной опорной селенодезической системы координат на основе использования взаимосвязанной системы ОИЛС - СЛМ	13
5	§ 1.1.2 Технические характеристики СЛМ	14
6	§ 1.1.3 Наблюдательные характеристики и точность получаемых результатов	18
7	§ 1.2 Методы зондирования Луны с использованием маяков	21
8	§ 1.3 Разработка предложений по созданию, развитию и использованию методов и технологий навигационного обеспечения перспективных космических миссий к Луне в части фотограмметрии лунной поверхности и налунных лазерных маяков	27
9	§ 1.3.1 Разработка метода для решения задач навигации КА с использованием налунных лазерных маяков и анализ его применимости	27
10	§ 1.3.2 Взаимосвязь ОИЛС и измерениями положения СЛМ с помощью спутникового лазерного интерферометра	29
11	§ 1.3.3 Определение положения СЛМ на основе измерений с борта ОИЛС	33

12	§ 1.4.1 Метод привязки снимков поверхности Луны к звездному полю с использованием СЛМ как реперов перехода между двумя снимками поверхности Луны и звездного поля	41
13	ГЛАВА 2	51
14	§ 2.1 Задачи лунной астрометрии	51
15	§ 2.2 Анализ динамической и геометрической фигуры Луны	53
16	§ 2.3 Описание моделей, методов и программного обеспечения гармонического анализа лунного рельефа	56
17	§ 2.4 Построение модели лунного рельефа	59
18	§ 2.5 Алгоритм оценивания амплитуд гармоник	60
19	§ 2.6 Программные и информационные подходы для обработки селенографических данных	62
20	§ 2.7 Результаты определения вектора смещения центра фигуры Луны относительно ее центра масс	65
21	ГЛАВА 3	70
22	§ 3.1 Краевая зона Луны и опорная селеноцентрическая сеть	27
23	§ 3.2 Краевая зоны Луны: селенографические модели	71
24	§ 3.3 Система координат Гайна	78
25	§3.4 Либрационная зона Луны: каталог объектов	81
26	ГЛАВА 4	89
27	§ 4.1 Опорный каталог объектов на поверхности Луны в небесной системе координат.	89

	Селенографические каталоги лунных объектов	
28	§ 4.2 Селенографические системы координат	99
29	§ 4.3 Фундаментальный каталог положений точек на поверхности Луны	107
30	ГЛАВА 5	118
31	§ 5.1 Модель макрофигуры лунного диска. Методы построения моделей макрофигуры Луны	118
32	§ 5.2 Современные модели макрофигуры Луны	122
33	§ 5.3 Данные каталога селеноцентрических опорных точек для построения модели макрофигуры Луны	128
34	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	138
35	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	148

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что результаты координатно-временного обеспечения зависят от развития космических технологий. Важными остаются вопросы уточнения и конкретизации взаимной ориентации инерциальной и динамической систем координат, реализации динамических систем отсчета, отнесенных к центру масс Луны, исследования динамики и кинематики небесных объектов. Кроме того, необходимо решить вопрос и по разработке точной теории вращения Луны для выполнения задач эффективной навигации, чтобы использовать эти данные для прилунения посадочных модулей на поверхность Луны. В настоящее время все перечисленные проблемы являются актуальными задачами, которые непосредственно связаны с вопросами координатно-временного обеспечения.

Несмотря на тот факт, что в настоящее время имеется достаточное количество современных каталогов лунных объектов, тем не менее, проблема создания селеноцентрической опорной сети, которая охватывала всю лунную поверхность, не решена с достаточной точностью. Данные космических миссий «Аполлон» позволили получить опорную сеть, которая построена в системе центра масс Луны, но входящие в нее объекты покрывают ограниченную часть лунной поверхности, в поясе от -20 до $+40$ градусов по широте. А при расширении данной сети возникают ошибки в плановых координатах, которые достигают величин более 1 км. Кроме того, система координат данной сети представляет собой

квазидинамическую сеть. Это означает, что ее оси не совпадают с осями инерции Луны. Это касается и других аналогичных каталогов систем лунных координат.

Под словосочетанием «селеноцентрическая навигационная опорная сеть» понимается следующее: создание сети опорных объектов на лунной поверхности, к которым можно осуществить привязку с борта космического аппарата, и, как следствие, определить заданную поверхность отсчета наблюдаемых данных. Под «фундаментальной системой координат» считается система координат, привязанная к центру масс Луны и осям ее инерции.

Основные вопросы, связанными с исследованием взаимного положения геометрического центра масс Луны относительно ее центра масс, в настоящее время являются:

- анализ динамической навигационной системы координат;
- создание абсолютной опорной системы объектов в краевой лунной зоне;
- расширение селеноцентрической динамической системы координат для большей части лунной поверхности;
- построение модели макрорельефа Луны.

Более конкретно можно обозначить решаемые задачи следующим образом:

1. Исследование возможности и эффективности использования лунных лазерных маяков и бортовых оптических средств для селенографического обеспечения ЛНСС в части привязки карт лунной поверхности к ЛСК и определения ФЛЛ и реализация

метода определения параметров положения центра масс Луны относительно ее центра фигуры. Основой метода является прямое использование динамической опорной системы объектов (динамическая опорная система построена в системе центра масс и главных осей инерции небесного тела). Данный метод позволяет определять наземные параметры совместно с данными космических миссий. В результате, можно выполнить анализ этих сетей с точки зрения существующих динамических характеристик.

2. Определение параметров положения центра масс Луны относительно центра ее фигуры и оценка полученных величин. Было определено, что при совместном использовании наземного селеноцентрического каталога «Казань-1162» и данных миссии «Клементина», положения центра масс Луны относительно ее центра фигуры имеют следующие значения: $\Delta\xi = -1,49$; $\Delta\eta = -0,69$; $\Delta\zeta = 0,16$. Эти результаты достаточно хорошо согласуются с данными других космических миссий. Полученные значения показывают, что каталог «Казань-1162» является динамической системой координат.
3. Создание метода построения абсолютного каталога в краевой зоне Луны и построение в либрационной зоне Луны опорной селеноцентрической динамической сети. Хорошо известно, что опорные селенодезические сети используются для привязки к ним исследуемых координатных систем. Однако, до сих пор не было создано такой сети в лунной либрационной зоне. Данная

сеть сочетает в себе динамические параметры и возможность трансформации координат между обратной и видимой сторонами Луны.

4. Развитие метода построения опорного селеноцентрического каталога с целью сгущения и расширения опорных объектов в динамической системе координат. Метод позволил организовать трансформацию селенографических современных координатных систем в динамическую систему координат. Причем, до настоящего времени такого рода трансформация осуществлялась только в виде квазидинамической системы отсчета данных.
5. Создание сводного опорного селеноцентрического каталога лунных объектов в небесной системе координат, построение координатной динамической сети на Луне.
6. Получение параметров модели макрофигуры Луны на основе анализа сводного опорного селеноцентрического каталога лунных объектов. Модель макрофигуры Луны позволяет оценить вариации лунной макрофигуры для анализа высотных данных принятой поверхности отсчета. Полученная модель показала хорошее согласие с данными современных космических миссий.

ГЛАВА 1

1.1 Исследование возможности и эффективности использования налунных лазерных маяков и бортовых оптических средств для селенографического обеспечения ЛНСС в части привязки карт лунной поверхности к ЛСК и определения ФЛЛ

Световой налунный светодиодный лазерный маяк (СЛМ) устанавливается на поверхности Луны и представляет собой прибор для генерирования светового потока с заданной плотностью, длиной волны и требуемой мощности. Размер светящегося тела СЛМ составляет несколько миллиметров и по сути представляет собой подобие прожектора, слово «лазерный» присутствует в названии прибора из-за схожести оптических схем лазерной установки и СЛМ. Также, конструктивно в систему закладывается возможность наблюдения СЛМ с Земли. В случае высокоточного измерения угла спутниковым угломерным устройством направления на СЛМ позволяет достичь точности миллиметрового и субмиллиметрового позиционирования маяков. Пространственно-временные характеристики СЛМ могут изменяться по команде системы управления. В настоящее время на Луне можно разместить лазерные маяки только с помощью мягкой посадки научного оборудования. Вместе с тем разрабатываются пенетаторы (зонды), которые можно сбросить с околорунного спутника на любую точку Луны с целью размещения автономных световых маяков. Также, как вариант прямых аналогов световых маяков на поверхности Луны, можно использовать лазерные уголковые отражатели, которые могут быть

размещены автономно или на луноходах. Это возможно, если на борту орбитальных искусственных лунных спутниках (ОИЛС) установлен лазер (как в миссии Луна-26), и его свет, падающий на уголкового отражатель, вернется на ОИЛС, и будет зарегистрирован бортовой камерой точно таким же образом, как если бы его испустили световые маяки на поверхности Луны. В настоящее время разрабатывается система СЛМ - ОИЛС, которая сможет обеспечить непрерывное управление орбитой космического корабля на окололунной орбите, так как динамическое расстояние и угловые характеристики светового луча относительно траектории субспутниковой точки до маяка будут измеряться для каждой орбиты в онлайн режиме. Измерение этих параметров луча позволит определить наклон орбиты космического корабля с точностью до нескольких угловых секунд относительно физического полюса Луны и определить селенографические координаты полюса Луны с точностью до 1 м (или даже с большей точностью) для периода измерений 1 месяц. Кроме того, период обращения орбитального космического аппарата, как показывают расчёты и предварительные оценки, измеряется на каждой орбите с точностью до 0,03 с, что при большом массиве наблюдений может быть использовано для анализа вариаций гравитационного поля на траектории ОИЛС, в частности, для картографирования масконов. Оптический маяк на поверхности Луны должен стать первой неподвижной точкой отсчета на лунной поверхности с правильными размерами до долей сантиметра, относительно которой может быть задана сетка селенографических

координат. С другой стороны, на сегодняшний день селенографические координаты лунных кратеров определяются относительно экватора Луны и направления центральной линии центра Земли Луны с точностью от 40 до нескольких сотен метров. Разумеется речь идет не о станциях ALSEP (The Apollo Lunar Surface Experiments Package), которые, к сожалению, позволяют осуществлять селенографическую привязку в достаточно ограниченной области на лунной поверхности, о чем будет сказано ниже. Заявляется, что установка светового маяка в области экватора Луны позволила бы определить систему селенографических координат лунных объектов, лежащих в непосредственной близости от СМЛ, с помощью существующих технических возможностей с возможным достижением субмиллиметровой точности с использованием интерферометрии. Речь идет об идеальной расчетной точности, без учета точности координатной привязки СМЛ и ОИЛС и других реальных измерительных ошибок. Возможность реализации такой системы на практике рассмотрена ниже.

На видимой стороне Луны СЛМ, разработанные космической промышленностью, могут наблюдаться наземными телескопами с диаметром зеркала 1 м и более. Поэтому они могут использоваться в качестве дополнительных опорных точек при создании селенодезической системы координат на основе наземных наблюдений и для навигации автономных транспортных средств, движущихся по поверхности Луны (луноходы). Фактически, они могут использоваться в качестве опорных точек для системы

селенографических координат и в большом количестве лунных программ, продолжающихся несколько лет.

1.1.1 Создание высокоточной опорной селенодезической системы координат на основе использования взаимосвязанной системы ОИЛС - СЛМ

Предложенный в настоящей работе метод позволяет определить высокоточные координаты светового маяка, расположенного в любой точке на Луне, используя один ОИЛС. Данный метод не требует непрерывной фотограмметрической съемки всей поверхности Луны и может быть применён с целью определения координат места посадки при условии, что СЛМ расположен в районе данной области. Если необходимо построить точную карту зоны светового маяка, достаточно сделать несколько изображений с борта ОИЛС камерой высокого разрешения под разными углами возвышения Солнца над исследуемой областью. Эти изображения могут использоваться как карты для дешифрования местоположения светового маяка.

Наиболее строгие требования к навигационной поддержке бортовой аппаратуры выполняются исследователями, которые занимаются обработкой результатов орбитальной поверхностной съемки в режиме реального времени и после полета для построения опорных систем координат и картографирования, определением параметров внешнего гравитационного поля и исследованием динамики поступательного и вращательного движения небесного тела. Как правило, если эти эксперименты снабжены достаточно

точными навигационными данными, то, с одной стороны, при использовании их для координатной привязки не должно возникать проблем, связанных с построением селенографической системы координат. Но с другой стороны, отсутствие точных навигационных данных является наибольшим препятствием для решения задачи позиционирования.

Для определения параметров орбиты ОИЛС может быть достигнута самая высокая точность позиционирования для 1-2-часового оборота 32 м, если данные по наземным измерениям траектории, изображения лунной поверхности с СЛМ, полученные с борта ОИЛС и привязка к звездам используются вместе для определения фактической ориентации ОИЛС.

Следует отметить, что описанный выше подход может быть использован для привязки локальной области на лунной поверхности, в которой размещен СЛМ и требует достижения заявленных характеристик для пространственной ориентации ОИЛС. При этом более перспективным является решение обратной задачи, определения элементов орбиты ОИЛС с использованием взаимосвязанной системы ОИЛС - СЛМ. При этом СЛМ должен иметь точную привязку к селеноцентрической системе координат на основе альтернативных методов.

1.1.2 Технические характеристики. Работа полупроводниковых источников излучения (ПИИ) в оптическом диапазоне основана на явлении электролюминесценции при протекании тока в структурах с

p-n – переходом, что представляет собой преобразование электрической энергии в световую (в энергию оптического излучения). ПИИ делятся на три категории:

- Светодиоды. Данные ПИИ отличаются большой мощностью излучения в широком спектре частот от 0.23 до 11 μm при КПД до 62%, имеют длительный срок эксплуатации и при этом кристалл светодиода излучает конкретный цвет, зависящий от его химического состава, при этом излучение не монохроматическое;

- Лазерные диоды. Данные ПИИ представляют собой лазерную систему, построенную на базе светодиода. Такие ПИИ имеют большую мощность излучения (до нескольких десятков ватт) в узкой полосе спектрального диапазона. Использование в конструкции лазерного диода световодов открывает возможности их применения в различных светоизлучающих устройствах;

- DPSS лазеры. Данные ПИИ представляют собой твердотельные лазеры с оптической накачкой лазерным диодом. DPSS лазеры совместно с компактными размерами имеют высокую эффективность работы и способны излучать в монохроматическом режиме, что очень важно при проведении точных позиционных измерений.

На рис. 1.1.1 приведен спектр излучения светодиодов, лазерных диодов и DPSS лазеров. Ось абсцисс соответствует длине волны излучения, ось ординат мощности излучения для данных ПИИ. Необходимо обратить внимание, что сами шкалы не имеют числовых делений по причине, описанной ниже.

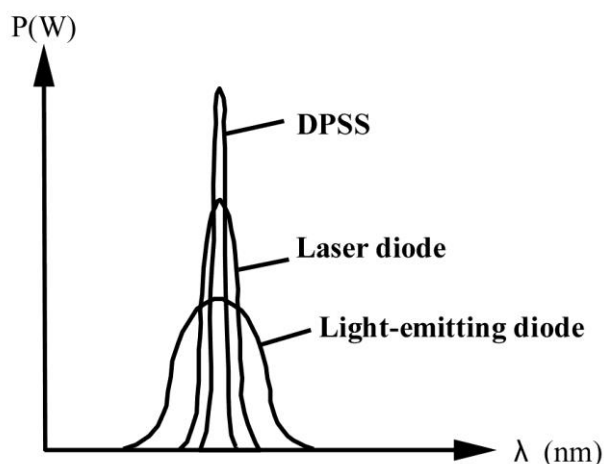


Рис. 1.1.1 Спектры излучения для различных типов ПИИ

На Рисунке максимум излучения каждого ПИИ соответствует определенной длине волны λ_m . Соответственно, мы приняли, что все ПИИ излучают на λ_m для наглядности сравнения спектральных характеристик. В действительности значения λ_m для каждого ПИИ могут сильно отличаться в пределах технических возможностей конкретного ПИИ. Ориентировочные значения, зависящие от технического прогресса изготовления данного ППИ: для светодиодов $\lambda_m = 230nm \div 270 nm$ (even now 300nm), ширина спектра распределения 40nm, $P_{max} = 20W$ (even now 100W); для лазерных диодов $\lambda_m = 300nm \div 302 nm$, ширина спектра распределения 2nm, $P_{max} = tens\ of\ Watts$; для DPSS лазеров $\lambda_m = 300nm \div 302 nm$, ширина спектра распределения 1nm, $P_{max} = Laser\ diode$. Таким образом, можно сделать следующие заключения:

1) У светодиодов спектр излучения широкий и, соответственно, мощность излучения распределяется по всему данному спектру. У лазерных диодов и DPSS лазеров мощность излучения сосредоточена

в узкой полосе излучения, поэтому в интегральном излучения они будут давать намного более сильный поток, чем светодиоды.

2) Одной из важнейших характеристик излучающей системы является направленность потока излучения. Можно сделать следующие выводы, у лазерных диодов и DPSS лазеров направленность потока будет намного лучше, чем у светодиодов.

3) Спектр излучения лазерных диодов и DPSS лазеров имеет намного более монохромные характеристики, чем светодиоды.

4) ПИИ имеют намного более высокую мощность излучения, чем GDLS.

5) Современные светодиоды сравнялись по мощности с натриевыми и металгалогенными GDLS.

6) ПИИ имеют высокую механическую прочность.

7) ПИИ выдерживают сильное вибрационное воздействие.

8) ПИИ имеют долгий непрерывный срок эксплуатации без изменения технических характеристик (110000 часов или более 11 лет).

9) Для ПИИ характерна низкая инертность излучения (менее 100 ns).

10) У ПИИ в отличие от GDLS количество циклов включения и выключения не влияют на время эксплуатации ПИИ;

11) Для ПИИ можно задать направление излучения от 0° до 180° .

12) Для работы ПИИ требуется низкое напряжение источника питания (1.5 – 14 V)

13) ПИИ хорошо работают при низких температурах, но чувствительны к высоким температурным режимам.

14) Все выше сказанное доказывает, что ПИИ могут применяться для создания СЛМ для целей селенографического обеспечения и навигационной привязки ОИЛС.

15) Использование специализированных интерференционных фильтров на наземных системах наблюдения позволит сканировать СЛМ установленные на КА при любой фоновой засветке.

16) Применение кодированного светового излучения у СЛМ даст возможность определять координатное положение КА с СЛМ и передавать текущие технические параметры бортовых систем.

17) Одним из перспективных направлений использования СЛМ является контроль крупных объектов космического мусора с установленных на них систем СЛМ.

1.1.3 Наблюдательные характеристики и точность получаемых результатов.

При выполнении планируемых лунных миссий с прилунением для выполнения баллистических параметров требуются посадочные площадки с точностью $9 \times 13 \text{ km}$. После прилунения посадочный модуль трудно сразу идентифицировать на лунной поверхности. СЛМ, установленные на спускаемый модуль, могут упростить эту задачу, если их сила излучения будет значительно превышать фоновую засветку. Положение СЛМ будет определено в области телесного угла камеры орбитального аппарата (КОА). При этом световой луч СЛМ должно быть направлен в сторону КОА, а ОИЛС находится на стабилизированной орбите и КОА ориентирована на

селенографический надир в данной орбитальной окололунной точке. Если орбитальная высота ОИЛС будет порядка 200 km то площадь основания конуса телесного угла должно быть порядка 40 km , а телесный угол $\sim 25^\circ$.

Современные КОА могут иметь два основных способа регистрации изображений: строчная и кадровая. В первом случае изменение проекции снимка происходит за счет перемещения ОИЛС относительно наблюдаемой лунной поверхности. При направлении луча зрения КОА в надир ОБК взаимно перпендикулярна матрице ССД и лунной поверхности. При таком методе щелевого дистанционного зондирования Луны необходимо точное знание элементов внешнего ориентирования (ЭВО): динамических орбитальных параметров ОИЛС и их синхронизации со строчными изображениями, получаемыми КОА показаний звездных датчиков и данных инерциальной навигации, для выполнения фотограмметрических процедур.

Второй способ регистрации менее требователен к ЭВО в процессе измерений, при этом в качестве ЭВО могут использоваться орбитальные оскулирующие параметры ОИЛС и данные угловой ориентации КА. Но для привязки измерений к лунной системе координат синхронизация ориентации ОИЛС с кадрируемыми изображениями является необходимой.

Покадровый метод регистрации СЛМ широкомасштабными ССД не предъявляет повышенных требований к ЭВО, имеет высокоточное пространственное разрешение и более прост для дальнейшей

редукции полученных наблюдений. Поэтому такой метод более предпочтительный для регистрации СЛМ. При этом на наблюдения не влияют размеры ОИЛС и параметры его орбиты, не важно, единственный ОИЛС или входит в спутниковую группировку. Используя СЛМ можно решать обратную задачу по определению координатно-временного обеспечения ОИЛС, а также при различных нештатных ситуациях, для работы в системах ГНСС, для повышения точности позиционных наблюдений. Точность дистанционного зондирования Луны с использованием СЛМ на несколько порядков выше, чем использование радиолокационных методов.

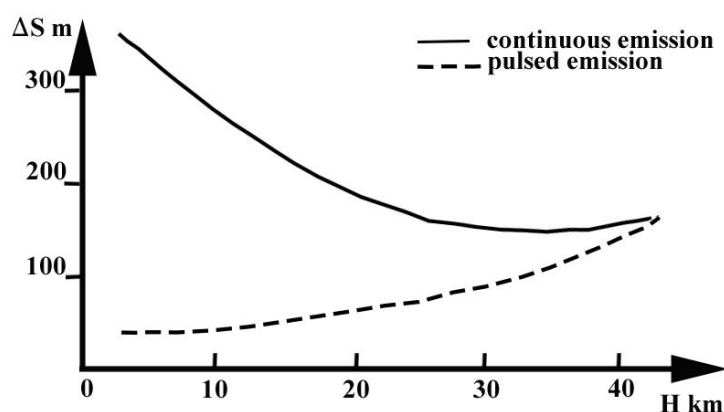


Рис. 1.1.3.1 Зависимость точности измерения положения СЛМ ΔS от высоты орбиты ОИЛС H_{km} .

ОИЛС, имеющий низкую орбиту и скорость 9 km/sec , при экспозиции $1 / 20 \text{ sec}$ пролетит 450 m , а на геостационарной орбите (ГСО) практически останется в стационарном положении. Таким образом, использование при не ГСО орбитах импульсного метода повысит точность регистрации СЛМ, действительно, при импульсе 1 ms , ОИЛС сместится только на 9 m . Оценка измеренной

КООА точности положения СЛМ в зависимости от высоты орбиты и способа излучения (непрерывное или импульсное с временной синхронизацией) показана на рис. 1.2.3.1 Как видно из графика, для низких ОИЛС импульсный СЛМ наиболее предпочтительный для измерения положения СЛМ, установленных на лунной поверхности.

1.2 Методы зондирования Луны с использованием маяков

Задача координатно-временной привязки маяка к системе координат, жестко связанной с Луной, формулируется следующим образом: необходимо определить векторы положения $R_T = [X_T, Y_T, Z_T]$ точек (световых маяков) физической поверхности Луны по координатам их изображений, измеренных в системе координат бортового устройства, которые соответствуют двум или более отсчетам времени. В качестве критерия эффективности позиционирования использовались евклидовы нормы трассирования ковариационных матриц ошибок векторов R_T :

$$\sigma_{RT} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^{1/2},$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ - дисперсия ошибок компонент векторов R_T на диагонали ковариационной матрицы.

Привязка непосредственно ОИЛС к небесной системе координат при существующих подходах может осуществляться следующими методами: а) Параметры орбиты ОИЛС определяются только наземными радиотехническими измерениями. Данные ориентации определяются по телеметрии на бортовых гироскопических системах;

б) Орбита определяется так же, как и в предыдущем случае. Ориентация ОИЛС определяется на основе привязки к звездам; с) Орбита определяется наземными радиотехническими измерениями на основе изображений поверхности Луны, сделанных цифровой топографической камерой один раз каждые 2 часа. Ориентация определяется на основе привязки к звездам.

1.2.1 Метод привязки снимков поверхности Луны к СЛМ

Технология координатной привязки снимков лунной поверхности с использованием световых лазерных маяков аналогична методу привязки снимков по опорным точкам местности (ОТМ) при осуществлении дистанционного зондирования Луны (ДЗЛ) и основана на анализе геометрического соответствия между изображением и картографической сеткой на основе определения координат одноименных точек и построения соответствующей регрессионной модели. Следует учитывать, что космические снимки в исходном виде содержат значительные геометрические и яркостные искажения. Поэтому в процессе обработки выполняются геометрическая коррекция и преобразование изображений в принятые картографические проекции, в результате которой изображения приводятся к стандартному виду.

Наблюдаемое спутниковой камерой изображение позволяет получить в общем случае массив значений яркости измеряемых точек $B(l, b)$, где l, b - координаты этих измеряемых точек яркости (ИТЯ) на снимке. ИТЯ формируются при сканировании точек лунной

поверхности как результат интеграционного преобразования лучистой энергии:

$$B(l, b) = \int_0^{\infty} \Sigma(X, Y, Z, \lambda) E(\lambda) d\lambda,$$

где $\Sigma(X, Y, Z, \lambda)$ - спектральная яркость у ИТЯ лунной поверхности, (X, Y, Z) - селенографические прямоугольные координаты, соответствующие ИТЯ с координатами (l, b) ; $E(\lambda)$ - спектральная чувствительность спутникового фотоприемника; λ - наблюдаемая длина волны.

