

УДК 535.2+535.36

ДЛИННО-КОРОТКОВОЛНОВЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ПУЛИ И ВИХРИ

А.Н. Бугай, С.В. Сазонов

Аннотация

Исследована поперечная структура двухкомпонентных уединенных волн, состоящих из квазимонохроматического и предельно короткого (видеоимпульса) оптических импульсов, которые распространяются в связанном состоянии в одноосном кристалле. В области положительной дисперсии групповой скорости данные объекты имеют вид поперечных дефектов поля типа «темных» вихрей и «дырок», соответственно, для квазимонохроматического и предельно короткого импульсов. При противоположном знаке коэффициента дисперсии – это полностью локализованные структуры типа «светлых» вихрей и оптических «пуль», которые благодаря наличию собственной нелинейности видео-компоненты устойчивы по отношению коллапсу.

Введение

Наибольшее внимание при исследованиях распространения лазерных импульсов в различных средах, как правило, привлекают солитонные и солитоноподобные режимы. В последние годы интерес в исследованиях таких нелинейных локализованных волновых объектов смещается в сторону изучения трехмерных образований. В нелинейной оптике достаточно хорошо исследованы такие объекты, как оптические пули, вихревые солитоны (вортекс-солитоны), нелинейные X-волны и др. [1].

Еще одной важной тенденцией в развитии современной техники является получение импульсов все более короткой длительности, вплоть до нескольких периодов колебаний. Предельным случаем таких образований является предельно короткий импульс (ПКИ) в половину периода колебания, представляющий собой единственный горб и не имеющий несущей частоты.

В работе [2] был предложен механизм генерации видеоимпульса в полупериод колебания в среде с одноосной оптической анизотропией. Обыкновенная компонента импульса (квазимонохроматический импульс) при распространении порождает видеоимпульс необыкновенной компоненты (ПКИ). Данный процесс имеет некоторую аналогию с явлением вынужденного комбинационного саморассеяния. При этом обыкновенная компонента, рассеиваясь на необыкновенной, испытывает сдвиг Ω несущей частоты в красную область, пропорциональный ее входной интенсивности. Необходимым условием эффективного протекания такого процесса является реализация условия длинно-коротковолнового резонанса Захарова–Бенни, состоящего в том, что групповая скорость v_g обыкновенной компоненты равна фазовой скорости v_{ph} необыкновенной составляющей.

Таким образом, при указанных условиях в данной среде возможно формирование двухкомпонентных солитоноподобных образований, состоящих из импульса огибающей с ярко выраженной несущей частотой и предельно короткого импульса без несущей частоты. Необходимо отметить, что поперечная структура таких объектов исследована недостаточно детально. При этом важно учесть специфику

упомянутых объектов. Для квазимонохроматических импульсов (КМИ) характерной величиной, описывающей влияние эффектов дифракции, является отношение $\sim \lambda/D$, где λ – длина волны, D – характерный поперечный размер. В случае же видеоимпульса длину волны следует заменить на характерный продольный размер импульса $\sim c\tau_p$, где c – скорость света, τ_p – временная длительность импульса.

Исследованию поперечной структуры данных образований и посвящена настоящая работа.

1. Система нелинейных волновых уравнений и вариационный подход

Описанный выше процесс нелинейного распространения лазерного импульса в одноосном кристалле вдоль оси z , перпендикулярной оптической оси, подчиняется следующей системе уравнений [2]:

$$i\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{k_2}{2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial \tau^2} - a\omega E\xi = \frac{c}{2n\omega}\Delta_{\perp}\xi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial \tau}(a|\xi|^2 + bE^2) = \frac{c}{2n}\Delta_{\perp}\int_{-\infty}^{\tau} E d\tau', \quad (2)$$

где ξ – комплексная огибающая обыкновенной компоненты поля, ω – ее входная несущая частота, n – линейный показатель преломления среды на частоте ω , $k_2 \equiv \partial v_g^{-1}/\partial \omega$ – коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС), E – поле необыкновенной компоненты, $\tau = t - z/v_g$ – «локальное» время, a и b – постоянные, описывающие нелинейное взаимодействие между обеими компонентами, Δ_{\perp} – поперечный лапласиан.

