

УДК 532.5+62-135

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН
НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ***А.В. Поташев, Е.В. Поташева***Аннотация**

В процессе создания турбомашин большое значение имеет правильное проектирование рабочих колес, выбор формы лопаток. Создание методов профилирования гидродинамических решеток с заранее заданными свойствами так же, как и для изолированных профилей, возможно на основе теории обратных краевых задач аэрогидродинамики. В представленной работе на различных примерах показаны возможности применения этой теории для профилирования лопаток рабочих колес разного назначения.

Ключевые слова: обратная краевая задача аэрогидродинамики, турбомашин, лопаточные элементы.

В самой общей постановке, учитывающей пространственный характер течения, задача отыскания формы лопатки по заданному на ней распределению скорости весьма сложна. Поэтому при ее решении целесообразно использовать подход (см., например, [1–3]), состоящий в разложении исходной пространственной задачи на две взаимосвязанные двумерные. Использование такого разложения в обратной задаче также соответствует решению двух двумерных обратных задач: нахождения формы осесимметричной проточной части турбомашин и профилирования двумерной решетки профилей, расположенной на выбранной поверхности тока осредненного течения в слое переменной толщины.

Метод решения обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА) (см., например, [4]) позволяет отыскивать форму профилей решетки, расположенной на осесимметричной поверхности тока, форма которой задана зависимостью $r(y)$. При этом считается известной и толщина слоя h , в котором происходит течение.

Здесь зависимость $r(y)$ определяется соотношением

$$dy = (r_0/r) ds_m,$$

где s_m – дуговая абсцисса меридианной линии тока, отсчитываемая от выбранного начала координат, r и r_0 – расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки и выбранного начала координат. Величина r_0 называется также радиусом отображения.

Однако при проектировании рабочих колес решения одной ОКЗА для решетки профилей недостаточно. Во-первых, для отыскания формы всей лопатки необходимо решить ОКЗА для нескольких поверхностей тока, причем полученные профили сечений должны быть согласованы друг с другом, а сама форма лопатки – удовлетворять некоторым дополнительным требованиям (геометрическим, прочностным и т. п.). Во-вторых, задаваемые в ОКЗА распределения $r(y)$ и $h(y)$ зависят от формы искомых профилей (исключение составляют лишь зависимости $r(y)$ на основном и покрывном дисках), следовательно, они должны корректироваться в процессе проекторочного расчета. Таким образом, для использования решения ОКЗА при практическом проектировании необходимо разработать дополнительные подходы. Изложим некоторые из них на трех конкретных примерах.

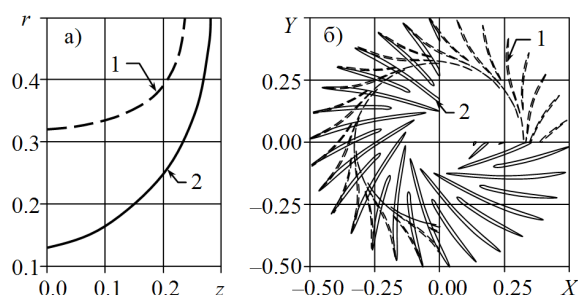
Рис. 1. Форма проточной части и лопаток исходного колеса и распределения $r(y)$ и $h(y)$

Табл. 1

	r_0	c_{0m}	v_{1x}	φ_0	Γ/t
Основной диск	0.1295	-0.262	0.0	0.78	3.028
Покрывной диск	0.3203	-0.297	0.0	0.75	1.165

1. Проектирование рабочего колеса компрессора

1.1. Задача проектирования. Задача проектирования состоит в модификации формы и числа лопаток рабочего колеса при сохранении формы его проточной части.

Исходное колесо состоит из двух рядов лопаток с общим числом, равным 30. Лопатки изготовлены из листового материала, то есть толщина их постоянна по всей длине за исключением кромок, при этом лопатки имеют прямолинейные образующие, проходящие через ось вращения z (так называемые «радиальные лопатки»). Форма проточной части этого колеса приведена на рис. 1 (здесь и далее все линейные размеры отнесены к диаметру d_2 колеса на выходе; сплошные кривые соответствуют основному диску, а штриховые – покрывному). На рис. 1, а показано меридиональное сечение, а на рис. 1, б – проекция профилей лопаток на основном и покрывном дисках на плоскость (X, Y) , перпендикулярную оси вращения z .

1.2. Результаты расчета течения в исходном колесе. Результаты расчета течения в исходном колесе по основному и покрывному дискам приведены на рис. 2. На рис. 2, а показаны зависимости $r(y)$ при значениях r_0 , приведенных в табл. 1. Здесь же изображены функции $h(y)$, полученные путем решения прямой задачи для осредненного осесимметричного течения. Найденные при этом параметры потока на входе в решетку (значения c_{0m} и v_{1x} , отнесенные к окружной скорости $u_2 = |\omega r_2|$ на выходе из колеса, где $r_2 = d_2/2$, d_2 – внешний диаметр колеса) также приведены в табл. 1. Форма профилей лопаток в плоскости конформного отображения (x, y) показана на рис. 2, б, а распределение скорости относительного движения – на рис. 2, в (величины скорости v также отнесены к u_2). Найденные значения коэффициента напора $\varphi_0 = H_{\text{теор}}g/u_2^2 = (\Gamma/t)(r_0/r_2)$, а также величины относительной циркуляции скорости Γ/t даны в табл. 1.