При дистанционном изучении объектов лунной поверхности оцениваются их геометрические, энергетические и спектральные характеристики на основе редукции и анализа **спектрональных** снимков $B(l, b)$. Точность этих оценок зависит от достоверности соответствия между спектральной яркостью точек лунной поверхности $\Sigma(X, Y, Z, \lambda)$ и элементами снимков $B(l, b)$. Такое соответствие можно записать в координатном виде $(l, b) \Leftrightarrow (X, Y, Z)$ и яркостном представлении $B(l, b) \Leftrightarrow \Sigma(X, Y, Z, \lambda)$.

Прямое координатное соответствие в общем виде определяется как

$$X = F_X(l, b), Y = F_Y(l, b), Z = F_Z(l, b)$$

где F_X, F_Y, F_Z — функции, описывающие процесс сканирования точек лунной поверхности для ОИЛС. F_X, F_Y, F_Z определяются законом

движения ОИЛС по орбите, системой сканирования точек на поверхности Луны конкретным фотометром, углами ориентации ОИЛС и устройством приемников наблюдаемого излучения.

После нахождения значений функций F_X, F_Y, F_Z яркостное соответствие между одноименными точками лунной поверхности и изображения можно определить оператором W_B

$$B(l, b) = W_B[\Sigma(X, Y, Z, \lambda)].$$

Задача картографической привязки состоит в том, чтобы путем геометрических трансформирований изображений точек на снимках $B(l, b)$ получить набор $D(x, y)$ таких ИТЯ, которые максимально фотограмметрически совпадали бы с опорными точками $T(x, y)$, которыми в рассматриваемом случае являются СЛМ. В данном случае СЛМ рассматриваются как наиболее точная фотограмметрическая модель проекции СЛМ на плоскость.

Формально процесс фотограмметрической привязки можно записать в виде прямого координатного соответствия:

$$x = F(l, b), y = G(l, b),$$

или в виде обратного соответствия

$$l = f(x, y), b = g(x, y),$$

где (l, b) и (x, y) – значения координат сопоставимых точек на исходном $B(l, b)$ и преобразованном $T(x, y)$ снимках; F, G, f, g – прямые и обратные функции фотограмметрической редукции,

соответственно F, G характеризуют процесс координатной обработки и создания нормализованного изображения $T(x, y)$, а f, g определяют фотограмметрическое соответствие подобных точек на поверхности Луны и картографической модели.

Таким образом, для нахождения функций геометрической обработки необходимо решить две задачи. Во-первых, описать геометрию формирования изображений в виде функций F_X, F_Y, F_Z . Во-вторых, необходимо построить технологию численного обращения весьма сложных функций нескольких переменных.

Дальнейшее увеличения точности пространственной привязки возможно выполнить только с использованием опорной координатной сети на основе регрессионной технологии. Причем считается, что значения измерений угловых и орбитальных параметров по сравнению с их номинальными значениями имеют малые погрешности и таким образом для вектора этих погрешностей $\sigma = \sigma_i, i = 1, 2, 3, \dots$ можно записать:

$$x = F(l, b, \sigma) = F(l, b) + \sum \frac{\partial F}{\partial p_i} \sigma_i,$$

$$y = G(l, b, \sigma) = G(l, b) + \sum \frac{\partial G}{\partial p_i} \sigma_i .$$

Определение навигационных параметров по определенному числу СЛМ в значительной степени снижает рассогласования снимков и СЛМ. Однако остаточные ошибки пространственной

привязки изображений могут составлять несколько десятков пикселей.

Процесс привязки заключается в следующем. Сначала использованием функций $x = F(l, b), y = G(l, b)$ формируется фотограмметрически скорректированное изображение $T(x, y)$. С помощью процедуры идентификации совпадающих координат СЛМ и элементов на изображении формируются опорные точки, по которым вычисляются корректирующие полиномы P_x, P_y . С использованием этих полиномов система $T(x, y)$ преобразуется в более точную систему $T^*(x, y)$:

$$x = P_x[F(l, b), G(l, b)], y = P_y[F(l, b), G(l, b)].$$

Модельные вычисления показали, что если обрабатываемый маршрут содержит n снимков лунной поверхности, то должно быть минимум n опорных точек для точной привязки к системе селеноцентрических координат. Поэтому для привязки, например, снимков, полученных миссией LRO, по нашим оценкам, потребуется не менее 560 световых маяков, равномерно расположенных по всей лунной сфере, что технически трудноосуществимо. Поэтому наиболее эффективным будет использование СЛМ в комплексе с системой опорных точек на лунной поверхности, построенной по спутниковым и наземным наблюдениям.

1.3 Разработка предложений по созданию, развитию и использованию методов и технологий навигационного

обеспечения перспективных космических миссий к Луне в части фотограмметрии лунной поверхности и налунных лазерных маяков.

1.3.1 Разработка метода для решения задач навигации КА с использованием налунных лазерных маяков и анализ его применимости.

Фигуру Луны в первом приближении можно описать сферой, поэтому можно считать, что центральный угол точки на лунной поверхности относительно экватора Луны равен длине дуги, отсчитываемой по меридиану исследуемой точки. Селенографические координаты с центром отсчета, совпадающим с центром масс Луны, называются селеноцентрические. Это касается и лунной декартовой системы координат X, Y, Z . Связь между X, Y, Z и λ, β можно записать как

$$\begin{aligned} X &= (R_0 + H_c) \cos \beta \cos \lambda; \\ Y &= (R_0 + H_c) \cos \beta \sin \lambda; \\ Z &= (R_0 + H_c) \sin \beta. \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

где R_0 – средний радиус Луны;

H_c – отличие высоты исследуемой точки от сферы, имеющей средний радиус Луны.

В зависимости от принятой системы отсчета и среднего радиуса Луны может меняться и само приложение селенографических

координат (СК). Например, СК рекомендованная МРГ IAU/IAG, которая использовалась в миссии LRO, имеет следующие параметры:

- центр отсчета данных совпадает с центром масс Луны, то есть система является селеноцентрической;
- нулевым меридианом считается меридиан, в плоскости которого лежит радиус-вектор направления на Землю в момент нахождения динамического центра масс Луны в линиях апсид и узлов лунной орбиты. Соответственно, в данный момент оптические либрации имеют нулевые значения и плоскость нулевого меридиана пересекает центр видимой лунной сферы.
- прямоугольная система координат является правосторонней, в которой ось X лежит в плоскости экватора и плоскости нулевого меридиана, ось Z совпадает с лунной осью вращения, ось Y дополняет систему до правой.
- селеноцентрическая долгота λ равна двугранному углу между плоскостью нулевого меридиана и плоскостью меридиана исследуемого объекта, но в отличие от принятой нами при построении ЦБК отсчитывается к востоку от 0^0 до 360^0 .
- селеноцентрическая широта β представляет собой угол, измеряемый между радиус-вектором исследуемого объекта и плоскостью лунного экватора. Отсчитывается широта обычным общепринятым способом.

- значение среднего радиуса Луны принято R_0 равным 1737.4 км, согласно результатам исследования МРГ IAU/IAG по анализу 2000 селенографических наблюдений.

Координатная система должна быть привязана к фундаментальным точкам отсчета, закрепленным к лунному телу и физически наблюдаемым. Такая привязка не может быть выполнена методами, связанными с текущими измерениями с поверхности Земли или с борта космических миссий. Единственный подход заключается в создании сети опорных объектов непосредственно на лунной поверхности, хорошо привязанной к селеноцентрической системе координат. Работы по построению такой сети связаны с большой трудоемкостью получения и редукции наблюдения опорных объектов. Из-за различия угла освещенности лунного диска необходимо учитывать эффект фазы, то есть изменения внутренней освещенности кратера и, соответственно, смещения оптического центра наблюдаемого объекта. При создании ЦБК данный эффект был учтен. От этих трудностей обработки освобожден метод, основанный на наблюдении оптических лазерных маяков. СЛМ жестко закреплен на поверхности Луны и его оптический центр может фиксироваться с миллиметровой точностью, на определение измеряемого угла на СЛМ с помощью СЛИ не влияет освещенность фона и, соответственно, отсутствует эффект фазы.

1.3.2 Взаимосвязь ОИЛС и измерениями положения СЛМ с помощью спутникового лазерного интерферометра

Обозначим координаты ОИЛС в прямоугольной системе координат как X_o, Y_o, Z_o , где o обозначает orbiter. Значения X_o, Y_o, Z_o взаимосвязаны с динамическими параметрами орбиты. Для определения положения ОИЛС в момент t запишем уравнение Кеплера

$$E - e \sin E = n(t - t_0), n = \sqrt{\mu/a^3}, \quad (1.3.2.1)$$

где эксцентрическая аномалия обозначена как E , эксцентриситет орбиты как e , средняя аномалия как n , момент прохождения через перигеум как t_0 , гравитационный параметр как μ , большая полуось орбиты ОИЛС как a .

Тогда для значения сидерического периода ОИЛС можно записать:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}. \quad (1.3.1.2)$$

Используя выражение (1.3.1.2) по значению t можно определить величину E , а по известным значениям e и a легко находится малая полуось орбиты:

$$b = a\sqrt{1 - e^2}. \quad (1.3.1.3)$$

Тогда для момента t можно записать для СДСК ОИЛС:

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} a(\cos E - e) \\ b \sin E \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.3.1.4)$$

для матрицы перехода \mathbf{B} между ОСО ОИЛС и СДСК X, Y, Z можно записать:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} (\cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i)(-\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i) & (\sin \Omega \sin i) \\ (\sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i)(-\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i) & (-\cos \Omega \sin i) \\ (\sin i \sin \omega) & (\sin i \cos \omega) & (\cos i) \end{bmatrix},$$

где наклонен орбиты ОИЛС обозначен как i , долгота восходящего узла орбиты ОИЛС - Ω , перигеум орбиты ОИЛС - ω .

Для СДСК ЛПТ ОИЛС аналогично выражению (1.3.1.4) можно записать:

$$\begin{aligned} X_{ij} &= (R_0 + H_0) \cos \beta_{ij} \cos \lambda_{ij}; \\ Y_{ij} &= (R_0 + H_0) \cos \beta_{ij} \sin \lambda_{ij}; \\ Z_{ij} &= (R_0 + H_0) \sin \beta_{ij}, \end{aligned} \quad (1.3.1.5)$$

где H_0 – высота ОИЛС над поверхностью выбранной системы отсчета лунной сферы;

λ_{ij} и β_{ij} – координаты лунной подспутниковой точки (ЛПТ).

Для всех ОИЛС ЛПТ движется по поверхности Луны и X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij} являются функциями времени. В процессе наблюдений положение ОИЛС (α_0, δ_0) определяется с использованием звездных навигационных датчиков ЗНД. При этом находится направление для ОВБК угол ρ (Рис. 1.3.1.1) и угол ЦМЛ (центр масс Луны) – ОИЛС –

ЦОЗ (центральная опорная звезда). Зная координаты СЛМ, ориентацию ОИЛС относительно ЦОЗ и положение ОВБК для H_0 определяется угол ν между СЛМ – ОИЛС – ЦОЗ:

$$\nu = \arccos\left(\frac{\bar{c} \cdot \bar{d}}{|\bar{c}| |\bar{d}|}\right) = \arccos\left(\frac{X_{b1}X_s + Y_{b1}Y_s + Z_{b1}Z_s}{\sqrt{X_{b1}^2 + Y_{b1}^2 + Z_{b1}^2} \sqrt{X_s^2 + Y_s^2 + Z_s^2}}\right) \quad (1.3.1.6)$$

где $\bar{c} = \begin{pmatrix} X_{b1} \\ Y_{b1} \\ Z_{b1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_b - X_c \\ Y_b - Y_c \\ b - Z_c \end{pmatrix}$ обозначен вектор направленный от ОИЛС на СЛМ, X_{b1}, Y_{b1}, Z_{b1} - координаты СЛМ, X_s, Y_s, Z_s - координаты ЦОЗ, $\bar{d} = \begin{pmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{pmatrix}$ - вектор направленный от ОИЛС на ЦОЗ.

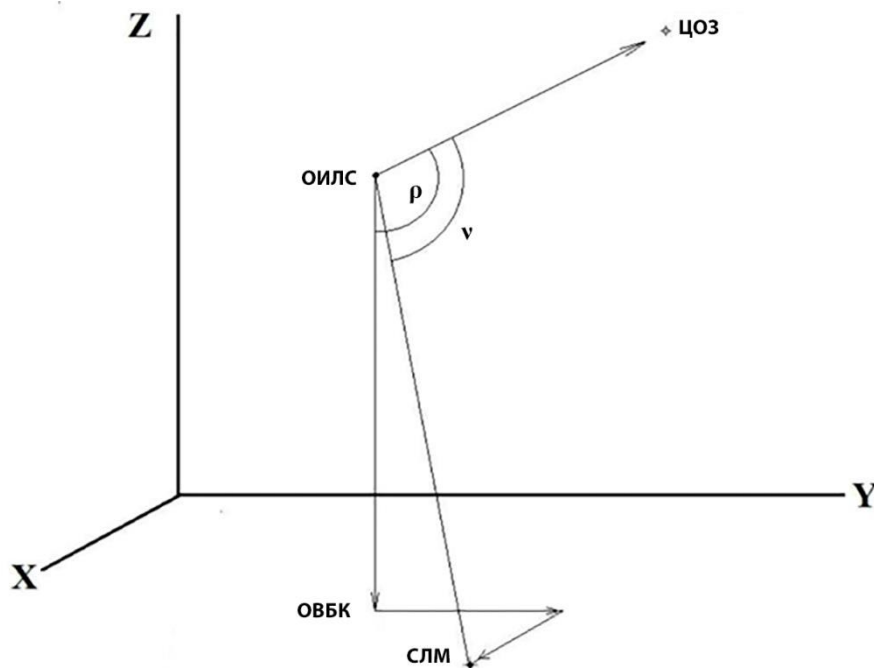


Рис. 1.3.1.1 Связь СЛМ, ЦОЗ и ОИЛС.

Все измеренные векторы и направления являются динамическими функциями НСК, СДСК СЛМ и СДСК ОИЛС, тогда

$$\nu = \nu(X_{b1}, Y_{b1}, Z_{b1}, \alpha_s, \delta_s, X_0, Y_0, Z_0, DT), \quad (1.3.1.7)$$

где DT – динамическое время. Для простоты расчетов в первом приближении положим, что орбита ОИЛС в процессе сеанса наблюдений остается неизменной. В каждое определяемое значение ν (1.3.1.7) входят известные величины (DT, α_s, δ_s), искомые координаты (λ_b, β_b, H_b), и неизвестные параметры орбиты ОИЛС (a, e, i, Ω, ω). Для определения независимых параметров $\lambda_b, \beta_b, H_b, a, e, i, \Omega, \omega$ необходимо выполнить как минимум восемь измерений угла ν для получения обусловленной системы условных уравнений, имеющих восемь искомых неизвестных. При выполнении длительных рядов наблюдений различных объектов на поверхности Луны, имеющих тысячи измерений, решение системы таких уравнений может быть выполнено даже для реального изменения оскулирующих орбитальных параметров ОИЛС со временем и зависимости их от положения ЛПТ, которое, в свою очередь, может изменяться от гравитационных факторов, например влияния масконов. В данном случае получается избыточная система условных уравнений, которую можно решить методом уравнивания.

1.3.3 Определение положения СЛМ на основе измерений с борта ОИЛС

Определим три системы координат. ССК – связанная система координат. Началом отсчета координат является центр масс ОИЛС ,

оси ориентируются по осям симметрии ОИЛС как правая векторная система имеющая три направления. Обозначим координаты ССК как X', Y', Z' .

АСК – аппаратная система координат X^a, Y^a, Z^a . АСК связана с измерительной аппаратурой, размещенной на борту ОИЛС. Начало системы координат АСК совпадает с ЦМА, координата X^a совпадает с оптической осью измерительного аппарата, Y^a, Z^a образуют правую систему векторов.

СКЗД - систему координат, связанная со спутниковым звездным датчиком X_s, Y_s, Z_s .

При разработке метода определения положения СЛМ на основе измерений с борта ОИЛС использовались кватернионы поворота, система гиперкомплексных чисел, образующая векторное пространство размерностью четыре над полем вещественных чисел (КП). КП являются хорошим математическим средством для измерения положения и вращения объектов в 3D пространстве. По сравнению с углами Эйлера, КП позволяют представлять трансформации и вращения систем координат в более простом виде и решить проблемы при невозможности поворота вокруг определенной координатной оси, независимо от выполненных вращений относительно других осей. Преимущество КП над матрицами заключается в большей вычислительной стабильностью, поэтому их использование при разработке навигационных методов является востребованным и эффективным.

Если известен КП трансформации ССК в СКЗД и углы Эйлера ориентации АСК относительно ССК последовательно по углам поворота ψ, θ, γ , то КП можно определить из следующего выражения:

$$Q' = [q, \mathbf{v}]; q = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi-\gamma}{2}\right); \quad (1.3.3.1)$$

$$\mathbf{v} = \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi-\gamma}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi-\gamma}{2}\right), \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi+\gamma}{2}\right) \right].$$

Автоматизированная система ОИЛС должна определять ориентацию СКЗД относительно ЦОЗ в системе

Звездный датчик определяет ориентацию своих приборных осей относительно звезд в системе КЗК в системе ICRS ($X_{ICRS}, Y_{ICRS}, Z_{ICRS}$). Пусть ЗД для трансформации из системы ICRS в АСК при измерениях позволяет определить КП \mathbf{Q} , тогда для обратной трансформации можно использовать сопряженный КП $\tilde{\mathbf{Q}} = [q, -\mathbf{v}]$.

Вектор \mathbf{R}' заданный в ССК можно трансформировать в систему ICRS следующим образом:

$$\mathbf{R}' \rightarrow \mathbf{R} = \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{Q}' \mathbf{R}' \tilde{\mathbf{Q}}' \mathbf{Q} = \mathbf{P} \mathbf{R}' \tilde{\mathbf{P}}, \quad (1.3.3.2)$$

здесь $\mathbf{P} = \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{Q}'$ является КП для трансформации из ССК в ICRF. Если \mathbf{R}_C единичный вектор ООК в системе ССК, то его трансформацию в систему ICRS можно выполнить как:

$$\mathbf{R}_{ICRS} = \mathbf{P} \mathbf{R}_C \tilde{\mathbf{P}}. \quad (1.3.3.3)$$

Координаты точки пересечения ООК с лунной поверхностью может быть определена следующим образом. Согласно траекторного

определения известен вектор положения ОИЛС в системе ICRS \mathbf{X}_0 , тогда можно записать для момента t :

$$\mathbf{X}_0 = (\mathbf{R}_{ICRS}, V_{ICRS})^T \quad (1.3.3.4)$$

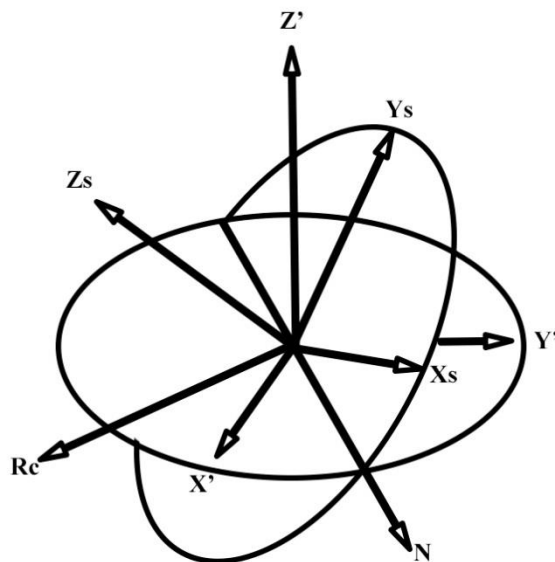


Рис. 1.3.3.1 Спутниковые системы координат

Вектор положения Луны \mathbf{R}_{\boxtimes} вычисляется по теории движения DL JPL и относится к НСК. Координаты точки пересечения с лунной поверхностью продолжения вектора \mathbf{R}_C исходящего из начала вектора \mathbf{R}_O . Аппроксимацией поверхности Луны является сфера радиуса r_{\boxtimes} с центром совпадающим с концом вектора \mathbf{R}_{\boxtimes} (Рис. 1.3.3.1). \mathbf{R}_a - вектор ЦМЛ в системе АСК.

Для уравнения сферы можно записать

$$(\mathbf{R} - \mathbf{R}_{\boxtimes}) \cdot (\mathbf{R} - \mathbf{R}_{\boxtimes}) = |r_{\boxtimes}|^2. \quad 1.3.3.5$$

Для уравнения прямой можно записать

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + t\mathbf{R}_C \times (*). \quad 1.3.3.6$$

Подставим (1.3.3.6) в (1.3.3.5):

$$(\mathbf{R}_0 + t\mathbf{R}_C - \mathbf{R}_{\text{Л}})(\mathbf{R}_0 + t\mathbf{R}_{\text{Л}} - \mathbf{R}_{\text{Л}}) = |\mathbf{r}_{\text{Л}}|^2. \quad 1.3.3.7$$

При решении квадратичного уравнения относительно t берется наименьшее положительное значение и подставляется в (*). В результате получаем координаты пересечения ООК с лунной сферой. Допустим, что при определении положения аппаратных осей КОА найден единичный вектор \mathbf{X} ориентации CCD, известна координата пикселя CCD на который падает однопиксельное изображение маяка x , фокусное расстояние КОА f , d – расстояние от CCD до ОИЛС.

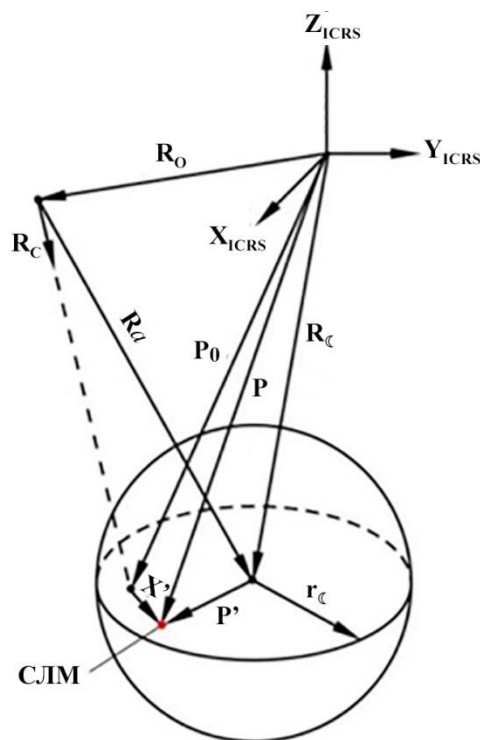


Рис. 1.3.3.2. Определение пересечения вектора ООК с лунной сферой

В системе ICRS вектор \mathbf{X}' будет равен:

$$\mathbf{X}' = -\frac{d}{f} x [\text{ПХП}]. \quad 1.3.3.8$$

В результате можно определить положение СЛМ относительно ОВБК согласно формуле:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{X}',$$

И по отношению к ЦМЛ:

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} - \mathbf{R}_{\boxtimes}. \quad 1.3.3.9$$

Для перевода координат СЛМ из системы ICRS в систему LCS необходимо определить углы ориентации, которые представляют собой экваториальные координаты северного полюса Луны и дугу, отсчитываемую от восходящего узла лунного экватора до пересечения его плоскостью нулевого меридиана $\alpha_{N\boxtimes}, \delta_{N\boxtimes}, W$.

$$\alpha_{N\boxtimes} = 269.9949 + 0.0031T - 3.8787 \sin E1 - 0.1204 \sin E2 + 0.0700 \sin E3 - 0.0172 \sin E4 + 0.0072 \sin E6 - 0.0052 \sin E10 + 0.0043 \sin E13$$

$$\delta_{N\boxtimes} = 66.5392 + 0.0130T + 1.5419 \cos E1 + 0.0239 \cos E2 - 0.0278 \cos E3 + 0.0068 \cos E4 - 0.0029 \cos E6 + 0.0009 \cos E7 + 0.0008 \cos E10 - 0.0009 \cos E13$$

$$W = 38.3213 \begin{matrix} +13.17635815d & -1.4 \times 10^{-12}d^2 & +3.5610 \sin E1 \\ +0.1208 \sin E2 & -0.0642 \sin E3 & +0.0158 \sin E4 \\ +0.0252 \sin E5 & -0.0066 \sin E6 & -0.0047 \sin E7 \\ -0.0046 \sin E8 & +0.0028 \sin E9 & +0.0052 \sin E10 \\ +0.0040 \sin E11 & +0.0019 \sin E12 & -0.0044 \sin E13 \end{matrix}$$

Где

$$E1 = 125^{\circ}.045 - 0^{\circ}.0529921d,$$

$$E2 = 250^{\circ}.089 - 0^{\circ}.1059842d,$$

$$E3 = 260^{\circ}.008 + 13^{\circ}.0120009d,$$

$$E4 = 176.625 + 13.3407154d,$$

$$E5 = 357.529 + 0.9856003d,$$

$$E6 = 311.589 + 26.4057084d,$$

$$E7 = 134.963 + 13.0649930d,$$

$$E8 = 276.617 + 0.3287146d,$$

$$E9 = 34.226 + 1.7484877d,$$

$$E10 = 15.134 - 0.1589763d,$$

$$E11 = 119.743 + 0.0036096d,$$

$$E12 = 239.961 + 0.1643573d,$$

$$E13 = 25.053 + 12.9590088d.$$

КП, соответствующий трансформации координат из ICRS в LCS можно записать согласно (1.4.2.2):

$$\Lambda = [q, \mathbf{v}]; q = \cos\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \cos\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 - W}{2}\right); \quad 1.3.3.10$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \cos\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 - W}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \sin\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 - W}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{90^\circ - \delta_0}{2}\right) \sin\left(\frac{90^\circ + \alpha_0 + W}{2}\right) \end{bmatrix}.$$

Трансформируем вектор \mathbf{P}' в систему LCS:

$$\mathbf{G} = \Lambda \mathbf{P}' \tilde{\Lambda}. \quad 1.3.3.11$$

Тогда для λ и β СЛМ можно записать:

$$\lambda = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right), \quad 1.3.3.12$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{\sqrt{G_x^2 + G_y^2}}{G_z}\right), \quad 1.3.3.13$$

где G_x, G_y, G_z проекции вектора \mathbf{G} .

