

УДК 539.189.1

КВАНТОВЫЙ ПАРАДОКС ЗЕНОНА И ДИНАМИКА СИСТЕМ НА МАЛЫХ ВРЕМЕНАХ

Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина

Аннотация

Исследуется динамика квантовых систем на коротких временах в контексте квантового эффекта Зенона. Показывается, что нелокальность электромагнитного взаимодействия, которая при описании величин, связанных с S -матрицей, спрятана за процедурами регуляризации и перенормировки, явно проявляется в процессах, длительность которых экстремально мала. Это приводит к тому, что квантовый эффект Зенона не имеет места в случае радиационного распада нестабильного атомного состояния.

Ключевые слова: эффект Зенона, квантовая динамика, радиационный распад.

Введение

Как было показано теоретически, а позже экспериментально подтверждено, часто повторяющиеся измерения ведут к замораживанию системы в исходном состоянии. Это явление было выведено из квантовой механики и названо Мизрой и Сударшаном «квантовым парадоксом Зенона» [1]. В настоящее время после серии экспериментальных демонстраций [2–6] квантовый парадокс Зенона считается реальным явлением, чье практическое значение состоит, например, в подавлении декогерентности в квантовых вычислениях [7, 8] и понижении дозы облучения в нейтронной томографии [9]. Вместе с тем для многих процессов, в частности для радиоактивного распада состояния атома, неопределенность энергии растет с увеличением частоты измерения ν , и для распада нестабильного состояния появляется все большее число возможных каналов. Это приводит к тому, что для широкого диапазона частот ν распад атомных состояний ускоряется частыми измерениями [10], и при частотах, для которых ожидается, что квантовый парадокс Зенона будет иметь место, становится возможным рождение электрон-позитронной пары. Это означает, что свободную эволюцию системы между такими частыми измерениями необходимо описывать в рамках квантовой электродинамики (КЭД). Однако КЭД не дает нам возможности описывать эволюцию квантовых систем на конечных временах. Действительно, как хорошо известно, ультрафиолетовые расходимости, которые имеют место в этой теории, могут быть устранены из S -матрицы и функций Грина, но не из величин, характеризующих временную эволюцию процессов. Эта проблема известна с давних пор, но сегодня она становится особенно актуальной. Дело в том, что в ближайшее время должны вступить в строй сверхмощные лазерные установки нового поколения, которые позволят ускорять электроны и ионы до энергий, сопоставимых с энергиями, достигаемыми в современных ускорителях [11]. Важной особенностью этих установок является то, что длительность генерируемых ими импульсов является чрезвычайно малой, порядка 10^{-18} с и даже до 10^{-21} с. При описании эволюции атома, одетого лазерным полем, в силу малости временного интервала между взаимодействиями атома с лазерными фотонами (этот интервал много меньше длительности импульса) необходимо учитывать, что

эволюция атома не является свободной. При этом нужно иметь в виду, что электроны атома взаимодействуют с вакуумом, и при таком масштабе временных интервалов возможно даже рождение электрон-позитронных пар. Поскольку причиной ультрафиолетовых расходимостей является локальность теории, возможно, перенормируемость ультрафиолетовых расходимостей является сигналом того, что при описании эволюции на малых временах атома, взаимодействующего с вакуумом, в противоположность микроскопическим процессам, связанным с S -матрицей, нелокальность фундаментального электромагнитного взаимодействия проявляет себя явно. В данной работе мы покажем, что нелокальность фундаментального электромагнитного взаимодействия, которая в описании микроскопических процессов, связанных с S -матрицей, спрятана в процедуре перенормировок, значительно влияет на динамику квантовых систем на малых временах и, в частности, приводит к нарушению условий, при которых квантовый эффект Зенона имеет место.

