## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
## ПО ДИСЦИПЛИНЕ
## «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ»

### Раздел 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА.

**1.** ***Представить вектор*** $\bar{d}$ ***в виде линейной комбинации векторов*** $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ **.**

**1.1** $\bar{a} = (1, 2, -1), \bar{b} = (-2, 0, 3), \bar{c} = (-1, 1, -1), \quad \bar{d} = (-2, 3, 1)$.

**1.2** $\bar{a} = (2, 1, 0), \bar{b} = (1, 0, 1), \bar{c} = (4, 2, 1), \quad \bar{d} = (3, 1, 3)$.

**1.3** $\bar{a} = (5, 1, 0), \bar{b} = (2, -1, 3), \bar{c} = (1, 0, -1), \quad \bar{d} = (13, 2, 7)$.

**1.4** $\bar{a} = (4, 1, 1), \bar{b} = (2, 0, -3), \bar{c} = (-1, 2, 1), \quad \bar{d} = (-9, 5, 5)$.

**1.5** $\bar{a} = (1, 0, 2), \bar{b} = (0, 1, 1), \bar{c} = (2, -1, 4), \quad \bar{d} = (3, -3, 4)$.

**1.6** $\bar{a} = (0, 1, 3), \bar{b} = (1, 2, -1), \bar{c} = (2, 0, -1), \quad \bar{d} = (3, 1, 8)$.

**1.7** $\bar{a} = (1, 4, 1), \bar{b} = (-3, 2, 0), \bar{c} = (1, -1, 2), \quad \bar{d} = (-9, -8, -3)$.

**1.8** $\bar{a} = (3, 1, 0), \bar{b} = (-1, 2, 1), \bar{c} = (-1, 0, 2), \quad \bar{d} = (3, 3, -1)$.

**1.9** $\bar{a} = (1, 0, 5), \bar{b} = (-1, 3, 2), \bar{c} = (0, -1, 1), \quad \bar{d} = (5, 15, 0)$.

**1.10** $\bar{a} = (-1, 2, 1), \bar{b} = (2, 0, 3), \bar{c} = (1, 1, -1), \quad \bar{d} = (-1, 7, -4)$.

**1.11** $\bar{a} = (0, 5, 1), \bar{b} = (3, 2, -1), \bar{c} = (-1, 1, 0), \quad \bar{d} = (-15, 5, 6)$.

**1.12** $\bar{a} = (2, 1, 0), \bar{b} = (1, -1, 0), \bar{c} = (-3, 2, 5), \quad \bar{d} = (23, -14, 30)$.

**1.13** $\bar{a} = (0, 3, 1), \bar{b} = (1, -1, 2), \bar{c} = (2, -1, 0), \quad \bar{d} = (-1, 7, 0)$.

**1.14** $\bar{a} = (1, 1, 4), \bar{b} = (-3, 0, 2), \bar{c} = (1, 2, -1), \quad \bar{d} = (-13, 2, 18)$.

**1.15** $\bar{a} = (0, -1, 2), \bar{b} = (3, 1, -1), \bar{c} = (4, 0, 1), \quad \bar{d} = (0, -8, 9)$.

**1.16** $\bar{a} = (3, 2, 0), \bar{b} = (1, -1, 2), \bar{c} = (-1, 1, 1), \quad \bar{d} = (11, -1, 4)$.

**1.17** $\bar{a} = (1, 0, 1), \bar{b} = (0, -2, 1), \bar{c} = (1, 3, 0), \quad \bar{d} = (8, 9, 4)$.

**1.18** $\bar{a} = (1, 1, 4), \bar{b} = (0, -3, 2), \bar{c} = (2, 1, -1), \quad \bar{d} = (6, 5, -14)$.

**1.19** $\bar{a} = (1, -2, 0), \bar{b} = (-1, 1, 3), \bar{c} = (1, 0, 4), \quad \bar{d} = (6, -1, 7)$.

**1.20** $\bar{a} = (1, 1, 0), \bar{b} = (0, 1, -2), \bar{c} = (1, 0, 3), \quad \bar{d} = (2, -1, 11)$.

**1.21** $\bar{a} = (0, 1, -2), \bar{b} = (3, -1, 1), \bar{c} = (4, 1, 0), \quad \bar{d} = (-5, 9, -13)$.

**1.22** $\bar{a} = (1, 2, -1), \bar{b} = (3, 0, 2), \bar{c} = (-1, 1, 1), \quad \bar{d} = (8, 1, 12)$.

**1.23** $\bar{a} = (0, 1, 2), \bar{b} = (1, 0, 1), \bar{c} = (1, 1, 0), \quad \bar{d} = (-2, 4, 7)$.

**1.24** $\bar{a} = (2, 0, 1), \bar{b} = (1, 1, 0), \bar{c} = (4, 1, 2), \quad \bar{d} = (8, 0, 5)$.

**1.25** $\bar{a} = (0, 1, 1), \bar{b} = (-2, 0, 1), \bar{c} = (3, 1, 0), \quad \bar{d} = (-19, -1, 7)$.

**1.26** $\bar{a} = (-2, 0, 1), \bar{b} = (1, 3, -1), \bar{c} = (0, 4, 1), \quad \bar{d} = (-5, -5, 5)$.

**1.27** $\bar{a} = (1, 0, 1), \bar{b} = (1, -2, 0), \bar{c} = (0, 3, 1), \quad \bar{d} = (2, 7, 5)$.

**1.28** $\bar{a} = (1, 0, 2), \bar{b} = (-1, 0, 1), \bar{c} = (2, 5, -3), \quad \bar{d} = (11, 5, -3)$.

**1.29** $\bar{a} = (1, 3, 0), \bar{b} = (2, -1, 1), \bar{c} = (0, -1, 2), \quad \bar{d} = (6, 12, -1)$.

**1.30** $\bar{a} = (5, -1, -2), \bar{b} = (2, 3, 0), \bar{c} = (-2, 1, 1), \quad \bar{d} = (1, 4, -1)$.

**2.** ***Вычислить ранг системы арифметических векторов и установить её линейную зависимость или независимость.***

**2.1.** $\bar{x}_1 = (1,1,1,1), \bar{x}_2 = (1,2,1,2), \bar{x}_3 = (3,1,3,1), \bar{x}_4 = (0,1,1,0)$ .

**2.2.** $\bar{x}_1 = (1,3,5,-1), \bar{x}_2 = (2,-1,-3,4), \bar{x}_3 = (5,1,-1,7), \bar{x}_4 = (7,7,9,1)$ .

**2.3.** $\bar{x}_1 = (2,1,1), \bar{x}_2 = (1,0,2), \bar{x}_3 = (4,1,4), \bar{x}_4 = (5,2,0)$ .

**2.4.** $\bar{x}_1 = (1,3,5,1), \bar{x}_2 = (2,1,3,4), \bar{x}_3 = (5,1,1,7), \bar{x}_4 = (7,7,9,1)$ .

**2.5.** $\bar{x}_1 = (2,4,2), \bar{x}_2 = (-1,-2,-1), \bar{x}_3 = (3,5,1), \bar{x}_4 = (-2,1,8), \bar{x}_5 = (4,7,2)$ .

**2.6.** $\bar{x}_1 = (1,3,5,7), \bar{x}_2 = (3,1,3,5), \bar{x}_3 = (-5,3,2,1), \bar{x}_4 = (0,2,3,4)$ .

**2.7.** $\bar{x}_1 = (1,3,-1,2), \bar{x}_2 = (2,-1,3,5), \bar{x}_3 = (1,10,-6,1)$ .

**2.8.** $\bar{x}_1 = (1,2,1), \bar{x}_2 = (1,-1,10), \bar{x}_3 = (-1,1,-6), \bar{x}_4 = (2,5,1)$ .

**2.9.** $\bar{x}_1 = (1,1,0,3), \bar{x}_2 = (0,-3,3,-3), \bar{x}_3 = (-2,2,-4,-2)$ .

**2.10.** $\bar{x}_1 = (1,2,1,-1), \bar{x}_2 = (2,3,3,0), \bar{x}_3 = (3,1,8,7), \bar{x}_4 = (4,-1,13,14)$ .

**2.11.** $\bar{x}_1 = (1,3,5,7), \bar{x}_2 = (3,1,3,5), \bar{x}_3 = (-5,3,2,1), \bar{x}_4 = (-7,5,4,1)$

**2.12.** $\bar{x}_1 = (1,2,1,-1), \bar{x}_2 = (2,3,3,0), \bar{x}_3 = (3,1,8,7), \bar{x}_4 = (5,-1,16,17)$ .

**2.13.** $\bar{x}_1 = (2,4,2), \bar{x}_2 = (1,2,1), \bar{x}_3 = (3,5,1), \bar{x}_4 = (-2,2,8), \bar{x}_5 = (4,7,2)$ .

**2.14.** $\bar{x}_1 = (3,2,4), \bar{x}_2 = (2,-1,5), \bar{x}_3 = (-1,3,-5), \bar{x}_4 = (-3,0,-6)$ .

**2.15.** $\bar{x}_1 = (1,7,17,3), \bar{x}_2 = (0,4,10,1), \bar{x}_3 = (3,1,1,4), \bar{x}_4 = (2,2,4,3)$ .

**2.16.** $\bar{x}_1 = (2,2,3,1), \bar{x}_2 = (2,4,1,7), \bar{x}_3 = (4,10,1,17), \bar{x}_4 = (3,1,4,3)$ .

**2.17.** $\bar{x}_1 = (1,2,1), \bar{x}_2 = (3,1,12), \bar{x}_3 = (1,1,2), \bar{x}_4 = (3,-1,16)$ .

**2.18.** $\bar{x}_1 = (2,1,1), \bar{x}_2 = (4,2,2), \bar{x}_3 = (3,1,4), \bar{x}_4 = (5,3,0)$ .

**2.19.** $\bar{x}_1 = (1,2,3,-1), \bar{x}_2 = (2,3,1,-1), \bar{x}_3 = (3,1,4,2), \bar{x}_4 = (1,-4,-7,5)$ .

**2.20.** $\bar{x}_1 = (1,5,4,3), \bar{x}_2 = (2,1,-1,-3), \bar{x}_3 = (-1,2,3,4), \bar{x}_4 = (1,1,0,-1)$ .

**2.21.** $\bar{x}_1 = (1,4,2,6), \bar{x}_2 = (1,3,1,5), \bar{x}_3 = (1,-1,-3,1), \bar{x}_4 = (-1,1,3,-1)$ .

**2.22.** $\bar{x}_1 = (1,2,2), \bar{x}_2 = (0,1,-1), \bar{x}_3 = (4,11,5), \bar{x}_4 = (-1,2,-6)$ .

**2.23.** $\bar{x}_1 = (1,3,0,-1), \bar{x}_2 = (2,1,-3,-1), \bar{x}_3 = (3,2,-4,3), \bar{x}_4 = (0,3,2,4)$ .

**2.24.** $\bar{x}_1 = (1,3,5,6), \bar{x}_2 = (1,3,1,11), \bar{x}_3 = (1,3,13,16), \bar{x}_4 = (1,3,9,11)$ .

**2.25.** $\bar{x}_1 = (1,2,1,-1), \bar{x}_2 = (2,-3,9,12), \bar{x}_3 = (3,1,8,7), \bar{x}_4 = (2,4,2,-2)$ .

**2.26.** $\bar{x}_1 = (1,0,4), \bar{x}_2 = (7,4,8), \bar{x}_3 = (17,10,18), \bar{x}_4 = (-1,1,7)$ .

**2.27.** $\bar{x}_1 = (-1,2,6,0), \bar{x}_2 = (5,1,1,3), \bar{x}_3 = (4,0,-1,4), \bar{x}_4 = (2,-3,4,-2)$ .

**2.28.** $\bar{x}_1 = (1,1,1,1), \bar{x}_2 = (1,2,1,1), \bar{x}_3 = (1,1,3,1), \bar{x}_4 = (1,2,-1,1)$ .

**2.29.** $\bar{x}_1 = (1,3,7,4), \bar{x}_2 = (0,2,-3,9), \bar{x}_3 = (3,1,6,3), \bar{x}_4 = (4,5,8,15)$ .

**2.30.** $\bar{x}_1 = (1,2,1,1), \bar{x}_2 = (2,1,1,-3), \bar{x}_3 = (1,0,1,-1), \bar{x}_4 = (-1,-2,1,3)$ .

**3.** ***Даны векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d} \in R^3$. Показать, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис $R^3$ и найти координаты вектора $\bar{d}$ в этом базисе.***

**3.1.** $\bar{a} = (1,-1,-1), \quad \bar{b} = (0,1,1), \quad \bar{c} = (-1,0,1), \quad \bar{d} = (-3,3,5).$

**3.2.** $\bar{a} = (1,1,0), \quad \bar{b} = (-1,0,-1), \quad \bar{c} = (1,1,1), \quad \bar{d} = (0,2,-1).$

**3.3.** $\bar{a} = (2,-3,1), \quad \bar{b} = (3,-3,1), \quad \bar{c} = (2,-1,2), \quad \bar{d} = (6,-8,1).$

**3.4.** $\bar{a}=(1,1,0)$, $\bar{b}=(1,0,1)$, $\bar{c}=(1,1,1)$, $\bar{d}=(2,3,1)$.
**3.5.** $\bar{a}=(2,1,3)$, $\bar{b}=(4,2,1)$, $\bar{c}=(3,4,5)$, $\bar{d}=(1,3,2)$.
**3.6.** $\bar{a}=(2,3,1)$, $\bar{b}=(-1,2,-2)$, $\bar{c}=(1,2,1)$, $\bar{d}=(2,-2,1)$.
**3.7.** $\bar{a}=(1,2,1)$, $\bar{b}=(2,-1,3)$, $\bar{c}=(3,-1,4)$, $\bar{d}=(5,1,6)$.
**3.8.** $\bar{a}=(-1,0,2)$, $\bar{b}=(-2,2,1)$, $\bar{c}=(1,-3,2)$, $\bar{d}=(1,4,-6)$.
**3.9.** $\bar{a}=(1,-1,0)$, $\bar{b}=(0,1,-1)$, $\bar{c}=(0,0,1)$, $\bar{d}=(2,-1,0)$.
**3.10.** $\bar{a}=(3,3,-1)$, $\bar{b}=(3,1,0)$, $\bar{c}=(-1,2,1)$, $\bar{d}=(-1,0,2)$.