Данная система уравнений является обобщением интегрируемой системы длинно-коротковолнового резонанса, известной в физике плазмы [3]. Наше обобщение включает в себя учет собственной нелинейности необыкновенной компоненты $b \neq 0$, а также учет поперечных эффектов (дифракции) в правой части (1), (2).

Поперечную структуру можно исследовать с помощью метода усредненного лагранжиана [4, 5]. Пробные решения выберем исходя из одномерных аналогов. При этом влияние собственной квадратичной нелинейности ПКИ-компоненты мало [2], и ее вклад будем учитывать разложением по малому параметру $\varepsilon = 8b/(3a\omega\Omega\tau_p^2) \sim bE^2/(a|\xi|^2) \ll 1$. Таким образом, имеем

$$\xi = \xi_m \tau_p \theta \operatorname{sech} \eta \left(1 + \frac{1}{4}\varepsilon \tau_p^2 \theta^2 - \frac{1}{8}\varepsilon \tau_p^2 \theta^2 \operatorname{sech}^2 \eta \right) \exp[-i(\Omega\tau + \Phi)], \quad (3)$$

$$E = -E_m \tau_p^2 \theta^2 \operatorname{sech}^2 \eta \left(1 + \frac{1}{8}\varepsilon \tau_p^2 \theta^2 - \frac{5}{16}\varepsilon \tau_p^2 \theta^2 \operatorname{sech}^2 \eta \right), \quad (4)$$

где $\eta = \theta(\tau + k_2\Omega z)$, $\xi_m = |k_2|\sqrt{\Omega}/(a\tau_p\sqrt{\omega})$, $E_m = k_2/(a\omega\tau_p^2)$; $\theta = \theta(\mathbf{r})$ и $\Phi = \Phi(\mathbf{r})$ – неизвестные функции координат, которые имеют смысл обратной длительности солитона и эйконала КМИ-компоненты. В одномерном случае $\theta_0 = \tau_p^{-1}$ и $\Phi_0 = 0.5k_2(\Omega^2 - \tau_p^{-2})z$.

Данные пробные решения подставляются в соответствующую (1), (2) плотность лагранжиана, после чего производится ее усреднение по «продольной» переменной τ . Уравнения Лагранжа – Эйлера для θ и Φ , полученные исходя из усредненного лагранжиана, примут вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{c}{n\omega}\nabla_{\perp}(\rho\nabla_{\perp}\Phi) = 0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{c}{2n\omega} (\nabla_{\perp} \Phi)^2 + \frac{k_2}{2} (\rho^2 - \varepsilon \tau_p^2 \rho^4 - \Omega^2) = \\ = \frac{c}{2n\omega \nu_0^2} \left[(1 - \gamma \varepsilon \tau_p^2 \rho^2) \frac{\Delta_{\perp} \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} - 2\gamma \varepsilon \tau_p^2 \rho (\nabla_{\perp} \sqrt{\rho})^2 \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\rho = \theta + \frac{1}{3} \varepsilon \tau_p^2 \theta^3, \quad \nu_0 = 3 \left(\pi^2 + 12 + \frac{\omega}{\Omega} (\pi^2 - 6) \right)^{-1/2}, \quad \gamma = \frac{4}{9} \nu_0^2 \left(\frac{\pi^2}{15} + 2 + \frac{\omega}{2\Omega} \right).$$

Данные уравнения квазигидродинамического типа можно исследовать с помощью формализма, развитого в [4, 5], однако удобнее преобразовать их к одному уравнению для комплексной функции

$$\psi = \sqrt{\rho} \exp [i(0.5k_2\Omega^2 z - \Phi)]. \quad (7)$$

Соответствующее уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{c}{2n\omega} \Delta_{\perp} \psi + \frac{1}{2} k_2 (|\psi|^4 \psi - \varepsilon \tau_p^2 |\psi|^8 \psi) = \\ = \frac{c}{2n\omega \nu_0^2} \left[(1 - \nu_0^2) \frac{\psi}{|\psi|} \Delta_{\perp} |\psi| - \gamma \varepsilon \tau_p^2 |\psi|^3 \psi \Delta_{\perp} |\psi| - 2\gamma \varepsilon \tau_p^2 |\psi|^2 \psi (\nabla_{\perp} |\psi|)^2 \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, можно описывать эволюцию исходного импульса, пользуясь результатами, аналогичными таковым в теории квазимонохроматических пространственных пучков.

