

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 532.542

doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.143-152

ДВУХФАЗНОЕ ТЕЧЕНИЕ В УЗКОМ КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ МЕЖДУ НЕПОДВИЖНЫМ И ВРАЩАЮЩИМСЯ ЦИЛИНДРАМИ

И.В. Моренко

*Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН,
г. Казань, 420111, Россия*

Аннотация

Приведены результаты численного исследования двухфазного пространственного течения в канале между соосными цилиндрами, которое возникает из-за осевого перепада давления и вращения внутреннего цилиндра. Для решения системы уравнений Навье-Стокса использован метод конечных объемов на структурированной сетке с локальным измельчением. Расчеты выполнены с помощью программного комплекса OpenFOAM. Выполнен анализ структуры потока и распределения газовой фазы в кольцевом канале в зависимости от скорости вращения внутреннего цилиндра. Добавление газовой фазы в поток жидкости приводит к возникновению осциллирующей крутящего момента и увеличению его среднего значения.

Ключевые слова: двухфазное течение, кольцевой канал, крутящий момент

Введение

Течение жидкости или газа в кольцевых каналах, образованных вращающимися цилиндрическими поверхностями, представляет большой научный и практический интерес [1]. При наличии продольного градиента давления течение между соосными вращающимися цилиндрами, получившее название Куэтта–Тэйлора–Пуазейля, имеет место в разнообразных технических системах, например в рекуперативных устройствах.

В последнее время внимание исследователей посвящено изучению двухфазных течений в системах диспергирования, экстракции двух несмешивающихся жидкостей, в системах обратного осмоса, в химических и биокаталитических реакторах. По результатам экспериментальных работ составлены карты режимов двухфазного потока жидкости в каналах простых форм: с прямоугольным [2] или круглым поперечным сечением [3]. Однако ввиду большого количества определяющих факторов, которые влияют на режим течения, не существует универсальных критериев для создания единой классификации режимов и определения их границ. Авторы разнообразных экспериментальных работ выделяют различное количество режимов течения. Так, в работе [3] определены следующие режимы: пузырьковый, снарядный, пробковый, расслоенный волновой, дисперсный, кольцевой. Двухфазное течение в кольцевых каналах исследовалось в основном экспериментально [4, 5].

Настоящая работа является продолжением исследований, проведенных нами в [6–8], где были представлены результаты тестовых расчетов и численных экспериментов по исследованию структуры течения и расчету момента вязкой однофазной жидкости в кольцевом канале в случае вращения поверхности внутреннего

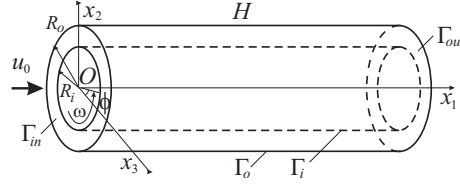


Рис. 1. Схема кольцевого канала

цилиндра при отсутствии осевого градиента давления. В статье представлены результаты численного исследования течения вязкой двухфазной жидкости между соосными цилиндрами в случае вращения поверхности внутреннего цилиндра при наличии продольного градиента давления.

1. Математическая модель движения двухфазного потока

Рассмотрим ламинарное двухфазное течение вязкой жидкости в кольцевом канале, схема которого показана на рис. 1. Внутренний цилиндр с радиусом основания R_i вращается с постоянной угловой скоростью ω . Внешний цилиндр с радиусом R_o неподвижен. Обозначим длину через H , ширину канала – $d = R_o - R_i$, отношение радиусов – $\eta = R_i/R_o$. Осевая скорость жидкости $u_l = Q_l/\pi(R_o^2 - R_i^2)$ (индекс l) и газа $u_g = Q_g/\pi(R_o^2 - R_i^2)$ (индекс g) рассчитывается через соответствующие объемные расходы Q_l , Q_g . Начало прямоугольной декартовой системы координат $Ox_1x_2x_3$ поместим в торцевой плоскости области таким образом, чтобы ось Ox_1 совпадала с осью канала.