**3.11.** $\bar{a}=(0,1,2)$, $\bar{b}=(1,0,1)$, $\bar{c}=(-1,2,4)$, $\bar{d}=(-2,4,7)$.
**3.12.** $\bar{a}=(1,3,0)$, $\bar{b}=(2,-1,1)$, $\bar{c}=(0,-1,2)$, $\bar{d}=(6,12,-1)$.
**3.13.** $\bar{a}=(2,1,-1)$, $\bar{b}=(0,3,2)$, $\bar{c}=(1,-1,1)$, $\bar{d}=(1,-4,4)$.
**3.14.** $\bar{a}=(4,1,1)$, $\bar{b}=(2,0,-3)$, $\bar{c}=(-1,2,1)$, $\bar{d}=(-9,5,5)$.
**3.15.** $\bar{a}=(-2,0,1)$, $\bar{b}=(1,3,-1)$, $\bar{c}=(0,4,1)$, $\bar{d}=(-5,-5,5)$.
**3.16.** $\bar{a}=(5,1,0)$, $\bar{b}=(2,-1,3)$, $\bar{c}=(1,0,-1)$, $\bar{d}=(13,2,7)$.
**3.17.** $\bar{a}=(0,1,1)$, $\bar{b}=(-2,0,1)$, $\bar{c}=(3,1,0)$, $\bar{d}=(-19,-1,7)$.
**3.18.** $\bar{a}=(1,0,2)$, $\bar{b}=(0,1,1)$, $\bar{c}=(2,-1,4)$, $\bar{d}=(3,-3,4)$.
**3.19.** $\bar{a}=(3,1,0)$, $\bar{b}=(-1,2,1)$, $\bar{c}=(-1,0,2)$, $\bar{d}=(3,3,-1)$.
**3.20.** $\bar{a}=(-1,2,1)$, $\bar{b}=(2,0,3)$, $\bar{c}=(1,1,-1)$, $\bar{d}=(-1,7,-4)$.
**3.21.** $\bar{a}=(1,1,4)$, $\bar{b}=(0,-3,2)$, $\bar{c}=(2,1,-1)$, $\bar{d}=(6,5,-14)$.
**3.22.** $\bar{a}=(1,-2,0)$, $\bar{b}=(-1,1,3)$, $\bar{c}=(1,0,4)$, $\bar{d}=(6,-1,7)$.
**3.23.** $\bar{a}=(2,0,1)$, $\bar{b}=(1,1,0)$, $\bar{c}=(4,1,2)$, $\bar{d}=(8,0,5)$.
**3.24.** $\bar{a}=(0,1,3)$, $\bar{b}=(1,2,-1)$, $\bar{c}=(2,0,-1)$, $\bar{d}=(3,1,8)$.
**3.25.** $\bar{a}=(1,0,5)$, $\bar{b}=(-1,3,2)$, $\bar{c}=(0,-1,1)$, $\bar{d}=(5,15,0)$.
**3.26.** $\bar{a}=(1,1,0)$, $\bar{b}=(0,1,-2)$, $\bar{c}=(1,0,3)$, $\bar{d}=(2,-1,11)$.
**3.27.** $\bar{a}=(1,0,2)$, $\bar{b}=(-1,0,1)$, $\bar{c}=(2,5,-3)$, $\bar{d}=(11,5,-3)$.
**3.28.** $\bar{a}=(1,2,-1)$, $\bar{b}=(3,0,2)$, $\bar{c}=(-1,1,1)$, $\bar{d}=(8,1,12)$.
**3.29.** $\bar{a}=(1,0,1)$, $\bar{b}=(0,-2,1)$, $\bar{c}=(1,3,0)$, $\bar{d}=(8,9,4)$.
**3.30.** $\bar{a}=(2,1,0)$, $\bar{b}=(1,0,1)$, $\bar{c}=(4,2,1)$, $\bar{d}=(3,1,3)$.

***4. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в базисе $B^*=(\bar{b}_1^*,\bar{b}_2^*,\bar{b}_3^*)$, если он задан в базисе $B=(\bar{b}_1,\bar{b}_2,\bar{b}_3)$.***

**4.1.** $x_B=(1,3,-2)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2\\ \bar{b}_2^*=\bar{b}_1+\bar{b}_3\\ \bar{b}_3^*=\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.2.** $x_B=(6,-1,3)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+2\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=2\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.3.** $x_B=(1,2,4)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+3\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\dfrac{3}{2}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.4.** $x_B=(8,4,1)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\dfrac{5}{4}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=5\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.5.** $\bar{x}_B=(1,3,6)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+4\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{4}{3}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.6.** $\bar{x}_B=(2,4,1)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{3}{2}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=3\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.7.** $\bar{x}_B=(6,3,1)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{4}{3}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=4\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.8.** $\bar{x}_B=(1,4,8)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+5\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{5}{4}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.9.** $\bar{x}_B=(2,5,10)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+6\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{6}{5}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.10.** $\bar{x}_B=(10,5,1)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{6}{5}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=6\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.11.** $\bar{x}_B=(1,6,12)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+7\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{7}{6}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.12.** $\bar{x}_B=(-12,6,1)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{7}{6}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=7\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.13.** $\bar{x}_B=(-1,7,14)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+8\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{8}{7}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.14.** $\bar{x}_B=(-3,2,4)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{1}{2}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.15.** $\bar{x}_B=(2,4,3)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{1}{2}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.16.** $\bar{x}_B=(2,6,-3)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-2\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{2}{3}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.17.** $\bar{x}_B=(12,3,-1)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{2}{3}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-2\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.18.** $\bar{x}_B=(1,-4,8)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-3\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{3}{4}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.19.** $\bar{x}_B=(1,4,-8)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-3\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{3}{4}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.20.** $\bar{x}_B=(7,-5,10)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-4\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{4}{5}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.21.** $\bar{x}_B=(5,-5,4)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{4}{5}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-4\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.22.** $\bar{x}_B=(1,-6,6)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-5\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{5}{6}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.23.** $\bar{x}_B=(6,6,2)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{5}{6}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-5\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.24.** $\bar{x}_B=(1,7,-7)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-6\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{6}{7}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.25.** $\bar{x}_B=(7,7,2)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{6}{7}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-6\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.26.** $\bar{x}_B=(3,-8,8)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-7\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{7}{8}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.27.** $\bar{x}_B=(1,-9,9)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-8\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{8}{9}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.28.** $\bar{x}_B=(3,-10,10)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2-9\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=\frac{9}{10}\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.29.** $\bar{x}_B=(9,9,2)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{8}{9}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-8\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**4.30.** $\bar{x}_B=(10,10,7)$, $\begin{cases}\bar{b}_1^*=\bar{b}_1+\bar{b}_2+\frac{9}{10}\bar{b}_3\\ \bar{b}_2^*=-9\bar{b}_1-\bar{b}_2\\ \bar{b}_3^*=-\bar{b}_1+\bar{b}_2+\bar{b}_3\end{cases}$

**5.** ***Даны векторы*** $\bar{a},\bar{b},\bar{c},\bar{d}\in R^3$. ***Требуется вычислить скалярное произведение векторов*** $\bar{m}\cdot\bar{n}$, ***если*** $\bar{m}=\bar{a}+2\bar{b}$, $\bar{n}=3\bar{c}-\bar{d}$ ***и установить ортогональность векторов*** $\vec{m}$ ***и*** $\vec{n}$.