2. Стационарные решения и оценка их устойчивости

Стационарные (сохраняющие форму при распространении) решения уравнения (8) в цилиндрических координатах (r, φ, z) имеют вид

$$\psi = \tau_p^{-1} \exp [i(qz + m\varphi)], \quad (9)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – топологический заряд (завихренность).

Подставляя (9) в (8), можно получить следующее уравнение для функции $U(r)$:

$$\begin{aligned} (1 - \varepsilon \gamma U^4) \left(\frac{d^2 U}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{dU}{d\zeta} \right) - 2\varepsilon \gamma U^3 \left(\frac{dU}{d\zeta} \right)^2 - \frac{\nu^2}{\zeta^2} U + \\ + \text{sign}(k_2) (U - U^5 + \varepsilon U^9) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\zeta = r/R_s$, $R_s = c\tau_p(\nu_0^2 c n \omega |k_2|)^{-1/2}$, $\nu = \nu_0 |m|$, $q = q_s = k_2/2\tau_p^2$.

Связь полученных зависимостей с исходными пробными функциями дается соотношениями

$$\theta = \tau_p^{-1} U^2(r) \left(1 - \frac{\varepsilon}{3} U^4(r) \right), \quad (11)$$

$$\Phi = \frac{k_2}{2} (\Omega^2 - \tau_p^{-2}) z + m\varphi. \quad (12)$$

Типы решений уравнения (10) зависят от знака ДГС.

В области нормальной ДГС ($k_2 > 0$) возможны только решения с ненулевой асимптотикой на бесконечности (см. рис. 1, *a*). Они соответствуют поперечным топологическим дефектам на фоне квазиодномерного импульса, имеющим вид «темных» вихрей в случае КМИ-компоненты и «дырок» в случае ПККИ-компоненты (см. рис. 2, *a*).

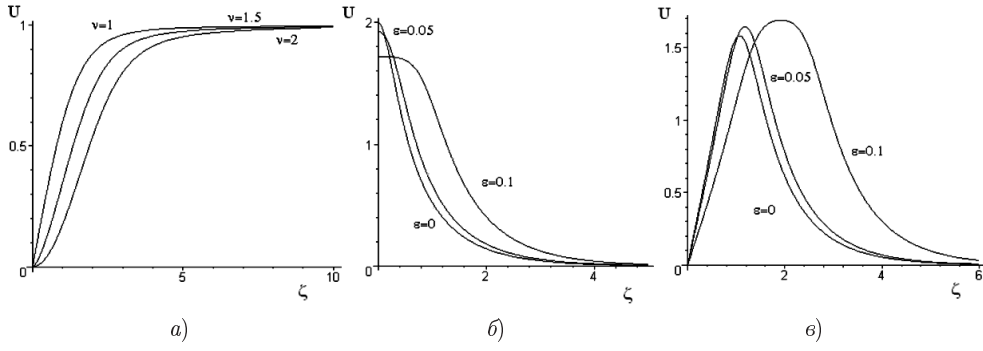


Рис. 1. Решения уравнения (10) в случаях $k_2 > 0$ (а), $k_2 < 0$ при $\nu = 0$ (б) и $\nu = 1$ (в)

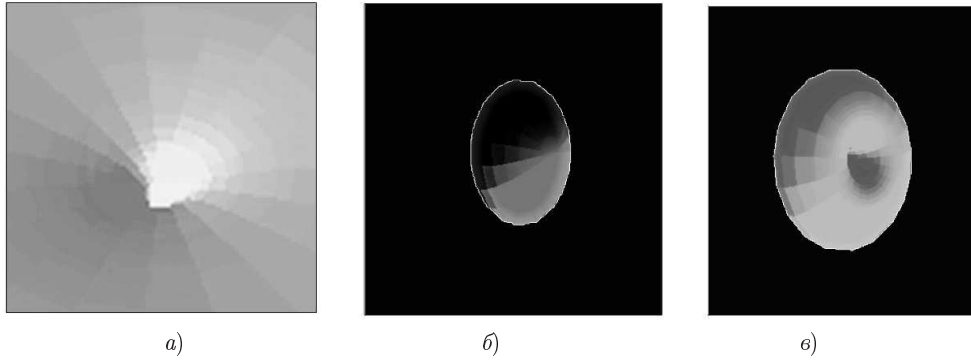


Рис. 2. Распределение поля в случаях: дефектов (а), оптических пульс (б) и светлых вихрей (в)