1. Динамические условия для квантового эффекта Зенона

В настоящее время считается, что квантовый эффект Зенона является неизбежным следствием первых принципов квантовой механики. При его выводе предполагалось, что динамика системы описывается уравнением Шредингера, из которого следует, что амплитуда вероятности $A(t)$ того, что нестабильное состояние $|\Psi_0\rangle$ не распадется до момента времени t , определяется следующим соотношением: $A(t) = \langle \Psi_0 | \exp(-iHt) | \Psi_0 \rangle$, где H – гамильтониан. Это, в свою очередь, приводит к тому, что соответствующая вероятность $P(t) = |A(t)|^2$ при малых временах будет иметь следующее поведение:

$$P(t) = 1 - \Delta H^2 t^2 + O(t^3), \quad (1)$$

где ΔH является неопределенностью энергии системы в состоянии $|\Psi_0\rangle$. Здесь мы используем естественную систему единиц, в которой $\hbar = c = 1$. Предположим, что мы имеем дело с идеальными мгновенными измерениями, выполняемыми с интервалами $\tau = t/N$, тогда вероятность того, что система останется в состоянии $|\Psi_0\rangle$, определяется соотношением

$$P_N(t) = [P(t)]^N = [1 - \Delta H^2 t^2 + O(t^3)]^N. \quad (2)$$

При достаточно частых измерениях с частотой $\nu = 1/\tau$ это соотношение можно представить следующим образом

$$P_N(t) = \exp(-R_\nu t), \quad (3)$$

где $R_\nu = \Delta H^2 t^2$. Как следует из этого соотношения, скорость распада состояния $|\Psi_0\rangle$ стремится к нулю в пределе $\nu \rightarrow \infty$. Эти аргументы приводят к широко распространенному мнению, что квантовый парадокс Зенона является обязательным следствием квантовой теории.

Для того чтобы это было действительно так, $\Delta H^2 \equiv \langle \Psi_0 | H^2 | \Psi_0 \rangle - \langle \Psi_0 | H | \Psi_0 \rangle^2$ должно быть конечным. Это выполняется в случае обычной квантовой механики, которая имеет дело с хорошо определенными на гильбертовом пространстве гамильтонианами. Но во многих интересных случаях, например в случае релятивистского распада атомного состояния, когда необходимо выходить за рамки нерелятивистской квантовой механики, ΔH^2 становится бесконечным. Довольно странным может показаться то, что неопределенность энергии нестабильного атомного состояния равна бесконечности в перенормируемой теории. Но это лишь означает, что после перенормировки динамика системы является негамильтоновой, и, как следствие, средняя энергия состояния системы ΔH не обязательно

равна среднему значению некоторого гамильтониана, определяемого соотношением $\Delta H^2 \equiv \langle \Psi_0 | H^2 | \Psi_0 \rangle - \langle \Psi_0 | H | \Psi_0 \rangle^2$. Это означает, что в случае радиационного распада атома поведение вероятности нераспада при малых временах может не удовлетворять соотношению (1).

Как было отмечено выше, теория перенормировок КЭД не позволяет описывать временную эволюцию процессов и, в частности, поведение вероятности нераспада нестабильного состояния системы при малых временах. Источником этой проблемы, возможно, является то, что нелокальность фундаментального электромагнитного взаимодействия проявляет себя явно при рассмотрении динамики КЭД-системы на малых временах. Это указывает на необходимость последовательной нелокализации теории. Представляется естественным решить эту проблему введением нелокального форм-фактора в плотность гамильтониана взаимодействия. Однако в квантовой теории поля, если взаимодействия рассматриваются нелокальными в пространстве, они также должны быть нелокальными и во времени, иначе мы потеряем либо причинность, либо унитарность теории. Это происходит благодаря тому, что уравнение Шредингера локально во времени, а гамильтониан взаимодействия описывает мгновенное взаимодействие. Вместе с тем в работе [12] было показано, что уравнение Шредингера не является самым общим динамическим уравнением, совместным с общепризнанными концепциями квантовой физики, и более общее динамическое уравнение было получено как непосредственное следствие унитарности оператора эволюции и представления

$$\langle \psi_2 | U(t, t_0) | \psi_1 \rangle = \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle + \int_{t_0}^t dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 \langle \psi_2 | \tilde{S}(t_2, t_1) | \psi_1 \rangle, \quad (4)$$