**5.1.** $\bar{a}=(0,1,2)$, $\bar{b}=(1,0,1)$, $\bar{c}=(-1,2,4)$, $\bar{d}=(-2,4,7)$.
**5.2.** $\bar{a}=(1,3,0)$, $\bar{b}=(2,-1,1)$, $\bar{c}=(0,-1,2)$, $\bar{d}=(6,12,-1)$.
**5.3.** $\bar{a}=(2,1,-1)$, $\bar{b}=(0,3,2)$, $\bar{c}=(1,-1,1)$, $\bar{d}=(1,-4,4)$.
**5.4.** $\bar{a}=(4,1,1)$, $\bar{b}=(2,0,-3)$, $\bar{c}=(-1,2,1)$, $\bar{d}=(-9,5,5)$.
**5.5.** $\bar{a}=(-2,0,1)$, $\bar{b}=(1,3,-1)$, $\bar{c}=(0,4,1)$, $\bar{d}=(-5,-5,5)$.
**5.6.** $\bar{a}=(5,1,0)$, $\bar{b}=(2,-1,3)$, $\bar{c}=(1,0,-1)$, $\bar{d}=(13,2,7)$.
**5.7.** $\bar{a}=(0,1,1)$, $\bar{b}=(-2,0,1)$, $\bar{c}=(3,1,0)$, $\bar{d}=(-19,-1,7)$.
**5.8.** $\bar{a}=(1,0,2)$, $\bar{b}=(0,1,1)$, $\bar{c}=(2,-1,4)$, $\bar{d}=(3,-3,4)$.
**5.9.** $\bar{a}=(3,1,0)$, $\bar{b}=(-1,2,1)$, $\bar{c}=(-1,0,2)$, $\bar{d}=(3,3,-1)$.
**5.10.** $\bar{a}=(-1,2,1)$, $\bar{b}=(2,0,3)$, $\bar{c}=(1,1,-1)$, $\bar{d}=(-1,7,-4)$.
**5.11.** $\bar{a}=(1,1,4)$, $\bar{b}=(0,-3,2)$, $\bar{c}=(2,1,-1)$, $\bar{d}=(6,5,-14)$.
**5.12.** $\bar{a}=(1,-2,0)$, $\bar{b}=(-1,1,3)$, $\bar{c}=(1,0,4)$, $\bar{d}=(6,-1,7)$.
**5.13.** $\bar{a}=(2,0,1)$, $\bar{b}=(1,1,0)$, $\bar{c}=(4,1,2)$, $\bar{d}=(8,0,5)$.
**5.14.** $\bar{a}=(0,1,3)$, $\bar{b}=(1,2,-1)$, $\bar{c}=(2,0,-1)$, $\bar{d}=(3,1,8)$.
**5.15.** $\bar{a}=(1,0,5)$, $\bar{b}=(-1,3,2)$, $\bar{c}=(0,-1,1)$, $\bar{d}=(5,15,0)$.
**5.16.** $\bar{a}=(1,1,0)$, $\bar{b}=(0,1,-2)$, $\bar{c}=(1,0,3)$, $\bar{d}=(2,-1,11)$.
**5.17.** $\bar{a}=(1,0,2)$, $\bar{b}=(-1,0,1)$, $\bar{c}=(2,5,-3)$, $\bar{d}=(11,5,-3)$.
**5.18.** $\bar{a}=(1,2,-1)$, $\bar{b}=(3,0,2)$, $\bar{c}=(-1,1,1)$, $\bar{d}=(8,1,12)$.
**5.19.** $\bar{a}=(1,0,1)$, $\bar{b}=(0,-2,1)$, $\bar{c}=(1,3,0)$, $\bar{d}=(8,9,4)$.
**5.20.** $\bar{a}=(2,1,0)$, $\bar{b}=(1,0,1)$, $\bar{c}=(4,2,1)$, $\bar{d}=(3,1,3)$.

**5.21.** $\bar a=(1,-1,-1)$, $\bar b=(0,1,1)$, $\bar c=(-1,0,1)$, $\bar d=(-3,3,5)$.
**5.22.** $\bar a=(1,1,0)$, $\bar b=(-1,0,-1)$, $\bar c=(1,1,1)$, $\bar d=(0,2,-1)$.
**5.23.** $\bar a=(2,-3,1)$, $\bar b=(3,-3,1)$, $\bar c=(2,-1,2)$, $\bar d=(6,-8,1)$.
**5.24.** $\bar a=(1,1,0)$, $\bar b=(1,0,1)$, $\bar c=(1,1,1)$, $\bar d=(2,3,1)$.
**5.25.** $\bar a=(2,1,3)$, $\bar b=(4,2,1)$, $\bar c=(3,4,5)$, $\bar d=(1,3,2)$.
**5.26.** $\bar a=(2,3,1)$, $\bar b=(-1,2,-2)$, $\bar c=(1,2,1)$, $\bar d=(2,-2,1)$.
**5.27.** $\bar a=(1,2,1)$, $\bar b=(2,-1,3)$, $\bar c=(3,-1,4)$, $\bar d=(5,1,6)$.
**5.28.** $\bar a=(-1,0,2)$, $\bar b=(-2,2,1)$, $\bar c=(1,-3,2)$, $\bar d=(1,4,-6)$.
**5.29.** $\bar a=(1,-1,0)$, $\bar b=(0,1,-1)$, $\bar c=(0,0,1)$, $\bar d=(2,-1,0)$.
**5.30.** $\bar a=(3,3,-1)$, $\bar b=(3,1,0)$, $\bar c=(-1,2,1)$, $\bar d=(-1,0,2)$.

**6.** ***Даны векторы $\bar x_1,\bar x_2,\bar x_3\in R^3$, образующие базис $R^3$. Применяя процесс ортогонализации Грама-Шмидта произвольный базис $(\bar x_1,\bar x_2,\bar x_3)$ пространства $R^3$ преобразовать в ортогональный базис $(\bar y_1,\bar y_2,\bar y_3)$.***

**6.1.** $\bar x_1=(1,1,4)$, $\bar x_2=(0,-3,2)$, $\bar x_3=(2,1,-1)$
**6.2.** $\bar x_1=(1,-2,0)$, $\bar x_2=(-1,1,3)$, $\bar x_3=(1,0,4)$
**6.3.** $\bar x_1=(2,0,1)$, $\bar x_2=(1,1,0)$, $\bar x_3=(4,1,2)$
**6.4.** $\bar x_1=(0,1,3)$, $\bar x_2=(1,2,-1)$, $\bar x_3=(2,0,-1)$
**6.5.** $\bar x_1=(1,0,5)$, $\bar x_2=(-1,3,2)$, $\bar x_3=(0,-1,1)$
**6.6.** $\bar x_1=(1,1,0)$, $\bar x_2=(0,1,-2)$, $\bar x_3=(1,0,3)$
**6.7.** $\bar x_1=(1,0,2)$, $\bar x_2=(-1,0,1)$, $\bar x_3=(2,5,-3)$
**6.8.** $\bar x_1=(1,2,-1)$, $\bar x_2=(3,0,2)$, $\bar x_3=(-1,1,1)$
**6.9.** $\bar x_1=(1,0,1)$, $\bar x_2=(0,-2,1)$, $\bar x_3=(1,3,0)$
**6.10.** $\bar x_1=(2,1,0)$, $\bar x_2=(1,0,1)$, $\bar x_3=(4,2,1)$
**6.11.** $\bar x_1=(1,-1,-1)$, $\bar x_2=(0,1,1)$, $\bar x_3=(-1,0,1)$
**6.12.** $\bar x_1=(1,1,0)$, $\bar x_2=(-1,0,-1)$, $\bar x_3=(1,1,1)$
**6.13.** $\bar x_1=(2,-3,1)$, $\bar x_2=(3,-3,1)$, $\bar x_3=(2,-1,2)$
**6.14.** $\bar x_1=(1,1,0)$, $\bar x_2=(1,0,1)$, $\bar x_3=(1,1,1)$
**6.15.** $\bar x_1=(2,1,3)$, $\bar x_2=(4,2,1)$, $\bar x_3=(3,4,5)$
**6.16.** $\bar x_1=(2,3,1)$, $\bar x_2=(-1,2,-2)$, $\bar x_3=(1,2,1)$
**6.17.** $\bar x_1=(1,2,1)$, $\bar x_2=(2,-1,3)$, $\bar x_3=(3,-1,4)$
**6.18.** $\bar x_1=(-1,0,2)$, $\bar x_2=(-2,2,1)$, $\bar x_3=(1,-3,2)$
**6.19.** $\bar x_1=(1,-1,0)$, $\bar x_2=(0,1,-1)$, $\bar x_3=(0,0,1)$
**6.20.** $\bar x_1=(3,3,-1)$, $\bar x_2=(3,1,0)$, $\bar x_3=(-1,2,1)$
**6.21.** $\bar x_1=(0,1,2)$, $\bar x_2=(1,0,1)$, $\bar x_3=(-1,2,4)$
**6.22.** $\bar x_1=(1,3,0)$, $\bar x_2=(2,-1,1)$, $\bar x_3=(0,-1,2)$
**6.23.** $\bar x_1=(2,1,-1)$, $\bar x_2=(0,3,2)$, $\bar x_3=(1,-1,1)$
**6.24.** $\bar x_1=(4,1,1)$, $\bar x_2=(2,0,-3)$, $\bar x_3=(-1,2,1)$
**6.25.** $\bar x_1=(-2,0,1)$, $\bar x_2=(1,3,-1)$, $\bar x_3=(0,4,1)$
**6.26.** $\bar x_1=(5,1,0)$, $\bar x_2=(2,-1,3)$, $\bar x_3=(1,0,-1)$
**6.27.** $\bar x_1=(0,1,1)$, $\bar x_2=(-2,0,1)$, $\bar x_3=(3,1,0)$
**6.28.** $\bar x_1=(1,0,2)$, $\bar x_2=(0,1,1)$, $\bar x_3=(2,-1,4)$
**6.29.** $\bar x_1=(3,1,0)$, $\bar x_2=(-1,2,1)$, $\bar x_3=(-1,0,2)$
**6.30.** $\bar x_1=(-1,2,1)$, $\bar x_2=(2,0,3)$, $\bar x_3=(1,1,-1)$