В итоге можно сделать вывод, что на основе измерений, произведенных с использованием КОА, и описанной выше методики, можно определить координаты СЛМ в системе LCS. При этом, применение данного метода позволит увеличить на 10^2 точность привязки СЛМ к LCS и проводить картографирование поверхности

Луны с точностью разрешения лунных снимков. Точность описанного метода зависит от точности привязки ОИЛС к ЦОЗ, оптических свойств КОА и высоты ОИЛС над поверхностью Луны. Если принять высоту орбиты ОИЛС 200 км, угловую точность привязки ОИЛС к ЦОЗ $6''$ и угловое разрешение КОА $6''/px$, тогда ошибка привязки СЛМ к LCS должна составить порядка ± 6 м. Для нахождения координат СЛМ в системе LCS не требуется наличие спутниковых навигационных группировок, аналогичных GPS и ГЛОНАСС, и для выполнения наблюдений достаточно одной системы ОИЛС с КОА.

1.4.1 Метод привязки снимков поверхности Луны к звездному полю с использованием СЛМ как реперов перехода между двумя снимками

В настоящем параграфе описывается авторский метод приведения динамических космических изображений разных небесных объектов в единую систему отсчета данных. Этот метод предназначен для анализа координатно-временных параметров космических тел находящихся в разных фазовых пространствах. На основе этого метода были исследованы изображения Луны и звездной площадки, полученные с использованием ССД матриц. На основе данного абсолютного метода можно трансформировать координаты исследуемых космических объектов в инерциальную систему координат с достаточной для измерений точностью. Результаты настоящей работы имеют важное практическое значение в области космической навигации и геодезии.

Предлагаемый метод позволяет выполнить картографирование лунной поверхности в инерциальной системе отсчета координат с помощью привязки к звездам. Однако имеется большая сложность выполнения таких наблюдений для Луны. Луна имеет большие значения яркости и собственного движения до $0.5''$ в секунду. При таких условиях ее наблюдение на фоне слабых звезд возможно только с помощью кратковременных экспозиций при закрытии Луны на определенное время непроницаемой заслонкой для исключения засветки. В данном случае нарушается координатно-временная синхронизация изображений Луны и звезд и появляется задача по исправлению этой проблемы. Для решения этой задачи предлагается использовать новый метод отдельных изображений для трансформации наблюдаемых космических объектов в единую систему отсчета данных.

Методы, описанные ранее, были направлены на то, чтобы осуществить привязку разных координатных систем манипуляциями на одном снимке, что, естественно, приводит к ошибкам ориентации координатно-временного обеспечения. Для решения данной проблемы предлагается авторский метод привязки двух координатных систем,двигающихся с различной скоростью. Известно, что небесная система координат, задаваемая положениями звезд S_1 , и система координат, привязанная к телу Луны S_2 , двигаются с разной скоростью относительно друг друга. В новом методе приведения космических изображений разных небесных объектов в единую систему отсчета данных производятся двумя

камерами имеющими общие оптические центры, а изображения звездного неба и Луны делаются отдельно. В результате получаются два отдельных изображения: поля звезд и Луны. Экспозиции двух изображений выполняются при движении ССД камер со скоростью движения исследуемых объектов. Координатные системы этих двух изображений привязываются с помощью одновременной фиксации на обоих снимках СЛМ. Это позволяет получить точные изображения небесных объектов и точную привязку координатных систем в разных системах отсчета. Измерения, выполненные для исследования данного метода, показали точность $\pm 0''.30$ по прямому восхождению и $\pm 0''.15$ по склонению.

Привязку снимков можно осуществить с помощью нескольких алгоритмов. Один из методов для лунных изображений заключается в том, что одновременно на лунное и звездное изображения проецируются СЛМ. Рассмотрим СЛМ как исследуемые звезды. Так как координаты оптического центра для обоих изображений одинаковы (α_0, δ_0) , координаты звезд на них относятся к одной системе, следовательно, координаты СЛМ также будут относиться к одной системе. Координаты СЛМ служат для преобразования измеренных координат изображений деталей на лунном изображении в систему измеренных координат звездных изображений.

Обозначим (x_i^*, y_i^*) и (x_j^*, y_j^*) измеренные координаты СЛМ ($i = 1 \div 4$) и координаты звезд ($j = 6 \div n$) на звездном изображении, а $(x_i^{\boxtimes}, y_i^{\boxtimes})$ и $(x_k^{\boxtimes}, y_k^{\boxtimes})$ ($k = 6 \div m$), соответственно, на лунном изображении. Зная прямое восхождение α_j^* и склонение δ_j^* звезд на

звездном снимке и прямое восхождение и склонение звезд $(\alpha_k^{\boxtimes}, \delta_k^{\boxtimes})$ на лунном снимке, вычисляются стандартные координаты звезд (X_j^*, Y_j^*) и $(X_k^{\boxtimes}, Y_k^{\boxtimes})$. Далее определяются коэффициенты ориентации изображения a, b, c, d, e, f :

$$\begin{pmatrix} a^* & b^* & c^* \\ d^* & e^* & f^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^* \\ y_j^* \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_j^* \\ Y_j^* \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.1)$$

$$\begin{pmatrix} a^{\boxtimes} & b^{\boxtimes} & c^{\boxtimes} \\ d^{\boxtimes} & e^{\boxtimes} & f^{\boxtimes} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^{\boxtimes} \\ y_j^{\boxtimes} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_j^{\boxtimes} \\ Y_j^{\boxtimes} \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.2)$$

Для определения стандартных координат СЛМ на звездном изображении (X_i^*, Y_i^*) и лунном изображении $(X_i^{\boxtimes}, Y_i^{\boxtimes})$ можно записать:

$$\begin{pmatrix} X_i^* \\ Y_i^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^* & b^* & c^* \\ d^* & e^* & f^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i^* \\ y_i^* \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.3)$$

$$\begin{pmatrix} X_i^{\boxtimes} \\ Y_i^{\boxtimes} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^{\boxtimes} & b^{\boxtimes} & c^{\boxtimes} \\ d^{\boxtimes} & e^{\boxtimes} & f^{\boxtimes} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i^{\boxtimes} \\ y_i^{\boxtimes} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.4)$$

Приведя системы СЛМ на звездном и лунном изображениях в единую систему координат, становится возможным переход от системы измеренных координат на лунном изображении к системе измеренных координат на звездном изображении, что является основной целью данной редукции.

Связь стандартных координат СЛМ и измеренных на звездном изображении будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i^* \\ Y_i^* \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i^* \\ y_i^* \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.5)$$

Решая (1.4.1.5) методом наименьших квадратов определяются коэффициенты a_{ij} , где ($i = 1 \div 2$, $j = 1 \div 3$), которые в дальнейшем используются для определения координат СЛМ в системе измерений звездного изображения. Если

$$\begin{pmatrix} x_i^{m\boxtimes} \\ y_i^{m\boxtimes} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i^{\boxtimes} \\ Y_i^{\boxtimes} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.6)$$

тогда

$$\begin{pmatrix} x_i^{m\boxtimes} \\ y_i^{m\boxtimes} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i^{\boxtimes} \\ y_i^{\boxtimes} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.7)$$

Определив из (1.4.1.7) коэффициенты b_{ij} можно преобразовывать измеренные координаты объектов на лунном изображении $(x_j^{KM\boxtimes}, Y_j^{KM\boxtimes})$ в систему координат опорных звезд на звездном изображении $(x_j^{K\boxtimes}, Y_j^{K\boxtimes})$:

$$\begin{pmatrix} x_j^{K\boxtimes} \\ y_j^{K\boxtimes} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_j^{KM\boxtimes} \\ y_j^{KM\boxtimes} \\ 1 \end{pmatrix},$$

(1.4.1.8)

Как известно, на основе метода привязки лунных снимков к звездам можно решать широкий спектр задач по картографированию лунной поверхности. В отличие от методов обработки снимков Луны без звезд, в случае привязки к звездам мы имеем абсолютное определение ориентации, нуль-пункта системы координат и ее масштаба. Однако, при использовании метода двух отдельных изображений необходимо особое внимание уделять вопросам точности координат опорных звезд и эфемеридных координат центра масс Луны, так как они полностью входят в результаты решений как постоянные составляющие. Исходя из самого метода получения изображений Луны и звезд на двух отдельных изображениях, обработку таких наблюдений также необходимо производить в два этапа: редукция звездного изображения, а затем редукция лунного изображения.

Что касается редукции измерений звездных изображений, то при юстировке оптической системы оптический центр изображения совмещается с геометрическим центром СЛМ на звездных изображениях (x_0, y_0) . Считая устойчивое положение узлов системы съемки и высокую точность юстировки оптики автоколлимационным способом можно считать, что положение оптического центра на звездном снимке определяется с точностью не ниже ± 0.5 мм. Это означает, что ошибкой, обусловленной неточным знанием положения оптического центра и наклоном изображения, можно пренебречь. Тогда вид уравнений при редукции звездных снимков будет:

$$\begin{pmatrix} X_i^* \\ Y_i^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^* & b^* & c^* \\ d^* & e^* & f^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i^* - x_0 \\ y_i^* - y_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.4.1.9)$$

В уравнении (9) X_i^*, Y_i^* – координаты опорных звезд, вычисляемые по сферическим экваториальным координатам опорных звезд α_i, δ_i и координатам оптического центра или главной точки снимка α_0, δ_0 .

Чтобы система вычисленных координат соответствовала системе измеренных, необходимо координаты опорных звезд вычислять по их видимым сферическим координатам, приведенным к эпохе и равноденствию момента наблюдения. Соответственно, ориентировка осей системы измеренных координат произвольная, а нуль-пункт (x_0, y_0) с высокой точностью соответствует положению оптического центра на снимке. С другой стороны, положение нуль-пункта системы вычисленных координат (α_0, δ_0) известно приближенно, а ориентировка осей соответствует проекции основных кругов небесной сферической системы координат на плоскость изображения. Таким образом, в системе измеренных координат ошибочна ориентировка осей, а в системе вычисленных координат – положение нуль-пункта.

Для повышения точности определения коэффициентов ориентации снимка, нуль-пункт системы вычисленных координат необходимо совместить с положением точки x_0, y_0 , а оси x, y с направлением осей X, Y . Для этого необходимо выполнить следующие действия. Вначале находятся коэффициенты ориентации изображения методом наименьших квадратов. Делается несколько

итераций и перед каждой последующей итерацией система измеренных координат объектов звездного изображения поворачивается на угол $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, где

$$tg\varphi_1 = \frac{Y_{i=1}}{X_{i=1}}, tg\varphi_2 = \frac{y_{i=1}-y_0}{x_{i=1}-x_0}. \quad (1.4.1.10)$$

После каждой итерации значения координат главной точки снимка изменялись следующим образом:

$$\alpha_0^{(k)} = \alpha_0^{(k-1)} + c^{(k-1)} sec\delta_0^{(k-1)}, \delta_0^{(k)} = \delta_0^{(k-1)} + f^{(k-1)}, \quad (1.4.1.11)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots n$ - число приближений. Обычно достаточно трех - четырех приближений, чтобы значения $\varphi^{(k)}, b^{(k)}, d^{(k)}, c^{(k)}, f^{(k)}$ практически обратились бы в нуль. После выполнения описанных итераций коэффициенты ориентации снимка $a^{(k)}, e^{(k)}$ будут характеризовать масштаб звездного снимка по осям X, Y , а видимые сферические экваториальные координаты главной точки снимка, соответствующие проекции оптического центра изображения на небесную сферу, будут $A = \alpha_0^{(k-1)}, D = \delta_0^{(k-1)}$.

Метод привязки снимков поверхности Луны по лунному краю, электронным картам и СЛМ при привязке к точкам либрационной зоны требует учета поправок за неровности лунного края. То есть необходимо создание точных селеноцентрических карт краевой зоны Луны в цифровом виде и разработка соответствующих программных пакетов для редукции спутниковых данных. Что касается точности метода привязки снимков поверхности Луны к звездному полю с использованием СЛМ как реперов перехода между двумя системами

снимков можно сказать следующее. Средние значения коэффициентов матрицы перехода b_{11} и b_{22} системы измеренных координат на лунном снимке в систему измеренных координат на звездном снимке соответственно равны $1,0000 \pm 10^{-5}$ и $0,9999 \pm 10^{-5}$ ($b_{11} \approx b_{21} \approx 0$). Значения b_{11} и b_{21} , определяющие разность положений геометрических центров лунных и звездных изображений СЛМ также являются малыми величинами. Если мы говорим о точности метода раздельных изображений, то *модельные измерения* изображений СЛМ на лунных снимках показали, что их значения при перемещении одного изображения по отношению к другому изображению остаются почти постоянными с точностью $\sigma = \pm 0,5$ мк, σ - среднеквадратичное отклонение. Важно было установить и точность трансформации измеренных координат на лунном снимке в систему координат звездного снимка. Точность привязки снимков исследовалась без Луны. На лунном снимке было взято несколько контрольных звезд как эквиваленты кратеров. Их координаты вычислялись по опорным звездам, расположенным на звездном снимке с использованием связи на основе СЛМ между лунным и звездным снимками. Затем они сравнивались с эталонными положениями. По разности координат контрольных звезд ($O - C$) определялось качество привязки лунного снимка к звездному. Аналогичные разности определяются при анализе цифровых карт. В результате, в среднем, по прямому восхождению $(O - C)_\alpha = 0''04 \pm 0''13$ и по склонению $(O - C)_\delta = 0''05 \pm 0''11$. Здесь $(O - C)$ есть наблюдаемое значение минус вычисленное. Таким образом, можно

сделать вывод, что привязка системы двух снимков с помощью СЛМ производится с достаточно высокой точностью. Средняя квадратичная ошибка определения положений лунных объектов в небесной системе координат составляет $20 \times 10^{-5} R_{\text{Л}}$. Таким образом, точность стереоэффекта для определения положения горы на Луне высотой 3 км равна $50 \times 10^{-5} R_{\text{Л}}$. В результате можно сделать вывод, что метод координатной трансформации небесных объектов в единую систему с использованием СЛМ на основе анализа двух изображений, полученных в разных фазовых пространствах, дает результат в пределах заданной точности для картографических работ. Следует отметить, что двухкамерная картографическая система может быть установлена как на земной поверхности, так и входить в систему спутниковой бортовых оптических средств.

ГЛАВА 2

2.1 Задачи лунной астрометрии

Основная цель космических агентств по освоению Луны на ближайшие годы является подготовка и создание долговременных научно-технических и экспериментально-промышленных баз, как на видимой стороне Луны, так и в районе лунных полюсов.

Ключевые проекты, посвященные исследованиям Луны: ЛЛЛ (лазерная локация Луны), Selene, ILOM (JAXA, Япония), LRO (NASA, USA), Chang'e (Китай), Chandrayaan (Индия), Луна - Глоб (РКА, Россия). Отметим, что российские проекты фокусируются на вопросах по изучению параметров гравитационного поля Луны, определению точного лунного положения в фундаментальной системе координат, ее внутреннего строения, геометрической и динамической фигуре Луны. Важнейшими задачами современной селенодезии являются: построение селеноцентрических динамических опорных сетей, создание лунных топоцентрических и гравиметрических моделей, установление взаимного положения центра фигуры и центра масс Луны, задание систем отсчета селенографических координат для навигационного ориентирования и определения поверхностей отсчета для картографирования лунной поверхности. Решение последней задачи представляется особенно значимой, ведь все современные топографические модели, построенные по космическим наблюдениям, в целом имеют неопределенные поверхности отсчета координат, что в свою очередь,

приводит к неточности координат объектов. Кроме того, отсутствие опорного каталога лунных объектов не позволяет решить вопрос расширения и сгущения опорных космических навигационных сетей. Это подтверждается неудачным опытом привязки топографических данных миссии «Кагуя». В данном случае проблема заключалась в следующем: данные спутника привязывались к станциям ALSEP, и затем от этих опорных точек с высокой точностью осуществлялось сканирование лунной поверхности с небольшим шагом в плановых координатах. В итоге анализ полученных топоцентрических данных показал, что при удалении от опорных станций вся привязываемая топоцентрическая опорная сеть начинала давать существенные отклонения от реальных значений. Таким образом, не смотря на высокую точность спутникового сканирования, сама поверхность отсчета и координатная система спутниковых данных не имеет точной привязки к динамической системе координат. Следовательно, в настоящее время, использование только космических методов исследования рельефа лунной поверхности не позволяет полностью заменить наземные наблюдения. В будущем решить данный вопрос с достаточной точностью возможно, если на лунной поверхности будут выполнены работы, аналогичные работам координатно-временного обеспечения (КВО) на земной поверхности. Таким образом, в настоящее время селенографические исследования Луны желательно осуществлять при разумном сочетании наземных и космических методов наблюдений.

2.2 Анализ динамической и геометрической фигуры Луны

В настоящее время известны два типа данных лунной селенографии. Одни данные, которые получены благодаря альтиметрическому сканированию поверхности Луны с бортов космических спутников, хорошо описывают рельеф, но не дают точных значений плановых координат опорных объектов. Другим типом данных являются точные координаты опорных объектов, полученных на основе наблюдений по прямой привязки их к звездам, но при этом не описывающих с достаточной точностью лунный рельеф. Таким образом, все существующие селенографические модели построены в различных системах отсчета координат и имеют различную ориентацию координатных осей.

Данные космических миссий относятся к квазидинамической системе координат, где центром отсчета координат является центр масс Луны, а оси координат не совпадают с осями инерции Луны. Большинство современных каталогов лунных объектов так же реализуют квазидинамическую систему координат.

На данный момент отсутствует опорная динамическая селеноцентрическая система координат, которая покрывает достаточную площадь на поверхности Луны и построена на основе космических наблюдений. Несомненно, космические миссии дают высокую точность для описания физического рельефа Луны, но, тем не менее, поверхность отсчета высот точек этого рельефа представляет абсолютно неопределенную фигуру.

Отметим, что во многих статьях по описанию спутниковых топографических данных, много внимания отводится вопросам высокой точности при получении лунного физического рельефа, и практически отсутствует информация непосредственно о поверхности отсчета селеноцентрических высот.

В настоящее время не существует фотограмметрического метода построения лунной спутниковой селенографической карты, который позволял бы использование разнородных спутниковых снимков поверхности Луны для преобразования их в единую систему отсчета данных абсолютным образом. Следовательно, спутниковые топографические карты не являются полноценными моделями физической поверхности Луны.

Для исследования достоверности моделей, полученных на основе наземных и спутниковых наблюдений, на основе селенографического подхода, необходимо:

- выполнить сравнение поверхностей макрорельефа Луны прямым методом, который основан на спутниковых топографических картах и макрорельефах различных источников;
- провести сравнительный анализ положения центра масс относительно центра фигуры Луны для разнородных источников топографической информации.

Каталоги селенографических объектов имеют высокую точность представленных координат на поверхности Луны, но при этом невысокую точность подробного описания рельефа. С другой стороны, хорошая точность отображения рельефа получается при

лазерном сканировании с бортов спутников, но при этом имеется достаточно низкая точность привязки рассматриваемого рельефа к какой-либо селенографической системе координат (точнее, неопределена система отсчета топографических данных). В связи с этим можно сделать вывод: различные источники гипсометрической информации являются равноточными. При этом точное решение лунных навигационных задач, исследование строения и эволюции естественного спутника Земли невозможно без определения взаимного положения центра фигуры Луны и ее центра масс. Для навигационного сопровождения космических лунных миссий решение данной задачи является важным и значимым.

Положение центра масс Луны можно определить относительно центра аппроксимирующей Луну сферы, если центр фигуры Луны определять по геометрическим данным (высотам объектов), а центр масс – по внешнему гравитационному полю (движение ИСЛ и др.). Сначала на основе разнородных источников центр масс Луны фиксируется центром координатной системы каталога координат объектов на ее поверхности, а гипсометрическая информация используется для представления высот (как функции сферических координат) в виде разложения по сферическим гармоникам. Далее, положение центра фигуры относительно центра масс определяется по амплитудам гармоник первого порядка. В последнее время решить вопрос определения взаимного положения центров фигуры и масс Луны позволили последние космические миссии. В свою очередь, мы предлагаем решить эту проблему прямым использованием

селеноцентрического каталога координат лунных объектов. Причем, объекты должны быть расположены достаточно однородно на лунной поверхности. При этом каталог «Казань-1162» является базисной сетью, на основе которого и осуществляется привязка. Расширение данного опорного каталога на обратную сторону Луны позволит создать Глобальную селеноцентрическую сеть.

2.3 Описание моделей, методов и программного обеспечения гармонического анализа лунного рельефа

Учитывая, что опорные объекты распределены неравномерно по видимой и обратной стороне Луны, необходимо вычислить средние радиусы полусфер Луны, и затем вычислить их среднее арифметическое:

$$R = R_0 + \frac{1}{2}(\Delta R_{вид} + \Delta R_{обр}) = 1737,7 \text{ км}, \text{ где } R_0 = 1738 \text{ км},$$

$$\Delta R = \frac{\sum_{i=1}^{316} H_i p_i \cos \phi_i}{\sum_{i=1}^{316} p_i \cos \phi_i}$$

Здесь, H_i - высоты точек относительно средней сферы с центром в центре масс, $p_i \cos \phi_i$ - веса точек ($p_i = 1$ или $0,1$). Метод наименьших квадратов дает возможность определить коэффициенты разложения по сферическим функциям $\overline{C_{nm}}$, $\overline{S_{nm}}$. Предварительно необходимо решить систему некоторых условных уравнений вида:

$$\sqrt{p_i \cos \phi_i} \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n S_{nm} i = \sqrt{p_i \cos \phi_i} (H_i - \Delta R), \text{ где}$$

$$S_{nm}i = (\overline{C}_{nm} \cos m\lambda_i + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda_i) \overline{P}_{nm}(\sin \phi_i)$$

Здесь $\overline{P}_{nm}(\sin \phi_i)$ - нормированные присоединенные полиномы Лежандра.

$$\overline{P}_{nm}(\sin \phi) = \sqrt{\frac{\varepsilon_m (2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}} P_{nm}(\sin \phi) \quad \left. \vphantom{\overline{P}_{nm}(\sin \phi)} \right\} \varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_m = 2, \quad m = 1, 2, \dots$$

Так как система сферических функций является ортогональной, то коэффициенты каждого порядка $N = 1 - N_k$ определяются последовательным решением N_k систем уравнений типа:

$$\sqrt{p_i \cos \phi_i} \sum_{m=0}^N S_{nm}i = \sqrt{p_i \cos \phi_i} \left(H_i - \Delta R - \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=0}^n S_{nm}i \right)$$

Смещение центра фигуры Луны относительно центра масс (СЦФ) определяется коэффициентами первого порядка:

$$\begin{aligned} \Delta \xi &= \sqrt{3\overline{C}_{11}} = -2.0 \text{ км} \quad (\phi = 0^0, \lambda = 0^0) \\ \Delta \eta &= \sqrt{3\overline{S}_{11}} = -0.1 \text{ км} \quad (\phi = 0^0, \lambda = 90^0) \\ \Delta \zeta &= \sqrt{3\overline{C}_{10}} = -2.0 \text{ км} \quad (\phi = 90^0) \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

где $\Delta \xi$ – СЦФ вдоль координаты по направлению к Земле, $\Delta \eta$ – СЦФ вдоль координаты, которая направлена перпендикулярно к ξ и лежащей в плоскости лунного экватора, $\Delta \zeta$ – СЦФ вдоль координаты, которая совпадает с осью вращения Луны; $\overline{C}_{11}, \overline{S}_{11}, \overline{C}_{10}$ - амплитуды гармоник первого порядка в разложении функции рельефа.