1.3. Проектировочный расчет. Исходное колесо обеспечивает желаемые аэродинамические характеристики, однако не удовлетворяет технологическим требованиям. Вследствие большого числа лопаток и, следовательно, малого расстояния между ними затруднительным является фрезерование лопаток. Изготовление же колеса путем клепки лопаток к дискам также затруднено из-за сложности размещения достаточно прочных заклепок внутри лопаток.

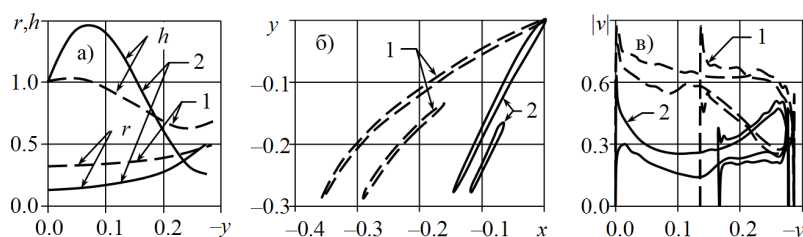


Рис. 2. Результаты расчета обтекания исходного колеса

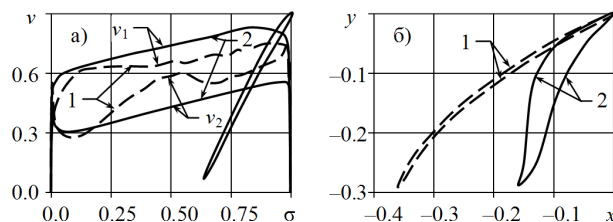


Рис. 3. Результат решения обратной задачи для покрывного диска: 1 – исходное колесо, 2 – спроектированное колесо

При проектировании нового колеса была поставлена задача получения тех же (или несколько больших) значений коэффициента напора при меньшем количестве более толстых лопаток. Процесс проектирования колеса состоял в следующем.

На **первом этапе** была проведена модификация формы профиля лопатки на покрывном диске путем решения обратной задачи во второй постановке (см. [4]). При задании распределений $v_j(\sigma)$ ($\sigma \in [0, 1]$ – приведенная дуговая абсцисса контура профиля, отсчитываемая от точки схода потока до точки разветвления потока по обеим сторонам контура профиля; $j = 1$ соответствует стороне разрежения, $j = 2$ – стороне давления) за основу были взяты соответствующие распределения (штриховые кривые на рис. 3, а) на лопатках основного ряда исходного колеса (штриховые кривые на рис. 3, б). Эти распределения были модифицированы так, чтобы сохранить характер поведения «средней» скорости $|v_1(\sigma) + v_2(\sigma)|/2$ при некотором ее сглаживании. Для обеспечения требуемой величины коэффициента напора при меньшем числе лопаток была увеличена нагрузка, причем функция $|v_1(\sigma) - v_2(\sigma)|$ была взята постоянной на большей части интервала $\sigma \in [0, 1]$. Для увеличения радиусов кривизны кромок и, следовательно, толщины лопатки были также уменьшены градиенты скоростей $v_j'(0)$ и $v_j'(1)$. Полученные при этом функции $v_j(\sigma)$ показаны на рис. 3, а сплошными кривыми. Затем была решена серия обратных задач при различном числе лопаток n . Из построенных решений было выбрано то, которое обеспечивает требуемое значение напора ($\varphi_0 = 0.78$) при $n = 17$. Соответствующий этому решению профиль показан сплошной кривой на рис. 3, б.

Второй этап состоял в построении профиля лопатки на основном диске и был аналогичен первому этапу. Отличие состояло в том, что величина n была фиксирована ($n = 17$), а распределение нагрузки на выходной кромке профиля подбиралось так, чтобы по возможности согласовать формы профилей на обоих дисках. Профиль лопатки основного ряда исходного колеса и распределения $v_j(\sigma)$ для него показаны на рис. 4 штриховыми кривыми, а заданные распределения $v_j(\sigma)$ и найденный из решения обратной задачи профиль – сплошными кривыми. Полученное при этом значение коэффициента напора равно $\varphi_0 = 0.76$.

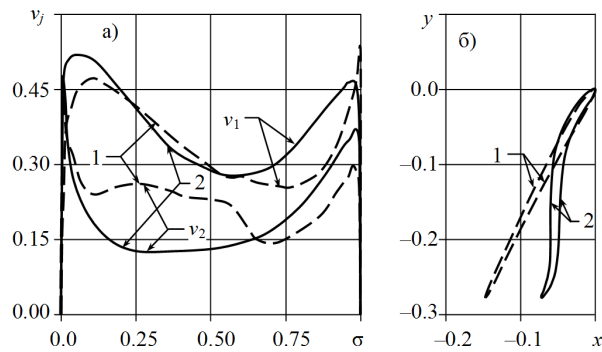


Рис. 4. Результат решения обратной задачи для основного диска: 1 – исходное колесо, 2 – спроектированное колесо