**7.** ***Найти линейный оператор $\tilde C(\bar x)$ и его матрицу $C$.***

**7.1** $\tilde C=\tilde A\cdot\tilde B$, $\tilde A(\bar x)=(x_2-x_3,x_1,x_1+x_3)$, $\tilde B(\bar x)=(x_2,2x_3,x_1)$.
**7.2** $\tilde C=\tilde A^2$, $\tilde A(\bar x)=(x_2-x_3,x_1,x_1+x_3)$
**7.3** $\tilde C=\tilde A^2-\tilde B$, $\tilde A(\bar x)=(x_2-x_3,x_1,x_1+x_3)$, $\tilde B(\bar x)=(x_2,2x_3,x_1)$.
**7.4** $\tilde C=\tilde B^4$, $\tilde B(\bar x)=(x_2,2x_3,x_1)$.
**7.5** $\tilde C=2\tilde A+3\tilde B^2$, $\tilde A(\bar x)=(x_2-x_3,x_1,x_1+x_3)$, $\tilde B(\bar x)=(x_2,2x_3,x_1)$.
**7.6** $\tilde C=\tilde B^2$, $\tilde B(\bar x)=(x_2,2x_3,x_1)$.
**7.7** $\tilde C=\tilde A^2+\tilde B^2$, $\tilde A(\bar x)=(x_2-x_3,x_1,x_1+x_3)$, $\tilde B(\bar x)=(x_2,2x_3,x_1)$.

**7.8** $\tilde{C} = \tilde{B}^2 + \tilde{A}$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.9** $\tilde{C} = \tilde{B} \cdot \tilde{A}$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.10** $\tilde{C} = \tilde{B} \cdot (2\tilde{A} - \tilde{B})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.11** $\tilde{C} = \tilde{A} \cdot (2\tilde{B} - \tilde{A})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.12** $\tilde{C} = 2 \cdot (\tilde{A} \cdot \tilde{B} + 2\tilde{A})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.13** $\tilde{C} = (\tilde{A} - \tilde{B})^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.14** $\tilde{C} = \tilde{B} - 2\tilde{A}^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.15** $\tilde{C} = \tilde{B} \cdot \tilde{A}^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.16** $\tilde{C} = 3\tilde{A}^2 + \tilde{B}$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.17** $\tilde{C} = \tilde{A}^2 + \tilde{B}$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.18** $\tilde{C} = \tilde{A}^2 - \tilde{B}^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.19** $\tilde{C} = 2\tilde{B} - \tilde{A}^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.20** $\tilde{C} = \tilde{B}^3$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.21** $\tilde{C} = \tilde{B}^2 - 2\tilde{A}$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.22** $\tilde{C} = \tilde{A} \cdot (\tilde{B} + \tilde{A})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.23** $\tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B}^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.24** $\tilde{C} = \tilde{A} \cdot (\tilde{B} - \tilde{A})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.25** $\tilde{C} = 2 \cdot (\tilde{B} + 2\tilde{A}^2 + \tilde{B}^2)$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.26** $\tilde{C} = \tilde{B} \cdot (\tilde{A} - \tilde{B})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.27** $\tilde{C} = (\tilde{B} - \tilde{A} + \tilde{B}^2)$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.28** $\tilde{C} = \tilde{B} \cdot (\tilde{A} + \tilde{B})$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.29** $\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B} \cdot \tilde{A} - \tilde{B}$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**7.30** $\tilde{C} = 3\tilde{B} + 2\tilde{A}^2$, $\quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$, $\quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$.

**8.** ***Дана матрица*** $A$ ***линейного оператора*** $\tilde{A}(\bar{x})$***. Требуется: а) найти собственные числа и векторы матрицы; б) выяснить приводима или нет матрица*** $A$ ***к диагональному виду и, если приводима, то записать её диагональную форму.***

**8.1.** $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **8.2.** $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ **8.3.** $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ **8.4.** $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

**8.5.** $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ **8.6.** $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ **8.7.** $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ **8.8.** $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

**8.9.** $A=\begin{pmatrix}3&0&0\\1&2&-1\\1&-1&2\end{pmatrix}$ **8.10.** $A=\begin{pmatrix}5&0&0\\1&4&-1\\1&-1&4\end{pmatrix}$ **8.11.** $A=\begin{pmatrix}4&-2&-1\\-1&3&-1\\1&-2&2\end{pmatrix}$ **8.12.** $A=\begin{pmatrix}5&-4&4\\2&1&2\\2&0&3\end{pmatrix}$

**8.13.** $A=\begin{pmatrix}3&-2&2\\0&3&0\\0&2&1\end{pmatrix}$ **8.14.** $A=\begin{pmatrix}6&-2&-1\\-1&5&-1\\1&-2&4\end{pmatrix}$ **8.15.** $A=\begin{pmatrix}7&-4&4\\2&3&2\\2&0&5\end{pmatrix}$ **8.16.** $A=\begin{pmatrix}5&-2&2\\0&5&0\\0&2&3\end{pmatrix}$

**8.17.** $A=\begin{pmatrix}3&1&-1\\2&2&-1\\-2&1&4\end{pmatrix}$ **8.18.** $A=\begin{pmatrix}3&-2&2\\2&-1&2\\2&-2&3\end{pmatrix}$ **8.19.** $A=\begin{pmatrix}15&0&0\\2&13&-4\\2&-2&11\end{pmatrix}$ **8.20.** $A=\begin{pmatrix}5&1&-1\\2&4&-1\\-2&1&6\end{pmatrix}$

**8.21.** $A=\begin{pmatrix}7&-6&6\\4&-1&4\\4&-2&5\end{pmatrix}$ **8.22.** $A=\begin{pmatrix}7&-6&6\\2&3&2\\2&2&3\end{pmatrix}$ **8.23.** $A=\begin{pmatrix}4&1&-1\\2&3&-2\\1&-1&2\end{pmatrix}$ **8.24.** $A=\begin{pmatrix}6&1&-1\\2&5&-2\\1&-1&4\end{pmatrix}$

**8.25.** $A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\1&2&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$ **8.26.** $A=\begin{pmatrix}4&-3&3\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$ **8.27.** $A=\begin{pmatrix}5&-2&-4\\0&3&0\\-2&2&7\end{pmatrix}$ **8.28.** $A=\begin{pmatrix}13&2&-2\\6&9&-6\\2&-2&5\end{pmatrix}$

**8.29.** $A=\begin{pmatrix}7&-4&-2\\-2&5&-2\\0&0&9\end{pmatrix}$ **8.30.** $A=\begin{pmatrix}9&-6&6\\-2&5&-2\\-2&2&-13\end{pmatrix}$

**9.** ***Для квадратичной формы*** $L(x_1,x_2,x_3)$ ***требуется привести её к каноническому виду методом Лагранжа и установить её знакоопределённость.***

**9.1** $x_1^2+4x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$ **9.2** $4x_1^2-3x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2+8x_1x_3$

**9.3** $4x_1^2+x_3^2+8x_1x_2+4x_1x_3$ **9.4** $4x_1^2+3x_2^2-2x_3^2+8x_1x_2+4x_1x_3$

**9.5** $x_1^2+3x_2^2+x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$ **9.6** $x_1^2+x_3^2+4x_1x_2+4x_2x_3$

**9.7** $x_1^2-3x_2^2-2x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3-6x_2x_3$ **9.8** $x_1^2+3x_2^2+x_3^2+4x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$

**9.9** $x_1^2+8x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+12x_2x_3$ **9.10** $x_1^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3$

**9.11** $4x_1^2+5x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2+8x_1x_3+8x_2x_3$ **9.12** $x_1^2-x_2^2+4x_3^2+4x_1x_3-2x_2x_3$

**9.13** $4x_1^2+8x_2^2+x_3^2+8x_1x_2+4x_1x_3+8x_2x_3$ **9.14** $x_1^2+x_2^2+4x_3^2+4x_1x_3+2x_2x_3$

**9.15** $x_1^2+5x_2^2+7x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+12x_2x_3$ **9.16** $4x_1^2+x_3^2+8x_1x_2+4x_1x_3$

**9.17** $x_1^2+5x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+10x_2x_3$ **9.18** $x_1^2-x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3$

**9.19** $4x_1^2+5x_2^2+4x_3^2+8x_1x_2+4x_1x_3+8x_2x_3$ **9.20** $x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+4x_2x_3$

**9.21** $x_1^2+2x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$ **9.22** $4x_1^2-3x_2^2+2x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3$

**9.23** $x_1^2+8x_2^2+7x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+16x_2x_3$ **9.24** $4x_1^2+3x_2^2-4x_3^2+8x_1x_2+4x_1x_3$

**9.25** $x_1^2+3x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$ **9.26** $x_1^2-x_2^2+2x_3^2+4x_1x_3-2x_2x_3$

**9.27** $x_1^2-3x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3-6x_2x_3$ **9.28** $x_1^2+3x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$

**9.29** $x_1^2+5x_2^2+x_3^2+4x_1x_2+2x_1x_3+6x_2x_3$

**9.30** $x_1^2-x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3$

**10.** ***Для квадратичной формы $L(x_1,x_2,x_3)$ требуется привести её к каноническому виду методом ортогональных преобразований и установить её знакоопределённость.***