где оператор $\tilde{S}(t_2, t_1)$ описывает вклад в оператор эволюции от процесса, в котором взаимодействие в системе начинается в момент времени t_1 , заканчивается в момент времени t_2 . Уравнение (4) является представлением основного закона квантовой механики (в терминах оператора эволюции), согласно которому вероятность события, которое может произойти несколькими альтернативными способами, равна квадрату модуля от суммы комплексных амплитуд вероятности, каждая из которых соответствует различным альтернативам осуществления события. В этом представлении процессы, в которых определены времена начала и конца взаимодействия, в системе используются как альтернативные пути осуществления события. Первый член в правой части уравнения (4) отвечает альтернативному процессу, в котором взаимодействие вовсе не происходит в системе. Преимущество использования таких альтернатив заключается в том, что упомянутый выше закон, выражающий волновую природу вещества, непосредственно приводит к динамическому уравнению без каких-либо дополнительных предположений. (В формулировке Фейнмана квантовой теории история системы представляется некоторым путем частицы в пространстве-времени. Закладывается также дополнительное предположение, согласно которому вклады от каждой альтернативы одинаковы по абсолютной величине, а фазы равны классическому действию в единицах \hbar .) Как было показано в работе [12], чтобы оператор эволюции в форме (4) был унитарным для всех времен t_1 и t_2 , оператор $\tilde{S}(t_2, t_1)$ должен удовлетворять уравнению

$$(t_2 - t_1) \tilde{S}(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} dt_4 \int_{t_1}^{t_4} dt_3 (t_4 - t_3) \tilde{S}(t_2, t_4) \tilde{S}(t_3, t_1). \quad (5)$$

Уравнение (5) позволяет нам получить оператор $\tilde{S}(t_2, t_1)$ для любых времен t_1 и t_2 , а следовательно, и оператор эволюции, если известен вклад в этот оператор

от процессов, ассоциируемых с бесконечно малым интервалом времени $\tau = t_2 - t_1$ длительности взаимодействия. Естественно ассоциировать эти процессы с фундаментальным взаимодействием в изучаемой нами системе. Обозначая этот вклад оператором $H_{\text{int}}(t_2, t_1)$, мы получим граничное условие для уравнения (5):

$$\tilde{S}(t_2, t_1) \xrightarrow{t_2 \rightarrow t_1} H_{\text{int}}(t_2, t_1) + O(\tau^\epsilon), \quad (6)$$

где $\tau = t_2 - t_1$. Параметр ϵ определяется условием, согласно которому оператор $H_{\text{int}}(t_2, t_1)$ должен быть достаточно близок к решению уравнения (5), чтобы это уравнение имело единственное решение, имеющее поведение (6) в окрестности точки $t_2 = t_1$. Уравнение (5) с граничным условием (6) можно рассматривать как уравнение движения для состояний квантовой системы. Это уравнение сводится к уравнению Шредингера в случае, когда фундаментальное взаимодействие в системе мгновенно, и оператор взаимодействия $H_{\text{int}}(t_2, t_1)$ имеет следующий вид:

$$H_{\text{int}}(t_2, t_1) = -2\pi i \delta(t_2 - t_1) H_I(t_1), \quad (7)$$

где $H_I(t_1)$ – гамильтониан взаимодействия. Вместе с тем уравнение (5) позволяет расширить квантовую динамику на случай нелокальных во времени взаимодействий (см. работы [12–14]), когда динамика системы определяется поведением оператора $H_{\text{int}}(t_2, t_1)$ с временем длительности взаимодействия $\tau = t_2 - t_1$ в бесконечно малой окрестности точки $\tau = 0$. Это означает, что нелокальность оказывает значительное влияние на эволюцию системы при малых временах, и выше упомянутые аргументы для квантового парадокса Зенона не могут быть применены в этом случае.

2. Радиационный распад атомных состояний

Определим вероятность того, что нестабильное состояние водородоподобного атома не распадется при экстремально малых временах. В КЭД предполагается, что взаимодействие является локальным и описывается гамильтонианом взаимодействия

$$H_I(t) = \int d^3x A^\mu(\mathbf{x}, t) : \bar{\Psi}(t, \mathbf{x}) \Psi(t, \mathbf{x}) :, \quad (8)$$

где $\Psi(x)$ – квантованное дираковское поле в представлении Фарри, $A^\mu(x)$ – оператор потенциала электромагнитного поля, «: :» обозначает нормальное упорядочивание. Решая обобщенное динамическое уравнение путем разложения оператора $\tilde{S}(t_2, t_1)$ по степеням константы связи, можно легко получить [12], что

$$\begin{aligned} \tilde{S}(t, t_0) = & -2i\delta(t - t_0)H_I(t_0) + \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} (-i)^n \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_{n-2} H_I(t)H_I(t_1) \dots H_I(t_{n-2})H_I(t_0). \end{aligned} \quad (9)$$

Подстановка этого соотношения в уравнение (4) приводит к следующему выражению для оператора эволюции:

$$U(t, t_0) = 1 + \int_{t_0}^t dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 \tilde{S}(t_2, t_1) = T \exp \left[-i \int_{t_0}^t H_I(t_1) dt_1 \right], \quad (10)$$

где T обозначает упорядочивание по времени. Это соотношение есть ни что иное, как разложение Фейнмана – Дайсона, которое в канонической формулировке квантовой теории является решением уравнения Шредингера.