Для построения математической модели движения жидкости выбран подход на основе эйлерового описания среды, который позволяет решать уравнения одного типа для обеих фаз. Метод объема жидкости (Volume of Fluid) [9] используется при определении положения поверхности раздела сред. Рассматривается двухфазная среда, которая состоит из жидкой и газовой фаз. Обе фазы считаются несжимаемыми. Обозначим через α объемную долю жидкой фазы в ячейке расчетной области. В каждой ячейке расчетной области α определяется следующим образом: $\alpha = 1$, если в ячейке находится жидкость; $\alpha = 0$, если в ней газ; $0 < \alpha < 1$ в случае, когда через ячейку проходит граница раздела фаз. Свойства среды рассчитываются по соответствующим значениям параметров жидкости и газа с использованием функции α : плотность $\rho = \rho_l\alpha + \rho_g(1 - \alpha)$, динамический коэффициент вязкости $\mu = \mu_l\alpha + \mu_g(1 - \alpha)$.

Для расчета пространственного нестационарного течения вязкой несжимаемой жидкости в кольцевом канале основными уравнениями математической модели является система уравнений, состоящая из уравнения неразрывности, Навье – Стокса и уравнения для определения положения границы раздела фаз:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \sigma \kappa \nabla \alpha, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) + \nabla \cdot [(1 - \alpha) \alpha \mathbf{u}_r] = 0. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор скорости среды, t – время, p – давление, ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости, $\kappa = -\nabla \cdot \mathbf{n}$ – кривизна границы раздела фаз, $\mathbf{n} = \nabla \alpha / |\nabla \alpha|$ – единичная нормаль к поверхности раздела фаз, σ – коэффициент поверхностного натяжения, $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g$ – искусственный член сжатия, \mathbf{g} – ускорение свободного падения.

Начальные и граничные условия для уравнений (1)–(3) в случае вынужденного осевого течения имеют следующий вид. В начальный момент времени $t = 0$ движение отсутствует, значения компонент скорости равны нулю $u_i = 0$, давление однородно $p = p_0$, $\alpha = 1$. На входной границе канала заданы компоненты скорости $u_1|_{\Gamma_{in}} = u_0$, $u_2|_{\Gamma_{in}} = 0$, $u_3|_{\Gamma_{in}} = 0$, $p|_{\Gamma_{in}} = p_0$, на участке Γ_{in} , где осуществляется подача газовой фазы, положим $\alpha = 0$, на остальной части – $\alpha = 1$. На поверхности внешнего цилиндра задано условие прилипания $u_i|_{\Gamma_o} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial n}|_{\Gamma_o} = 0$, $\frac{\partial \alpha}{\partial n}|_{\Gamma_o} = 0$, на границе вращающегося внутреннего цилиндра $u_1|_{\Gamma_i} = 0$, $u_2|_{\Gamma_i} = \omega R_i \cos(\phi)$, $u_3|_{\Gamma_i} = -\omega R_i \sin(\phi)$, $\frac{\partial p}{\partial n}|_{\Gamma_i} = 0$, $\frac{\partial \alpha}{\partial n}|_{\Gamma_i} = 0$. Угол ϕ лежит в плоскости Ox_2x_3 и отсчитывается от оси Ox_3 против движения часовой стрелки, если смотреть с отрицательного конца оси Ox_1 . В выходном сечении Γ_{out} поставлены условия второго рода: $\frac{\partial u_i}{\partial n}|_{\Gamma_{out}} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial n}|_{\Gamma_{out}} = 0$, $\frac{\partial \alpha}{\partial n}|_{\Gamma_{out}} = 0$,

Задача (1)–(3) с начальными и граничными условиями решена методом конечных объемов с помощью открытой интегрируемой платформы OpenFOAM. С применением метода Гаусса интегралы по контрольному объему сведены к поверхностным. Дискретные значения скорости и давления рассчитываются в центрах ячеек сетки. Для дискретизации производной по времени применяется метод Эйлера. Схема Gauss linear используется для аппроксимации градиента давления. Дискретизация конвективных слагаемых осуществляется с помощью схемы vanLeer, дискретизация диффузионных – с помощью Gauss linear corrected. Для связывания скорости и давления выбран алгоритм PIMPLE, который является комбинацией алгоритмов PISO и SIMPLE. При решении системы уравнений для давления используется метод сопряженных градиентов PCG с многосеточным алгебро-геометрическим предобуславливателем GAMG. При решении уравнений для скорости – метод Гаусса–Зейделя. Шаг интегрирования по времени Δt , обеспечивающий устойчивость алгоритма, подбирается в процессе вычислений таким образом, чтобы для числа Куранта выполнялось неравенство $Co = (\Delta t|u|)/\Delta x < 1$ для всех ячеек расчетной области, здесь $|u|$ – модуль скорости жидкости через ячейку, Δx – размер ячейки в направлении скорости. Известно, что точность результатов зависит в том числе и от качества расчетной сетки, определяемого общим количеством узлов, достаточным разрешением пограничного слоя в пристеночных областях, отсутствием сильно вытянутых, скошенных и вырожденных ячеек и других факторов. В настоящей работе расчетная область покрывается структурированной сеткой гексаэдральных элементов. Количество разбиений области в осевом направлении составляет 250, в радиальном – 128, азимутальном – 32 с локальным измельчением к обтекаемым поверхностям.