**10.1** $x_1x_2+2x_1x_3+4x_2x_3$

**10.2** $x_1^2+3x_2^2+x_3^2+2x_1x_2-4x_1x_3$

**10.3** $x_1x_2+x_2x_3$

**10.4** $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3$

**10.5** $x_1^2+5x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+6x_1x_3+2x_2x_3$

**10.6** $x_1^2+4x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+2x_1x_3$

**10.7** $x_1^2+x_2^2+x_3^2-2x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$

**10.8** $3x_1^2+4x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_2x_3$

**10.9** $x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$

**10.10** $x_1^2+4x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+2x_1x_3$

**10.11** $3x_1^2+4x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2-4x_2x_3$

**10.12** $x_1^2+x_2^2-x_3^2-4x_1x_3+4x_2x_3$

**10.13** $x_1^2+x_2^2+3x_3^2+2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$

**10.14** $5x_1^2+13x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2+8x_2x_3$

**10.15** $4x_1^2+5x_2^2+3x_3^2-8x_1x_2+8x_2x_3$

**10.16** $x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$

**10.17** $x_1^2+x_2^2+5x_3^2-6x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$

**10.18** $3x_1^2-7x_2^2+3x_3^2+8x_1x_2-8x_1x_3-8x_2x_3$

**10.19** $x_1^2+x_2^2+3x_3^2+2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$

**10.20** $-4x_1^2+x_2^2-4x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+4x_2x_3$

**10.21** $8x_1x_3+2x_2x_3$

**10.22** $3x_1^2-10x_2^2+3x_3^2+8x_1x_2-2x_1x_3-8x_2x_3$

**10.23** $x_1^2+7x_2^2+x_3^2-8x_1x_2-16x_1x_3-8x_2x_3$

**10.24** $x_1^2+3x_3^2-4x_2x_3$

**10.25** $x_1^2-7x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-2x_1x_3-4x_2x_3$

**10.26** $2x_1^2+2x_2^2+2x_3^2-8x_1x_2+6x_2x_3$

**10.27** $x_1^2+x_2^2+3x_3^2+2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$

**10.28** $x_1^2+x_2^2+x_3^2-2x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3$

**10.29** $-2x_1^2+5x_2^2-2x_3^2+4x_1x_2+4x_2x_3$

**10.30** $-x_1^2+10x_2^2-x_3^2-8x_1x_2+6x_1x_3+8x_2x_3$

**11.** ***Установить знакоопределённость квадратичной формы $L(x_1,x_2,x_3)$ по критерию Сильвестра (предварительно убедившись, что квадратичная форма является невырожденной).***

**11.1** $4x_2^2-3x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$

**11.2** $4x_1^2+4x_2^2+x_3^2-2x_1x_2+2\sqrt{3}x_2x_3$

**11.3** $2x_1^2+2x_2^2+2x_3^2+8x_1x_2+8x_1x_3-8x_2x_3$

**11.4** $2x_1^2+9x_2^2+2x_3^2-4x_1x_2+4x_2x_3$

**11.5** $-4x_1^2-4x_2^2+2x_3^2-4x_1x_2+8x_1x_3-8x_2x_3$

**11.6** $x_1^2+x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2-2\sqrt{3}x_2x_3$

**11.7** $4x_1^2+4x_2^2+x_3^2+2x_1x_2-4x_1x_3+4x_2x_3$

**11.8** $x_1^2-7x_2^2+x_3^2-4x_1x_2-2x_1x_3-4x_2x_3$

**11.9** $6x_1^2+2x_2^2-3x_3^2+4\sqrt{3}x_1x_2-2x_1x_3+2\sqrt{3}x_2x_3$

**11.10** $3x_1^2+3x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-8\sqrt{2}x_2x_3$

**11.11** $5x_1^2+5x_2^2+6x_3^2+2x_1x_2+2\sqrt{2}x_1x_3+2\sqrt{2}x_2x_3$

**11.12** $x_1^2+x_2^2-x_3^2-4x_1x_3+4x_2x_3$

**11.13** $x_1^2+5x_2^2+x_3^2-4x_1x_2+5\sqrt{2}x_1x_3+\sqrt{2}x_2x_3$

**11.14** $5x_1^2+13x_2^2+5x_3^2+4x_1x_2+8x_2x_3$

**11.15** $-2x_1^2+2x_2^2-2x_3^2-4x_1x_2+5\sqrt{2}x_1x_3+\sqrt{2}x_2x_3$

**11.16** $-3x_1^2+9x_2^2+3x_3^2+2x_1x_2+8x_1x_3+4x_2x_3$

**11.17** $-2x_1^2+2x_2^2-2x_3^2+4x_1x_2-6x_1x_3+4x_2x_3$

**11.18** $3x_1^2-7x_2^2+3x_3^2+8x_1x_2-8x_1x_3-8x_2x_3$

**11.19** $2x_1^2+3x_2^2+2x_3^2-8x_1x_2-4\sqrt{2}x_1x_3+2\sqrt{2}x_2x_3$

**11.20** $-4x_1^2+x_2^2-4x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+4x_2x_3$

**11.21** $10x_1^2+14x_2^2+7x_3^2-10x_1x_2-\sqrt{2}x_1x_3-5\sqrt{2}x_2x_3$

**11.22** $3x_1^2-10x_2^2+3x_3^2+8x_1x_2-2x_1x_3-8x_2x_3$

**11.23** $x_1^2+x_2^2+2x_3^2+4x_1x_2+2\sqrt{2}x_1x_3-2\sqrt{2}x_2x_3$

**11.24** $2x_2^2-3x_3^2-2\sqrt{3}x_1x_2-4x_1x_3+4\sqrt{3}x_2x_3$

**11.25** $3x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_1x_2+8\sqrt{2}x_2x_3$

**11.26** $x_1^2+x_3^2+8x_1x_2+4\sqrt{2}x_1x_3-2\sqrt{2}x_2x_3$

**11.27** $-x_1^2-x_2^2-3x_3^2-2x_1x_2-6x_1x_3+6x_2x_3$

**11.28** $6x_1^2+6x_2^2+6x_3^2+2x_1x_2+4\sqrt{2}x_2x_3$

**11.29** $5x_1^2+4x_2^2+2x_3^2-4x_1x_2+2\sqrt{2}x_1x_3+4\sqrt{2}x_2x_3$

**11.30** $-x_1^2+10x_2^2-x_3^2-8x_1x_2+6x_1x_3+8x_2x_3$

**12.** ***Установить тип алгебраической кривой второго порядка и построить её, используя метод ортогональных преобразований для квадратичных форм.***

**12.1.** $-x^2-y^2+4xy+2x-4y+1=0$

**12.2.** $4xy+4x-4y-2=0$

**12.3.** $2x^2+2y^2-2xy-2x-2y+1=0$

**12.4.** $4xy+4x-4y=0$

**12.5.** $2x^2+2y^2-2xy+6x-6y-3=0$

**12.6.** $2xy+2x+2y-1=0$

**12.7.** $3x^2+3y^2-4xy+6x-4y-2=0$

**12.8.** $2xy+2x+2y-3=0$

**12.9.** $x^2+y^2+4xy+4x+2y-2=0$

**12.10.** $4xy+4x+4y+1=0$

**12.11.** $-4x^2-4y^2+2xy+10x-10y+1=0$

**12.12.** $x^2+y^2+2xy-8x-8y+1=0$

**12.13.** $x^2+y^2+4xy-8x-4y+1=0$

**12.14.** $-4xy-4x+4y+6=0$

**12.15.** $x^2+y^2-2xy-2x+2y-7=0$

**12.16.** $4x^2+4y^2+2xy+12x+12y+1=0$

**12.17.** $3x^2+3y^2+4xy+8x+12y+1=0$

**12.18.** $x^2+y^2-8xy-20x+20y+1=0$

**12.19.** $3x^2+3y^2-2xy-6x+2y+1=0$

**12.20.** $-4xy+8x+8y+1=0$

**12.21.** $3x^2+3y^2-4xy+6x-4y-7=0$

**12.22.** $5x^2+5y^2-2xy+10x-2y+1=0$

**12.23.** $2x^2+2y^2+4xy+8x+8y+1=0$

**12.24.** $-x^2-y^2+2xy-12x-4y+1=0$

**12.25.** $2x^2+2y^2-4xy-8x+8y+1=0$

**12.26.** $3x^2+3y^2+2xy-12x-4y+1=0$

**12.27.** $2x^2+2y^2-2xy+6x-6y-6=0$

**12.28.** $4xy+4x-4y+4=0$

**12.29.** $x^2+y^2+4xy+4x+2y-5=0$

**12.30.** $x^2+y^2-4xy+4x-2y+1=0$

## Раздел 2. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.

**1.** ***Найти частные производные:*** $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ ***и первый дифференциал*** $dz$ ***функции*** $z = f(x, y)$.

**1.1** $z = \sqrt{2xy + y^2}$ **1.2** $z = \ln(x^2 + 2y)$ **1.3** $z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$

**1.4** $z = y\sin(x^2)$ **1.5** $z = x\cos 2y$ **1.6** $z = \frac{\cos(xy)}{y}$

**1.7** $z = \sin(3x + 2y)$ **1.8** $z = \cos(2x + 3y)$ **1.9** $z = \frac{\sin(xy)}{x}$

**1.10** $z = \ln(5x + 4y)$ **1.11** $z = x\sin^2 y$ **1.12** $z = \ln(x + y^2)$

**1.13** $z = e^{3x-2y}$ **1.14** $z = e^{x^3 y^2}$ **1.15** $z = \sin(x^2 + y^3)$

**1.16** $z = \frac{x}{x+y}$ **1.17** $z = \ln(3x + y^2)$ **1.18** $z = \sin 2x \cdot \cos 3y$

**1.19** $z = \sqrt{x^3 + y^2}$ **1.20** $z = arctg(x^2 \cdot y)$ **1.21** $y = x\ln\left(\frac{x}{y}\right)$

**1.22** $z = e^{2x}\cos 3y$ **1.23** $z = arctg\left(\frac{x}{y}\right)$ **1.24** $z = \arcsin\left(\frac{y}{x}\right)$

**1.25** $z = \arcsin(x \cdot y^2)$ **1.26** $z = \ln(x + \ln y)$ **1.27** $z = \sin\left(\frac{y}{x^2}\right)$

**1.28** $z = arctg(x^2 + y)$ **1.29** $z = \cos\left(\frac{y}{\sqrt{x}}\right)$ **1.30** $z = \ln\left(\frac{x+y}{y}\right)$

**2.** ***Вычислить приближённо (с помощью первого дифференциала) значение функции*** $z = f(x, y)$ ***в точке*** $M_0(x_0, y_0)$.