При обработке наблюдений этап определения (оценивания) параметров математических моделей является одним из наиболее значимых вычислительных процедур. Необходимо учитывать вопросы надежности результатов, корректности математической обработки при совмещении требований к точности и возможности описания процесса (явления) с проблемой выбора формальной (аппроксимирующей) или геометрической (причинно-следственной) модели.

Традиционный подход оценивания параметров не соответствует существующим и возрастающим требованиям практики, так как позволяет определять фиксированную модель, а использование метода наименьших квадратов (МНК) не соответствует возрастающим требованиям практики и возможностям методологии.

С помощью классического МНК можно решить частные вопросы без учета системного подхода к задаче. Наличие незначимых, мало информационных и дублирующих (зависимых друг от друга) членов разложения являются ограничительными условиями при обработке наземных и космических данных. Необходимо изучать шумовые эффекты, которые выявляют потерю точности определения значимых параметров и прогноза, нарушение основных свойств оценок МНК (состоятельности, несмещенности, эффективности). Кроме того, отсутствует возможность проверки на степень адекватности модели имеющимися наблюдениями; тем более что применяемый набор мер качества очень узок, а сами меры страдают заметными недостатками. Исследователи чаще всего не

подозревают о действительном положении дел и не прибегают к адаптивным вычислительным схемам, также не проверяется соблюдение условий МНК.

В нашем случае предлагается альтернатива традиционному подходу - методология регрессионного моделирования, которая позволяет использовать в задачах оценивания регрессионный анализ, проверку начальных условий, адаптацию в случае их нарушений и предполагающая наличие специального программного обеспечения - системы обработки информации, автоматизирующей процесс вычисления и анализа. Регрессионное моделирование является системным подходом, причем корректность применения любого элемента системы (выборка, модель, метод оценивания параметров, метод оценивания структур, мера качества, набор предположений) может быть подвергнута сомнению и проверке с соответствующей адаптацией при нарушении заданных условий.

Для построения моделей использовались следующие источники топографической информации: миссии «Clementine», «Kaguya», каталоги «Казань-1162», «Киев», «ГАИШ» (Чуйкова), «Bills, Ferrari», «ULCN» (The Unified Lunar Control Network 2005).

2.4 Построение модели лунного рельефа

Метод разложения в ряд по сферическим гармоникам применяется для создания математической модели рельефа поверхности Луны. Функция высоты $h = h(\varphi, \lambda)$ в виде модели регрессии выглядит следующим образом:

$$h(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \overline{P}_{nm}(\cos \varphi) + \varepsilon \quad (2.4.1)$$

где φ, λ - широта и долгота для известных координат лунных объектов; $\overline{C}_{nm}, \overline{S}_{nm}$ - нормированные амплитуды гармоник; \overline{P}_{nm} - нормированные присоединённые функции Лежандра; ε - случайная ошибка регрессии.

Ряд (2.4.1) является медленно сходящимся. Например, для характеристики различных деталей рельефа, которые изменяются на протяжении 1° , необходим порядок разложения $n=180$, что в свою очередь приводит к вынужденному оцениванию $(180+1)^2$ коэффициентов (амплитуд) разложения.

На практике необходимо учитывать количество объектов при рассмотрении размерности модели (2.4.1) порядка n . Количество объектов должно в $5 \div 15$ раз быть больше количества оцениваемых амплитуд.

2.5 Алгоритм оценивания амплитуд гармоник

Регрессионное моделирование было использовано для редукция переопределенной системы (2.4.1) при наличии разнообразных источников гипсометрической информации при редукции переопределенной системы. Преимуществом регрессионного моделирования является то, что помимо обязательных этапов по построению модели (2.4.1) и вычисления амплитуд C_{nm}, S_{nm}) также предусматривается:

- использование ряда статистик качества, в том числе внешних мер;
- диагностика соблюдения штатных условий метода наименьших квадратов (МНК);
- адаптация при их нарушении. При этом алгоритмические программные модули Гаусса-Жордана и Хаусхолдера применяются для метода наименьших квадратов.

Отметим основные нарушения условий МНК при редукции модели (2.4.1):

- наличие избыточных шумовых гармоник, приводящих к снижению точности построения определенного количества изогипс и высот;
- существование амплитуд гармоник, коррелирующих друг с другом при использовании (2.4.1) в момент описания рельефа на участке сферы, или если мы имеем неравномерное распределение объектов; в таком случае математическая модель считается некорректной, так как включает параметры оценки амплитуд.

Пошаговая регрессия (процедура регрессионного анализа), часто реализуется благодаря согласованию с этими двумя указанными выше нарушениями. Пошаговая регрессия эффективна для оценивания параметров модели (2.4.1), если выполняются условия:

а) Объекты распределены по всей поверхности сферы, даже если это распределение неоднородное;

б) Порядок разложения должен быть меньше 15. Это связано со временем расчетов, так как порядок разложения определяется количеством используемых в анализе точек.

В случае однородного распределения объектов по сфере можно исключить стохастически малозначимые гармоники и произвести все расчеты заново.

Использование модели (2.4.1) для небольших участков сферы (полусфера и др.) вызывает трудности в связи с взаимозависимостью (мультиколлинеарности - эффекта МК) коэффициентов разложения. Отметим, что в более ранних работах для характеристики рельефа на обратной стороне Луны применялось «зеркальное» отображение объектов видимой стороны. Такой подход, безусловно, не может быть использован для описания рельефа отдельных участков, размеры которых меньше полусферы. В настоящей работе предлагается способ оценивания амплитуд модели (2.4.1) согласно заранее проделанной процедуре - расширения исследуемой области до полной сферы. Данный способ оценивания позволяет окончательно устранить эффект мультиколлинеарности. Далее, используя пошаговую регрессию возможно устранить шумовые гармоники.

2.6 Программные и информационные подходы для обработки селенографических данных

Следующим этапом анализа модели (2.4.1) по сферическим гармоникам является создание цифровой системы и определение значений положения центра фигуры относительно центра масс с помощью компьютерной программы АСНИ+.

АСНИ+ представляет собой автоматизированную систему научных исследований, первоначально разработанную в УлГТУ, и затем модернизированную при совместных исследованиях в

направлении селенографического моделирования. Система АСНИ+ используется для анализа распределения различных параметров селенографических моделей, полей (гравитационного, магнитного, и т.д.) по всей лунной сфере и отдельных ее сегментах, основываясь на измерениях в точках с известными координатами. Представленный программный комплекс позволяет осуществить построение моделей аналогичных (2.4.1), и кроме того, вычислить сечения и изогипсы для лунного макрорельефа. Причем, все рабочие варианты выполнены в трехмерном представлении. Имеется возможность для оценивания качества и достоверности соблюдения вычислительных процедур метода наименьших квадратов и выполнения необходимых условий (2.4.1). Если данные условия нарушаются, автоматически применяется вынужденный алгоритм адаптации полученных результатов.

В настоящее время существуют специализированные пакеты программных продуктов (ППП), ориентированные на обработку данных методами математической статистики. Но, к сожалению, большинство ППП не реализуют решение целевых задач астрономии (планетодезии и небесной механики) как в программном смысле (по количеству неиспользованных модулей и по объему машинной памяти), так и в математическом подходе (скудное "меню" по модулям, обеспечивающим разнообразие восстанавливающих функций, методов поиска и т.д.). Иначе говоря, ценность таких ППП в планетологии невелика, ведь они не позволяют решать широкий

круг задач в данной предметной области. Хотя пакеты программных продуктов имеют достаточные сервисные удобства для пользователя.

АСНИ+ позволяет решать нормальные и избыточные (переопределенные) системы линейных алгебраических уравнений. Решение последних - есть решение МНК. Результаты представляют собой - оценку неизвестных параметров, их стандартные ошибки, элементы корреляционной матрицы, внутренние меры качества, с помощью которых анализируется модель в целом, внешние меры, выявляющие степень адекватности модели при использовании ее для прогноза. Кроме того, программа содержит процедуру поиска оптимальной структуры модели. Вводятся модули для осуществления подхода регрессионного моделирования (РМ), обеспечивающие проверку основных предположений регрессионного анализа (РА) (модули построения различных графиков, вычисления авторегрессии, проверка нормальности распределения, и т.д.). Применяется набор модулей для альтернативных МНК методов оценивания (гребневое оценивание, робастные методы), можно осуществить адаптацию к нарушению условий.

Возможности АСНИ+ при работе в штатном режиме модели следующие:

- построение моделей в виде разложения по сферическим функциям n - го порядка и i - ой степени;
- использование методов структурной идентификации;
- автоматизация процесса обработки при разнообразных порядках разложения;

- проверка выполнения регрессионного анализа, построение и анализ графиков "остаток-регрессор", «остаток-отклик»;
- проверка выполнения предположения о нормальном распределении нормированных остатков;
- определение автокорреляции остатков по критерию Дарбина-Уотсона;
- защита от непредусмотренных попыток ее применения;
- поддержка дружественного предметно - ориентированного интерфейса для пользователя.

АСНИ+ позволяет описывать потенциальные поля (аномалий силы тяжести, характеристик почвы, магнитного поля и т.д.) на различных поверхностных сегментах. Разложения по сферическим функциям с расширением до полной сферы и различными свойствами позволяет активно использовать АСНИ+ для сегментов земной поверхности. Практическая точность описания и прогнозирования АСНИ+ составляет от 40% и выше.

2.7 Результаты определения вектора смещения центра фигуры Луны относительно ее центра масс

По данным космических миссий «Clementine», «Kaguya», «LRO» и каталогов координатных положений лунных кратеров (данные представлены в двух видах: координаты объектов видимой стороны Луны и в виде списка координат объектов всей сферы) на основе гармонических разложений получены модели физической

поверхности Луны. В таблице 2.7.1 указаны величины нормированных коэффициентов разложения первого порядка для пяти источников гипсометрической информации, а также стандартные среднеквадратичные ошибки (СКО).

В первом столбце приводятся значения степени n и порядка m разложения (2.4.1). В столбцах 2, 3 приведены оценки амплитуд C_{nm} , S_{nm} для проекта «Clementine» (первой версии данных) для порядка разложения $N=40$ и их соответствующие среднеквадратичные ошибки; в столбцах 4, 5 - для казанского каталога (последняя версия) при $N=5$; в столбцах 6, 7 – для расширенного варианта киевского каталога при $N=5$; в столбцах 8, 9 и 10, 11 – для казанского и киевского каталога при $N=5$ с включением недостающей характеристики по остальной части сферы из списка «Clementine». Поправки к принятому среднему радиусу Луны (\bar{C}_{00}) содержатся в строке «0,0».

Таблица 2.7.2 имеет подобную структуру, что и таблица 2.7.1. Авторские источники позволили использовать значения амплитуд гармоник. Скорректированные радиусы расположены в строке «0,0»; в остальном – все значения однотипного назначения, как в таблице 2.7.1.

Можно проанализировать вычисленные амплитуды гармоник с имеющимися и новыми данными, которые были получены благодаря уточнению первой версии данных проекта «Clementine» в виде каталога «ULCN-2005» и по данным проекта «Kaguya».

Таблица 2.7.1 Нормированные коэффициенты первого порядка разложения функции рельефа Луны для пяти источников гипсометрической информации, км.

n, m	Clementine				Казань				Киев			
	\bar{C}	\bar{S}	σ_C	σ_S	\bar{C}	\bar{S}	σ_C	σ_S	\bar{C}	\bar{S}	σ_C	σ_S
1	2		3		4		5		6		7	
0,0	-0,83				-1,77				-0,68			
1,0	-0,37		$\pm 0,01$		0,23		$\pm 0,03$		0,10		$\pm 0,02$	
1,1	-1,04	-0,43	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$	-0,16	0,48	$\pm 0,04$	$\pm 0,03$	0,08	0,27	$\pm 0,02$	$\pm 0,01$

n, m	Казань + Clementine				Киев + Clementine			
	\bar{C}	\bar{S}	σ_C	σ_S	\bar{C}	\bar{S}	σ_C	σ_S
1	8		9		10		11	
0,0	-0,87				-0,59			
1,0	0,09		$\pm 0,01$		0,20		$\pm 0,01$	
1,1	-0,86	-0,40	$\pm 0,02$	$\pm 0,01$	-0,54	-0,42	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$

Таблица 2.7.2 Коэффициенты разложения для четырех источников, км.

n, m	ГАИШ		Bills, Ferrari		ULCN		KAGUYA	
	\bar{C}	\bar{S}	\bar{C}	\bar{S}	\bar{C}	\bar{S}	\bar{C}	\bar{S}
1	2		3		4		5	
0,0	1737,7		1737,53		1737,03		1737,16	

1,0	-1,18		-0,37		0,15		0,14	
1,1	-1,17	-0,04	-1,05	-0,26	-0,99	-0,42	-1,02	-0,45

В столбце 2 имеются значения амплитуд гармоник для показателя $N=8$; в столбце 3 для показателя $N=12$; в столбце 4 для показателя $N=359$; в столбце 5 для показателя $N=180$. Величины средних квадратических ошибок в таблице не приводятся.

Впоследствии, вычислены координаты центра фигуры относительно центра масс (таблицы 2.7.3, 2.7.4) по соотношениям (2.4.1) и данным таблиц 2.7.1, 2.7.2,.

Ошибки амплитуд в таблице 2.7.3 необходимо умножить на $\sqrt{3}$ для получения ошибок СКО.

Таблица 2.7.3 Координаты центра фигуры Луны относительно центра масс для пяти источников гипсометрической информации, км.

	Clementine	Казань	Киев	Казань + Clementine	Киев + Clementine
$\Delta\xi$	-1,80	-0,28	0,14	-1,49	-0,94
$\Delta\eta$	-0,74	0,83	0,47	-0,69	-0,73
$\Delta\zeta$	-0,64	0,40	0,17	0,16	0,35

Таблица 2.7.4 Координаты центра фигуры Луны относительно ее центра масс по четырем источникам, км.

	ГАИШ	Bills, Ferrari	ULCN 2005	KAGUYA
$\Delta\xi$	-2,03	-1,82	-1,71	-1,77
$\Delta\eta$	0,07	-0,45	-0,73	-0,78

$\Delta\zeta$	-2,04	-0,64	0,26	0,24
---------------	-------	-------	------	------

Из анализа результатов таблиц 2.7.3, 2.7.4 можно сделать вывод, что каталог «Казань-1162» при совместном использовании его с данными объектов миссии «Clementine», которые находятся вне зоны покрытия данного каталога, показывает хорошее согласие с результатами космических миссий «Clementine» и «Kaguya». Напомним, что каталог Казань-1162 построен для видимой стороны Луны и имеет координатные оси, лежащие в системе центра масс и главных осей инерции Луны.

Далее, амплитуды и смещения для каталога «ULCN-2005» (таблицы 2.7.2, 2.7.4) сравнительно близки к величинам совместного использования (Казань + Clementine; таблицы 2.7.1, 2.7.3), а не полученным непосредственно из данных миссии «Clementine». Следовательно, можно предположить, что, приведение первых измерений миссии «Clementine» к системе каталога «ULCN» имело отношение только к видимой стороне Луны.

Таким образом, каталог «Казань-1162» имеет систему отсчета координат, которая лежит в центре масс Луны, а принимая во внимание метод его построения, оси координат данного каталога априори совпадают с осями инерции Луны. Таким образом, каталог «Казань-1162» может с успехом использоваться для выполнения задач, решаемых в следующих разделах данного труда.

ГЛАВА 3

3.1 Краевая зона Луны и опорная селеноцентрическая сеть

Либрационная зона Луны до сих пор представляет собой недостаточно изученный в селеноцентрическом смысле район. В настоящее время имеются большие ряды измерений профилей краевой зоны Луны как гелиометрическими, так и фотографическими методами, а также по данным покрытий звезд Луной. При этом, в связи с тем, что соответствующие высоты были отсчитаны от совершенно произвольных нулевых поверхностей, они не используются в полной мере в селенодезических исследованиях. Конечно, достаточно информативными представляются карты Уоттса. Но система координат данных карт Уоттса не совпадает с фундаментальной небесной системой. Ключевая отличительная особенность карт краевой зоны «Казань», построенных на основе привязки лунных объектов к звездам абсолютным методом, заключается в следующем: поверхность отсчета неровностей лунного края отнесена к фундаментальной небесной системе координат, динамическому центру масс Луны и ее главным осям инерции.

В данном электронном ресурсе была осуществлена попытка построения каталога селеноцентрических опорных кратеров либрационной зоны Луны на основе использования карт объектов лунной поверхности и динамической модели краевой зоны Луны «Казань».

3.2 Краевая зоны Луны: селенографические модели

При создании модели краевой зоны Луны имеется основная проблема: как найти положение центра масс Луны относительно центра фигуры лунного диска. Ранее положение центра масс Луны определялось благодаря сравнению меридианных наблюдений или наблюдений покрытий с гравитационной теорией движения Луны. Еще Ганзен выяснил, что центр масс Луны не совпадает с центром ее видимой фигуры. Луна представляет собой геометрически неправильное и неоднородное тело, это и является причиной такого несовпадения. Особенно сильно влияют на смещение центра фигуры Луны к югу от центра масс местные возвышения на южном крае лунного диска. Также изменяется видимая величина полярного радиуса Луны из-за наличия оптической либрации, что также оказывает соответствующее влияние. А.А.Нефедьев использовал первую модель макрофигуры Луны А.А.Яковкина при исследованиях для определения системы отсчета данных. Модель А.А.Яковкина предполагает, что фигура Луны состоит из двух полусфер: южная полусфера является частью полуэллипса, а северная является окружностью постоянного радиуса R_0 , соответственно центр масс Луны совпадает с центром ее северного полушария. Координаты ξ и η центра фигуры Луны относительно центра масс были определены согласно данной модели.

Построенные А.А.Нефедьевым карты согласуются со всеми требованиями качества, а именно:

- радиус вероятнейшей окружности, исправленный за неровности, не зависит от оптической либрации по широте и поправки широты Луны;

- отклонения от круга либрационной линии, вычисленной по меридианным наблюдениям и покрытиям звезд Луной и отредуцированных за неровности края по картам А.А.Нефедьева, уменьшились по абсолютной величине и имеют случайный характер.

Для всех других существующих карт краевой зоны Луны, учитывая, что высоты неровностей не отнесены к общей уровенной поверхности, эти условия не выполняются. Недостаточное количество наблюденных точек, для которых находились высоты неровностей (этого невозможно было избежать при использовании визуальных гелиометрических наблюдениях) является недостатком карт А.А.Нефедьева. Но при этом важнейшим достоинством является определение общей поверхности отсчета неровностей лунного края для всех наблюдений, которые были сделаны при различных либрациях.

Использование фотографических наблюдений Луны позволяет осуществить измерения для большого количества точек края. Необходимо отметить, что все измерения необходимо привести к поверхности отсчета неровностей лунного края, например, к селеноиду.

А.А. Яковкин в 1934 году обнаружил зависимость радиуса Луны от либрации по широте. Вскоре это было подтверждено многими исследователями Луны. Выяснилось, что измеренные

высоты неровностей лунного края, которые соответствуют различным либрациям, относятся к разным поверхностям отсчета, и по форме эллиптические, нежели сферические, а также смещены друг относительно друга.

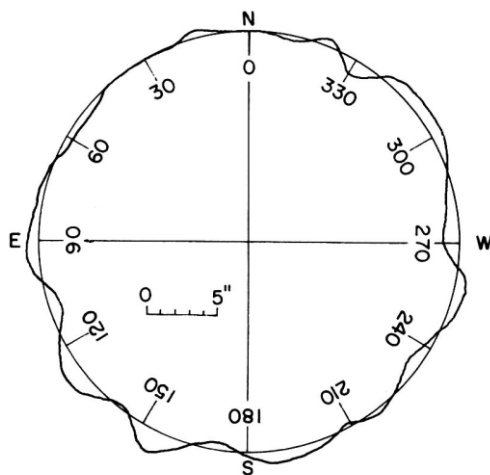


Рисунок 3.2.1 - Средний контур лунного диска.

Основная проблема при создании карт краевой зоны Луны сводится к созданию общей поверхности отсчета неровностей лунного края, причем не зависящая от оптических либраций. А.А.Нефедьевым такая задача была успешно решена.

Моррисон, анализируя результаты наблюдений касательных покрытий, установил, что применяя карты Уоттса нужно в аргумент карт - позиционный угол – внести поправку $-0^{\circ}25$ (то есть вычисленные позиционные углы увеличить на $0^{\circ}25$).

Японский астрономом Сома 1984 году выполнил анализ лунных покрытий за 1955 – 1980 годы, применяя данные новой эфемериды ELP 2000. Сома исследовал теорию движения Луны ELP 2000-82, построенной на основе лазерных наблюдений. Он определил точные значения постоянных в этой теории, оценивал точные значения

приливного члена в средней долготе Луны и значения движения перигея и узла лунной орбиты.

Исследования Сома показали, что центр координат в картах Уоттса расположен впереди центра масс в направлении орбитального движения. Этот факт хорошо согласуется с результатами, полученными лазерной альтиметрией, проведенной миссиями «Аполлон», а также орбитальной и наземной фотограмметрией. Таким образом, Сома еще раз подтвердил тот факт, что на основе редукции наблюдений покрытий звезд Луной можно получать достоверные и важные результаты.

Параметры рельефа лунной поверхности возможно получить при наличии селенодезических каталогов и карт краевой зоны Луны. Создание селенодезических опорных сетей как видимой, так и обратной сторон Луны, построение точных моделей рельефа Луны является важнейшей задачей в исследованиях движения центра масс Луны в пространстве. Учитывая этот факт, в АОЭ К(П)ФУ было принято решение построить карты краевой зоны Луны «Казань» принципиально новым способом. Основой способа является получение из наблюдений крупномасштабных снимков Луны со звездами. В этом случае поверхность отсчета неровностей лунного края отнесена к фундаментальной небесной системе координат, то есть к главным осям инерции Луны и ее динамическому центру масс, что существенно отличается от карт, построенных ранее.

С использованием измерителя астронегативов «Аскорекорд» возможно измерять от 290 до 360 точек края диска Луны

($i = 1, 2, 3, \dots, n$) и в настоящее время проводятся работы по оцифровке лунных астронегативов, что позволит увеличить это число на несколько порядков. В итоге для построения карт краевой зоны использовалось более 40000 измерений. Редукция измерений происходила следующим образом:

Пусть x, y - измеренные координаты фотографических изображений точек лимба Луны. Тогда их стандартные координаты будут иметь вид:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.2.1)$$

Здесь a, b, c, d, e, f - постоянные пластинки. По стандартным координатам X, Y определяются полярные координаты θ, ρ измеренных точек лимба относительно эфемеридных положений центра масс Луны:

$$\tan \theta_i = \Delta X_i / \Delta Y_i, \rho = \sqrt{\Delta X_i^2 + \Delta Y_i^2}, \quad (3.2.2)$$

где $\Delta X_i = X_i - X_C, \Delta Y_i = Y_i - Y_C, X_C = (\alpha'_C - \alpha_0), Y_C = (\delta'_C - \delta_0), \alpha_0, \delta_0$ - координаты оптического центра снимков, α'_C, δ'_C - топоцентрические эфемеридные координаты Луны согласно теории ее движения DE200/LE200.

Радиус – вектор ρ можно представить в виде суммы $\rho_i = R'_C + H'_i$, где R'_C - топоцентрический эфемеридный радиус Луны, и H'_i - превышение точек краевой зоны над сферой с радиусом R'_C . Значения H'_i необходимо привести к среднему расстоянию от Земли до Луны с использованием следующего выражения: $H_i = (932.58'' / R'_C) \times H'_i$.

Затем вычисляются гайновские координаты P, D для каждой измеренной точки на снимках, с учетом влияния физической либрации Луны по таблицам Мигус. В итоге по координатам P, D для более 40000 точек были построены карты краевой зоны Луны в графическом виде и в дальнейшем переведенные в цифровую форму.

Современные карты поверхности Луны охватывают как либрационную зону, так и всю лунную сферу. В 1967 г. под руководством Ю.Н. Липского была издана «Полная карта Луны» (ГАИШ МГУ), представляющая первую карту, которая покрывала 95% поверхности Луны. На основе фотографий и снимков космических миссий «Луна-3» и «Зонд-3» была построена карта в масштабе 1:5000000. Приполярные области данной карты имеют азимутальную проекцию в масштабе 1:10000000, а область между параллелями $\pm 60^\circ$ произвольную цилиндрическую проекцию. Вследствие того, что раньше отсутствовало достаточное количество данных по широтам выше $\pm 60^\circ$, возникло определенное ограничение по широте. Расчеты показали, что в произвольной цилиндрической проекции для широт заключенных в диапазоне $\pm 50^\circ$ искажения углов

проекция составляет не более $\pm 5^\circ$, на широтах $\pm 60^\circ$ угловые искажения меньше чем 14° , причем непосредственно области типа лунных морей имеют искажения гораздо меньшей величины. В 1969 году была издана следующая версия карты на основе данных космической миссии «Lunar Reconnaissance Orbiter». Предпринята попытка трансформации системы координат снимков обратной стороны Луны в единую, как и у видимой полусферы Луны, систему селенографических координат.