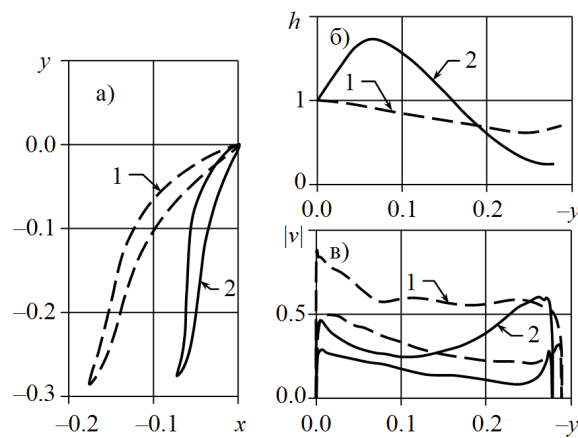


Рис. 5. Результаты расчета обтекания спроектированного колеса: 1 – покрывной диск, 2 – основной диск

Третий и наиболее трудоемкий этап проектирования лопатки состоял в модификации формы полученных профилей для их согласования друг с другом. При этом основными требованиями было условие радиальности лопаток и получение заданной величины напора при условии безотрывности обтекания. Кроме того, из соображений прочности необходимо было обеспечить большую толщину лопатки на основном диске по сравнению с покрывным.

Для достижения целей этого этапа проведена серия решений прямых и обратных задач с последовательной корректировкой формы профилей, находимых из решения обратной задачи, и распределений скорости на них, получаемых в результате прямого расчета обтекания. Построенные в результате профили лопаток, соответствующие им функции $h(y)$ и распределения скорости относительного движения показаны на рис. 5 (сплошные кривые соответствуют основному диску, а штриховые – покрывному). Проекция профилей лопаток на плоскость (X, Y) изображены на рис. 6, а, а общий вид колеса – на рис. 6, б.

1.4. Результаты расчета течения в построенном колесе. Расчет течения в колесе, построенном в результате всех трех этапов, показал, что оно обеспечивает требуемое значение коэффициента напора ($\varphi_0 = 0.89$ на основном диске и $\varphi_0 = 0.78$ на покрывном диске). При этом из сравнения рис. 1, б и 6, а видно, что

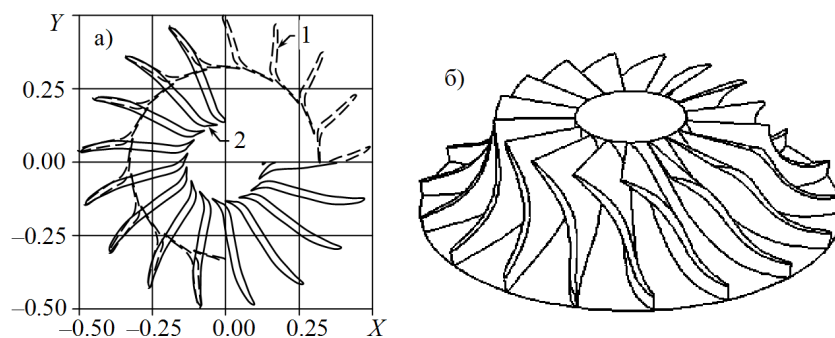


Рис. 6. Форма лопаток и общий вид спроектированного колеса: 1 – покрывной диск, 2 – основной диск

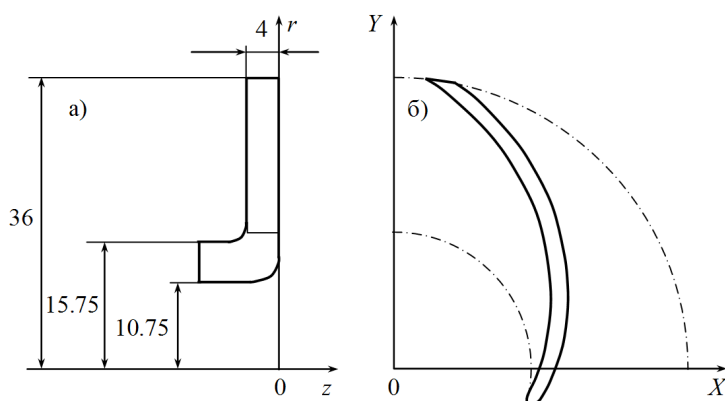


Рис. 7. Форма проточной части и лопатки колеса КР 050.01.0

указанные значения напора удалось получить при значительно меньшем числе (17 вместо 30) более толстых лопаток. Это уменьшение позволило также существенно увеличить межлопаточный зазор, то есть удовлетворить технологическим требованиям. Таким образом, благодаря возможности активно влиять на распределения скоростей использование обратной задачи в комплексе с традиционными методами позволяет усовершенствовать процесс проектирования рабочих колес.

2. Проектирование рабочего колеса погружного насоса

2.1. Анализ течения в межлопаточном пространстве рабочего колеса КР 050.01.0 на различных режимах работы. Исходными данными для проводимых расчетов являлись: форма проточной части рабочего колеса, определенная формой и размерами основного и покрывного дисков (рис. 7, а, размеры даны в мм); форма лопаток, приведенная на рис. 7, б; скорость вращения колеса $\omega = 2910$ об/мин. Известно, что колесо КР 050.01.0 наиболее эффективно работает при расходе $Q \approx 50$ м³/сут.