2. Результаты численных расчетов

Тестирование модели и алгоритмов расчета выполнено на модельной задаче течения однородной жидкости в кольцевом канале в случае, когда внутренний цилиндр вращается с постоянной скоростью, а внешний неподвижен при отсутствии осевого градиента избыточного давления. В этом случае режим течения зависит в основном от трех элементов управляющих параметров: азимутального числа Рейнольдса $Re_\varphi = \omega R_i (R_o - R_i)/\nu_l$, отношения радиусов $\eta = R_i/R_o$, относительной длины канала $\Gamma = H/d$.

При проведении тестовых расчетов азимутальное число Рейнольдса варьируется от 100 до 800, параметр η принимается равным 0.1, 0.5, 0.83, 0.9; $\Gamma = 30$. Показано, что при малых числах Re_φ под действием сил вязкого трения жидкость

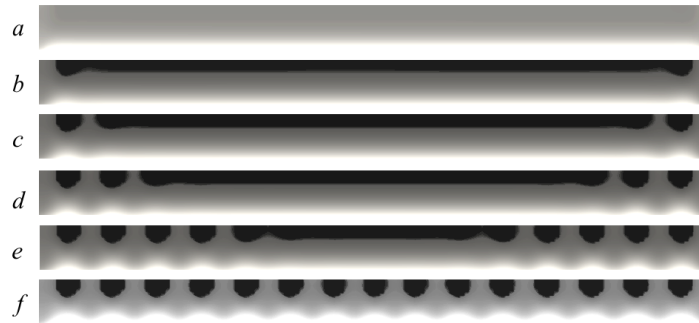


Рис. 2. Давление жидкости в осевом сечении канала в разные моменты безразмерного времени $T = (t\omega R_i)/(R_o - R_i) = 21.9$ (a), 54.7 (b), 109.5 (c), 219.0 (d), 438.0 (e), 766.5 (f) при $Re = 150$

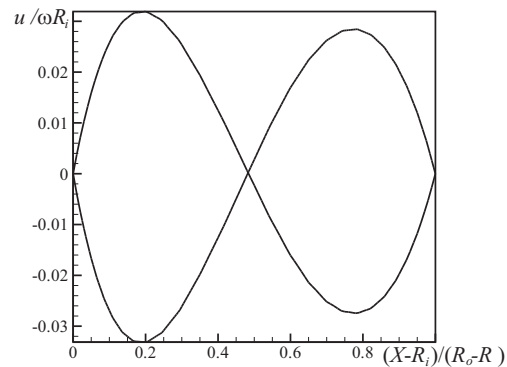


Рис. 3. Распределение безразмерной осевой компоненты скорости жидкости вдоль радиальных отрезков, проходящих через центры соседних вихревых ячеек при $Re = 150$

увлекается вращением поверхности внутреннего цилиндра. Линии тока представляют собой окружности с центрами на оси канала. Реализуется сдвиговое течение с азимутальной скоростью, которое известно как круговое течение Куэтта. Когда скорость вращения поверхности внутреннего цилиндра становится выше критической, возникает неустойчивое расслоение жидкости, поскольку частицы жидкости, находящиеся вблизи выпуклой стенки, стремятся под влиянием центробежной силы переместиться наружу. Создаются условия для возникновения тороидальных вихрей Тейлора [10]. Отметим, что вихри Тейлора начинают формироваться у торцов канала, постепенно заполняя все его пространство (рис. 2). При выводе безразмерной осевой компоненты скорости жидкости вдоль радиуса видно чередование направлений вращения соседних вихревых ячеек (рис. 3). Кроме того, установлено, что линейная скорость вращения вихрей Тейлора составляет порядка 3% от линейной скорости вращения поверхности внутреннего цилиндра. Далее, с ростом Re_φ на тороидальных вихрях появляются азимутальные волны, наблюдается режим течения, который носит название волнистые вихри. Азимутальные волны, напротив, сначала формируются в середине канала, а затем воздействуют на соседние вихревые ячейки.