В 1979 г. Была построена карта на основе данных космических миссий «Аполло». Это была третья улучшенная версия «Полной карты Луны». Отображение рельефа с кратерами с прорисованной структуры дна, цепочки кратеров, лунные моря, лучевые образования, физические особенностей кратеров на лунной поверхности (малая глубина дна кратера по сравнению с его диаметром, малая крутизна внешнего склона по сравнению с внутренним, небольшая глубина кратерного вала в сравнении с его глубиной) заняли ключевые положения при разработке лунных карт третьего поколения.

В 2008 году на основе данных космического спутника «Kaguya» была сформирована «Топографическая карта Луны» (ТКЛ). Абсолютные высоты объектов и точек лунной поверхности определены значительно точнее, чем в предыдущих исследованиях, что является значительным преимуществом. Тем не менее, как и у всех «космических» карт, в «Топографической карте Луны» отсутствует определенная система отсчета координат и

соответствующая координатная сетка, а также отсутствуют данные отождествления большинства объектов лунных образований.

В 2012 году появилась «космическая» карта, построенная по данным китайской космической программы Chinese Lunar Exploration Program. Китайская космическая программа (Китайское национальное космическое агентство (CNSA)) ориентирована на роботическое освоение Луны, реализацию на ней обитаемых баз. Карта представлена в форме глобальной цифровой модели рельефа Луны и имеет те же недостатки, как и японский вариант карты.

Германский аэрокосмический центр представил трёхмерную модель Луны «Карта GLD 100» (Global Lunar Digital Terrain Model). Данная карта была построена по данным космической миссии LRO и охватывает 98% поверхности Луны. На карте высоты приведены с шагом 100 метров. Применение лазерного высотного сканера, установленного на космическом спутнике LRO, позволило осуществить дополнительную проверку точности представленных на карте высотных данных.

3.3 Система координат Гайна

Селенографическая система координат Гайна (P и D) была использована в настоящей работе при моделировании краевой зоны Луны. Графически система координат Гайна показана на рисунке 2.3.1. Положительным полюсом является точка пересечения нулевого меридиана с лунным экватором, координата D положительно

отсчитывается по направлению к Земле. Если необходимо осуществить переход от селенографических координат к координатам Гайна применяется вспомогательная сфера, которая имеет центр в центре масс Луны. Точка Z – представляет собой видимую середину лунного диска; N' является северным полюсом Луны; C - позиционный угол дуги большого круга ZN' . В точке Z находится полюс большого круга O_1NE . Кроме того, полюс этого большого круга параллелен видимому краю Луны. Точка O является исследуемой точкой. В точке O_1 происходит пересечение круга O_1NE большим кругом, который проходит через центр Z и наблюдаемую точку O .

Началом счета долгот на лунном экваторе AE является точка A . Существует большой круг $N'ZB$, где $AB = \lambda_0$, $BZ = \beta_0$. Точка O_1 находится недалеко от точки O и расположена на невидимой стороне Луны. Угол $N'ZO_1 = \Pi = p_0 - C$, угол $N'ZA = \chi$ и угол $N'AZ = \varphi$. При создании моделей либрационной зоны Луны использование Гайновской координатной системы P и D предпочтительно из соображений простоты и наглядности. В связи с этим, именно Гайновская координатная система является основой большинства карт краевой зоны Луны.

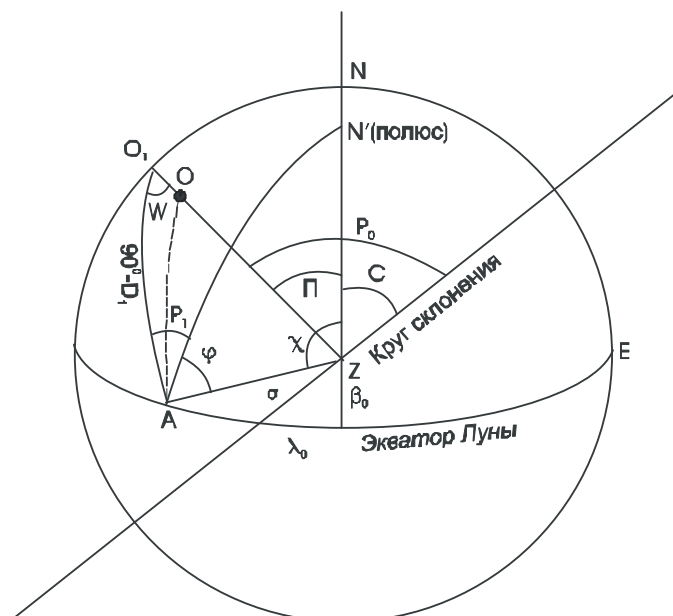


Рисунок 3.3.1 Система селенографических координат Гайна

Разработан алгоритм для реализации взаимосвязи гайновских и экваториальных координат. Пусть известны геоцентрические экваториальные координаты, параллакс и радиус Луны α, δ, π, R точки краевой зоны Луны (ТКЗЛ). Определяются топоцентрические величины $\alpha', \delta', \pi', R'$, а также топоцентрический радиус - вектор (центра масс Луны – ТКЗЛ) - R'_* и топоцентрический позиционный угол звезды относительно центра масс Луны θ'_* .

$$\begin{aligned}
 \cos R'_* &= \sin \delta_* \sin \delta' + \cos \delta_* \cos \delta' \cos(\alpha_* - \alpha'), \\
 \sin \theta'_* \sin R'_* &= \cos \delta_* \sin(\alpha_* - \alpha'), \\
 \cos \theta'_* \sin R'_* &= \sin \delta_* \cos \delta' - \cos \delta_* \sin \delta' \cos(\alpha_* - \alpha'),
 \end{aligned}
 \tag{3.3.1}$$

где α_*, δ_* - прямое восхождение и склонение ТКЗЛ. Далее рассчитываются топоцентрические величины оптической либрации

Луны в долготе, широте и позиционном угле l'', b'', C'' .

$$\begin{aligned}
 \sin b'' &= -\sin \delta' \cos i + \cos \delta' \sin i \sin(\alpha' - \Omega'), \\
 \cos b'' \sin(l'' + \phi - 180^0) &= -\sin i \sin \delta' - \cos i \cos \delta' \sin(\alpha' - \Omega'), \\
 \cos b'' \cos(l'' + \phi - 180^0) &= -\cos \delta' \cos(\alpha' - \Omega'), \\
 \cos b'' \sin C'' &= \sin i \cos(\alpha' - \Omega'), \\
 \sin C'' &= \sin i \cos(l'' + \phi - 180^0) \sec \delta',
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2}$$

Далее имеем:

$$\begin{aligned}
 \sin P \cos D &= \sin \Pi \cos l'' \cos R' \\
 &+ \cos \Pi \sin l'' \cos R' \sin b'' - \sin l'' \cos b'' \sin R', \\
 \cos P \cos D &= \cos \Pi \cos b'' + \sin b'' \sin R', \\
 \sin D &= \cos l'' \cos b'' \sin R' - \sin \Pi \cos l'' \sin b'' + \sin \Pi \sin l'',
 \end{aligned}
 \tag{3.3.3}$$

где $\Pi = \theta_*' - C''$. В итоге определяются координаты P, D для исследуемой точки на поверхности Луны.

3.4 Либрационная зона Луны: каталог объектов

Проблема привязки координатных систем обратной стороны Луны, полученных из космических миссий, и селенографических сетей, построенных на видимой стороне Луны, является актуальной и по сей день. Опорная сеть, построенная в либрационной зоне Луны, может быть основой для связи перечисленных координатных систем. При решении задачи привязки возникают определенные трудности: для космических наблюдений из-за неизвестной ориентации поверхности отсчета, а для наземных наблюдений сложно определить координаты кратера в либрационной зоне вследствие отсутствия

стереоэффекта между перекрывающимися снимками. В данной книге демонстрируется попытка решения этой проблемы.

Существуют несколько основных этапов метода построения опорного селенодезического каталога объектов в либрационной зоне:

- приведение изогипс карт Уоттса с поправками Моррисона к системе карт «Казань» в электронном виде;
- отождествление кратеров на картах краевой зоны с использованием «Полной карты Луны», и уточнение их положений;
- определение уточненных координат кратеров в системе гайновских координат с использованием динамических карт либрационной зоны, применяя программный пакет MAPS;
- вычисление прямоугольных координат опорных объектов и анализ их точности.

Применяя метод решения обратной задачи по привязке были получены предварительные координаты кратеров. Они, в свою очередь, были найдены на основе отождествления объектов на картах краевой зоны и топографических картах лунной поверхности. Используя координаты объекта на картах, определялись его координаты P, D, ρ по формуле:

$$\begin{pmatrix} \rho_0 \sin D_0 \\ -\rho_0 \cos D_0 \sin P_0 \\ \rho_0 \cos D_0 \cos P_0 \end{pmatrix} = R_m \begin{pmatrix} \sin \lambda_m \cos \beta_m \\ \sin \beta_m \\ \cos \lambda_m \cos \beta_m \end{pmatrix} \quad (3.4.1)$$

где ρ_0 - приближенный селеноцентрический радиус - вектор точки лунной поверхности, $R_m, \lambda_m, \varphi_m$ соответственно радиус-вектор, селенографические долгота и широта отождествленной точки.

Данные карт были внесены в электронную базу данных согласно их координатам P и D , далее была создана электронная модель карт «Казань». Точки с явными ошибочными значениями исключались. Полученные в результате данные сравнивались с высотами неровностей лунного края на картах Уоттса. При этом в картах Уоттса были учтены все поправки, полученные Моррисоном и Аплеби для приведения их системы координат к центру масс Луны. Данное исследование выявило хорошее согласие высот неровностей лунного края на картах Уоттса, исправленных поправками Моррисона, и картой «Казань». Причем, не было обнаружено в картах «Казань» ни одного явно ошибочного значения высоты.

Вычисления гайновских координат P, D происходит с целью нахождения поправок за неровности лунного края. При интерполяции данных с карт Уоттса в машинно - читаемом виде Моррисон вынужден был исправлять позиционный угол и следить за наклоном лунного экватора. Никаких дополнительных поправок в случае карт «Казань» вносить не требуется.

Подпрограмма интерполяции данных с карт «Казань» выполнена на языке Фортран. Сначала восстанавливаются с диска данные для всех точек неровностей лунного края. Эти точки входят в границы интерполяционного круга, центром которого является точка на лунной поверхности, для которой определяется поправка за

неровность лунного края. Радиус круга зависит от равномерности распределения и плотности данных карт «Казань» вокруг исследуемой точки. Интерполяционный круг делится равномерно на двадцать четыре сегмента. За нахождение в каждом сегменте ближайшей к центру круга точку карт отвечает специальная подпрограмма. Далее вычисляются высотные характеристики.

Целесообразно применять метод интерполяции данных с карт краевой зоны Луны в машинном виде, который является подобным методу, предложенным Мартином и Моррисоном, но с определенными изменениями. Каждой точке карты соответствует высота h_k и ее расстояние от центра интерполяционного круга d_k . Значения высот точек h_k и расстояний d_k этих точек ($k = 1, 2, 3, \dots, m$) используется для определения интерполируемой высоты - H_j исследуемой точки по формуле:

$$H_j = \frac{\sum_{k=1}^m (P_k (h_k / d_k))}{\sum (1 / d_k)}, \quad (3.4.2)$$

где k берется в зависимости от количества точек в сегментах, а P_k - вес определения H_j исследуемой точки, который зависит от расположения точки карт в сегментах.

Представленный метод "взвешивания" дает возможность оценить высоту необходимой исследуемой точки в пределах ошибки $\pm 0.1''$. В процессе интерполяции участвуют все данные цифровых карт в пределах интерполяционного круга. Вес будет меньше, если

расстояние больше от исследуемой точки до цифровой точки карт «Казань».

Данный метод удобен в применении и использует небольшое число исходных цифровых точек. Кроме того, отпадает необходимость в осуществлении дополнительных вычислений и построений непосредственно в самих картах.

На основе карт «Казань» необходимо предварительно вычислить плановые координаты центров искомых объектов. Затем определить высотные характеристики заданных точек, и только потом вычислить радиусы - векторы объектов. С этой целью был создан программный пакет MAPS для нахождения уточненных плановых координат и высот исследуемых кратеров. На основе программного пакета MAPS строилась модель исследуемого участка в либрационной зоне с использованием методов гармонического анализа. Далее, необходимо выбирать исследуемый объект, с помощью программных средств MAPS разместить в место расположения этого объекта эллипс так, чтобы он визуалью достаточно хорошо вписывался в границы кратера, при этом изменяя его размеры и положение на модели. Только после того, как геометрический центр эллипса задавался точным положением исследуемого объекта, были определены точные гайновские координаты кратера и его высота. Прямоугольные координаты определялись по формуле:

$$\begin{pmatrix} \xi_K \\ \eta_K \\ \zeta_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_k \sin D_k \\ -\rho_k \cos D_k \sin P_k \\ \rho_k \cos D_k \cos P_k \end{pmatrix}, \quad (3.4.3)$$

где ξ_K, η_K, ζ_K - прямоугольные координаты объектов в либрационной зоне Луны.

На данный момент создана опорная селеноцентрическая сеть кратеров либрационной зоны Луны. Данные кратеры расположены равномерно относительно лунного лимба, селеноцентрическая сеть построена в системе центра масс и главных осей инерции Луны. В таблице 2.4.1. представлены прямоугольные координаты некоторых этих кратеров.

В таблице первый столбец характеризует номер по порядку, далее располагаются прямоугольные селеноцентрические координаты кратера ξ_K, η_K, ζ_K в долях радиуса Луны и затем его селенографические долгота и широта λ_k, φ_k в градусах и радиус-вектор H_K в километрах, средний радиус Луны при вычислениях принят равным 1738.1 км.

Сравнительный анализ вычисленных данных показал, что координаты кратеров по значениям радиусов-векторов карт «Казань» и полученными миссиями «Kaguya» и «Clementine», имеют хорошее согласие.

Таблица 3.4.1 Прямоугольные координаты объектов либрационной зоны Луны

N п/п	ξ_K	η_K	ζ_K	λ_K	φ_K	H_K
1	0.56791	0.78234	0.25213	66.06	51.54	1736.5
2	0.62688	0.72582	0.27826	66.06	46.62	1735.7
3	0.62250	0.73011	0.27644	66.05	46.98	1735.5
4	0.63555	0.73262	0.23999	69.31	47.16	1736.6
5	0.68287	0.72879	-0.03232	92.71	46.83	1736.8
6	0.68495	0.72272	-0.07804	96.50	46.35	1736.0
7	0.76860	0.62317	-0.13514	99.97	38.60	1735.8
8	0.77537	0.60804	-0.15867	101.56	37.53	1734.7
9	0.82127	0.56046	-0.09533	96.62	34.13	1736.1
10	0.91776	0.39148	-0.04875	93.04	23.07	1736.3
11	0.92140	0.38586	0.03119	88.06	22.71	1737.1
12	0.90977	0.40245	0.09703	83.91	23.74	1737.3
13	0.95007	0.29158	0.09611	84.22	16.98	1735.4
14	0.95520	0.28873	0.03667	87.80	16.80	1735.6
15	0.97796	-0.16667	0.12102	82.94	-9.60	1737.1
16	0.96243	-0.26079	-0.06993	94.15	-15.12	1737.4
17	0.95288	-0.30178	0.00245	89.85	-17.57	1737.3
18	0.94770	-0.30658	-0.07146	94.31	-17.87	1735.7
19	0.83549	-0.54322	0.07551	84.83	-32.92	1737.1

20	0.70331	-0.70343	0.10480	81.52	-44.69	1738.5
21	0.73510	-0.67697	0.02520	88.03	-42.62	1737.5
22	0.69239	-0.71992	0.03551	87.06	-46.07	1737.2
23	0.51303	-0.84419	0.14695	74.01	-57.70	1735.9
24	0.69838	0.71445	0.02094	88.28	45.63	1736.9
25	0.71372	0.69818	-0.03909	93.13	44.32	1736.7
26	0.84598	0.53007	0.04545	86.92	32.03	1737.0
27	0.87857	0.45105	0.15663	79.89	26.81	1738.0
28	0.87712	0.40351	0.25844	73.58	23.81	1737.2
29	0.91931	0.38983	0.04437	87.23	22.95	1737.3
30	0.93882	0.30665	-0.15153	99.16	17.87	1736.7
31	0.98456	0.04733	0.17220	80.07	2.71	1739.2
32	0.99114	-0.08071	-0.09263	95.33	-4.63	1735.9
33	0.99125	-0.12307	-0.02542	91.46	-7.07	1736.7
34	0.96312	-0.26318	-0.04168	92.47	-15.27	1736.9
35	0.94350	-0.31086	-0.10641	96.43	-18.12	1736.5
36	0.76257	-0.64475	0.06617	85.04	-40.10	1739.5
37	0.77755	-0.62329	-0.06448	94.74	-38.62	1735.7
38	0.67657	-0.69990	0.22861	71.33	-44.42	1738.0
39	0.61108	-0.78605	0.07847	82.68	-51.91	1735.9
40	0.60855	-0.78958	0.07039	83.40	-52.19	1737.0

ГЛАВА 4

4.1 Опорный каталог объектов на поверхности Луны в небесной системе координат. Селенографические каталоги лунных объектов

Анализ каталогов Шрутка - Рехтештамм 1, Шрутка - Рехтештамм 2, Болдуин, ГАО АН УССР, AMS, ACJS, Миллса, был выполнен Никоновым В. и Скобелевой Т. по оценке средней квадратичной ошибки ε_b высот ближайших точек на равнинной поверхности по отношению к средним ошибкам ε_a . Критерии малости ε_b и ε_a , и наилучшего совпадения ε_b и ε_a определяют надежность селенодезических систем. Анализ исследований выявил, что достаточную надежность проявляет каталог Миллса, далее ACJS, затем AMS. Исследования показали, что точность определения положений центров селенодезических каталогов на порядок выше точности определения высот. Этот факт стал основополагающим для приведения различных каталогов к единому центру со средней квадратичной ошибкой в три раза меньше ошибки непосредственных определений координат в исходных селенодезических системах.

Сводный каталог, состоящий из 2580 точек, у которого присутствовал аналогичный эффект, был создан в ГАО АН УССР. Начало координат определили на основе наблюдений с космических аппаратов «ЛУНА 10» и «Lunar Orbiter», а вот ориентацию осей и масштаб системы данного каталога определили по каталогу «Артура». В.Кислюком был выполнен анализ лунных снимков КА

«Зонд-8». Выяснилось, что система астрофотографий реализуется достаточно надежно, поправки к высотам некоторых кратеров имеют большие значения, что показывает равенство средних уровней по участкам до и после уточнения.

Каталог из 4900 точек (ГАО АН УССР) является продолжением каталога 2580 точек. Данный каталог обладает следующими преимуществами: 1) увеличено число объектов каталога; 2) уточнены положение начала системы координат и ориентации каталога по результатам лазерной альтиметрии лунной поверхности с борта КК «Аполлон-15» и «Аполлон-16».

При создании Единой системы селенодезических координат реализован иной подход (ГАИШ МГУ). Все каталоги (их девять), были приведены к единой ориентации координатных осей и единому центру. Заметим, что Единую систему селенодезических координат образуют отдельные каталоги в двух комбинациях: координаты, отнесенные к центру масс и координаты, отнесенные к центру фигуры. Применение данного метода было оправдано на данном этапе создания опорных селенодезических сетей.

Актуальной стала задача по созданию опорных лунных сетей, у которых определение начала координат и ориентации системы координат селенодезического каталога абсолютно независимо от других систем. Первым автором такой работы является К. Шакиров. Его заслуга заключается в обработке гринвичских меридианных наблюдений кратера Местинг А и получение положения кратера в системе эфемеридного центра масс Луны. Таким образом, было

впервые найдено взаимное положение центра масс Луны (ЦМЛ) относительно центра ее фигуры (ЦФЛ). Но результаты, полученные К.Шакировым, не имеют согласования с новейшими представлениями о положении, так как при редукциях была использована теория движения Луны Брауна.

Внимания заслуживают работы С.Валеева по созданию независимых опорных сетей точек видимой стороны Луны. С.Валеев создал независимую селенодезическую сеть на основе 13 крупномасштабных снимков Луны со звездами, состоящую из 30 лунных кратеров. Независимое определение масштаба и ориентации фотопластинок по звездам дало возможность вычислить координаты кратеров в системе эфемеридного центра масс. Тем не менее, предложенная С.Валеевым селенодезическая сеть не обладает достаточной точностью координатных положений лунных кратеров вследствие ограниченного количества астрофотографий.

Прогрессом в создании независимых селенодезических опорных сетей, основанных на наземных наблюдениях, стал метод фотографирования Луны одновременно со звездами на отдельные фотопластинки, при этом применялся длиннофокусный горизонтальный телескопа с целостатом. Был создан специальный метод для привязки одной пластинки к другой. Привязка осуществлялась на основе фотограмметрического перехода от системы звездной пластинки к лунной системе с помощью световых меток. Вскоре казанскими исследователями был создан каталог на абсолютной основе, состоящий из 264 лунных объектов. Ошибки

плановых координат лунных объектов составили около $\pm 20 \times 10^{-5} R_{\text{C}}$, а ошибка значения координаты направленной к Земле примерно в три раза больше. Выяснилось, что реализуемая система координат каталога соответствует динамической системе.

Относительно селенодезических каталогов, построенных на основе космических наблюдениях можно сказать следующее. Запуск пяти астропотографических спутников «Лунар Орбитер 1-5» позволили получить 6000 снимков почти всей поверхности Луны. Отметим, однако, что точность полученной в итоге информации оказалась достаточно низкая для проведения значительного селенодезического анализа.

В дальнейшем данные полученные космической миссией «Аполло» позволили построить первый космический каталог – каталог Шимермана. С борта корабля специальной метрической камерой одновременно фотографировались поверхность Луны и звездное поле. Кроме этого, производилась лазерная альтиметрия фотографируемых участков. Фотографические и лазерные наблюдения Луны были приведены в единую систему фотограмметрическими методами обработки. Затем были получены координаты лунных объектов в системе центра масс Луны. Сравнительный анализ баллистических орбитальных эфемерид, лунные гравитационные и либрационные модели позволили определить координаты объектов на Луне. Тем не менее, описанная опорная сеть покрывает лишь 10% лунной поверхности (полоса шириной 150 - 500 км., простирающаяся по долготе от 60° с запада до

70° на восток в экваториальной зоне). Расчетная точность координат составляет 20 - 40 метров по высоте и ± 300 метров в плановых координатах. Вопрос, связанный с точностью ориентации осей системы координат относительно лунных осей инерции и сдвиг ее по отношению к центру масс Луны остается не ясным.

Следует также отметить, что исследование обратной стороны Луны с помощью космических спутников «Зонд-6» и «Зонд-8» позволили обнаружить обширную низменность. А на основе данных КК «Аполлон-11» был построен профиль рельефа восточного сегмента лунного диска.

Следующим этапом стало создание опорной сети на видимой полусфере Луны, содержащая 1166 объектов. Данная сеть была получена на основе наблюдений космических аппаратов «Lunar Orbiter», «Apollo 15», «Apollo 16», «Apollo 17» и космических спутников «Зонд 6», «Зонд 8». Целью работы являлось создание единой согласованной опорной сети на основе всех источников данных.

Опорные сети DMA/A 15, NOS/USGS, и DMA/603 были созданы по результатам программы «Apollo». Определение параметров перемещения, вращения и изменения масштаба длин позволило трансформировать каждую из этих сетей на систему координат, основанную на положениях трех станций ALSEP.

Для DMA/603 среднеквадратичная ошибка составляет 58 м., для DMA/A15 – 73 м., для NOS/USGS – 76 м.

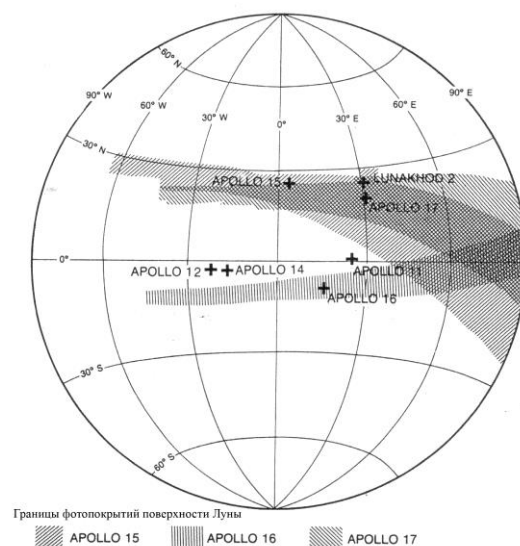


Рисунок 4.1.1 Границы области фотосъемки поверхности Луны миссии «Apollo»

Для DMA/603 среднее смещение координат ALSEP составило 308 м., для DMA/A 15 – 333м., для NOS/USGS – 2110 м. Координаты самих точек часто значительно отличались, хотя все три опорных сети были получены по одним и тем же измерениям и для одних и тех же точек. После произведения некоторых преобразований, координаты оказались определенным образом сопоставимыми. Общие точки для DMA/A 15 и NOS/USGS составляют 3791 точек. До преобразования средний сдвиг координат был равен 1995 м., после преобразования - 334 м. Количество общих точек для DMA/A 15 и DMA/603 составляет 4284; среднее различие координат до преобразования равно 340 м., после - 300 м. Количество общих точек NOS/USGS и DMA/603 равно 2624; средний сдвиг до преобразования 2140м., после - 274м.