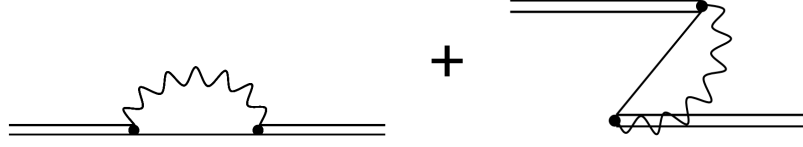


Рис. 1. Упорядоченные во времени Фейнмановские диаграммы, дающие вклад в массовый оператор. Двойная линия описывает атом, волнистая – фотон, жирная линия – электрон, взаимодействующий с полем ядра

Матричный элемент $\langle \Psi_n | U(t, 0) | \Psi_n \rangle$ оператора эволюции (10) еще не определяет амплитуду вероятности $A_{ND}(t)$ того, что атомное состояние $|\Psi_n\rangle$ не распадется, поскольку в амплитуду $\langle \Psi_n | U(t, 0) | \Psi_n \rangle$, определяемую уравнением (10), кроме связанных диаграмм, вклад дают также диаграммы, описывающие вакуум-вакуумные переходы. Эти диаграммы дают вклад в вероятность $\langle 0 | U(t, 0) | 0 \rangle$ того, что вакуум не распадется. Соответственно, $\langle \Psi_n | U(t, 0) | \Psi_n \rangle$ факторизуется согласно соотношению

$$\langle \Psi_n | U(t, 0) | \Psi_n \rangle = \langle 0 | U(t, 0) | 0 \rangle A_{ND}(t).$$

Таким образом, для вероятности $P_{ND}(t)$ того, что атомное состояние не распадется, мы имеем следующее соотношение:

$$P_{ND}(t) = \frac{|\langle \Psi_n | U(t, 0) | \Psi_n \rangle|^2}{|\langle 0 | U(t, 0) | 0 \rangle|^2}. \quad (11)$$

Из уравнения (10) следует, что на малых временах матричные элементы оператора эволюции, описывающие динамику электрона в кулоновском поле ядра, могут быть представлены в виде

$$\langle n_2 | U(t, 0) | n_1 \rangle = \langle n_2 | n_1 \rangle - i \int_0^t dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \langle n_2 | H^{(e)}(t_2, t_1) | n_1 \rangle + \dots, \quad (12)$$

где $|n\rangle$ – собственные векторы дираковского гамильтониана, n описывает все дискретные и непрерывные переменные, полностью характеризующие состояние $|n\rangle$,

$$H^{(e)}(t_2, t_1) = i \int d^4 x_1 \int d^4 x_2 : \bar{\Psi}(x_2) \Sigma(x_2, x_1) \Psi(x_2) : \times \\ \times (\delta(x_2^0 - t_1) \delta(x_1^0 - t_2) + \delta(x_2^0 - t_1) \delta(x_1^0 - t_2)). \quad (13)$$

Здесь $\Sigma(x_2, x_1)$ – массовый оператор электрона в поле ядра. Отметим, что оператор $H^{(e)}(t_2, t_1)$ описывает вклад в оператор эволюции от фейнмановских диаграмм, показанных на рис. 1.

Подставляя (12) в уравнение (11), для вероятности $P_{ND}(t)$ того, что состояние $|i\rangle$ не распадется до момента времени t , получаем выражение

$$P_{ND}(t) = \left| 1 - i \int_0^t dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \langle \Psi_n | H^{(e)}(t_2, t_1) | \Psi_n \rangle \right|^2 + \dots = \\ = 1 + 2 \int_0^t dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \langle \Psi_n | \text{Im} H^{(e)}(t_2, t_1) | \Psi_n \rangle + \dots \quad (14)$$

Используя представление

$$\Sigma(x_2, x_1) = \frac{1}{2\pi} \int dE \exp\{-iE(t_1 - t_1)\} \Sigma_E(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1),$$