Расчет распределений скорости на полученных решетках профилей проводился по методу, изложенному в [5, 6]. В качестве расчетного диапазона был взят интервал изменения расхода $Q \in [18, 102]$ м³/сут, разбитый с шагом 6 м³/сут. Для каждого из выбранных значений проведен расчет на трех поверхностях тока: основном диске, покрывном диске и средней поверхности. На рис. 8 приведены распределения скоростей $|v(y)|$ для основного диска при нескольких значениях Q

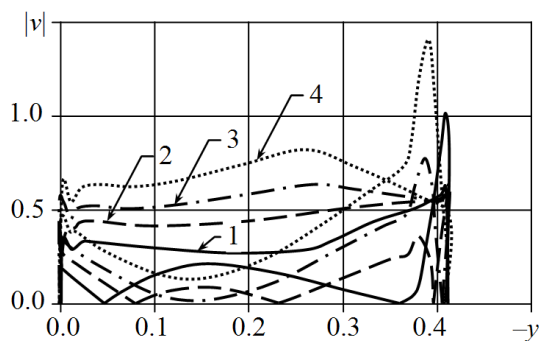


Рис. 8. Распределение скорости на основном диске рабочего колеса КР 050.01.0 при: 1 – $Q = 18 \text{ м}^3/\text{сут}$, 2 – $Q = 48 \text{ м}^3/\text{сут}$, 3 – $Q = 72 \text{ м}^3/\text{сут}$, 4 – $Q = 102 \text{ м}^3/\text{сут}$

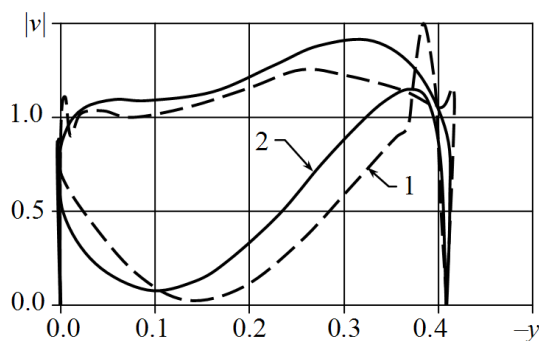


Рис. 9. Распределения скорости на средней поверхности при $Q = 72 \text{ м}^3/\text{сут}$: 1 – рабочее колесо КР 050.01.0, 2 – модифицированное рабочее колесо

(y – ордината во вспомогательной плоскости конформного отображения (x, y)) из указанного диапазона. Распределения скоростей для средней поверхности и для покрывного диска имеют аналогичный характер.

Анализ полученных результатов показал следующее.

1) При расходах $Q < 70 \text{ м}^3/\text{сут}$ в межлопаточном канале рабочего колеса КР 050.01.0 присутствует сильно развитая область возвратного течения. Наличие такой области приводит к тому, что часть проточной части оказывается как бы «запертой». В результате этого в оставшейся части канала происходит чрезмерное возрастание скорости, которое может способствовать возникновению кавитации.

2) При расходах $Q > 60 \text{ м}^3/\text{сут}$ наблюдается неэффективная работа передней части лопатки. До 15% поверхности лопатки на входном участке испытывает отрицательные нагрузки. Этот факт говорит о том, что входной участок работает достаточно эффективно лишь при расходе порядка $Q = 50 \text{ м}^3/\text{сут}$.

3) Из-за малого числа лопаток (то есть из-за достаточно широких межлопаточных каналов) наблюдаются высокие перепады скорости поперек проточной части. Наличие такого явления может приводить к образованию обширных областей пространственного отрыва.

2.2. Модификации профиля лопаток методами обратных краевых задач. В качестве основы для нахождения новой формы профиля было взято распределение скорости на профиле лопатки исходного колеса на средней поверхности тока при $Q = 72 \text{ м}^3/\text{сут}$ (штриховая кривая на рис. 9).

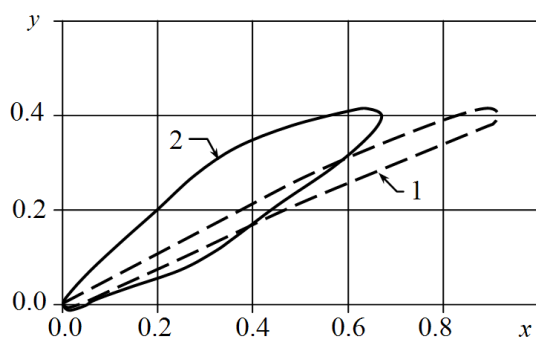


Рис. 10. Профили лопаток в плоскости конформного отображения на средней поверхности: 1 – рабочее колесо КР 050.01.0, 2 – модифицированное рабочее колесо

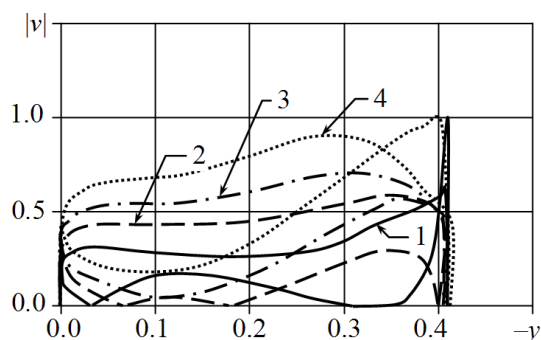


Рис. 11. Распределения скорости на средней поверхности модифицированного колеса при: 1 – $Q = 18 \text{ м}^3/\text{сут}$, 2 – $Q = 48 \text{ м}^3/\text{сут}$, 3 – $Q = 72 \text{ м}^3/\text{сут}$, 4 – $Q = 102 \text{ м}^3/\text{сут}$

Анализ этого распределения показывает, что на передней кромке исходного колеса имеется нежелательный пик скорости. Кроме того, минимальная скорость на профиле лопатки близка к нулю, что уже при незначительном уменьшении расхода приводит к возникновению области возвратного течения в межлопаточном канале исходного колеса.