Одной из современных лунных глобальных координационных систем является «ULCN 2005» - The Unified Lunar Control Network

2005. «ULCN 2005» представляет фотограмметрическую сеть, имеющую расширенную опорную сеть, основанную на космических наблюдениях. Количество объектов, входящих в «ULCN 2005», составляет 272931 точек лунной поверхности. Кроме того, имеются значения 3D положений этих точек и исправления углов камеры «Clementine» для 43 866 снимков. Вычисления показывают, что самая большая невязка составляет 6,4 пикселей, а средняя квадратичная ошибка составляет $\pm 0,9$ пикселя в плоскости снимка.

Данные миссий «Clementine» (опорная сеть CLCN), «Apollon», «Mariner 10», и «Galileo» позволили создать исходный вариант опорной сети «ULCN 2005». Отметим, что «Galileo» имеет хороший количественный состав и хорошую точность представленных данных. С целью определения геометрических параметров для карты «Base Clementine» и была сформирована «CLCN». Полученные параметры также были необходимы для создания «Clementine UVVIS» (цифровой модели изображений) и глобальной мультиспектральной инфракрасной карты Луны миссии «Clementine». В итоге были реализованы планы для создания улучшенной системы «ULCN» при объединении этих двух сетей. Результатом явилась крупнейшая фотограмметрическая опорная сеть.

Попытка нахождения решения для системы отсчета радиусов-векторов контрольных точек является ключевым отличием «ULCN 2005» от ранних вариантов космических селенодезических сетей. Данное преимущество позволяет исключить возможные искажения горизонтальных положений (порядка 7 км. в среднем и до 15 км. и

более), которые присутствовали в «CLCN», в первую очередь в связи с тем, что положения опорных точек в «CLCN» ограничиваются поверхностью сферы радиуса 1736,7 км. Это стало возможным к осуществлению, так как из перекрытия снимков миссии «Clementine» действительно можно извлечь стерео информацию. Данный вид информации позволяет получить точность порядка нескольких сотен метров, и эти данные, как показал анализ, совместимы с высотными данными «Clementine LIDAR». Но существует средняя абсолютная разница между «ULCN 2005» и «LIDAR», которая составляет 700 м. Эта разница оказалась больше, чем предполагалось, но, тем не менее, определено, что радиусы-векторы при этом «восстанавливаются», достигая в результате достаточно хорошей точности реальных значений. «ULCN 2005» является достаточно полной селенографической моделью, с точностью подобной системе «LIDAR», за исключением некоторых ограниченных областей на поверхности Луны. 3D-система полно и абсолютно определяет значения по радиусам-векторам каталожных точек, входящих в «ULCN 2005». Таким образом, данная сеть является одним из единственных источников лунной топографической информации, где плановые положения объектов и высоты приведены в общую единую систему. Еще одной особенностью «ULCN 2005» является введение ограничений на все значения ракурсов камеры, используемых в ходе миссии, примерно с точностью $\pm 0,03^\circ$. Применялось ограничение 1° . Такая ситуация дает возможность получать улучшенные плановые координаты (и, таким способом, повышает точность и по высотным

характеристикам), так как средние значения амплитуды высоты составляют 640 м, то предполагаемая точность в плановых положениях (в связи с ограничением точности $\pm 0,03^\circ$) равна 335 метров. Учитывая, что 99% углов ориентации изменяется менее чем на $0,45^\circ$, а высотные данные 640 м, можно предположить, что даже если бы априорно углы были идеальные, максимальные горизонтальные ошибки составили бы 5,1 м. Это предполагает, что положения космического корабля являются идеальными. Очевидно, что это не так, но приведенные ошибки положения орбиты (особенно, в радиальном направлении) составляют порядка 100 м, которые, при увеличении ошибки местоположения с RSS (root sum square – квадратный корень из суммы квадратов), по-прежнему вызовет дополнительные ошибки максимально на несколько сотен метров. Существует и третья отличительная черта: было рассчитано значительное количество исходных точек сети «ULCN» на снимках миссии «Clementine» и эти измерения включены в новую сеть «ULCN 2005» (1261 точек измерены, а 754 точки из них имели два или более измерений). Это позволило реализовать прямое трансформирование «ULCN» в систему «ULCN 2005» путем «взвешивания» точек сети «ULCN» соответствующим образом. Такая привязка к «ULCN» и использование данных миссии «Clementine» в системе отсчета ME (Mean Earth/polar axis system - система координат средняя Земля / полярная ось, где ось Z направлена по вектору среднего вращения лунного полюса, а вектор среднего направления на Землю лежит в

плоскости нулевого меридиана) в итоге позволило привязать «ULCN 2005» к этой системе.

В настоящее время проводятся работы по внесению цифровых параметров данных миссии «Lunar Orbiter» в систему «ULCN 2005». Так же проводится усовершенствование «ULCN 2005» прямым использованием снимков миссий «Mariner 10», «Galileo» и «Lunar Orbiter» и стерео-снимков «Clementine». Также устанавливается взаимосвязь с абсолютными системами ALSEP и LLR. Система «ULCN 2005» будет в дальнейшем обновляться на основе использовании информации будущих космических лунных миссий.

Следует отметить, что большой вклад был внесен использованием лазерной альтиметрии Луны (ЛАЛ). Благодаря ЛАЛ были найдены: средний радиус экваториальной зоны 1737.7 км. и средний радиус лунного трехосного эллипсоида, который составляет также 1737.7 км.

Существующие методы определения рельефа Луны предполагают аппроксимацию набора измерений высот разложением в ряды по выборочным или сферическим функциям.

Основной вывод следующий: современные селенодезические сети не представляются равноточными по отдельным координатным осям и обладают эллипсоидальным распределением ошибок. Устранение этих недостатков возможно при использовании двух основных подходов: 1) стереофотограмметрии с достаточным базисом; 2) комбинированные данные, которые получены как наземными наблюдениями Луны, так с помощью космических

аппаратов.

4.2 Селенографические системы координат

Плоскость среднего экватора Луны обычно используют как основную плоскость средней селеноцентрической системы координат $OXYZ$ (Рисунок 3.2.1). Отметим некоторые условия определения данной плоскости: наклон к эклиптике сохраняет постоянное значение I , долгота восходящего узла лунной орбиты равна долготе нисходящего узла на эклиптике в любой момент времени.

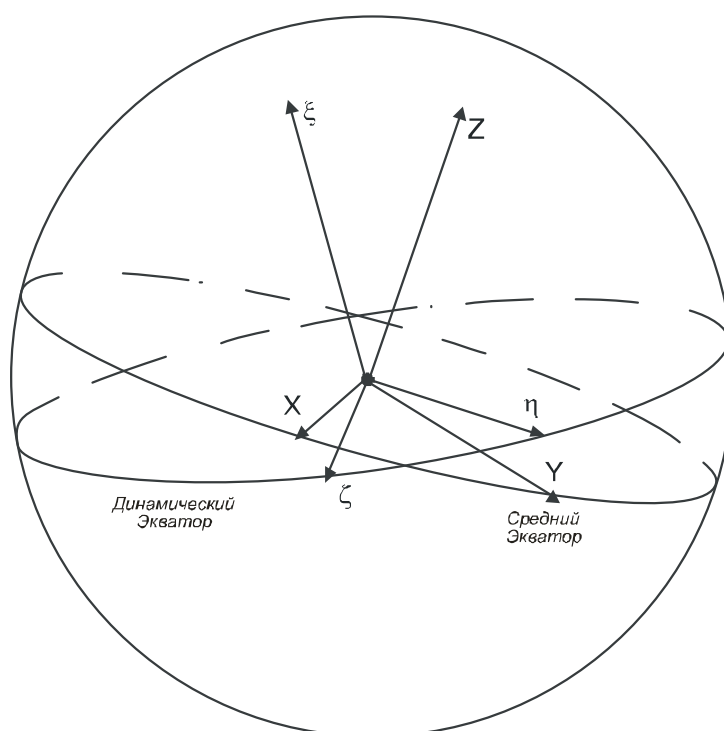


Рисунок 4.2.1 Селенографическая и селеноцентрическая системы координат

Ось OX совпадает с первым радиусом Луны, который получается в результате пересечения плоскости лунного меридиана и плоскости среднего экватора Луны, проведенной через центр масс Земли в момент, когда средняя долгота Луны равна долготе восходящего узла ее орбиты. Ось OZ перпендикулярна плоскости

среднего экватора Луны и направлена к северу, ось OY лежит в основной плоскости и дополняет систему координат до правой (Рисунок 4.2.1).

Селенографическая система координат (СК) является динамической системой $O\xi\eta\zeta$, которая жестко связана с телом Луны. Иначе говоря, селенографическая СК определяется в виде системы осей инерции, для которой характерно: ось ζ направлена к Земле, ось ξ направлена к северному полюсу Луны, а ось η дополняет систему координат до правой. Таким образом, начало системы координат расположено в центре масс Луны, оси селенографической системы координат $O\xi\eta\zeta$ совпадают с главными осями эллипсоида инерции Луны.

На практике иногда реализуется квазидинамическая система координат. При создании большинства селенодезических каталогов как раз и получается именно квазидинамическая система координат. Особенности квазидинамической СК являются то, что центр системы совпадает с лунным центром масс, а оси совпадают с главными осями инерции Луны с точностью до постоянных членов при разложении физической либрации, что, как следствие, ведет к смещению ориентации осей квазидинамической системы по отношению к осям лунного эллипсоида инерции. Ситуация бывает обратной, все зависит от метода наблюдений.

На Рисунке 4.2.2 l, b являются селенографическими долготой и широтой Земли (или центра диска Луны, видимого из центра Земли).

Они соответственно включают физическую и оптическую либрации Луны.

l', b' - оптическая либрация в широте и долготе Луны;

l'', b'' - физическая либрация в широте и долготе Луны;

P' - угол положения средней оси вращения Луны (угол между кругом склонений, проходящим через центр видимого диска Луны, и лунным меридианом, проходящим через ту же точку на орбите);

λ, β - видимые геоцентрические широта и долгота Луны;

P - угол положения мгновенной оси вращения Луны;

i, i_1 - наклон среднего (истинного) экватора Луны к истинному экватору Земли;

Δ, Δ_1 - угловое расстояние от восходящего узла среднего (истинного) лунного экватора на эклиптике до восходящего узла среднего (истинного) лунного экватора на истинном экваторе Земли;

Ω', Ω'_1 - угловое расстояние восходящего узла среднего (истинного) лунного экватора на истинном экваторе Земли, отсчитываемое от истинной точки весеннего равноденствия;

I - наклон среднего лунного экватора к эклиптике;

Ω - средняя долгота восходящего узла орбиты Луны на эклиптике;

\mathcal{C} - средняя геоцентрическая долгота Луны;

Γ - средняя долгота солнечного перигея;

Γ' - средняя долгота перигея лунной орбиты.

Значения l, l', b, b' определяются из соотношений:

$$\begin{pmatrix} \cos b \cos l \\ \cos b \sin l \\ \sin b \end{pmatrix} = \bar{r}(180^\circ + \mathfrak{C} + \tau - \Omega - \sigma) \bar{p} [-(I + \rho) \bar{r} (\Omega + \Delta\Psi + \sigma)] \times \\ \times \begin{bmatrix} \cos(-\beta) \cos(180^\circ + \lambda) \\ \cos(-\beta) \sin(180^\circ + \lambda) \\ \sin(-\beta) \end{bmatrix}, \quad (4.2.1)$$

$$\begin{pmatrix} \cos b' \cos l' \\ \cos b' \sin l' \\ \sin b' \end{pmatrix} = \bar{r}(180^\circ + \mathfrak{C} - \Omega) \bar{p} (-I) \bar{r} (\Omega + \Delta\Psi) \times \\ \times \begin{bmatrix} \cos(-\beta) \cos(180^\circ + \lambda) \\ \cos(-\beta) \sin(180^\circ + \lambda) \\ \sin(-\beta) \end{bmatrix}, \quad (4.2.2)$$

где \bar{r}, \bar{p} - матрицы-операторы относительно осей Z и X соответственно, $\Delta\Psi$ - нутация по долготе.

Для заданного угла α матрицы поворотов представлены следующим образом:

$$\bar{p}(\alpha) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{vmatrix}, \quad \bar{r}(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.2.3)$$

где b'', l'' являются поправками к приближенно заранее известным широте b' и долготе l' точки Е за счет перехода от системы координат $OXYZ$ к системе $O\xi, \eta, \zeta$ из-за физической либрации Луны. Значения поправок определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
b &= b' + b'', l = l' + l'', \\
b'' &= -\rho \sin(\mathbb{C} - \Omega + l') + \sigma \sin I \cos(\mathbb{C} - \Omega + l'), \\
l'' &= -\tau + (\rho \cos(\mathbb{C} - \Omega + l')) + \sigma \sin I \sin(\mathbb{C} - \Omega + l') \tan b'.
\end{aligned}
\tag{4.2.4}$$

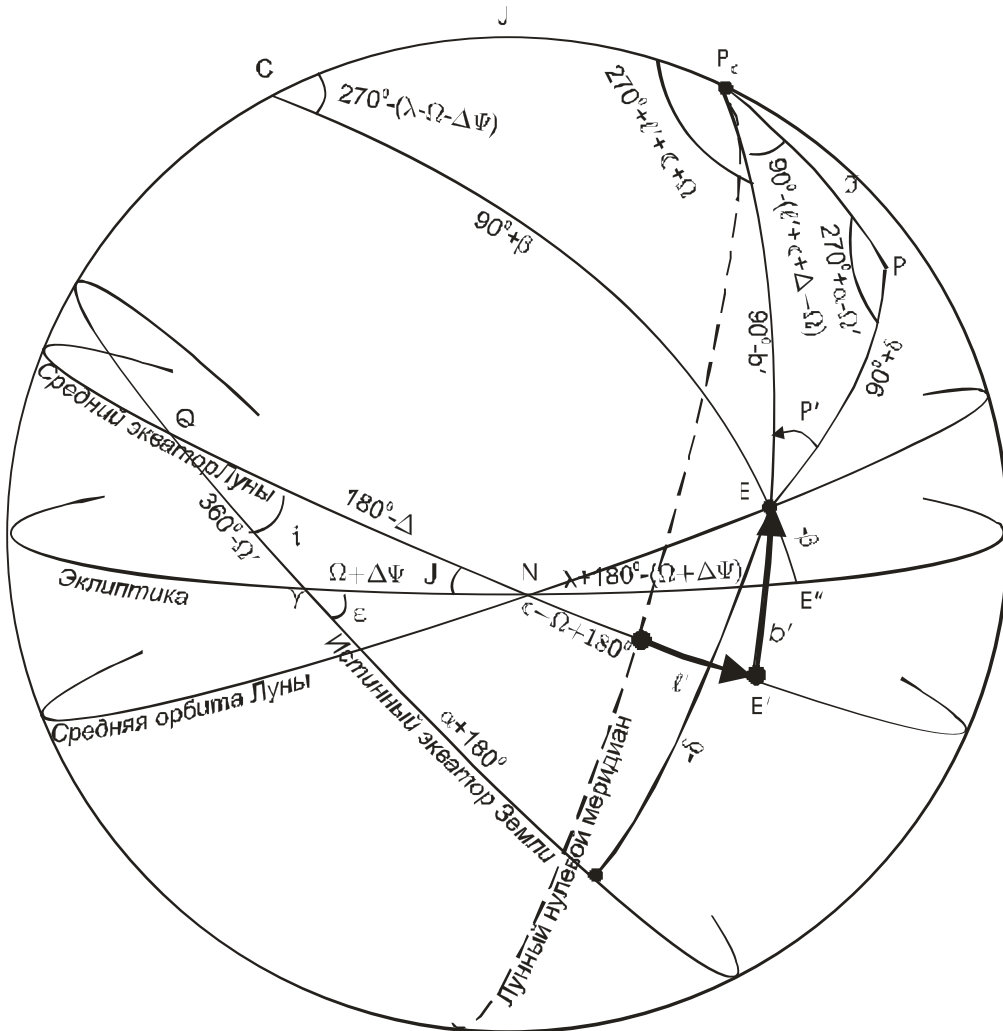


Рисунок 4.2.2 Элементы селенографической сферы

Величины P и P' находятся из уравнений:

$$\begin{aligned}
\sin P &= \sin i_1 \cos(l + \Delta_1 + \mathbb{C} - \Omega) \sec \delta = \sin i_1 \cos(\alpha - \Omega_1) \sec b, \\
\sin P' &= \sin i \cos(l' + \Delta + \mathbb{C} - \Omega) \sec \delta = \sin i \cos(\alpha - \Omega') \sec b'.
\end{aligned}
\tag{3.2.5}$$

Угол $P'' = P - P'$ является физической либрацией в угле положения оси вращения Луны.

l, l', F, D представляют фундаментальные аргументы и имеют вид:

$$\begin{aligned}
 l &= 485\,866''\,733 + (1325^r + 715\,922''\,633)T + 31''\,310T^2 + 0''\,064T^3, \\
 l' &= 1\,287\,099''\,804 + (99^r + 1\,292\,581''\,224)T - 0''\,577T^2 - 0''\,012T^3, \\
 F &= 335\,778''\,877 + (1342^r + 295\,263''\,134)T + 13''\,257T^2 + 0''\,011T^3, \quad (3.2.6) \\
 D &= 1\,072\,261''\,307 + (1236^r + 1\,105\,601''\,328)T - 6''\,891T^2 + 0''\,019T^3, \\
 \Omega &= 450\,160''\,280 - (5^r + 482\,890''\,539)T + 7''\,455T^2 + 0''\,008T^3,
 \end{aligned}$$

где $l = 1\,296\,000''$, $l = \mathcal{C} - \Gamma'$ - средняя аномалия Луны,

$l' = L - \Gamma$ - средняя аномалия Солнца,

$F = \mathcal{C} - \Omega$ - средний аргумент широты Луны,

$D = \mathcal{C} - L$ - средняя элонгация Луны и Солнца (разность их средних долгот), L - средняя долгота Солнца и Γ - средняя долгота солнечного перигея:

$$\begin{aligned}
 L &= 1\,009\,677''\,850 + (100^r + 2771''\,210)T + 1''\,089T^2, \\
 \Gamma &= 1\,018\,578''\,046 + 6\,190''\,046T + 1''\,666T^2 + 0''\,012T^3.
 \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

Средний наклон ε_0 эклиптики к экватору можно рассчитать так:

$$\varepsilon_0 = 84\,381''\,448 - 46''\,8150T - 0''\,00059T^2 + 0''\,001813T^3. \quad (4.2.8)$$

T отсчитывается от стандартной эпохи J 2000 в юлианских столетиях по 36525 суток.

Из разложения фундаментальных аргументов получают значения элементов лунной орбиты:

$\Gamma' = 300\,072''\,424 + (11^r + 392\,449''\,965)T - 37''\,112T^2 + 0''\,045T^3$ - средняя долгота перигея.

$\zeta = 785\,939''157 + (1336' + 1\,108\,372''598)T - 5''802T^2 + 0''019T^3$ - средняя долгота Луны.

Введем следующие обозначения:

$I = 5552''64$ - постоянный наклон среднего лунного экватора к эклиптике;

ε - истинный наклон экватора к эклиптике;

i, i_1 - наклон среднего (истинного) лунного экватора к истинному экватору Земли;

Δ, Δ_1 - угловое расстояние восходящего узла среднего (истинного) лунного экватора на истинном экваторе Земли от восходящего узла среднего (истинного) лунного экватора на эклиптике;

Ω', Ω'_1 - угловое расстояние от истинной точки весеннего равноденствия до восходящего узла среднего (истинного) лунного экватора на истинном экваторе Земли. Тогда

$$\begin{aligned}
 \sin i \sin \Delta &= -\sin \varepsilon \sin(\Omega + \Delta\Psi), \\
 \sin i \cos \Delta &= +\sin I \cos \varepsilon - \cos I \sin \varepsilon \cos(\Omega + \Delta\Psi), \\
 \cos i &= \cos I \cos \varepsilon + \sin I \sin \varepsilon \cos(\Omega + \Delta\Psi), \\
 \sin i \sin \Omega' &= \sin I \sin(\Omega + \Delta\Psi), \\
 \sin i \cos \Omega' &= \cos I \sin \varepsilon - \sin I \cos \varepsilon \cos(\Omega + \Delta\Psi), \\
 \sin i_1 \sin \Delta_1 &= -\sin \varepsilon \sin(\Omega + \Delta\Psi + \sigma), \\
 \sin i_1 \cos \Delta_1 &= \sin(I + \rho) \cos \varepsilon - \cos(I + \rho) \sin \varepsilon \cos(\Omega + \Delta\Psi + \sigma), \\
 \cos i_1 &= \cos(I + \rho) \cos \varepsilon + \sin(I + \rho) \sin \varepsilon \cos(\Omega + \Delta\Psi + \sigma), \\
 \sin i_1 \sin \Omega'_1 &= -\sin(I + \rho) \sin(\Omega + \Delta\Psi + \sigma), \\
 \sin i_1 \cos \Omega'_1 &= \cos(I + \rho) \sin \varepsilon - \sin(I + \rho) \cos \varepsilon \cos(\Omega + \Delta\Psi + \sigma),
 \end{aligned} \tag{3.2.9}$$

здесь определяются элементы ориентации среднего и истинного лунных экваторов будут иметь следующие значения, а именно параметры $i, \Delta, \Omega, i_1, \Delta_1, \Omega_1'$.

Необходимо отметить, что имеется несколько теорий физической либрации Луны (ФЛЛ). В целом, они подразделяются на две категории: аналитические теории и численные теории.

К аналитическим теориям относятся:

1. Хабибуллин Ш.Т., 1966 г.
2. Хабибуллин Ш.Т., Чиканов Ю.А., 1969 г.
3. Migus, 1980 г.
4. Eckhardt, 1981 г.
5. Moons, 1982-1984 гг.
6. Petrova, 1996 г.
7. Chapront et al., 1997 г., 1999 г.
8. Rambaux, Williams, 2011 г.

К численным теориям относятся:

1. Эфемериды DE118/LE62 NASA USA(1981 г.)
2. DE200/LE200 (1982 г.)
3. Эфемериды EPM87 (1974 – 1987 гг. (ИТА СССР)
4. Ширяев А.А., 1985 (ИТА СССР)
5. Eroshkin G.I., 1985 (ИТА СССР)
6. Эфемериды DE403/LE403 (1995 г.)
7. Эфемериды EPM98 (1998 г.)
8. Эфемериды DE405/LE405 (1998 г.)
9. Эфемериды EPM2000 (2000 г.)

10. Эфемериды EPM2003 (2003 г.)
11. Эфемериды DE418 (2007 г.)
12. Эфемериды DE421 (2008 г.)
13. Эфемериды EPM2011 (2011 г.)
14. Эфемериды DE430-431 (2013 г.)
15. Эфемериды DE432 (2014 г.)
16. Эфемериды EPM2015 (2015 г.)

Для создания теорий Экхардта, Мигус и Мунс были использованы модели физической либрации Луны, которые основывались на разложении гравитационного потенциала Луны с точностью до второй сферической гармоники. Отметим, что современные теории вращения Луны изучаются члены, которые ранее не рассматривались, хотя эти элементы учитывают гармоники разложения гравитационного потенциала выше второго порядка. Реализация данной задачи основывается на методах численного интегрирования дифференциальных уравнений физической либрации Луны.

4.3 Фундаментальный каталог положений точек на поверхности Луны

Построение единой системы положений лунных объектов является важнейшей задачей, при решении которой необходимо учитывать, что система должна реализовывать динамическую СК, осуществлять хороший охват видимой и обратной стороны Луны и иметь центр отсчета данных, близкий к центру масс.

Напомним, что благодаря миссиям «Аполло» для видимой стороны Луны и «Зонд-6», «Зонд-8» для обратной стороны была создана опорная селеноцентрическая сеть, но для ограниченной области лунной поверхности.

Ф.Д.Дойл и др. проанализировали внутреннюю точность координатной системы, которая реализуется топографическими данными миссии «Аполло». Оказалось, точность в плановых координатах лунных объектов зависит значительно от положения лунного объекта относительно треугольника, реализуемого станциями ALSEP (The Apollo Lunar Surface Experiments Package).

Учитывая квазидинамический характер самих космических сетей, к динамическим координатным системам для видимой стороны Луны можно отнести: опорную сеть, полученную по привязке кратеров к звездам на основе гелиометрических измерений, и каталоги «264 кратера» и «Казань-1162», построенные на основе крупномасштабных снимков Луны со звёздами.

Создание динамической системой координат подразумевает соблюдение следующих условий: оси системы координат совпадают с главными осями инерции Луны, а центр системы координат каталога совпадает с центром масс Луны.