Момент сил, действующих со стороны жидкости на выпуклую поверхность внутреннего цилиндра, рассчитывается по формуле

$$M = 2\pi R_i^2 H \tau.$$

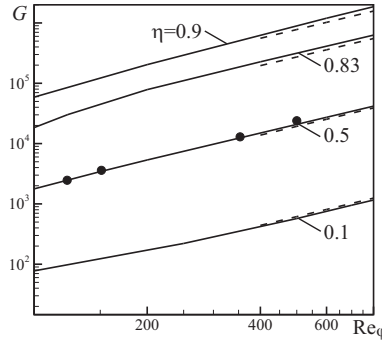


Рис. 4. Зависимость безразмерного момента G от азимутального числа Рейнольдса Re_φ для различных η : сплошная линия – расчет (настоящая работа), пунктирная линия – расчет по формуле (4), • – данные [12]

Здесь τ – среднее касательное напряжение на поверхности внутреннего цилиндра. Безразмерный момент сил, согласно [11], записывается в виде

$$G = \frac{M}{\rho \nu^2 H}.$$

Зависимость безразмерного момента от числа Рейнольдса в работе [11] представлена следующим образом:

$$G = 1.45 \frac{\eta^{1.5}}{(1 - \eta)^{7/4}} Re^{1.5}, \quad 4 \cdot 10^2 \leq Re \leq 10^4. \quad (4)$$

Сравнение значений безразмерного момента с известными данными [11, 12] показывает хорошее согласие (рис. 4).

В работе [6] получено, что безразмерный крутящий момент, действующий со стороны жидкости на выпуклую поверхность внутреннего цилиндра, увеличивается с ростом числа Рейнольдса и отношения радиусов η .

При наличии продольного градиента давления, кроме отношения радиусов, критерияльными параметрами, определяющими условия течения Куэтта–Тэйлора–Пуазейля, являются азимутальное Re_φ и осевое $Re_w = u_0 d / \nu_l$ числа Рейнольдса. При $\eta = 0.9$, $Re_w = 20.5$, изменении Re_φ в диапазоне от 3 до 95 тороидальные вихри Тейлора не наблюдаются. Наличие осевой составляющей скорости в спиральном течении приводит к стабилизации течения и подавлению неустойчивости. На рис. 5 показано, что крутящий момент монотонно возрастает с увеличением азимутального числа Рейнольдса Re_φ .

Численное моделирование двухфазного потока в каналах между коаксиальными цилиндрическими поверхностями является достаточно сложной задачей в связи с тем, что режим течения зависит от многих факторов, таких как ширина канала, осевое и азимутальное числа Рейнольдса, свойства сред, расходы газа и жидкости, условие ввода фаз в канал, гравитационная сила, сила поверхностного натяжения, смачиваемость поверхности канала и др.

В качестве жидкой фазы рассмотрим 73%-ный водный раствор глицерина с плотностью $\rho_l = 1188 \text{ кг/м}^3$, коэффициентом кинематической вязкости $\nu_l = 2.19 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma = 0.0657 \text{ Н/м}$. Для газа возьмем следующие параметры: $\rho_g = 1.2 \text{ кг/м}^3$, $\nu_g = 1.48 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, а также отношение объемных расходов фаз $\beta = Q_g/Q_l = 0.1$. Подача газовой фазы

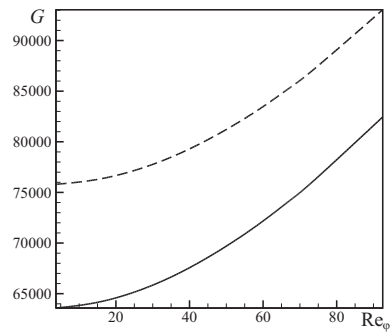


Рис. 5. Зависимость безразмерного момента G внутреннего (сплошная линия) и внешнего (пунктирная линия) цилиндра от азимутального числа Рейнольдса Re_ϕ при $\eta = 0.9$, $Re_w = 20.5$