Для того чтобы избавиться от этих недостатков, рассмотренное распределение скорости было модифицировано (сплошная кривая на рис. 9), и по нему на основе решения обратной задачи была найдена новая форма профиля лопатки в плоскости конформного отображения (сплошная кривая на рис. 10). Для сравнения здесь же приведен профиль лопатки исходного колеса (штриховая кривая на рис. 10).

Для модифицированного колеса были определены гидродинамические характеристики. В качестве расчетного диапазона вновь был взят интервал изменения расхода $Q \in [18, 102] \text{ м}^3/\text{сут}$, разбитый с шагом $6 \text{ м}^3/\text{сут}$, и для каждого из полученных значений проведен расчет на всех трех поверхностях тока. Распределения скоростей $v(y)$ на основном диске для ряда значений расходов приведены на рис. 11.

Кроме расчета распределений скорости на контурах лопаток для выбранных поверхностей тока и заданных величин расхода проводилось также вычисление коэффициента теоретического напора φ_0 и коэффициента профильных потерь $\zeta_{\text{пр}}$. Зависимости $\varphi_0(Q)$ и $\zeta_{\text{пр}}(Q)$, соответствующие модифицированному колесу, показаны на рис. 12 сплошными линиями. Для оценки эффективности проведенной модификации формы профиля лопатки на рис. 12 также приведены соответствующие данные для исходного колеса (штриховые кривые).

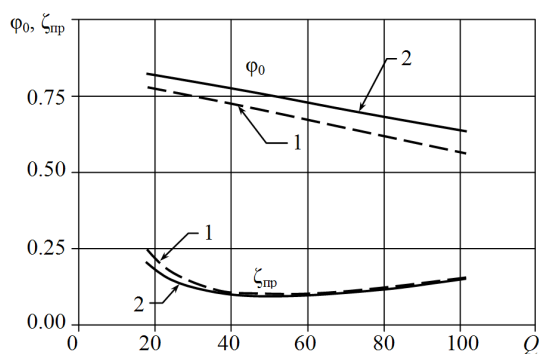


Рис. 12. Зависимости коэффициента напора φ_0 и коэффициента профильных потерь $\zeta_{пр}$ от расхода Q для средней поверхности колеса: 1 – рабочее колесо КР 050.01.0, 2 – модифицированное рабочее колесо

Сравнение приведенных результатов показывает, что модифицированное колесо обладает при тех же значениях расхода как повышенным значением коэффициента напора, так и (при $Q < 50$ м³/сут) пониженной величиной коэффициента профильных потерь.

Кроме того, анализ результатов проведенных расчетов позволяет сделать следующие выводы.

1. Увеличение радиуса входной кромки лопатки привело к снижению уровня максимальной скорости и к ликвидации пиков скорости, наличие которых способствует возникновению отрыва или образованию кавитации.

2. Область возвратного течения в межлопаточном канале для модифицированного колеса появляется лишь при $Q < 50$ м³/сут (для исходного колеса она присутствовала при больших значениях расхода – $Q < 70$ м³/сут). Таким образом, модифицированное колесо должно быть более устойчивым к возникновению кавитации.

3. Неэффективная работа передней части лопатки, которая на исходном колесе присутствовала при расходах $Q > 60$ м³/сут, теперь наблюдается лишь при $Q > 78$ м³/сут.

4. За счет увеличения толщины лопатки и, следовательно, сужения межлопаточного канала удалось снизить перепады скорости поперек проточной части, что приводит к уменьшению областей пространственного отрыва. Это, в свою очередь, приводит к меньшим затратам энергии на вихреобразование в потоке, а значит, к увеличению КПД насоса.

3. Проектровочный расчет вентилятора газотурбинного двигателя ГТД-1000Т

Целью проектировочного расчета, изложенного в настоящем пункте, являлась модификация формы лопаток вентилятора двигателя ГТД-1000Т (см. рис. 13). При этом ставилась задача достижения более высоких значений коэффициента напора при одновременном снижении потерь энергии в рабочем колесе вентилятора.