**2.1** $z = arctg\left(\frac{x}{y} - 2\right)$, $M_0(1.97, 1.02)$ **2.2** $z = x^2 e^y$, $M_0(1.94, 0.12)$

**2.3** $z = \sqrt[3]{x^2 + y^2}$, $M_0(1.07, 0.02)$ **2.4** $z = \sqrt{x^2 + \ln y}$, $M_0(1.04, 1.02)$

**2.5** $z = x^y$, $M_0(1.03, 4.04)$ **2.6** $z = \sqrt{5e^x + y^2}$, $M_0(0.06, 2.03)$

**2.7** $z = \ln(x^3 + y^3)$, $M_0(0.08, 0.97)$ **2.8** $z = \sqrt{\ln x + y^2}$, $M_0(1.07, 1.04)$

**2.9** $z = y^x$, $M_0(3.03, 1.01)$ **2.10** $z = \sqrt{8e^x + y^3}$, $M_0(0.02, 2.03)$

**2.11** $z = \ln\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{y}\right)$, $M_0(1.03, 0.08)$ **2.12** $z = \sqrt{5e^y + x^2}$, $M_0(2.03, 0.02)$

**2.13** $z = \sqrt[3]{x^3 + y^2}$, $M_0(0.95, 0.05)$ **2.14** $z = \ln(x^2 + y^3)$, $M_0(0.99, 0.09)$

**2.15** $z = \sqrt[3]{5e^x + y}$, $M_0(0.05, 3.07)$ **2.16** $z = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{y}$, $M_0(8.06, 32.05)$

**2.17** $z = arctg\left(\frac{y}{x} - 1\right)$, $M_0(0.98, 1.07)$ **2.18** $z = \ln\left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[3]{y} - 1\right)$, $M_0(0.98, 1.03)$

**2.19** $z=\sqrt{x^3+y^2}$, $M_0(2.03, 0.98)$ **2.20** $z=\ln(x^2+y^2)$, $M_0(1.05, 0.08)$

**2.21** $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $M_0(4.05, 2.97)$ **2.22** $z=x^{2y}$, $M_0(1.05, 2.02)$,

**2.23** $z=\sqrt[3]{4x^2+y^2}$, $M_0(0.98, 2.03)$ **2.24** $z=x\sqrt{1+y^3}$, $M_0(2.01, 2.05)$

**2.25** $z=\sqrt{\sin^2 x+4y}$, $M_0(0.02, 1.02)$ **2.26** $z=y^2e^x$, $M_0(0.06, 1.95)$

**2.27** $z=x\ln\left(\frac{y}{x}\right)$, $M_0(1.01, 1.02)$ **2.28** $z=arctg\left(\frac{x}{y}-1\right)$, $M_0(4.02, 3.95)$

**2.29** $z=\sqrt{x^2+y^3}$, $M_0(1.02, 1.97)$ **2.30** $z=\sqrt{8e^y+x^3}$, $M_0(2.06, 0.04)$

**3.** ***Найти: а) производную*** $\frac{\partial u}{\partial \bar{l}}$ ***функции*** $u=f(x,y,z)$ ***в точке*** $M(x_0,y_0,z_0)$ ***по направлению вектора*** $\bar{l}$ ***; б) градиент функции*** $gradu$ ***и его модуль*** $|gradu|$ ***в точке*** $M(x_0,y_0,z_0)$.

**3.1** $u=x+\ln(z^2+y^2)$, $\vec{l}=-2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$, $M(2,1,1)$

**3.2.** $u=y\ln(1+x^2)-arctgz$, $\vec{l}=2\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$, $M(0,1,1)$

**3.3.** $u=\ln(3-x^2)+xy^2z$, $\vec{l}=-\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$, $M(1,3,2)$

**3.4.** $u=xy-\frac{x}{z}$, $\vec{l}=5\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$, $M(-4,3,-1)$

**3.5.** $u=z^2+2arctg(x-y)$, $\vec{l}=\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$, $M(1,2,-1)$

**3.6.** $u=\sqrt{xy}+\sqrt{9-z^2}$, $\vec{l}=-2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $M(1,1,0)$

**3.7.** $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$, $\vec{l}=-2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$, $M(1,-3,4)$

**3.8.** $u=x^2y^2z-\ln(z-1)$, $\vec{l}=5\vec{i}-6\vec{j}+2\sqrt{5}\vec{k}$, $M(1,1,2)$

**3.9.** $u=\ln(x^2+y^2)+xyz$, $\vec{l}=\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$, $M(1,-1,2)$

**3.10.** $u=(x^2+y^2+z^2)^{3/2}$, $\vec{l}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$, $M(1,1,1)$

**3.11** $u=4\ln(3+x^2)-8xyz$, $\vec{l}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$, $M(1,1,1)$

**3.12.** $u=x\sqrt{y}+y\sqrt{z}$, $\vec{l}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$, $M(2,4,4)$

**3.13.** $u=-2\ln(x^2-5)-4xyz$, $\vec{l}=\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$, $M(1,1,1)$

**3.14.** $u=\frac{x^2y}{4}-\sqrt{x^2+5z^2}$, $\vec{l}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$, $M(-2,\frac{1}{2},1)$

**3.15.** $u=x^2y-\sqrt{xy+z^2}$, $\vec{l}=2\vec{j}-2\vec{k}$, $M(1,5,-2)$

**3.16.** $u=x(\ln y-arctgz)$, $\vec{l}=2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$, $M(-2,1,-1)$

**3.17.** $u=xz^2-\sqrt{x^3y}$, $\vec{l}=2\vec{i}-2\vec{j}+-3\vec{k}$, $M(2,2,4)$

**3.18.** $u=x^3+\sqrt{y^2+z^2}$, $\vec{l}=\vec{j}-\vec{k}$, $M(1,-3,4)$

**3.19.** $u=x^2-arctg(y+z)$, $\vec{l}=3\vec{j}-4\vec{k}$, $M(2,1,1)$

**3.20.** $u=x\sqrt{y}-yz^2$, $\vec{l}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$, $M(2,1,-1)$

**3.21** $u=arctg(y/x)+xz$, $\vec{l}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$, $M(2,2,-1)$

**3.22.** $u=\ln(1+x^2)-xy\sqrt{z}$, $\vec{l}=2\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$, $M(1,-2,4)$

**3.23.** $u=\sqrt{x^2+y^2}-z$, $\vec{l}=-\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$, $M(3,4,1)$

**3.24.** $u=\dfrac{\sqrt{x}}{y}-\dfrac{y\cdot z}{x+\sqrt{y}}$, $\vec{l}=2\vec{i}+\vec{k}$, $M(4,1,-2)$

**3.25.** $u=2\sqrt{x+y}+yarctgz$, $\vec{l}=4\vec{i}-3\vec{k}$, $M(3,-2,1)$

**3.26.** $u=\sqrt{xy}+\sqrt{4-z^2}$, $\vec{l}=\vec{i}-\vec{j}$, $M(1,1,0)$

**3.27.** $u=x\sqrt{y}-(z+y)\sqrt{x}$, $\vec{l}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$, $M(1,1,-2)$

**3.28.** $u=arctg\left(\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$, $\vec{l}=2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$, $M(1,1,1)$

**3.29.** $u=\sqrt{x^2+2y^2+3z^2}$, $\vec{l}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$, $M(-1,2,0)$

**3.30.** $u=\ln\left(1+x^2+y^2\right)-\sqrt{x^2+z^2}$, $\vec{l}=\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $M(3,0,-4)$

**4**. ***Найти дифференциал второго порядка*** $d^2z$ ***функции*** $z=f(x,y)$**.**

**4.1** $z=x^3+y^3-2x^2y^2$ **4.2** $z=\sin 3x\cdot\cos 2y$ **4.3** $z=e^{3x}\cos 4y$

**4.4** $z=\ln(x^2+\ln y)$ **4.5** $z=\cos(x^2+y^3)$ **4.6** $z=\ln\left(\dfrac{y}{x^2}\right)$

**4.7** $z=\dfrac{y}{\sqrt{x}}$ **4.8** $z=e^{x^3y^4}$ **4.9** $z=\ln(4x+y^2)$

**4.10** $z=\sqrt{x^2+y^3}$ **4.11** $z=\sqrt{3xy+y^2}$ **4.12** $z=\ln(x^3+2y)$

**4.13** $z=\dfrac{x^2}{y^3}$ **4.14** $z=y^2\sin(x^3)$ **4.15** $z=x\cos(2y^3)$

**4.16** $z=\dfrac{\cos(xy^2)}{y}$ **4.17** $z=\sin(3x^2+2y^3)$ **4.18** $z=\cos(2x+3y)$

**4.19** $z=\ln(4x+5y)$ **4.20** $z=\dfrac{\sin(xy^2)}{x}$ **4.21** $z=\ln(4x^2+2y)$

**4.22** $z=e^{x^4y^2}$ **4.23** $z=\dfrac{y}{x^3}$ **4.24** $z=\ln\left(\dfrac{y}{\sqrt{x}}\right)$

**4.25** $z=\dfrac{x^3}{y^2}$ **4.26** $z=\sin 4x\cdot\cos 3y$ **4.27** $z=e^{2x}\cos(y^2)$

**4.28** $z=\ln(x^3+\ln y)$ **4.29** $z=\sin(3x^2+2y^3)$ **4.30** $z=\dfrac{y^2}{x^3}$

**5. *Найти производную*** $\frac{dy}{dx}$ ***функции*** $y=f(x)$***, заданной неявно уравнением*** $F(x,y)=0$**.**

**5.1** $y^2+arctg\left(\frac{y}{x}\right)=0$ **5.2** $yx^2-\sqrt{1+\cos(xy)}=0$ **5.3** $y^3-\sin(xy)=0$

**5.4** $x^2y+\ln(x^2+y^3)=0$ **5.5** $\sqrt{y-x}+\sin(xy)=0$ **5.6** $e^y+tg\left(\frac{x}{y}\right)=0$

**5.7** $e^{xy}-\sqrt{x^3+y^2}=0$ **5.8** $\sin(x^2y^3)+\sqrt{x-y}=0$ **5.9** $y(x-y)-\sin(x-y)=0$

**5.10** $y^2-arctg\sqrt{y-x}=0$ **5.11** $\ln\sqrt{x^2+y^2}=arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ **5.12** $y=1+y^x$