Рис. 6. Визуализация распределения жидкой фазы вблизи поверхности внутреннего цилиндра при $\eta = 0.9$, $Re_w = 1.78$. Черным цветом показана область, занятая газом, светло-серым – жидкостью

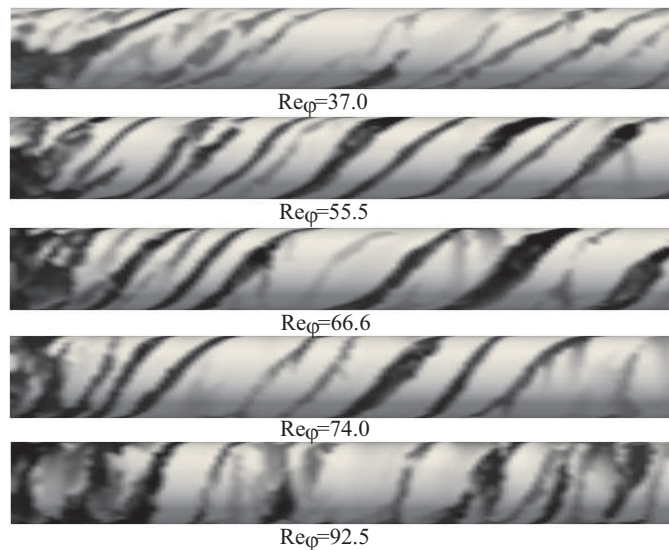


Рис. 7. Визуализация распределения жидкой фазы вблизи поверхности внутреннего цилиндра при $\eta = 0.9$, $Re_w = 20.5$. Черным цветом показана область, занятая газом, светло-серым – жидкостью

осуществляется через узкую кольцевую область границы Γ_{in} , примыкающую к поверхности внутреннего цилиндра.

На основе численных расчетов установлено, что двухфазное течение в кольцевом канале имеет сложную пространственную структуру. При малых числах Рейнольдса под действием гравитационной силы жидкость как более тяжелая фаза имеет тенденцию двигаться по нижней стенке канала, в то время как газовая фаза

движется вдоль верхней стенки (рис. 6). Реализуется расслоенный режим течения. Иная картина наблюдается при увеличении скорости вращения поверхности внутреннего цилиндра. Центробежная сила отбрасывает частицы жидкой фазы в направлении от оси канала к периферии. При этом газовая фаза распределена преимущественно в окрестности выпуклой поверхности внутреннего цилиндра по винтовой линии (рис. 7). Следует заметить, что увеличение скорости вращения при постоянной осевой скорости потока приводит к уменьшению угла винтовой линии, вдоль которой распределена газовая фаза.

В этом случае значение безразмерного крутящего момента осциллирует около некоторой средней величины. Следует отметить, что, когда в канале движется двухфазный поток, значение безразмерного крутящего момента внутреннего цилиндра выше, чем при течении однородной жидкости.

Заключение

Одновременное присутствие двух фаз в кольцевом канале приводит к возможности существования потока с разными режимами течения, которые характеризуются прежде всего распределением жидкости и газа. Показано, что при заданных параметрах канала и свойствах сред при малых скоростях реализуется расслоенный режим течения. Другой режим, наблюдаемый между коаксиальными цилиндрами, характеризуется распределением газовой фазы по винтовой линии. Добавление газовой фазы в поток приводит к увеличению крутящего момента внутреннего цилиндра. Осцилляции крутящего момента сопровождаются нежелательными пульсациями давления, могут вызывать вибрацию и шумы, приводить к сокращению срока службы технологических установок.