3.1. Анализ течения газа через вентилятор на различных режимах работы. Для анализа аэродинамических характеристик газового потока через рабочее колесо был проведен прямой расчет в диапазоне изменения коэффициента расхода $\varphi_0 \in [0.2, 0.7]$ с шагом 0.1. В связи с тем, что данное колесо имеет сложную

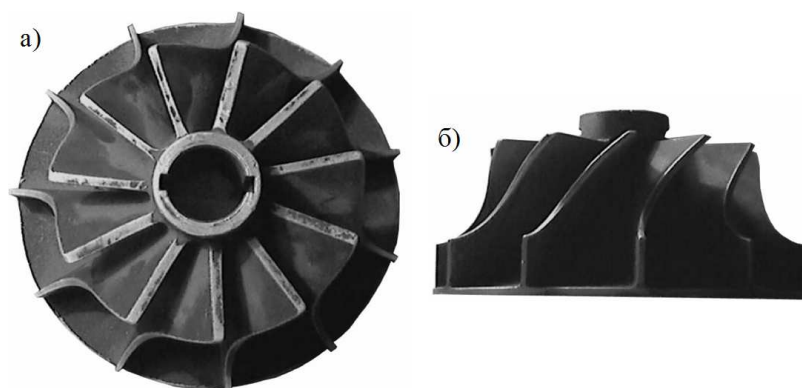


Рис. 13. Рабочее колесо вентилятора двигателя ГТД-1000Т

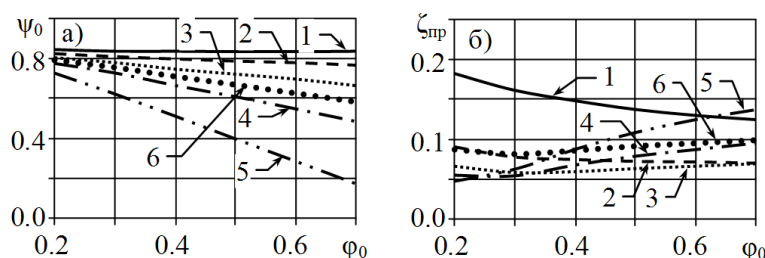


Рис. 14. Зависимости коэффициентов напора и потерь от коэффициента расхода для исходного колеса: 1 – ОД, 2 – ПТ2, 3 – СП, 4 – ПТ4, 5 – ПД, 6 – среднее

пространственную конфигурацию, решение строилось с учетом взаимовлияния решений двух двумерных задач [5–7].

Зависимости коэффициента напора и профильных потерь от коэффициента расхода приведены на рис. 14 (здесь и далее использованы следующие сокращения: ОД – основной диск, ПТ2 – вторая поверхность тока, СП – средняя поверхность тока, ПТ4 – четвертая поверхность тока, ПД – покрывной диск, среднее – значения, осредненные по всем пяти поверхностям тока).

Анализ этих зависимостей показал следующее.

1. Имеется существенное отличие в величинах коэффициента напора на разных поверхностях тока, особенно при высоких значениях коэффициента расхода φ_0 . Это ведет к сильной завихренности потока и возникновению вихревых потерь.

2. Из рис. 14, б видны существенные отличия в поведении зависимостей коэффициента профильных потерь $\zeta_{пр}$ от коэффициента расхода. Кроме того, замечен существенный рост потерь на основном диске.

Для проведения проективных расчетов в качестве базового был выбран режим, соответствующий значению коэффициента расхода $\varphi_0 = 0.35$, в окрестности которого наблюдаются наименьшие значения потерь. Результаты расчета течения через рабочее колесо вентилятора показаны на рис. 15–18.

На рис. 15, а представлен вид спереди на исходное колесо, на рис. 15, б – формы осесимметричных поверхностей тока, на рис. 16, а – зависимости $h(y)$ и на рис. 16, б – формы решеток профилей в плоскости конформного отображения для пяти поверхностей тока. На следующих рисунках приведены картины течения и распределения скорости на основном (рис. 17) и покрывном дисках (рис. 18).

Анализ приведенных распределений позволил выявить следующие факторы, отрицательно влияющие на работу колеса.

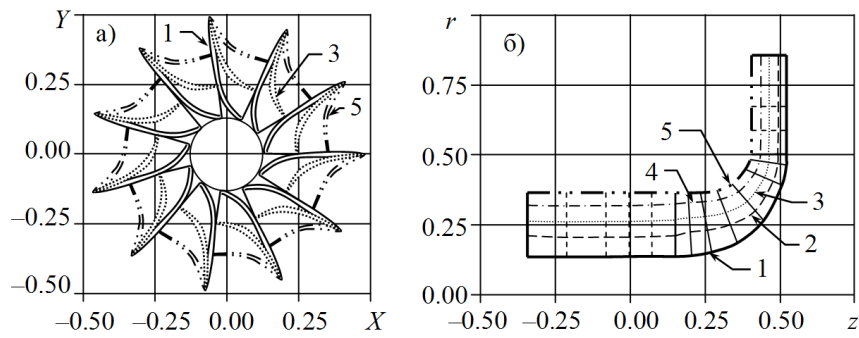


Рис. 15. Формы лопаток и осесимметричных поверхностей тока для исходного колеса: 1 – ОД, 2 – ПТ2, 3 – СП, 4 – ПТ4, 5 – ПД