**5.13** $x+y=e^{x-y}$ **5.14** $y=x+\ln y$ **5.15** $x+y=e^{xy}$

**5.16** $xy+arctg(xy)=0$ **5.17** $x^2e^{2y}-y^2e^{2x}=0$ **5.18** $x-y+arctgy=0$

**5.19** $e^y+xy=e^x$ **5.20** $y\ln y=x$ **5.21** $xy=arctg\left(\frac{x}{y}\right)$

**5.22** $e^y+\sqrt{2x+y^2}=xy$ **5.23** $y\sin x-\cos(x-y)=0$ **5.24** $\ln(x+\ln y)=2x-y$

**5.25** $\arcsin(xy)=x^2+2y$ **5.26** $x^2-2xy+y^2+x+y-2=0$ **5.27** $x^y=y^x$

**5.28** $y=x^2\ln(x-y)$ **5.29** $y=e^x\sqrt{y^2-x^2}$ **5.30** $y=\sqrt{x^2-y^2}\cdot\cos y$

**6. *Найти частные производные*** $\frac{\partial z}{\partial x}$ ***и*** $\frac{\partial z}{\partial y}$ ***функции*** $z=f(x,y)$***, заданной неявно уравнением*** $F(x,y,z)=0$**.**

**6.1** $z^3+3xyz+xy=0$ **6.2** $z^3-xz+y^3=0$ **6.3** $z-e^{x+y+z}=0$

**6.4.** $x+yz-e^z=0$ **6.5.** $e^z-xyz=0$ **6.6.** $z-e^{xyz}=0$

**6.7.** $z^3-yz+x^3=0$ **6.8.** $y+xz-e^z=0$ **6.9.** $e^z-z+\cos(xy)=0$

**6.10.** $z-x^2-\ln(x+yz)=0$ **6.11** $z\ln(x+z)-xy=0$ **6.12** $z=x+arctg(yz)$

**6.13** $z=x+\sin\left(\frac{xy}{z}\right)$ **6.14** $x-z\ln\left(\frac{z}{y}\right)=0$ **6.15** $z=x^2\ln(x+yz)$

**6.16** $e^z-z+\cos(xy)=0$ **6.17** $z=y+arctg(x+z)$ **6.18** $\sin(x+z)=3z+x-y$

**6.19** $\cos(z-x)=y+3z-x$ **6.20** $z=y-2x+\sin(xz)$ **6.21** $\ln(y-z-2x)=3xy-2z^2$

**6.22** $\sin(xyz^2)=e^{y+z}$ **6.23** $\cos(xy^2z)=e^{x+z}$ **6.24** $\ln(x-y+z)-xy^2z^3=0$

**6.25** $e^{x+y+z}=z-y$ **6.26** $\sin(x+yz^2)=x^2+z$ **6.27** $\ln(x+yz^2)=y^2+z$

**6.28** $e^z-z^2+\cos(xy^3)=0$ **6.29** $z=y+arctg(x^2z)$ **6.30** $\sin(xz)=3z+x^2-y^3$

**7. *Найти частные производные*** $\frac{\partial u}{\partial x}$**,** $\frac{\partial u}{\partial y}$ ***и*** $\frac{\partial v}{\partial x}$**,** $\frac{\partial v}{\partial y}$ ***для функций*** $u=f(x,y)$ ***и*** $v=g(x,y)$**,** ***заданных неявно системой уравнений*** $\begin{cases}F(x,y,u,v)=0\\G(x,y,u,v)=0\end{cases}$**.**

**7.1** $\begin{cases} u+v-x=0 \\ u-yv=0 \end{cases}$ **7.2** $\begin{cases} \sin(xu)-y=0 \\ \cos(yv)-2x=0 \end{cases}$ **7.3** $\begin{cases} ye^{u/x}-x=0 \\ xe^{v/y}-1=0 \end{cases}$

**7.4** $\begin{cases} xv+yu-2=0 \\ \dfrac{x}{u}-\dfrac{y}{v}-3=0 \end{cases}$ **7.5** $\begin{cases} xu+yv-2=0 \\ u-xv-y=0 \end{cases}$ **7.6** $\begin{cases} \sin(yv)-x=0 \\ \cos(u-x)-2y=0 \end{cases}$

**7.7** $\begin{cases} v-u-y=0 \\ xu+yv=0 \end{cases}$ **7.8** $\begin{cases} 2xu-v-y=0 \\ yv-x-1=0 \end{cases}$ **7.9** $\begin{cases} e^{u/y}-v-y=0 \\ e^{v/(2x)}+u-2x=0 \end{cases}$

**7.10** $\begin{cases} xv-u-y=0 \\ u-yv=0 \end{cases}$ **7.11** $\begin{cases} u-v-2x=0 \\ ux+uv=0 \end{cases}$ **7.12** $\begin{cases} ye^{u/x}-1=0 \\ xe^{v/y}-2=0 \end{cases}$

**7.13** $\begin{cases} xu+yv-1=0 \\ \dfrac{u}{y}-\dfrac{v}{x^2}=0 \end{cases}$ **7.14** $\begin{cases} \sin(xu)-y=0 \\ \cos(yv)-x=0 \end{cases}$ **7.15** $\begin{cases} xe^{u/y}-1=0 \\ ye^{v/x}-2=0 \end{cases}$

**7.16** $\begin{cases} yu+xv-1=0 \\ xu-yv=0 \end{cases}$ **7.17** $\begin{cases} \sin(v-y)-ux=0 \\ \cos(x-u)-yv=0 \end{cases}$ **7.18** $\begin{cases} e^{u/x}-yv-1=0 \\ e^{v/y}-xv-2=0 \end{cases}$

**7.19** $\begin{cases} u-xv-2=0 \\ v+yu-3=0 \end{cases}$ **7.20** $\begin{cases} \sin(xv)-y-1=0 \\ \cos(yu)-v+x=0 \end{cases}$ **7.21** $\begin{cases} ye^{u/x}-x=0 \\ xe^{y/v}-1=0 \end{cases}$

**7.22** $\begin{cases} xu+yv=0 \\ \dfrac{u}{x}+\dfrac{v}{y}-1=0 \end{cases}$ **7.23** $\begin{cases} yu-xv-2=0 \\ \cos(xu)-\sin(yv)=0 \end{cases}$ **7.24** $\begin{cases} e^{v/x}-y=0 \\ e^{u/y}-x-2=0 \end{cases}$

**7.25** $\begin{cases} yu-xv-1=0 \\ e^{u/x}-e^{y/v}-x=0 \end{cases}$ **7.26** $\begin{cases} \cos(xu)-yv=0 \\ \sin(y-v)-\dfrac{u}{x}=0 \end{cases}$ **7.27** $\begin{cases} e^{u-x}=0 \\ e^{yv}+u-x=0 \end{cases}$

**7.28** $\begin{cases} \sin(xu)-3y=0 \\ e^{v/y}-x=0 \end{cases}$ **7.29** $\begin{cases} xu-yv=0 \\ e^{u/x}-3\dfrac{v}{y}=0 \end{cases}$ **7.30** $\begin{cases} e^{u-x}-3y=0 \\ e^{-v/x}-v+y=0 \end{cases}$.

**8.** ***Составить уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности в точке*** $M_0(x_0, y_0, z_0)$**.**

**8.1** $z=\frac{1}{2}arctg\left(\frac{y}{x}\right)$, $M_0\left(1,1,\frac{\pi}{8}\right)$. **8.2** $z=y+\ln\left(\frac{x}{y}\right)$, $M_0(1,1,1)$.

**8.3** $z^2+4z+x^2=0$, $M_0(0,1,-4)$ **8.4** $x^2+y^2-z^2=-1$, $M_0(2,2,3)$.

**8.5** $z=arctg\left(\frac{x}{y}\right)$, $M_0\left(1,1,\frac{\pi}{4}\right)$. **8.6** $x^2+y^2+z^2=3$, $M_0(1,1,1)$.

**8.7** $z^3-4xz+y^2=4$, $M_0(1,-2,2)$. **8.8** $z=1+x^2+y^2$, $M_0(1,1,3)$.

**8.9** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$, $M_0(0,0,4)$. **8.10** $z=\ln(x^2+y^2)$, $M_0(1,0,0)$.

**8.11** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{8}=0$, $M_0(4,3,4)$. **8.12** $z=x^2+y^2$, $M_0(1,-2,5)$.

**8.13** $x^2+y^2+z^2=16$, $M_0\left(2,2,2\sqrt{2}\right)$. **8.14** $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=3$, $M_0(1,1,1)$.

**8.15** $z=y\cdot tgx$, $M_0\left(\frac{\pi}{4},1,1\right)$. **8.16** $z-2x+\ln\left(\frac{y}{x}\right)+1=0$, $M_0(1,1,1)$.