Литература

1. Серов А.Ф., Мамонов В.Н., Назаров А.Д. Энергетика пульсаций течения Куэтта – Тейлора в зазорах оппозитных многоцилиндровых роторов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2017. – Т. 159, кн. 3. – С. 364–373.
2. Zhao J., Liu G., Li B. Two-phase flow patterns in a square mini-channel // J. Therm. Sci. – 2004. – V. 13. – P. 174–178. – doi: 10.1007/s11630-004-0028-1.
3. Yang Ch.-Y., Shieh Ch.-Ch. Flow pattern of air-water and two-phase R-134a in small circular tubes // Int. J. Multiphase Flow. – 2001. – V. 27, No 7. – P. 1163–177. – doi: 10.1016/S0301-9322(00)00070-7.
4. Hubacz R., Wroński S. Horizontal Couette–Taylor flow in a two-phase gas–liquid system: Flow patterns // Exp. Therm. Fluid Sci. – 2004. – V. 28, No 5. – P. 457–466. – doi: 10.1016/j.expthermflusci.2003.07.004.
5. Hubacz R. Classification of flow regimes in gas-liquid horizontal Couette–Taylor flow using dimensionless criteria // J. Hydrodyn. – 2015. – V. 27, No 5. – P. 773–781. – doi: 10.1016/S1001-6058(15)60539-X.
6. Morenko I.V. Numerical simulation of laminar Taylor–Couette flow // Lobachevskii J. Math. – 2020. – V. 41, No 7. – P. 1255–1260. – doi: 10.1134/S199508022007029X.
7. Morenko I.V. Viscous fluid flow in a wide annular gap of two rotating coaxial cylinders // J. Phys.: Conf. Ser. – 2020. – V. 1588. – Art. 012034, P. 1–4. – doi: 10.1088/1742-6596/1588/1/012034.
8. Моренко И.В. Особенности течения вязкой жидкости в узком кольцевом канале между неподвижным внешним и вращающимся внутренним цилиндрами // Материалы Всерос. науч. конф. с междунар. участием «Актуальные проблемы механики сплошной среды». – Казань: Изд-во Академии наук РТ. – 2020. – С. 287–291.

9. *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* – 1981. – V. 39, No 1. – P. 201–225. – doi: 10.1016/0021-9991(81)90145-5.
10. *Taylor G.I.* Stability of viscous liquid contained between rotating cylinders // *Philos. Trans. R. Soc. L.* – 1923. – V. 223. – P. 289–343.
11. *Fokoua G., Gabillet C., Aubert A., Colin C.* Effect of bubble's arrangement on the viscous torque in bubbly Taylor–Couette flow // *Phys. Fluids.* – 2015. – V. 27, No 3. – Art. 034105, P. 1–34. – doi: 10.1063/1.4915071.
12. *Kaneda M., Tagawa T., Noir J., Aurnou J.M.* Variations in driving torque in Couette–Taylor flow subject to a vertical magnetic field // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2005. – V. 14. – P. 42–47. – doi: 10.1088/1742-6596/14/1/006.

Поступила в редакцию
12.11.2020

Моренко Ирина Вениаминовна, кандидат технических наук, старший научный сотрудник

Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН
ул. Лобачевского, д. 2/31, г. Казань, 420111, Россия
E-mail: morenko@imm.knc.ru

ISSN 2541-7746 (Print)
ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)
2021, vol. 163, no. 2, pp. 143–152

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.143-152

Two-Phase Flow in a Narrow Annular Channel between Stationary and Rotating Cylinders

I. V. Morenko

*Institute of Mechanics and Engineering, FRC Kazan Scientific Center,
Russian Academy of Sciences, Kazan, 420111 Russia*

E-mail: morenko@imm.knc.ru

Received November 12, 2020

Abstract

The results of a numerical study of three-dimensional two-phase flow in a channel between coaxial cylinders, which arises due to axial pressure drop and rotation of the inner cylinder, are presented. The finite volume method on a structured mesh with local refinement is used to solve the system of Navier–Stokes equations. The calculations are performed with the help of the OpenFOAM software package. Analysis of the flow structure and distribution of the gas phase in the annular channel depending on the rotation speed of the inner cylinder is carried out. The addition of the gas phase to the liquid flow leads to the occurrence of torque oscillations and an increase in the average torque value.

Keywords: two-phase flow, annular channel, torque

Figure Captions

Fig. 1. Annual channel diagram.

Fig. 2. Fluid pressure in the axial section of the channel at different moments of dimensionless time $T = (t\omega R_i)/(R_o - R_i) = 21.9$ (a), 54.7 (b), 109.5 (c), 219.0 (d), 438.0 (e), 766.5 (f) at $Re = 150$.

Fig. 3. Distribution of the dimensionless axial velocity component of the fluid along the radial segments running through the centers of neighboring vortex cells at $Re = 150$.