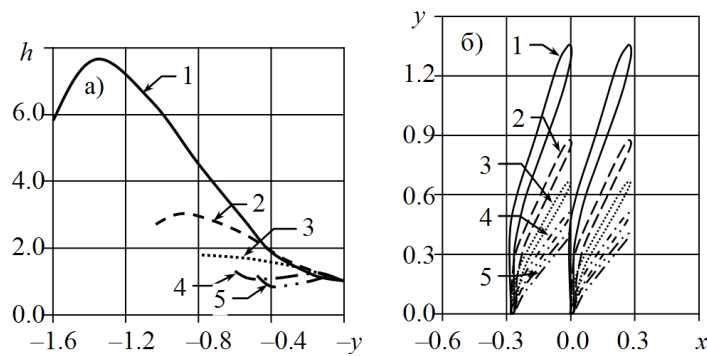


Рис. 16. Зависимости $h(y)$ и формы решеток профилей для пяти поверхностей тока: 1 – ОД, 2 – ПТ2, 3 – СП, 4 – ПТ4, 5 – ПД

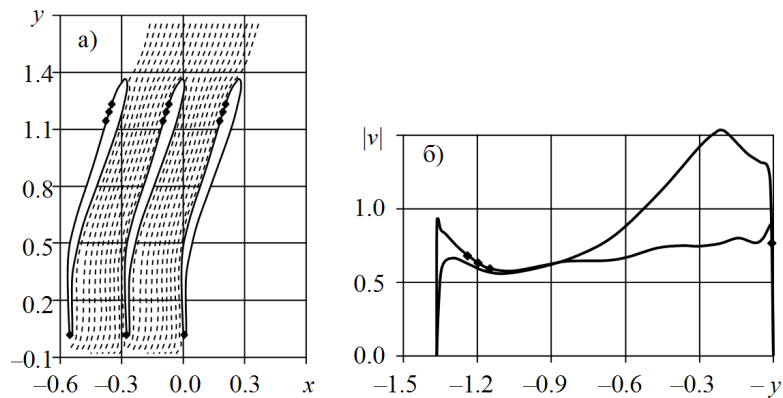


Рис. 17. Результаты расчета течения на основном диске

1. Входной участок лопатки вентилятора на данном режиме течения является ненагруженным на основном диске, а на покрывном испытывает даже отрицательные нагрузки.

2. Вблизи передней кромки лопатки на основном диске наблюдается плоский отрыв потока (расчетные точки в области отрыва потока на профиле лопатки и в распределении скорости отмечены символами \blacklozenge).

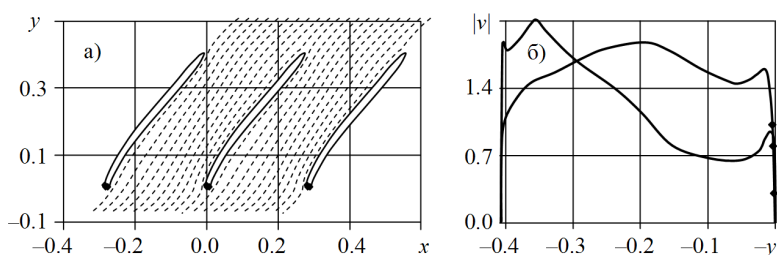


Рис. 18. Результаты расчета течения на покрывном диске

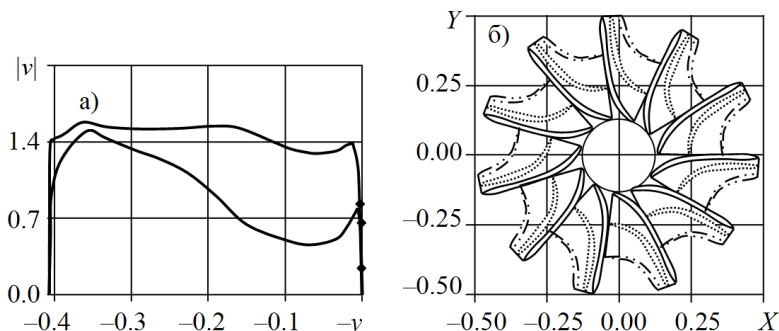


Рис. 19. Модифицированное распределение скорости и форма лопаток после первой модификации

3.2. Первая модификация рабочего колеса. Целью данной модификации являлось изменение распределения скорости по контуру лопатки на покрывном диске. При этом требовалось ликвидировать область отрицательных нагрузок на входном участке и повысить величину коэффициента напора.

После внесения соответствующих изменений в распределение скорости (рис. 19, *a*) и решения обратной задачи по методу [4] была найдена новая форма профиля лопатки на покрывном диске. Затем были внесены соответствующие изменения в форму лопатки рабочего колеса (см. рис. 19, *b*) и проведен расчет обтекания по программам, разработанным в [5–7].

Из сравнения распределений скорости на профилях лопатки по покрывному диску для исходного (рис. 18, *b*) и модифицированного (рис. 19, *a*) колес видно, что поставленная цель достигнута.

3.3. Вторая модификация рабочего колеса. Эта модификация была направлена на изменение распределения скорости по контуру лопатки на основном диске. При этом решались задачи увеличения нагрузки на входном участке и ликвидации отрывной области. Кроме того, требовалось уменьшить величину коэффициента напора, приблизив его к значению для покрывного диска.

После внесения соответствующих изменений в распределение скорости и решения обратной задачи получена новая форма лопаток рабочего колеса (см. рис. 20, *a*). Результаты проведенного расчета (рис. 20, *b*) показали достижение поставленных целей (сравните рис. 17, *b* и 20, *b*).