соотношение для $\langle \Psi_{n_1} | H^{(e)}(t_2, t_1) | \Psi_{n_2} \rangle$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \langle \Psi_{n_2} | H^{(e)}(t_2, t_1) | \Psi_{n_1} \rangle = \\ & = \frac{1}{2\pi} \int d^3x_1 \int d^3x_2 \int dE \exp\{-iE(t_1 - t_1)\} \exp(-iE_{n_2}t_2) \exp(-iE_{n_1}t_1) \times \\ & \times (\bar{\Psi}_{n_2}(t_2, \mathbf{x}_2) \Sigma^{(e)}(E, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \Psi_{n_1}(t_1, \mathbf{x}_1) + \bar{\Psi}_{n_2}(t_1, \mathbf{x}_1) \Sigma_E(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Psi_{n_1}(t_2, \mathbf{x}_2)). \end{aligned} \quad (15)$$

Как хорошо известно, формальное выражение для массового оператора $\Sigma_E(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$, к которому приводит разложение Фейнмана – Дайсона, не имеет смысла без регуляризации и перенормировки из-за ультрафиолетовых расходимостей. Необходимая при этом регуляризация здесь сводится к замене $\Sigma_E(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$ перенормированным массовым оператором $\Sigma_E^{(r)}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$. Но поскольку $\Sigma_E^{(r)}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \sim \sim E \ln(1 - E^2/m_e^2)$, $|E| \rightarrow \infty$, интеграл в (15) расходится при больших $|E|$.

Таким образом, вероятность $P_{ND}(t)$ сохраняет расходимость даже после перенормировки, и, следовательно, теория перенормировок КЭД терпит крах при описании подобных процессов. В связи с этим отметим, что динамика, которая генерируется электромагнитным взаимодействием, должна описываться обобщенным динамическим уравнением, поскольку только в этом случае теория может удовлетворять основным принципам квантовой теории. В каноническом подходе предполагается, что эта динамика генерируется локальным во времени оператором взаимодействия, когда решение обобщенного динамического уравнения может быть представлено рядом Фейнмана – Дайсона. Указанное взаимодействие благодаря лоренцевской инвариантности также локально и в пространстве, что и является причиной ультрафиолетовых расходимостей. Это означает, что электромагнитное взаимодействие должно быть нелокальным как в пространстве, так и во времени. Такая нелокальность, которая при описании S -матрицы спрятана за процедурами регуляризации и перенормировки, проявляет себя явно при описании динамики КЭД систем на малых временах: массовый оператор, получаемый после перенормировки оператора $\Sigma_E(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$, к которому приводит разложение Фейнмана – Дайсона с локальным КЭД гамильтонианом, слишком быстро растет с ростом $|E|$, чтобы интеграл в (15) по E сходил. Учет нелокальности КЭД взаимодействия должен приводить к тому, что массовый оператор не будет увеличиваться так быстро при $|E| \rightarrow \infty$ и интеграл (15) будет сходиться. С другой стороны, как следует из принципа соответствия, отличие истинного массового оператора от оператора $\Sigma_E^{(r)}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$, который был получен с помощью теории перенормировок, может проявляться только при значениях $E \gg m_e$.

Таким образом, массовый оператор должен иметь вид

$$\Sigma_E(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \Sigma_E^{(r)}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) f\left(\frac{E}{\Lambda}\right), \quad (16)$$

где $f(s)$ – некоторая функция, удовлетворяющая условию $f(0) = 1$, параметр Λ много больше массы электрона m_e . Подставляя этот массовый оператор в уравнение (15) и учитывая уравнения (3) и (4) и то, что $\text{Im} \Sigma_E(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \sim E$ в широком диапазоне энергий $m_e \ll E \ll \Lambda$, можно показать, что асимптотическое поведение

скорости распада R_ν атомного состояния в соответствующем диапазоне ν ведет себя как

$$R_\nu \sim c_1 \nu, \quad m_e \ll \nu \ll \Lambda, \quad (17)$$

где положительный параметр c_1 зависит от вида функции $f(s)$ и значения параметра Λ . Из (17) следует, что скорость распада растет линейно с ростом частоты измерений в широком диапазоне этих частот. Из сказанного выше следует, что частые измерения должны ускорять процесс распада. Иными словами, в процессах распада атомных состояний должен иметь место обращенный эффект Зенона. При частотах измерений $\nu \sim \Lambda$ величина R_ν должна также расти, хотя и более медленно, и, следовательно, обращенный эффект Зенона должен иметь место при любых частотах измерений больше m_e .