В области аномальной ДГС ($k_2 < 0$) возможны локализованные решения типа «оптических пульс» при $m = 0$ (рис. 1, б), а также «светлых» вихрей при $m \neq 0$ (рис. 1, в). Соответствующие распределения поля в пространстве изображены на рис. 2 б, в. В последнем случае солитон имеет вид тора или «пончика», а фаза квазимонохроматической составляющей описывает спираль.

Устойчивость данных структур в области аномальной ДГС можно также проанализировать с помощью вариационного метода, примененного уже к уравнению (8). При этом пробное решение выбирается в виде

$$\psi = \tau_p^{-1/2} A(z) f(r/R(z)) \exp[i(q(z) + \sigma(z)r^2 + m\varphi)], \quad (13)$$

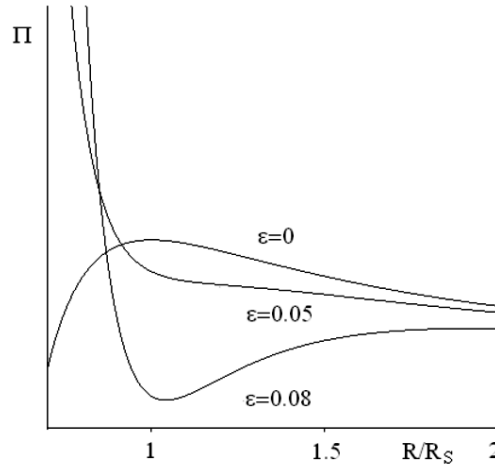
где функция $f(r/R)$ аппроксимирует зависимость $U(r)$, а параметры A , R , σ , q имеют смысл амплитуды, радиуса, чирпа и добавки к волновому вектору. Анзац (13) подставляется в соответствующую (8) плотность лагранжиана, после чего производится усреднение по поперечным координатам r , φ , и находятся уравнения Лагранжа – Эйлера для неизвестных параметров.

Из проведенных рассуждений следует, что определяющим для описания эволюции пробных параметров является изменение радиуса, подчиняющееся уравнению

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = -\frac{\partial \Pi}{\partial R}, \quad (14)$$

где

$$\Pi = 2\nu_0^2 J_2^{-2} J_5 q_s^2 R_s^4 \left(\frac{1}{R^2} - \frac{\beta_1}{2R^4} + \varepsilon \frac{\beta_2}{3R^6} + \varepsilon \frac{\beta_3}{4R^8} \right). \quad (15)$$


 Рис. 3. Потенциал (15) при различных значениях ε

Оставшиеся параметры определяются соотношениями

$$A(z) = A_0 \frac{R_0}{R(z)}, \quad (16)$$

$$\sigma = -(4\nu_0^2 |q_s| R_s^2 R)^{-1} \frac{dR}{dz}, \quad (17)$$

$$\frac{dq}{dz} = J_1^{-1} J_5 |q_s| R_s^2 \left(\frac{2}{R^2} - \frac{5\beta_1}{2R^4} + \varepsilon \frac{2\beta_2}{R^6} + \varepsilon \frac{9\beta_3}{4R^8} \right). \quad (18)$$

Здесь $\beta_1 = 2J_3 A_0^4 R_0^4 / J_5 R_s^2$, $\beta_2 = 3\gamma J_6 A_0^4 R_0^4 / J_5$, $\beta_3 = 4J_4 A_0^8 R_0^8 / J_5 R_s^2$; $A(0) = A_0$ и $R(0) = R_0$ – начальные значения амплитуды и поперечного радиуса, $J_1 - J_6$ – постоянные, зависящие от выбора аппроксимационной функции f .

Уравнение (14) эквивалентно уравнению движения ньютоновской частицы единичной массы во внешнем поле с потенциалом $\Pi(R)$ (см. рис. 3). Это обстоятельство позволяет упростить качественный анализ. Решение является устойчивым, если R и, как следствие, остальные параметры испытывают небольшие колебания вблизи равновесного значения. Это соответствует режиму самоканалирования. Как нетрудно заметить, возможность осуществления такого режима соответствует наличию минимума в потенциале (15).