3.4. Анализ течения газа через модифицированный вентилятор на различных режимах работы. Для анализа аэродинамических характеристик газового потока через модифицированное рабочее колесо был проведен прямой

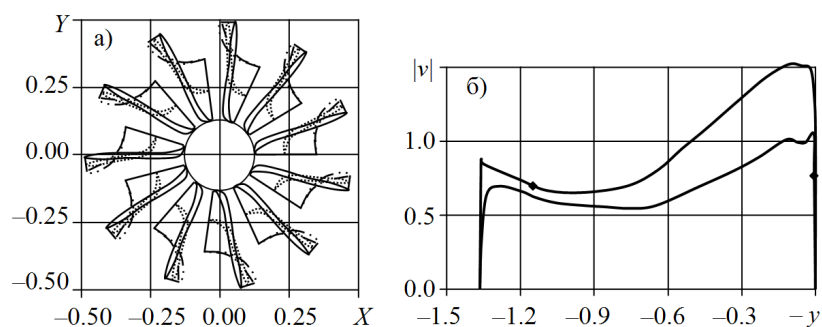


Рис. 20. Форма лопаток после второй модификации и распределение скорости по контуру профиля на основном диске

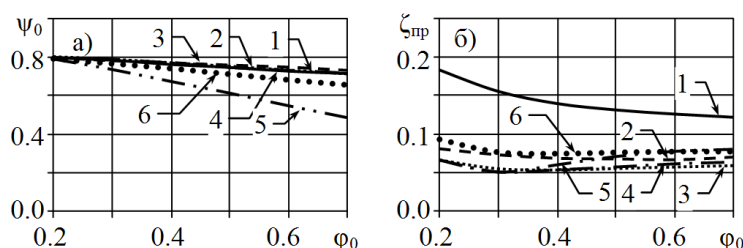


Рис. 21. Зависимость коэффициента напора от коэффициента расхода для модифицированного колеса: 1 – ОД, 2 – ПТ2, 3 – СП, 4 – ПТ4, 5 – ПД, 6 – среднее

расчет в диапазоне изменения коэффициента расхода $\varphi_0 \in [0.2, 0.7]$ с шагом 0.1. Зависимости коэффициента напора и коэффициента профильных потерь от коэффициента расхода приведены на рис. 21. Сопоставление с соответствующими характеристиками исходного колеса (рис. 14) показало следующее.

1. Удалось существенно уменьшить имевшееся отличие в величинах коэффициента напора на разных поверхностях тока. При этом увеличилось среднее значение напора при высоких расходах газа через вентилятор.

2. Имевшиеся ранее отличия в поведении зависимости профильных потерь от расхода также удалось уменьшить, что привело к снижению среднего значения коэффициента потерь.

Таким образом, можно сделать вывод, что рабочее колесо вентилятора, спроектированное в соответствии с описанным, обладает более устойчивыми характеристиками в большем диапазоне изменения коэффициента расхода.

Summary

A.V. Potashev, E.V. Potasheva. The Design of Turbomachinery Impellers Based on the Solution of Inverse Boundary Value Problems.

The correct design of impellers and choice of the shape of blades are significantly important during the process of creating turbomachines. The development of methods for profiling hydrodynamic cascades with predetermined properties, as well as for stand-alone profiles, is enabled by the theory of inverse boundary value problems of aerohydrodynamics. In this paper, potential application of the inverse problem to profiling of the impeller blades for different purposes is shown based on various examples.

Keywords: inverse boundary value problem of aerohydrodynamics, turbomachines, blade elements.

Литература

1. *Викторов Г.В.* Гидродинамическая теория решеток. – М.: Высш. шк., 1969. – 368 с.
2. *Степанов Г.Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин. – М.: Физматгиз, 1962. – 512 с.
3. *Этинберг И.Э., Раухман Б.С.* Гидродинамика гидравлических турбин. – Л.: Машиностроение, 1978. – 280 с.
4. *Вячкилев О.А., Ильинский Н.Б., Поташев А.В., Поташева Е.В., Талорская Г.Р.* Обратная краевая задача для решетки профилей, расположенной на осесимметричной поверхности тока в слое переменной толщины // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. – 1996. – № 11. – С. 134–142.
5. *Поташев А.В., Поташева Е.В.* Разработка методики и программы расчета осредненного осесимметричного потока с учетом переменности стеснения потока // Компрессорная техника и пневматика. – 2005. – Вып. 2. – С. 8–12.
6. *Поташев А.В., Поташева Е.В.* Методики аэродинамического расчета и проектирования рабочих элементов турбомашин // Труды XIV междунар. науч.-техн. конф. по компрессорной технике. – Казань: Изд-во «Слово», 2007. – Т. I. – С. 307–323.
7. *Поташев А.В., Поташева Е.В.* Метод расчета пограничного слоя в осредненном потоке // Компрессорная техника и пневматика. – 2010. – № 4. – С.8–13.

Поступила в редакцию
05.11.14

Поташев Андрей Валерьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Инженерно-технических дисциплин и сервиса», Казанский кооперативный институт (филиал) Российского университета кооперации, г. Казань, Россия.

E-mail: pot_andrey@mail.ru

Поташева Елена Владимировна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерно-технических дисциплин и сервиса», Казанский кооперативный институт (филиал) Российского университета кооперации, г. Казань, Россия.

E-mail: e.v.potashева@rucoop.ru