Заключение

Мы показали, что при описании динамики систем на малых временах КЭД сталкивается с проблемой неперенормируемости расходимостей. Эти проблемы являются следствием того, что в этом случае нелокальность электродинамического взаимодействия, которая при описании S -матрицы спрятана за процедурами регуляризации и перенормировки, проявляет себя явно. При этом мы показали, что квантовый эффект Зенона можно рассматривать как строгое следствие первых принципов квантовой теории, только если взаимодействие, генерирующее динамику системы, является мгновенным. Поэтому при радиационном распаде атомных состояний квантовый эффект Зенона не должен иметь место. Более того, мы показали, что очень частые измерения $\nu > m_e$ должен ускорять процесс распада таких состояний, то есть должен иметь место обращенный эффект Зенона. В настоящее время такие частые измерения кажутся неосуществимыми. Однако парадоксальные особенности квантовой динамики, которые проявляют себя в квантовом эффекте Зенона, должны проявляться и в других процессах, в которых свободная динамика системы прерывается частыми внешними воздействиями. К таким процессам относятся, например, процессы, в которых свободная динамика электронов или ионов прерывается взаимодействием с лазерными фотонами. Если среднее время между последовательными поглощениями или излучениями лазерных фотонов будет меньше m_e^{-1} , то есть меньше 10^{-21} с, то будут проявляться рассмотренные нами эффекты ускорения КЭД-процессов.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ НШ-2965.2008.2.

Summary

R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina. Quantum Zeno Paradox and Dynamics of Systems at Short Time Scales.

The short-time dynamics of quantum systems is investigated in the context of quantum Zeno effect. Nonlocality of the electromagnetic interaction, which in describing the quantities associated with the S -matrix is hidden in the regularization and renormalization procedures, is stated to manifest itself explicitly in processes at extremely short time scales. This results in the fact that the quantum Zeno effect does not take place in the radiative decay of an unstable atomic state.

Key words: Zeno effect, quantum dynamics, radiative decay.

Литература

1. *Misra B., Sundarshan E. C. G.* The Zeno's paradox in quantum theory // J. Math. Phys. – 1977. – V. 18. – P. 756–763.

2. *Cook R.S.* What are quantum jumps? // *Phys. Scr.* – 1988. – V. 21. – P. 49–51.
3. *Itano W.M. et al.* Quantum Zeno effect // *Phys. Rev. A.* – 1990. – V. 41. – P. 2295.
4. *Knight R.L.* Watching a laser hot-pot // *Nature.* – 1990. – V. 344. – P. 493–494.
5. *Frerichs V. and Schenzle A.* Quantum Zeno effect without collapse of wave packet // *Phys. Rev. A.* – 1991. – V. 44. – P. 1962–1968.
6. *Streed E.W. et al.* Continuous and pulsed quantum Zeno effect // *Phys. Rev. Lett.* – 2006. – V. 97. – P. 260402.
7. *Hosten O. et al.* Counterfactual quantum computation through quantum interrogation // *Nature.* – 2004. – V. 439. – P. 949–952.
8. *Franson J.D. et al.* Quantum computing using single photons and Zeno effect // *Phys. Rev. A.* – 2004. – V. 71. – P. 062302.
9. *Facchi P. et al.* Quantum Zeno tomography // *Phys. Rev. A.* – 2002. – V. 66. – P. 022302.
10. *Kofman A.G. and Kurizki G.* Acceleration of quantum decay processes by frequent observation // *Nature.* – 2000. – V. 405. – P. 546–550.
11. *Gerstner E.* Extreme light // *Nature.* – 2007. – V. 446. – P. 16–18.
12. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal interactions and quantum dynamics // *J. Phys. A: Math. Gen.* – 1999. – V. 32. – P. 5657–5677.
13. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A., Scheid W.* Effects of nonlocality in time of interactions of an atom with its surroundings on the broadening of spectral lines of atoms // *Phys. Lett. A.* – 2002. – V. 306. – P. 1–9.
14. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A.* Quantum mechanics and low energy nucleon dynamics // *Phys. Rev. C.* – 2002. – V. 66. – P. 014006.

Поступила в редакцию
03.02.09

Гайнутдинов Ренат Хамитович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*