Отметим основные этапы при создании единой системы координат с применением опорного каталога «Казань-1162» и других каталогов, которые кроме объектов видимой стороны Луны, содержат объекты в либрационной зоне и на обратной стороны Луны. Важнейшим этапом при решении данной задачи является

исследование каталога «Казань-1162» на наличие систематических и случайных ошибок, а также сгущение и расширение системы каталога «Казань-1162» на видимую, обратную стороны Луны и либрационную зону. Для трансформации и моделирования координатных систем были использованы специальные программные пакеты и модули.

Программный модуль «Моделирование координатных систем» (МКС) позволяет использовать для программирования современные программные продукты, например, систему Windows. МКС содержит подпрограмму для перевода прямоугольных координат из системы S_1 в систему S_2 по матрице поворотов A и вектору смещения S_0 . Программа имеет архитектуру, состоящую из двух независимых частей: ядра и графической оболочки. Ядро состоит из подклассов, реализующих основные функции, а управляющая подпрограмма дает возможность осуществить взаимодействие с пользователем. Предлагаемая структура в полном объеме реализует объектно-ориентированные принципы программирования. Представленная архитектура позволяет успешно проводить взаимодействие с другими программными комплексами, ведь при необходимости, ядро программы можно перемещать в другие программные модули. Командный модуль МКС позволяет контролировать вычислительные процессы, устранять ошибки, связанные с некорректными действиями пользователя. Краткое описание модулей, входящих в ядро, следующее. Первой ступенью алгоритма обработки является подпрограмма первичной обработки данных. С помощью этой

подпрограммы возможен ввод данных для решения поставленной задачи. Три ключевых особенности данной подпрограммы помогают осуществить трансформацию координат из прямоугольной системы в сферическую, трансформацию координат из сферической системы в прямоугольную, и отождествление общих точек с одинаковыми прямоугольными координатами. Второй ступенью алгоритма является подпрограмма построения аналитической модели. Данная подпрограмма осуществляет анализ матрицы поворота системы, вычисляет векторы относительного положения начал систем координат исследуемых систем, учитывает условия ортогональности различными методами (аналитическим, численным и параметрическим).

Программный модуль «Система поиска оптимальных регрессий» (СПОР+) применяется для научных исследований, а именно позволяет заменять первоначальные параметры другими близкими параметрами, а также создавать упрощенные модели. Используя СПОР+ возможно проводить анализ связей между несколькими независимыми переменными, выполнение программной процедуры регрессионного анализа, при которой независимые параметры могут пошагово вводиться или выводиться из уравнения регрессии, построения адаптивных моделей, анализа остаточных членов.

В систему каталога «Казань-1162» было переведено 12 каталогов: «ACIC», «AMS», «ARTHUR», «Baldwin», «Goloseevo-1», «Goloseevo-2», «MILLS-2», «SCHRUTKA-1», «SCHRUTKA-2»,

«Киевский каталог», The Unified Lunar Control Network 2005 (ULCN 2005) и каталог на западное полушарие Луны (Valeev).

Численным методом и методом без учета условий ортогональности для модели (3.3.1.) при условиях (3.3.2) были выполнены вычисления с учетом поворотных матриц \mathbf{A} и векторов смещения \mathbf{S}_0 .

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{A}\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_0, \quad (4.3.1)$$

где \mathbf{A} представляет собой матрицу поворота систем координат, \mathbf{S}_0 является вектором сдвига центра отсчета координат системы S_2 по отношению к координатной системе S_1 .

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{E}, \text{ где } \det \mathbf{T} = 1. \quad (4.3.2)$$

Предлагаемый алгоритм позволяет сгустить координатную сеть на видимой стороне Луны и перевести систему координат опорного динамического каталога «Казань-1162» на обратную сторону Луны. В итоге были решены три основные задачи:

1. Анализ точности математической модели ортогональной трансформации координат;

2. Редукция систем трансформируемых каталогов для глобального распространения системы каталога «Казань-1162»;

3. Сгущение сети базисных точек каталога «Казань-1162» на видимой стороне Луны с использованием редукции координат объектов, входящих в 12 селенографических каталогов. В данном случае численный метод позволил выполнить прецизионные преобразования координат.

Следует отметить, что каталог «Казань-1162» реализует динамическую систему координат, в связи с этим и возникает необходимость трансформации координат селенографических каталогов лунных положений в систему каталога «Казань-1162» с использованием матрицы ориентации \mathbf{A} и вектора смещения \mathbf{S}_0 . Усреднение остатков позволяет получить элементы вектора \mathbf{S}_0 , причем данные элементы не имеют геометрической интерпретации.

Таким образом, процедура распространения и сгущения системы «Казань-1162» возможна при использовании элементов перехода матриц \mathbf{A} и \mathbf{S}_0 уравнения (3.3.1). Численный метод редукций и учет условий (3.3.2) позволили получить необходимые решения поставленной задачи. Специальный программный модуль на основе невязок координат позволил отождествить общие точки для двух систем S_1 и S_2 для селенографической системы координат (ξ, η, ζ) , причем невязки не превышали по модулю для ξ, η, ζ соответственно значения 0,001; 0,001; 0,002 лунного радиуса.

Можно записать в векторной форме:

$$\mathbf{A} \times \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Z}, \quad (4.3.3)$$

где $\mathbf{A}(A_{ij})$ - структурированная переходная матрица,

$\boldsymbol{\theta}(\Delta \xi, \Delta \eta, \Delta \zeta)$ - вектор-столбец искомых параметров,

$\boldsymbol{\varepsilon}$ - вектор-столбец случайных ошибок наблюдений,

$\mathbf{Z}(\Delta X, \Delta Y)$ - вектор-столбец наблюдений.

Оценка искомых параметров $\hat{\theta}(\Delta\hat{\xi}, \Delta\hat{\eta}, \Delta\hat{\zeta})$ выполнялась согласно следующему уравнению:

$$\hat{\theta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{Z}), \quad (4.3.4)$$

Ковариационная матрица ошибок неизвестных определялась из выражения:

$$\mathbf{D}(\hat{\theta}) = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{2m-3} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}, \quad (4.3.5)$$

где \mathbf{V} - вектор остаточных уклонений.

Модель (3.3.4) является ортогональной, но ее можно представить и как приближенную не ортогональную систему в виде алгебраического полинома первой степени \mathbf{P}_1 . Таким образом, достоверность построенной модели можно исследовать на основе сравнения ее с результатами, полученными по модели (3.3.4) в виде \mathbf{P}_1 .

Значения матриц ориентации \mathbf{A} и векторов смещения \mathbf{S}_0 получены для пар каталогов: (КСК-1162, ACIC), (КСК-1162, AMS), (КСК-1162, ARTHUR), (КСК-1162, Baldwin), (КСК-1162, Goloseevo-1), (КСК-1162, Goloseevo-2), (КСК-1162, KIEV), (КСК-1162, MILLS-2), (КСК-1162, SCHRUTKA-1), (КСК-1162, SCHRUTKA-2), (КСК-1162, Valeev), (КСК-1162, ULCN 2005). Для этого каждый из каталогов был переведен в систему «Казань-1162». Значения элементов матриц ориентации \mathbf{A} , векторов смещения \mathbf{S}_0 и количество

общих точек для всех 12 каталогов представлены в таблице 3.3.1. Численный метод использован для преобразования систем координат согласно общим точкам.

Благодаря решению задачи прецизионного сгущения и расширения фундаментальной селеноцентрической сети «Казань-1162» на видимую и обратную стороны Луны был получен каталог трансформированных координат лунных объектов в динамической системе координат.

Таблица 4.3.1 Параметры каталогов в системе опорной сети «Казань-1162»

Название каталога	Матрица поворота	Вектор смещения	Количество общих точек
ASIC	1.000000 0.000197 -0.000078 -0.000197 1.000000 -0.000561 0.000078 0.000561 1.000000	-0.000173 -0.000198 -0.001176	64
AMS	1.000000 0.000057 -0.000214 -0.000057 1.000000 -0.000296 0.000214 0.000296 1.000000	-0.000003 -0.000347 -0.000820	52
ARTHUR	1.000000 -0.000044 -0.000124 0.000044 1.000000 -0.000558 0.000124 0.000558 1.000000	-0.000125 -0.000254 -0.001400	14
Голосеево-1	1,000000 0,000266 -0,000239 -0,000266 1,000000 -0,000452 0,000239 0,000452 1,000000	-0,000115 -0,000164 -0,000645	39

Голосеево-2	1.000000 0.000178 -0.000531 -0.000178 1.000000 -0.000707 0.000531 0.000707 1.000000	0.000123 -0.000213 -0.000404	44
Киев	1.000000 -0.000027 -0.000503 0.000027 1.000000 -0.000215 0.000503 0.000215 1.000000	-0.000010 0.000031 -0.000038	659
MILLS-2	1.000000 -0.000010 -0.000051 0.000010 1.000000 -0.000509 0.000051 0.000509 1.000000	-0.000200 -0.000256 -0.001119	93
SCHRUTKA-1	1.000000 0.000162 -0.000196 -0.000162 1.000000 -0.000300 0.000196 0.000300 1.000000	-0.000172 -0.000361 -0.001280	33
SCHRUTKA-2	1.000000 -0.000061 -0.000118 0.000061 1.000000 -0.000469 0.000118 0.000469 1.000000	-0.000152 -0.000242 -0.000883	35
Valeev	1.000000 -0.000027 -0.000503 0.000027 1.000000 -0.000215 0.000503 0.000215 1.000000	-0.000010 0.000031 -0.000038	21
Baldwin	1.000000 -0.000334 0.000002 0.000334 1.000000 -0.000592 -0.000002 0.000592 1.000000	0.000187 -0.000013 -0.000259	23
ULCN	1.00000 0.00016 0.00005 -0.00016 1.00000 -0.00007 -0.00005 0.00007 1.00000	0.00002 0.00005 0.00005	400

При решении задачи преобразования координат на базе координатного обеспечения общих лунных объектов применялось

адаптивное регрессионное моделирование. Данный вид моделирования позволил осуществить поиск достоверных оценок параметров и систем модельного преобразования координат. Основу адаптивного регрессионного моделирования составляет метод структурно-параметрической идентификации адекватной модели преобразования координат. Целью предложенного в настоящей работе метода является интерполяция (сгущение) и экстраполяция (расширение) опорной селеноцентрической сети. Отождествление общих объектов в автоматизированном режиме позволяет организовать система моделирования координатных систем (МКС). Кроме того, МКС дополнительно с пакетом СПОР+ дает возможности получать координаты объектов рассматриваемого каталога в системе «Казань-1162» для аппроксимирующих преобразований. Совместная реализация данных систем моделирования позволяет получить параметры в виде данных о диапазоне расхождений координат для исходной и редуцированной версий каталогов, причем полученных в разнородных системах отсчета координат. Используются следующие формулы перевода сферических координат в прямоугольные:

$$\xi = R \sin(\lambda) \cos(\beta)$$

$$\eta = R \sin(\beta)$$

$$\zeta = R \cos(\lambda) \cos(\beta)$$

Также используются следующие формулы перевода прямоугольных координат в сферические координаты:

$$\lambda = \frac{180}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{\xi}{\zeta}\right), \zeta > 0$$

$$\lambda = \frac{180}{\pi} \left(\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{\xi}{\zeta}\right)\right), \zeta \leq 0$$

$$\beta = \frac{180}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}}$$

$$R = R_0 \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}, \text{ где } R_0 = 1738.1 \text{ км.}$$

ГЛАВА 5

5.1 Модель макрофигуры лунного диска. Методы построения моделей макрофигуры Луны

Создание точных моделей макрофигуры Луны возможно благодаря данным космических миссий. Учитывая высокую точность физического рельефа, тем не менее, ключевой задачей является определение положения координатной сетки и определение значений селеноцентрических координат точек.

Численно-аналитический метод является основным методом для исследования лунного макрорельефа. Цель численно-аналитического метода заключается в разложении высотных данных каталогов в гармонические ряды по сферическим функциям. Успехом пользуются методы регрессионного анализа. Регрессионный анализ, как представитель статистических методов, наиболее часто используется для обработки и оценки экспериментальных результатов. Таким образом, исследователи получают возможность на основе разнородных наблюдений создавать точные математические модели. Благодаря моделированию появляется возможность создания соответствующих параметрических взаимосвязей между наблюдаемыми процессами и соответствующими им параметрами. Основные характерные моменты регрессионного анализа следующие:

- представление данных на основе математических методов;
- создание моделей, максимально соответствующих наблюдаемому процессу;

- поиск искомых неизвестных в математической модели с применением метода наименьших квадратов;

- поиск и выборка более реальной модели на основе анализа.

Ключевую модель регрессионного анализа можно записать как:

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}\alpha + \varepsilon, \quad (5.1.1)$$

где \mathbf{V} - векторная матрица наблюдений, размером $(i \times 1)$, где i число наблюдений, \mathbf{R} - матрица регрессии, необходимая для связи параметров модели с размером $(n \times p)$, которая содержит один столбец с величинами $r_{10} = r_{20} = \dots = 1$ и значения r_{ij} соответствующие i наблюдениям $(i \dots n)$ над параметрами уравнения регрессии r_j ($j = 1, \dots, p - 1$), где p количество таких параметров; α вектор, характеризующий размерность $(p \times 1)$ искомых неизвестных параметров α_j ($j = 0, \dots, p - 1$), которые необходимо определить, ε представляет матрицу ошибок модели $(n \times 1)$.

Основной задачей для данных исследований является выбор оптимальной модели. Необходимо отметить, что модель является прототипом изучаемого явления или процесса с некоторым приближением и не может быть точной копией. На процесс оценивания искомых величин некоторые параметры могут оказать определенное воздействие, причем в процессе наблюдений данные не измеряются. Указанные параметры имеют как систематический, так случайный характер. Первые - вызывают изменение коэффициентов модели, вторые - повторные опыты будут давать различные значения оцениваемой переменной при одних и тех же значениях факторов.

Создавая определенную модель невозможно точно учесть влияние случайных возмущений в каждом отдельном измерении, моделирование лишь показывает некоторые усредненные характеристики. В результате невозможно создать "истинную" модель, можно только оценить степень ее адекватности. Для случая линейной регрессии была построена модель (5.1.1), которая характеризуется неопределенной структурированностью, а именно, неопределенности как в размерности и составляющих элементов системы, так и входящих параметров - величинам α_i матрицы α . В данном случае поиск необходимых величин заключается в определении на основе данных наблюдений истинных значений α_i . Задача определения структуры модели сводится в принципе к получению достаточно адекватной данной модели структурированности. Основным этапом линейного регрессионного анализа является поиск α_i по результатам определенных наблюдений $v_i, r_{i0}, \dots, r_{p-1}$. Величины α_i представляются случайными величинами, основными числовыми характеристиками которых является определенное математическое ожидание $M(\alpha_i)$ и дисперсия $D(\alpha_i)$. Основная цель параметрического оценивания заключается в поиске числовых характеристик $M(\alpha_i)$ и $D(\alpha_i)$ и нахождению искомых параметров. Поэтому при наличии нескольких методов оценивания появляется необходимость выбора такого из них, который наилучшим образом обеспечивает свойства «наилучшего линейного» или «оптимального» нахождения параметров модели. Оптимальный

подход к нахождению параметров используемой регрессионной модели предполагает применение первоначальной структуры модели в виде (5.1.1), нахождение искомым неизвестных α_i с применением МНК и определение структуры наиболее благоприятной модели.

Степень соответствия модели с наблюдаемым значениям представляется важным этапом при анализе исходной модели. Анализ соответствия модели наблюдениям является одним из главных статистических условий для регрессионного анализа. Практическое использование построенной модели должно наилучшим образом удовлетворять соответствию теоретической и реальной основы для изучаемого объекта. Одним из ведущих критериев при нахождении структуры построенной модели является ее простота и наименьшее количество входящих в нее переменных. Критерий выбора структуры модели предполагает стремление создать наиболее простую интерпретацию реальности с наименьшим количеством переменных. Структура модели должна иметь простую систему с ограниченным количеством переменных параметров и с ограниченным количеством связей между этими параметрами. Все вышесказанное имеет отношение к принципу экономичности модели. Сокращение числа параметров модели упрощает процесс нахождения искомым параметров и позволяет использовать данную модель для решения широкого круга задач. Для этих целей вводятся статистические меры соответствия, которые характеризуются мерой расхождения между предполагаемыми и наблюдаемыми значениями. Соответственно меры подразделяются на внешние (в случае

стохастических моделей) и внутренние (в случае редуцированных моделей).

5.2 Современные модели макрофигуры Луны

Гудас К. в 1963 г. впервые выполнил разложение по сферическим функциям высотных данных рельефа до восьмого порядка, тем самым было положено начало гармоническому анализу.

Порядок гармоник определялся точностью наблюдательных данных и количеством гармоник. Анализируя результаты разложений можно сделать вывод, что средняя квадратичная ошибка вычислений уменьшается при увеличении порядка гармоник. Основой гармонического анализа является точность измерения высот, приводящая к единственному источнику ошибок, а методы вычислений, применяемые при получении коэффициентов гармоник, не содержат дополнительных ошибок. Для определения коэффициентов разложений использовался МНК. Гудас предположил, что на видимой и обратной сторонах лунной сферы рельеф симметричный, так как отсутствовала информация о рельефе обратной стороны Луны. Разумеется, это исказило результаты описания глобального рельефа естественного спутника Земли.

Исследования Луны до космической эры предполагали использование только наземных наблюдений, что давало ошибку определения высот точек поверхности порядка ± 100 метров. Этот факт не лучшим образом сказывался на точности разложения и самого физического рельефа. Так как данные о рельефе обратной стороны отсутствовали, положение начала системы координат также

определить достоверно не удавалось. Космическая эпоха существенно изменила эту ситуацию. Были получены и фотографические снимки всей исследуемой поверхности Луны, и возможность дополнить, скорректировать их данными лазерной альтиметрии. В итоге на основе метода разложения селенографических наблюдательных данных в ряды по сферическим функциям были получены модели лунной макрофигуры. Билс Б. и Феррари А. в своих исследованиях использовали 3300 измерений высот, полученных наземными методами, 1400 фотографий миссии «Аполло» и 5800 альтиметрических наблюдений с целью построения модели макрофигуры Луны на основе гармонических разложений 12 порядка. Вскоре была создана модель лунного рельефа с точностью представленных данных ± 1 км и покрывающая существенную область лунной поверхности, лежащую между отметками 45° северной и южной широты.

В процессе разработки методов гармонического анализа селенографических данных существенную роль оказали исследования отечественных авторов. Анализ данных космических миссий «Зонд-6» и «Зонд-8» дал возможность улучшить точность разложений по сферическим функциям в определенных областях лунной сферы, а именно, в южной части западного полушария, полярных областях и краевой зоне Луны. В данном исследовании впервые было произведено разложение рельефа по выборочным функциям совместно с разложениями по сферическим функциям.

Эти исследования основаны на анализе абсолютных высот объектов на обратной стороне западного полушария Луны. Была построена гипсометрическая карта видимой стороны Луны, которая покрывала область на лунной поверхности $\pm 70^\circ$ по долготе и широте. Создание гипсометрической карты основывалось по данным опорного каталога Милза. В Голосеевской обсерватории совместно с данными альтиметрии космических миссий «Apollo-15» и «Apollo-16» был создан каталог высот краевой зоны Луны.

Разработка метода разложения рельефа до восьмого порядка гармоник, а также его реализация принадлежит Н.А.Чуйковой. Разложение рельефа до десятого порядка и вывод параметров высот рельефа обратной стороны Луны был выполнен И.Г.Чугуновым (1977 г.), и на основе анализа аномалий силы тяжести А.С.Дубровским и Ю.А.Чикановым (1978-1979 гг.). В.С.Кислюк внес существенный вклад в развитие методологии гармонического анализа лунной топографии, он проанализировал два метода построения мегарельефа Луны: картографический и метод сферического гармонического анализа. В качестве селенографической основы применялась бланковая карта Луны. На основе селенодезических координат 2390 опорных точек каталога «Киев-4900» и абсолютных высот отдельных валов крупных кратеров, пиков хребтов, полученных с американских карт видимого лунного полушария, была построена гипсометрическая карта Луны. При этом лунная поверхность была разделена на сегменты размером $10^\circ \times 10^\circ$, а средние значения высот получены в результате

сглаживания используя метод скользящего среднего. Глобальный мегарельеф Луны (для математического представления) разделен на 56 сегментов указанного размера. Сегменты располагались симметрично относительно экватора и нулевого меридиана, что позволяло получить некоррелированные значения гармонических членов разложения на основании свойств ортогональности сферических функций. Средние уровни каждого из 56 сегментов с учетом весов были найдены как средние взвешенные значения высот точек, попадающих на предлагаемый сегмент. Отметим, что отдельно исследовались морские и материковые зоны, разложение по сферическим функциям было выполнено до пятой степени. В итоге, полученные карты оказались достаточно точными ($\pm 0.18 - 0.30$ км по высоте) и хорошо согласующимися с данными гипсометрической карты, построенной Биллзом и Феррари на основе метода гармонического анализа данных лазерной альтиметрии. Основываясь на описанных подходах, были определены параметры геометрической фигуры Луны, найдены размеры трехосного эллипсоида, аппроксимирующего геометрическую фигуру Луны, и определено смещение центра фигуры Луны относительно центра масс.

Данные гипсометрических карт Феррари, Биллза и Чуйковой, которые охватывают 60% поверхности Луны, дают значения селенографических координат 261 объектов, расположенных на обратной стороне и в либрационной зоне. На основе этого задела С.Г.Валеев получил разложения глобального рельефа Луны в ряд по

сферическим функциям до восьмого порядка. Опорной селенодезической сетью в этом случае являлся каталог лунных объектов «Киев-4900». В практике гармонического анализа впервые с помощью ковариационной функции в предположении однородности и изотропности вариаций топографии была заполнена область, где отсутствовали наблюдательные данные. Метод регрессионного моделирования впервые использовался в аналогичных исследованиях при поиске искомых параметров. В результате, на основе реализации регрессионного подхода, получена наилучшая достоверная модель поверхности Луны с учетом коэффициентов разложения восьмого порядка. Согласно критерию Стьюдента, значимые гармонические коэффициенты были исключительно стохастическими. На основе внутренних стохастических условий и в процессе анализа было установлено увеличение точности полученных параметров разложения и высокая детализация построенной модели.

В результате была создана гипсометрическая карта в проекции Мольвейде, которая оказалась достаточно близкой к данным оптимального разложения. В работе С.Г.Валеева (1991 г.) получены важные результаты, которые использованы в наших исследованиях:

1. Как правило, в разложениях присутствуют параметры, которые коррелируют друг с другом, что приводит к ненадежному выявлению соответствующих коэффициентов гармоник;

2. Разложению меньшим числом членов ряда - принцип регрессионного анализа гармоник;

3. Статистическая оценка разложения по сферическим функциям может быть использована как мера качества, которая выявляет прогностическую ценность модели и позволяет дискриминировать конкурирующие описания.

На основе данных миссии «Clementine» в Лаборатории ракетного движения (JPL USA) построена модель лунного рельефа. В настоящее время, эта модель разложения рельефа Луны в ряд по сферическим функциям 70-ого порядка является достаточно полной и подробной из всех построенных ранее. Достаточно большое количество входящих в разложение коэффициентов представляют сложность построения подробных моделей макрорельефа Луны. Модель базируется на сфероиде со сжатием $1/3234.93$, средним радиусом 1738 км и покрывает зону, заключенную между 75° южной и северной широты. Метод численного интегрирования по лунной сфере позволил создать модель 70-го порядка разложения рельефа Луны и получить коэффициенты гармоник. В итоге созданная селенографическая модель наиболее достоверно из всех существующих, дает значения высотных радиусов-векторов Луны. Последнее объясняется следующим образом: ранние космические лунные миссии, например миссии «Apollo», при измерениях на лунной поверхности были ограничены экваториальными областями, а также большими селенографическими ошибками определения высот, порядка $\pm 0,5-1$ км. Позднее, данные миссии «Clementine» позволили получать селенографические ошибки высот около ± 10 метров.

Тем не менее, современные модели физической поверхности Луны имеют достаточную точность представленного рельефа, но селенодезическая привязка точек по всем трем осям остается достаточно неопределенной. В связи с этим, определение базисной координатной системы отсчета является современной и актуальной задачей.

5.3 Данные каталога селеноцентрических опорных точек для построения модели макрофигуры Луны

Анализ селенодезического каталога селеноцентрических опорных точек (КСОТ) радиусов-векторов (абсолютных высот) 282215 точек, созданного в Казани, позволил получить новые данные о рельефе видимой стороны лунной поверхности.

При создании каталога КСОТ использовался метод трансформации координат в фундаментальную динамическую систему координат. Иначе говоря, КСОТ построен на основе трансформации координат в систему, центр которой лежит в центре масс Луны, а координатные оси направлены вдоль главных осей инерции. Таким образом, в данном селенодезическом каталоге положения объектов реализуют небесную систему координат.