Расчеты на основе аналитического и численного анализа (14) показывают, что на устойчивость влияет главным образом наличие собственной нелинейности ПКИ-компоненты. В ее отсутствие ($b = 0$) локализованные решения неустойчивы и испытывают самофокусировку при превышении критической мощности. Если же $b \neq 0$, то коллапс не возникает. Для того чтобы решение существовало и распространение шло в режиме самоканалирования, существует ограничение на параметр ε . Так, для «оптических пульс» область устойчивости имеет вид $0.063 < \varepsilon < 0.137$, а для первой азимутальной моды – $0.085 < \varepsilon < 0.137$.

Поясним физический смысл полученных соотношений. Поскольку

$$\varepsilon = \frac{8b}{3a} \left(\frac{E_m}{\xi_m} \right)^2 \approx \frac{8b I_e}{3a I_o},$$

где I_o и I_e – интенсивности обыкновенной и необыкновенной составляющих импульса, то очевидно, что приведенные выше условия являются пороговым ограничением на отношении интенсивностей компонент импульса. Таким образом, можно переписать условие устойчивости в виде

$$\frac{3a}{8b}\varepsilon_{\min} < \frac{I_e}{I_o} < \frac{3a}{8b}\varepsilon_{\max}. \quad (19)$$

Аналогичные расчеты можно провести и в случае решений в области положительной ДГС. Из них следует, что данные структуры являются, по-видимому, топологически устойчивыми, поскольку в этом случае поперечный радиус не зависит от z .

Заключение

В настоящей работе исследована поперечная структура двухкомпонентных солитонов, состоящих из связанного состояния квазимонохроматического и видеоимпульсов. В случае положительной ДГС возможно существование поперечных дефектов поля в виде «темных» вихрей и «дырок» на фоне квазиодномерного импульса. При противоположном знаке ДГС – это полностью локализованные структуры типа «светлых» вихрей и оптических «пуль».

Как показывает вариационный подход, дефекты в области положительной ДГС являются топологически устойчивыми. Двухкомпонентные пули и вихри могут сформироваться благодаря подавлению коллапса за счет собственной нелинейности ПКИ-компоненты. Тем не менее, они устойчивы лишь в фиксированном интервале отношений интенсивностей составляющих импульса.

В связи с ограниченностью аналитических методов вопрос о формировании описанных структур может быть исследован только с помощью численного моделирования, что представляет собой отдельную задачу.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-02-16422) и фонда некоммерческих программ «Династия».

Summary

A.N. Bugay, S.V. Sazonov. Long-short-wave optical bullets and vortices.

The transverse structure of two-component solitary waves propagating in uniaxial crystal is investigated. Such wave consist of quasimonochromatic and ultimately short pulses (video pulses). They have the structure of transverse field defects in form of “dark” vortices and “holes” under condition of positive group velocity dispersion. In the opposite case they have structure of fully localized “bright” vortices and optical bullets, which are stable with respect to collapse due to influence of nonlinearity of video pulse.

Литература

1. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам. – М.: Физматлит, 2005. – 648 с.
2. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* О нелинейном распространении предельно коротких импульсов в оптически одноосных средах // ЖЭТФ. – 2003. – Т. 123, № 6. – С. 1160–1179.
3. *Yajima N., Oikawa M.* Formation and interaction of sonic-langmuir solitons // Progr. Theor. Phys. – 1976. – V. 56, No. 6. – P. 1719–1739.

4. *Anderson D.* Variational approach to nonlinear pulse propagation in optical fiber // Phys. Rev. A. – 1983. – V. 27, No 6. – P. 3135–3145 .
5. *Сазонов С.В.* О влиянии дифракции на распространение солитонов // ЖЭТФ. – 2004. – Т. 125, № 6. – С. 1409–1422.

Поступила в редакцию
12.01.07

Сазонов Сергей Владимирович – доктор физико-математических наук, главный специалист лаборатории нелинейной оптики РНЦ «Курчатовский институт», г. Москва.
E-mail: *sazonov.sergey@gmail.com*

Бугай Александр Николаевич – аспирант Российского государственного университета им. Иммануила Канта, г. Калининград.
E-mail: *bugay_aleksandr@mail.ru*