Fig. 4. Dependence of the dimensionless moment G on azimuthal Reynolds number Re_φ for various η : solid line – calculation (present work), dashed line – calculation by formula (4), • – data from [12].

Fig. 5. Dependence of the dimensionless moment G of the inner (solid line) and outer (dashed line) cylinder on azimuthal Reynolds number Re_φ at $\eta = 0.9$, $Re_w = 20.5$.

Fig. 6. Visualization of the liquid phase distribution near the surface of the inner cylinder at $\eta = 0.9$, $Re_w = 1.78$. The black and light gray colors show the areas occupied by the gas and liquid, respectively.

Fig. 7. Visualization of the liquid phase distribution near the surface of the inner cylinder at $\eta = 0.9$, $Re_w = 20.5$. The black and light gray colors show the areas occupied by the gas and liquid, respectively.

References

1. Serov A.F., Mamonov V.N., Nazarov A.D. Pulsation energy of the Couette–Taylor flow in gaps of multicylinder counter-rotating rotors. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 3, pp. 364–373. (In Russian)
2. Zhao J., Liu G., Li B. Two-phase flow patterns in a square mini-channel. *J. Therm. Sci.*, 2004, vol. 13, pp. 174–178. doi: 10.1007/s11630-004-0028-1.
3. Yang Ch.-Y., Shieh Ch.-Ch. Flow pattern of air-water and two-phase R-134a in small circular tubes. *Int. J. Multiphase Flow*, 2001, vol. 27, no. 7, pp. 1163–177. doi: 10.1016/S0301-9322(00)00070-7.
4. Hubacz R., Wroński S. Horizontal Couette–Taylor flow in a two-phase gas–liquid system: Flow patterns. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 2004, vol. 28, no. 5, pp. 457–466. doi: 10.1016/j.expthermflusci.2003.07.004.
5. Hubacz R. Classification of flow regimes in gas-liquid horizontal Couette–Taylor flow using dimensionless criteria. *J. Hydrodyn.*, 2015, vol. 27, no. 5, pp. 773–781. doi: 10.1016/S1001-6058(15)60539-X.
6. Morenko I.V. Numerical simulation of laminar Taylor–Couette flow. *Lobachevskii J. Math.*, 2020, vol. 41, no. 7, pp. 1255–1260. doi: 10.1134/S199508022007029X.
7. Morenko I.V. Viscous fluid flow in a wide annular gap of two rotating coaxial cylinders. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, vol. 1588, art. 012034, pp. 1–4. doi: 10.1088/1742-6596/1588/1/012034.
8. Morenko I.V. Viscous fluid flow in a narrow annular channel between the stationary outer and rotating inner cylinders. *Materialy Vseros. nauch. konf. s mezhdunar. uchastiem "Aktual'nye problemy mekhaniki sploshnoi sredy"* [Proc. All-Russ. Conf. Int. Participation "Current Problems of Continuum Mechanics"]. Kazan, Izd. Akad. Nauk RT, 2020, pp. 287–291. (In Russian)
9. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.*, 1981, vol. 39, no. 1, pp. 201–225. doi: 10.1016/0021-9991(81)90145-5.

10. Taylor G.I. Stability of viscous liquid contained between rotating cylinders. *Philos. Trans. R. Soc. L.*, 1923, vol. 223, pp. 289–343.
11. Fokoua G., Gabillet C., Aubert A., Colin C. Effect of bubble's arrangement on the viscous torque in bubbly Taylor–Couette flow. *Phys. Fluids*, 2015, vol. 27, no. 3, art. 034105, pp. 1–34. doi: 10.1063/1.4915071.
12. Kaneda M., Tagawa T., Noir J., Aurnou J.M. Variations in driving torque in Couette–Taylor flow subject to a vertical magnetic field. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2005, vol. 14, pp. 42–47. doi: 10.1088/1742-6596/14/1/006.

Для цитирования: Моренко И.В. Двухфазное течение в узком кольцевом канале между неподвижным и вращающимся цилиндрами // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2021. – Т. 163, кн. 2. – С. 143–152. – doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.143-152.

For citation: Morenko I.V. Two-phase flow in a narrow annular channel between stationary and rotating cylinders. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2021, vol. 163, no. 2, pp. 143–152. doi: 10.26907/2541-7746.2021.2.143-152. (In Russian)