Разработка метода построения регрессионных моделей мегарельефа и гравитационных полей небесных тел подразумевает необходимость в наиболее улучшенной, достоверной системе анализа данных, которая характеризуется решением задачи

многопараметрической оптимизации, применению последовательных приближений к нарушению условий метода наименьших квадратов. С программной точки зрения данный подход является сложным в практической реализации. Кроме того, задача разработки метода поиска наиболее достоверных регрессионных моделей на основе определенного количества разнообразных стохастических подходов, является актуальной. Даже неполное решение только для ограниченного количества таких условий для МНК, но являющихся основными для структуризации модели, может позволить определить наилучшие линейные параметры для искомых величин и, тем самым, осуществить прогнозирование для случайных ошибок измерений, которые не могут быть исключены.

В настоящей работе на основе метода регрессионного моделирования реализовано построение моделей макрофигуры Луны. С этой целью использовалась Автоматизированная система научных исследований (АСНИ+), описанная в параграфе 1.6. Совместно с АСНИ+ была осуществлена попытка применения и программного пакета СПОР+ (Система Поиска Оптимальных Регрессий), который позволяет осуществить регрессионное моделирование с особой эффективностью при обработке астрофотографий в процессе построения модели макрофигуры Луны.

Было подтверждено, что особенность данных по мегарельефу и гравитационному полю Луны (размерность и структура), методов их преобразования при применении регрессионного подхода не позволяет применять СПОР+. Поэтому было принято решение, что

для получения результата при обработке наблюдательных данных должна использоваться только автоматизированная система АСНИ+. АСНИ+ является программным пакетом, состоящим из специальных модулей для выполнения процедур регрессионного моделирования и позволяющих анализировать процессы в астрономических и геодезических системах. Данный программный пакет позволяет исследовать топографию Луны и ее гравитационного поля. Основным является возможность создания стохастических моделей, поиск искомых параметров с учетом прогнозирования, осуществляется обратная связь с параметрами полученных значений и имеется возможность полномасштабного управления вычислительным процессом. Предлагаемый комплекс создан для решения специфических подходов к поставленным задачам, которые требуют достаточного количества комбинаций решений и использованию разнообразных методов определения ошибок неизвестных величин. Важным является решение задачи сопоставления остаточных членов в конечном нахождении параметров модели во взаимосвязи с основными предположениями МНК. Применяя основной режим моделирования, данная система позволяет реализовать следующие вычисления:

- построение моделей в виде разложения по сферическим функциям;
- реализация методов структурной идентификации;
- автоматизация процесса обработки при различных порядках разложения;

- построение и анализ графиков "остаток-отклик", "остаток-регрессор" для организации проверки регрессионного анализа;
- проверку выполнения предположения о нормальном распределении стандартизованных остатков;
- определение автокорреляции остатков по критерию Дарбина-Уотсона;
- поддержка доступного и удобного предметно-ориентированного интерфейса с пользователем.

Программные модули АСНИ+ обеспечивают решение вопросов, связанных с нормальными и избыточными (переопределенными) системами алгебраических линейных уравнений. Метод наименьших квадратов позволяет решить полученные уравнения. В качестве выходных данных могут быть значения искомым неизвестных и их ошибки, значения элементов корреляционной матрицы, внутренние и внешние меры качества для определения достоверности и получения рекомендаций для структурирования модели. Программа содержит процедуру поиска наиболее улучшенной и достоверной структурированности модели. Существует возможность использования пошагового регрессионного анализа для получения модели по меньшему числу наблюдений n , чем число коэффициентов p . Это возможно, поскольку члены включаются в модель последовательно, один за другим, и процедура может закончиться раньше, чем возникнет избыточность.

Рассмотрим кратко сам метод и математический аппарат построения селенографических моделей. Один из способов

построения модели мегарельефа Луны - разложение функции вариаций радиусов-векторов $R(\lambda_i, \varphi_i)$ точек лунной поверхности с известными координатами в ряд по сферическим функциям в виде:

$$R(\lambda_i, \varphi_i) = F(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}, \bar{P}_{nm}), \quad (5.3.1)$$

где λ_i, φ_i - известные селенографические координаты объектов Луны; $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ - стандартизованные коэффициенты сферических гармоник; \bar{P}_{nm} - стандартизованные присоединенные функции Лежандра.

На основе данных каталога КСОТ была построена модель восьмой степени разложения (5.3.1) по сферическим функциям. Основные этапы создания модели следующие:

- регрессионный анализ моделей рельефа Луны для различных степеней разложения. Было выяснено, что нет влияния увеличения степени разложения на точность результата с определенной степени;
- анализ оптимальных структур для данной модели;
- влияние переопределенности структуры модели на значения искомых параметров.

Метод наименьших квадратов использовался в нахождении искомых неизвестных и анализе полученной модели (5.3.1). С целью разложения данных мегарельефа по сферическим функциям применялась пошаговая регрессия. Все построенные модели включали только значимые элементы. Было выполнено исследование по нахождению наиболее улучшенной и достоверной степени разложений рельефа. Выяснилось, что степень разложения

восемнадцатого порядка является наиболее оптимальной для данного числа наблюдений.

С целью оценки достоверности построенной модели было решено осуществить сравнение каталог «КСОТ» и данные миссии «Clementine». Метод сравнения изогипс данных (анализ сопоставимости и достоверности) моделей топографической информации является одним из прямых методов исследования моделей макрорельефа Луны, построенного на основании данных разнородных селенографических систем. При этом каталог «Казань-1162» определяет основную уровенную поверхность отсчета высот.

Напомним, что на основе гармонического анализа построена модель макрорельефа лунной поверхности в JPL USA. Это единственная модель, на данное время, которая содержит коэффициенты до 70-го порядка и охватывает область на лунной поверхности, ограниченную 75° южной и северной широты. Но для наших исследований оказалось достаточным использовать модель макрорельефа лунной поверхности 40-го порядка. Модель макрорельефа содержит 72548 высот и построена в УлГТУ.

Были проанализированы изогипсы сечений построенной в настоящей работе модели макрофигуры Луны, а также моделей созданных на основе наблюдений космической миссии «Clementine» и данных каталогов «Казань-1162», «Киев-4900» и «КСОТ». Данные модели создавались используя пятый порядок разложений по сферическим функциям. В результате были исследованы изогипсы для значений селенографической долготы ($\lambda=40^{\circ}, 20^{\circ}, 0^{\circ}, -20^{\circ}, -40^{\circ}$) с

шагом по широте 20^0 . Сечения лунного макрорельефа для четырех селенографических систем для долготы $\lambda = -20^0$ приведены на рисунке 5.3.1. Ось ординат определяет селенографические широты, ось абсцисс - высоты изогипс по отношению к базовой высоте (1738км).

Анализ изогипс, построенных для селенографических долгот $\lambda = 40^0; 20^0; 0^0; -20^0; -40^0$ показал:

1. Усредненный уровень поверхности Луны на юге выше уровня северного полушария. Разница высотных данных между этими лунными секторами Луны составляет порядка 0.5-1.0 км;

2. Формы гипсометрических кривых изогипс «КСОТ», «Казань-1162» и миссии «Clementine» близки, а вариации изогипс каталога «Киев-4900» имеют более значительные отличия от выше указанных каталогов.

Был разработан алгоритм корреляционного анализа кривых гипсометрических сечений для значения селенографической долготы $\lambda = -20^0$. Задача: определить корреляционную зависимость между высотными данными, представленными на рисунке 4.3.1. Были вычислены высотные вариации одной исследуемой кривой x_i в зависимости от селенографической широты и аналогично для другой y_i . Найдены их средние значения \bar{x}, \bar{y} :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i,$$

Определены коэффициенты корреляции r согласно выражению:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (5.3.2)$$

Результаты вычислений представлены в таблице 5.3.1.

Таблица 5.3.1 Значения коэффициентов корреляции для гипсометрических кривых для селенографической долготы $\lambda = -20^0$

N п/п	Пары исследуемых гипсометрических кривых для селенографической долготы $\lambda = -20^0$	Коэффициент корреляции
1	«КСОТ» - «Киев»	0.42
2	«КСОТ» - «Clementine»	0.65
3	«КСОТ» - «Казань-1162»	-0.81
4	«Киев» - «Clementine»	0.58
5	«Киев» - «Казань-1162»	-0.45
6	«Clementine» - «Казань-1162»	-0.87

Из таблицы видно, что во всех случаях корреляция не большая, но имеет максимальное значение в случае 2. Объяснение этого факта состоит в следующем: большинство точек в каталоге «КСОТ» трансформированы из каталога «ULCN», а последний был искусственно исправлен за поправку высоты именно по топографическим данным миссии «Clementine» и последующих космических миссий.

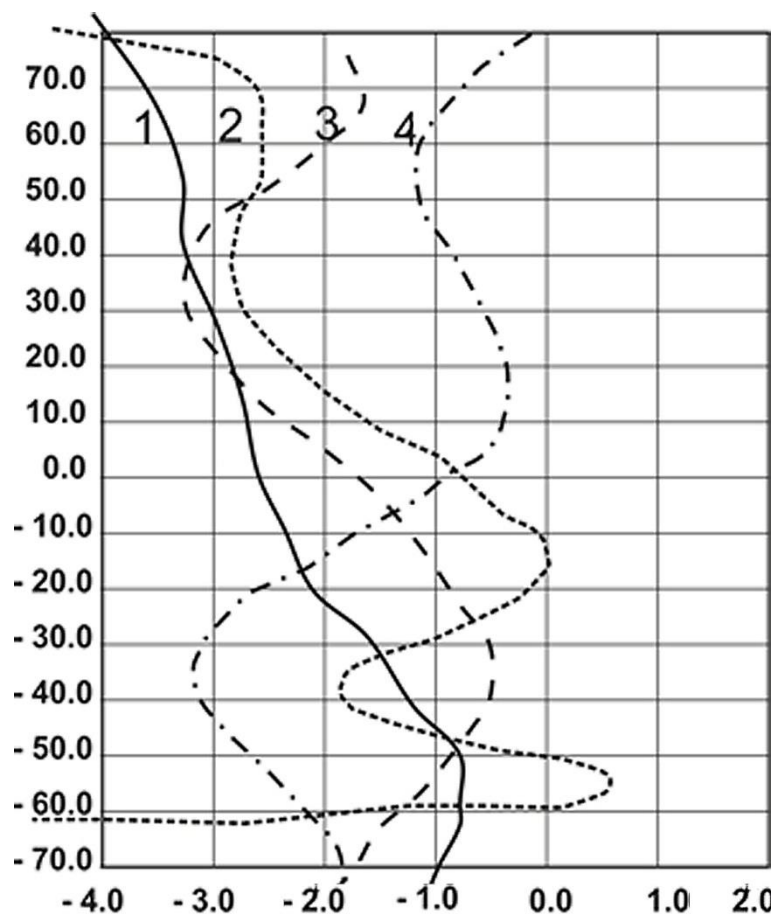


Рисунок 5.3.1 Сравнение сечений моделей гипсометрической фигуры Луны по данным миссии «Clementine» (линия 3), каталогов «Казань-1162» (линия 4), «Киев» (линия 2) и каталога «КСОТ» (линия 1). По оси абсцисс отложены высоты в км, по оси ординат селенографические широты в градусах, кривые приведены для селенографической долготы $\lambda = -20^{\circ}$.

Аналогично объясняется и определенная положительная корреляция в случаях 1 и 4.

Среднеквадратическое отклонение вычислялось по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$$

где n количество измерений отклонения двух кривых. Получено, что для случая «КСОТ» – «Clementine» это отклонение равно 0,9 км, а для случая «Clementine» - «Казань-1162» 1,7 км, следовательно, каталог «КСОТ» по высотным данным для долготы $\lambda = -20^0$ оказался более близким к системе данных миссии «Clementine», чем каталог «Казань-1162».

4. Сравнение трех гипсометрических кривых для каталогов «КСОТ», «Казань-1162» и миссии «Clementine» также согласуется с ранее сделанным выводом, что существует понижение в северном полушарии Луны средней высоты макрорельефа относительно южного полушария.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выше изложенного материала, можно сделать следующие выводы:

1) Использование квантово-оптических средств для привязки к лунной системе координат эффективно и актуально. При этом при создании высокоточной лунной навигационной спутниковой системы (ЛНСС) используется взаимосвязанная система оптических и квантово-оптических средств (СЛМ – световых лазерных маяков) и бортовых оптических средств ОИЛС (орбитального искусственного лунного спутника).

2) Разработана методика высокоточных измерений видимых координат светового лазерного маяка, размещенного на поверхности Луны, относительно звезд (МИПСЛМ - методика измерений положений СЛМ).

3) Создан метод привязки снимков поверхности Луны к звездному полю с использованием СЛМ как реперов перехода между двумя снимками поверхности Луны и звездного поля. При этом выполнены разработка и исследование с помощью имитационного моделирования точности метода привязки снимков поверхности Луны к звездному полю с использованием СЛМ как реперов перехода между двумя снимками поверхности Луны и звездного поля. Методы, используемые ранее, были направлены на то, чтобы осуществить привязку разных координатных систем манипуляциями на одном снимке, что, естественно, приводит к ошибкам ориентации координатно-временного обеспечения. Для решения данной

проблемы разработан метод привязки двух координатных систем, двигающихся с различной скоростью. В новом методе приведения космических изображений разных небесных объектов в единую систему отсчета данных предлагается производить двумя камерами, имеющими общие оптические центры, а изображения звездного неба и Луны делать отдельно. Координатные системы этих двух изображений привязываются друг к другу с помощью одновременной фиксации на обоих снимках СЛМ. Достигнута точность позиционирования в пределах ± 0.15 сек дуги.

В дополнение к выше описанным результатам был выполнен анализ динамической и геометрической фигур Луны, что позволяет сделать следующие выводы:

- 1) Все современные топографические модели, построенные по космическим наблюдениям, в целом имеют неопределенные поверхности отсчета координат, что приводит к непосредственному снижению точности координат представленных в них лунных кратеров;
- 2) При отсутствие опорного каталога лунных объектов, охватывающего лучшим образом исследуемую область поверхности, невозможно решить вопрос сгущения и расширения космических навигационных сетей.

В работе рассмотрены космические миссии «Lunar Orbiter» (США), «Apollo» (США), «Clementine» (США), «Lunar Prospector» (США), «SMART-1» (Европа), «SELENE» (Япония), «Chang'E-1» (Китай), «Chandrayaan-1» (Индия), «Lunar Reconnaissance Orbiter»

(США), «KAGUYA» (Япония). Показана необходимость многократной обработки разнородных наборов космических данных, в связи с улучшениями методов обработки глобальных селенодезических опорных сетей. Это направление становится особенно важным с появлением динамических селеноцентрических опорных сетей. Также актуален вопрос создания баз данных для глобальных высотных измерений в последующих космических миссиях. В современных космических миссиях повышается точность опорных селеноцентрических сетей, как это было при исследованиях Марса. Анализ динамической и геометрической фигуры Луны показал необходимость на основе анализа взаимного положения лунного центра фигуры и ее центра масс провести исследования систем координат селенографических каталогов и параметров космических миссий.

Данные лунной топографии можно разделить на два вида: одни данные, полученные на основе лазерного сканирования лунной поверхности с бортов спутников, хорошо описывают лунный рельеф, но не дают значения координат опорных объектов на Луне. Другой вид данных дает точные координаты опорных объектов на основе наблюдений прямой привязки их к звездам, но не описывают с достаточной точностью рельеф Луны. Кроме того, все системы имеют разные системы отсчета и ориентацию осей координат. С другой стороны, данные космических миссий относятся к квазидинамической системе координат, в которой центром отсчета координат является центр масс Луны, но оси координат не совпадают

с осями инерции Луны. К квазидинамической системе координат относятся большинство современных селенодезических каталогов, так как у них или центр отсчета координат не совпадает с центром масс Луны, или оси координат не совпадают с осями инерции Луны. В настоящее время не существует опорной динамической селеноцентрической системы координат, полученной на основе космических наблюдений и описывающей достаточную площадь на лунной поверхности. Несмотря на точность определения физического рельефа Луны космическими миссиями, поверхность отсчета отметок этого рельефа представляет собой абсолютно неопределенную фигуру. Таким образом, нет возможности утверждать, что спутниковые топографические карты являются полноценными моделями, имеющими определенную поверхность отсчета топографических данных. С целью исследования достоверности топографических моделей, полученных на основе спутниковых и наземных наблюдений, нами выполнены следующие исследования:

- прямое сравнение поверхностей лунного макрорельефа задаваемого спутниковой топографической картой и макрорельефов полученных из других источников;

- сравнительный анализ значений положения центра масс относительно центра фигуры Луны для разных источников топографической информации.

Метод гармонического анализа на основе разложения гипсометрических данных в ряд по сферическим функциям

применялся для решения поставленных задач. При этом использовались следующие источники топографической информации: данные космических миссий «Clementine» и «KAGUYA», данные наземных каталогов «Казань-1162», «Киев-4900», каталог ГАИШ, данные работы Феррари и Биллза, опорная сеть «ULCN-2005». Регрессионное моделирование применялось для решения систем уравнений для разнородных источников гипсометрической информации. В качестве вычислительных схем МНК использовались алгоритмы Гаусса-Жордана и Хаусхолдера. Пошаговая регрессия позволила устранить шумовые гармоники. Были получены координаты центра фигуры Луны относительно ее центра масс для разнородных источников топографической информации. Анализ каталога «Казань-1162» для видимой стороны Луны, имеющий систему координат с началом в лунном центре масс и осями, совпадающими с главными осями инерции Луны, при совместном использовании объектов из списка «Clementine», которые находятся вне зоны охвата каталога, наилучшим образом согласуется с результатами последних космических миссий. Также было определено, что коррекция первых измерений миссии «Clementine», выполненная авторами «ULCN-2005», кажется, имеет отношение к данным относящимся к видимой лунной полусфере.

Построение опорной селеноцентрической сети в либрационной зоне Луны является актуальной задачей, так как либрационная зона Луны не исследована в достаточной степени.

При анализе современных методов построения селенографических моделей либрационной зоны Луны особое внимание было уделено проблеме построения селеноцентрической опорной сети, так как создание такой системы предполагает ее использование для связи и трансформации координат навигационных систем между видимой и обратной сторонами Луны. Метод построения опорного селенодезического каталога объектов в либрационной зоне включает:

- приведение изогипс карт Уоттса с поправками Моррисона к системе карт «Казань-1162» в электронном виде;

- отождествление кратеров на картах краевой зоны с использованием Полной карты Луны ГАИШ МГУ и уточнение их положения по картам космических миссий;

- уточнение координат кратеров в системе гайновских координат с использованием динамических карт либрационной зоны с использованием программного пакета MAPS;

- получение прямоугольных координат опорных объектов и проведение анализа их точности.

Сравнение полученных координат с высотной топографией миссий «Clementine» и «KAGUYA» показали хорошее согласие.

На основе данных космических миссий решена задача построения опорного каталога объектов на поверхности Луны в небесной системе координат. Произведен анализ методов построения селенографических каталогов лунных объектов. Отметим, что современные селенодезические сети однозначно не являются

равноточными, так как относятся к различным координатным осям. Для устранения этих неточностей применяются два подхода: 1) стереофотограмметрический подход с использованием значимых базисов; 2) совместное использование наземных наблюдений Луны и космических наблюдений для получения совместных решений. В этих целях был создан математический аппарат для работы с селенографическими системами координат. Были рассмотрены взаимосвязи построенных координатных систем с современными динамическими селенодезическими параметрами. Были проанализированы системы селенографических и динамических координат, методы их трансформации, основные поправки, которые необходимо учитывать при вычислениях. Установлено, что для видимой стороны Луны существует несколько координатных систем, среди которых ряд каталогов построен в динамической системе координат. Этими каталогами являются каталог «Казань-1162», созданный на основе наблюдений привязки лунных кратеров к звёздам на восьми метровом горизонтальном телескопе, а также построенный подобным методом каталог «Казань-264». Была решена основная задача исследования систематических и случайных ошибок каталога «Казань-1162» и сгущение и расширение системы каталога «Казань-1162» на видимую, обратную стороны Луны и либрационную зону. Для этого было разработано специальное информационное и программное обеспечение. В итоге в систему каталога «Казань-1162» были переведены 12 селенографических каталогов: «ACIC», «AMS», «ARTHUR», «Baldwin», «Goloseevo-1»,

«Goloseevo-2», «MILLS-2», «SCHRUTKA-1», «SCHRUTKA-2», «Киев 4900», «ULCN 2005») и каталог Валеева С.Г. на западное полушарие Луны. Работа по использованию поворотных матриц ориентации и векторов смещения позволила произвести сгущение на видимой стороне опорного селеноцентрического каталога «Казань – 1162» и распространение данной сети на обратную сторону Луны. Предложенный подход дает возможность создать систему с осями координат, направленным вдоль осей инерции Луны и центром координат, совпадающим с центром массы Луны. В результате была построена опорная селеноцентрическая сеть, содержащая 282 215 объектов и созданная в динамической системе координат. Было выполнено сравнение полученного после трансформации каталога опорных точек на лунной поверхности с данными каталога «Казань-1162». В итоге показано, что в пределах точности наблюдений оси трансформированных каталогов приблизительно одинаково ориентированы относительно каталога «Казань-1162». Построенная селеноцентрическая сводная сеть близка к динамической системе. Следующим этапом стало создание модели макрофигуры лунного диска на основе построенного селеноцентрического каталога. Создание моделей макрофигуры Луны, несмотря на точность представления самого физического рельефа, получаемого на основе данных космических миссий, до настоящего времени остается не решенной задачей в связи с определением размерности и ориентации координатной сетки. Этот факт приводит к неточности отсчетов самих координат в моделях физической поверхности Луны.

Численно-аналитический метод является основным методом для исследования лунного макрорельефа. Суть численно-аналитического метода заключается в разложении селенографических данных в гармонические ряды по сферическим функциям. При этом используются методы регрессионного анализа. Новые данные о рельефе видимой стороны лунной поверхности были получены при анализе радиусов-векторов (абсолютных высот) 282215 точек селенодезического каталога селеноцентрических опорных точек (КСОТ). Модель восьмого порядка разложений построена на основе данных каталога КСОТ.

Анализ точности построенной гипсометрической модели был выполнен сопоставлением меридианных сечений исследуемых систем. Причем средний гипсометрический уровень был задан данными каталога «Казань-1162». В результате исследований установлено хорошее согласие рельефа в моделях, построенных по данным космической миссии «Clementine» и «КСОТ».

Если говорить о перспективах продолжения исследований, каталог «КСОТ» планируется использовать для трансформации в динамической системе координат топографических данных, полученных миссией «KAGUYA». Ведутся работы по отождествлению опорных точек в обеих упомянутых системах. Планируется исследовать более точно основные теории эволюционной истории Луны на основе анализа данных о положении центра масс Луны относительно ее центра фигуры. Также будут в

дальнейшем выполнены исследования фрактальных свойств лунного рельефа.

Данная работа поддержана грантом РФФ 22-72-10059..

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Archinal, B., Rosiek, M., & Redding, B. Unified Lunar Control Network 2005 and Topographic Model, Lunar Planetary Sci., XXXVI, Lunar and Planetary Institute. Houston, abstract no. 2106, 2005.

Doyle, F. J., Ellassal, A. A., Lucas, J. R. Selenocentric geodetic reference systems, NOAA Tech. Rep. NOS 70, NGS 5, U.S. Dep. of Commerce, Washington, D. C., 1977.

Gavrilov, I., Kisluk, V., & Duma, A., The summary selenodetic coordinate system 4900 lunar points, Kiev, Naukova dumka, 1- 172, 1977.

Gudas C.L. Development of the lunar topography in to spherical harmonics //Icarus, V. 2. № 5/6. p. 423 -439, 1963.

Lipsky, Yu., Niconov, V., & Scobeleva, T., The common selenodetic coordinate system based nine catalogues lunar visible side, Moscow, Sience, 1-384, 1973.

Nefedjev, Yu.A., Rizvanov, N.G. The results of an accurate analysis of EAO charts of the Moon marginal zone constructed on the basis of lunar occultations, Astronomosche Nachrihten, AN 323,135-138, 2002.

Nefedyev, Y., Valeev, S., Mikeev, R., Varaksina, N., Andreev, A. Analysis of data of "CLEMANTINE" and "KAGUYA" missions and "ULCN" and "KSC-1162" catalogues, Advanced in Space Research, №50, 1564 – 1569, 2012.

Nefedyev, Y.A. Reference selenocentric net, IAU XXVIII General Assembly, Abstract book, 20-31 August, Beijng, China, 957, 2012.

Rizvanov, N.G., Nefed'ev, Yu.A., Kibardina, M.I. Research on selenodesy and dynamics of the Moon in Kazan, *Solar System Research*, V.41, N 2, 140-149, 2007.

Rizvanov, N.G., Nefedjev, Yu.A. Photographic observations of Solar System bodies at the Engelhardt astronomical observatory, *Astronomy and Astrophysics*, N 444, 625 – 627, 2005.

Valeev, S., Coordinates of the Moon reverse side objects, *Earth, Moon, and Planets*, 34, 251-271, 1986.

Valeev, S., Nefedyev, Yu., Sharafutdinov, I., Kutlenkov, M., Structure of the United selenocentric coordinate system in frame of principal axes of inertia and the center of mass, *Reports CrAO*, 6, 212–216, 2009.

Valeev, S.G. Regression modeling in selenodesy, *Earth, Moon and Planets*, 35, 1-5, 1986.