**8.17** $x^2+y^2+z^2=169$, $M_0(3,4,12)$.

**8.18** $z=x\cdot tg\left(\frac{y}{2}\right)$, $M_0\left(1,\frac{\pi}{2},1\right)$.

**8.19** $x^2+y^2+z^2-xy=1$, $M_0(1,1,0)$.

**8.20** $z=arctg\left(\frac{y}{x}\right)$, $M_0\left(1,1,\frac{\pi}{4}\right)$.

**8.21** $(xy+xz)(xy-z)+8=0$, $M_0(2,1,3)$.

**8.22** $z=e^x\cos y$, $M_0(1,\pi,-e)$.

**8.23** $z=x^2-2xy+y^2-x+2y$, $M_0(1,1,1)$.

**8.24** $z=\sin x\cdot\cos y$, $M_0\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{1}{2}\right)$.

**8.25** $x^2+\frac{y^2}{2}+z^2=1$, $M_0\left(\frac{1}{2},1,\frac{1}{2}\right)$.

**8.26** $x^2+y^2-z^2+1=0$, $M_0(2,2,3)$.

**8.27** $z^3-4xz+y^2-4=0$, $M_0(1,-2,2)$.

**8.28** $e^z+2xz+y^2-2=0$, $M_0(-1,1,0)$.

**8.29** $z=x^2+y^2+xy$, $M_0(1,1,3)$.

**8.30** $z=x^4+x^3y^2$, $M_0(1,2,5)$.

**9.** ***Найти локальные экстремумы функции*** $z=f(x,y)$

**9.1** $z=x^2+xy+y^2-12x-3y$

**9.2** $z=x^2+2y^2-xy$

**9.3** $z=x^2-xy+y^2+9x-6y+20$

**9.4** $z=x^2+y^2-xy+2x-2y+1$

**9.5** $z=x^2+y^2-xy+2x-y$

**9.6** $z=8x^2+3y^2-6xy$

**9.7** $z=2x^2+y^2-x+2y+1$

**9.8** $z=x^2-2xy+2y^2+2x$

**9.9** $z=x^2+y^2+xy-2x-2y+2$

**9.10** $z=x^2+(y-1)^2$

**9.11** $z=x^2-xy+y^2$.

**9.12** $z=4x+2y-x^2-y^2$.

**9.13**. $z=x^2-xy-y^2$

**9.14**. $z=x^2-x-y^2+y-18$

**9.15**. $z=x^2+y^2+xy-3x-6y$

**9.16**. $z=3+2x-y-x^2+xy-y^2$

**9.17**. $z=x^2-2xy+4y^2+4$

**9.18**. $z=3xy+2x-y^2+8$

**9.19**. $z=3x^2+y^2-x+y$

**9.20**. $z=x^2-xy+y^2-2x+y-3$

**9.21**. $z=x^2+y^2+2x+4y-6$

**9.22**. $z=2x^2-x+(y+1)^2$

**9.22**. $z=2xy-2x-4y$

**9.24**. $z=x^2+y^2-xy+3x-2y$

**9.25**. $z=x^2+y^2+xy-6x-9y$

**9.26**. $z=-x^2+y^2-xy+3x+6y$

**9.27**. $z=7x^2+3y^2-6xy-4x+7y$

**9.28**. $z=3x^2+18xy-8x+18y+8$

**9.29**. $z=x^2+3y^2-6xy-4x+7y-12$

**9.30**. $z=3x^2-y^2+5xy-6$

**10.** ***Найти локальные экстремумы функции*** $z=f(x,y)$

**10.1** $z=x^2y(2-x+y)$

**10.2** $z=xy\cdot(1-x-y)$

**10.3** $z=xy^2(1-x-y)$

**10.4** $z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2$

**10.5** $z=x^2+y^2-2\ln x-18\ln y$

**10.6** $z=x^3+y^3-6xy$

**10.7** $z=x^3+3xy^2-15x-12y$

**10.8** $z=\frac{8}{x}+\frac{x}{y}+y$

**10.9** $z=x^3y^2(4-x-y)$

**10.10** $z=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$

**10.11**. $z=x\sqrt{y}-x^2-y+6x+3$

**10.12**. $z=\frac{2}{x}+\frac{x^2}{y}+y$

**10.13**. $z=2y\sqrt{x}-y^2-3x+8y$

**10.14**. $z=2x^2+3xy+2y^3+5x$

**10.15**. $z=6x^2y+2y^3-24x-30y$

**10.16**. $z=x^3-2y^3-3x+6y$

**10.17**. $z=x^3+y^3-15xy$

**10.18**. $z=\frac{x}{y}+\frac{1}{x}+y$

**10.19**. $z=x^3+y^3-x^2-2xy-y^2$

**10.20**. $z=x^3+y^3-3xy$

**10.21**. $z=xy+\frac{50}{x}+\frac{20}{y}$

**10.22**. $z=3x^2-x^3+3y^2+4y$

**10.23**. $z=2x^4+y^4-x^2-2y^2$

**10.24**. $z=x^3+8y^3-6xy+1$

**10.25** $z=x^4+y^4-2x^2+4xy-2y^2$

**10.26**. $z=x^3+y^3+6xy$

**10.27** $z=x^2+xy+y^2-4\ln x-10\ln y$

**10.28**. $z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}-xy$

**10.29** $z=3\ln x+xy^2-y^3$

**10.30**. $z=3x^3+y^3-3y^2-x-2$

**11.** ***Найти условные экстремумы функции*** $z=f(x,y)$ ***(методом Лагранжа):***

**11.1** $z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ **при условии** $x+y-2=0$

**11.2** $z=x^2-xy+y^2+x+y-4$ **при условии** $x+y+3=0$

**11.3** $z=x^2+y^2$ **при условии** $3x+2y-6=0$

**11.4** $z=2x+y$ **при условии** $x^2+y^2=5$

**11.5** $z=xy$ **при условии** $x+y-1=0$

**11.6** $z=x+y$ **при условии** $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{2}$

**11.7** $z=x^2-y^2$ **при условии** $2x-y-3=0$

**11.8** $z=xy^2$ **при условии** $x+2y-1=0$

**11.9** $z=5-3x-4y$ **при условии** $x^2+y^2-25=0$

**11.10** $z=e^{x+2y}$ **при условии** $x^2+y^2=1$

**11.11** $z=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ **при условии** $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}-\frac{1}{8}=0$

**11.12** $z=x^2+y^2$ **при условии** $x+y=1$

**11.13** $z=1-4x-8y$ **при условии** $x^2-8y^2-8=0$

**11.14** $z=xy^2$ **при условии** $x+2y=4$

**11.15** $z=x^2+y^2$ **при условии** $2x+3y=6$

**11.16** $z=6-5x-4y$ **при условии** $x^2-y^2-9=0$

**11.17** $z=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ **при условии** $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=1$

**11.18** $z=2x+y-y^2-x^2$ **при условии** $x+2y-1=0$

**11.19** $z=3xy$ **при условии** $x^2+y^2=2$

**11.20** $z=6-4x-3y$ **при условии** $x^2+y^2-1=0$

**11.21** $z=2x+y$ **при условии** $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$

**11.22** $z=1-2x-(y-x)^2$ **при условии** $x+y=2$

**11.23** $z=xy$ **при условии** $2x+3y-5=0$

**11.24** $z=x+2y$ **при условии** $x^2+y^2=1$

**11.25** $z=\ln(xy)$ **при условии** $x^3+xy+y^3=0$

**11.26** $z=x^2+y^2$ **при условии** $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$

**11.27** $z=\frac{x-y-4}{\sqrt{2}}$ **при условии** $x^2+y^2=1$

**11.28** $z=xy$ **при условии** $x^2+y^2-1=0$

**11.29** $z=4-x-y-x^2-2y^2$ **при условии** $2x+y=4$

**11.30** $z=x-y$ **при условии** $x^2+y^2=1$**.**

**12.** ***Найти наибольшее и наименьшее значения функции*** $z=f(x,y)$ ***в ограниченной и замкнутой области:***

**12.1** $z=x+y$ **в круге:** $x^2+y^2\le 4$

**12.2** $z=x^2+3y^2+x-y$ **в треугольнике:** $x\le 0, y\ge 0, y-x\le 1$

**12.3** $z=x^2+y^2-6x+4y+2$ **в прямоугольнике:** $1\le x\le 4, -3\le y\le 2$

**12.4** $z=\frac{x^2}{2}-xy$ **в области:** $y\ge 2x^2, y\le 8$

**12.5** $z=x^2+y^2-4x$ **в прямоугольнике:** $-2\le x\le 1, -1\le y\le 3$

**12.6** $z=1+x+2y$ **в треугольнике:** $x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 1$

**12.7** $z=xy\cdot(6-x-y)$ **в треугольнике:** $x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 12$

**12.8** $z=3+2xy$ **в круге:** $x^2+y^2\le 1$

**12.9** $z=xy+x+y$ **в прямоугольнике:** $-2\le x\le 2, -2\le y\le 4$

**12.10** $z=x-2y+5$ **в треугольнике:** $x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 1$

**12.11** $z=x^2-xy+y$ **в прямоугольнике:** $-2\le x\le 2, -3\le y\le 3$

**12.12** $z=x^2-xy+y^2-4x$ **в треугольнике:** $x\ge 0, y\ge 0, 2x+3y\le 12$

**12.13** $z=x+xy+y$ **в прямоугольнике:** $0\le x\le 2, 0\le y\le 3$

**12.14** $z=xy\cdot(4-x-y)$ **в треугольнике:** $x\ge 0, y\ge 0, x+y\le 6$

**12.15** $z=x^2+2xy-2$ **в области:** $y\ge 4x^2-4, y\le 0$

**12.16** $z=x^2+4y^2-2x$ **в треугольнике:** $y\ge -1,\ x\ge 0,\ x+y\le 2$

**12.17** $z=\sqrt{x^2+y^2}$ **в треугольнике:** $x\ge 0,\ y\ge 0,\ 2x+y\le 1$

**12.18** $z=\ln(x^2+y^2)$ **в треугольнике:** $x\ge 0,\ y\ge 0,\ x+2y\le 1$

**12.19** $z=4x^2+y^2$ **в круге:** $x^2+y^2\le 1$

**12.20** $z=x^3+y^2$ **в круге:** $x^2+y^2\le 1$

**12.21** $z=x+2xy+y$ **в прямоугольнике:** $-2\le x\le 2,\ -2\le y\le 4$

**12.22** $z=x^2-xy+y^2+x+y$ **в треугольнике:** $x\le 0,\ y\le 0,\ x+y\ge -3$

**12.23** $z=x^3+8y^3-6xy+1$ **в прямоугольнике:** $0\le x\le 2,\ -1\le y\le 1$

**12.24** $z=x^2+y^2-xy-x-y$ **в треугольнике:** $x\ge 0,\ y\ge 0,\ x+y\le 3$

**12.25** $z=5x^2-3xy+y^2$ **в прямоугольнике:** $-1\le x\le 1,\ -1\le y\le 1$

**12.26** $z=x^3+y^3-3xy$ **в прямоугольнике:** $0\le x\le 2,\ -1\le y\le 2$

**12.27** $z=x^2-y^2$ **в круге:** $x^2+y^2\le 2x$

**12.28** $z=xy-x-2y$ **в треугольнике:** $x\le 3,\ y\ge 0,\ y\le x$

**12.29** $z=x^2+3y^2+x-y$ **в треугольнике:** $x\le 1,\ y\le 1,\ x+y\ge 1$

**12.30** $z=x^2+xy+y^2+1$ **в прямоугольнике:** $-2\le x\le 2, -1\le y\le 3$