

УДК 574.635

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МЕЛКОВОДИЙ НА ПРОЦЕССЫ САМООЧИЩЕНИЯ ВОДОЕМОВ

*А.Г. Закиров, Л.Л. Фролова*

### Аннотация

В статье описана математическая модель влияния мелководий на процессы самоочищения водоемов. Изучение влияния изменения уровня воды на экологическое состояние водоема проведено на примере Куйбышевского водохранилища. Приведенные расчеты показывают, что динамика распада органических веществ и изменения дефицита кислорода зависит от формы русла и определяется, в основном, мелководьями. Поскольку направление и интенсивность изменения содержания органических веществ и растворенного кислорода зависят от формы русла (ложа), то при изменении уровня воды их динамика может быть разнонаправленной. Например, расчеты показывают, что для формы русла (ложа) типа «конус» уменьшение уровня воды в водоеме на один метр приводит к увеличению на 20% содержания органического вещества и уменьшению на 17% растворенного кислорода в конце моделируемого участка. Зависимости содержания органических веществ и растворенного кислорода от уровня воды и формы водоема могут использоваться как дополнительная информация при управлении качеством воды.

### Введение

Качество воды водоемов, в том числе водохранилищ, представляет собой результат сложного комплекса биологических, химических и физических процессов, протекающих в определенных климатических, географических и гидрологических условиях. Большое количество работ посвящено моделированию процессов формирования качества воды на макроуровне в речных экосистемах. При этом, как правило, моделируются кислородный режим и биохимическое потребление кислорода [1, с. 165–200; 2]. Хорошие обзоры таких моделей сделаны Вавилиным [3] и Джеймсом [4]. Кроме того, существуют модели, описывающие влияние микроорганизмов на самоочищение реки, – модель Моно [5–7], и модели, имитирующие развитие морской водоросли в бассейне [4].

Важную роль в понимании процессов, встречающихся в экосистемах, играют модели, имитирующие поведение растворенного кислорода и биохимическое потребление кислорода. Растворенный кислород – хороший общий индикатор возможности жизни в водной среде. Многие параметры загрязнения и качества воды связаны с изменением содержания растворенного кислорода во времени и пространстве. Биохимическое потребление кислорода, отражающее разложение органических примесей в воде, – основная причина сокращения содержания растворенного кислорода в водной массе и, следовательно, ухуд-

шения качества воды. Эти модели позволяют оптимизировать управление водными ресурсами.

Все ранее упомянутые работы моделируют биологические процессы на речных и озерных экосистемах с постоянным уровнем воды. Необходимо отметить, что в существующих моделях самоочищения водоемов влияние формы русла (ложа) на поведении биотического сообщества не принимается во внимание. Однако экосистема водоема представляет собой взаимодействие живых организмов, водной массы и свойств русла [8]. Изменение уровня воды изменяет объем фотосинтетической зоны аэрации и площадь мелководий, биологическая активность в которых самая высокая. Таким образом, абиотические компоненты водной экосистемы (водная масса и форма русла) влияют на биотические компоненты экосистемы водоема.

### 1. Постановка задачи

Цель данной работы состояла в том, чтобы построить математическую модель, демонстрирующую влияние мелководий на процессы самоочищения водоема. Модель основана на системе уравнений Стритера – Фелпса с модификацией Кемпа [4], учитывающей процессы фотосинтетической аэрации и поступление органических веществ из донных отложений. Изучение влияния изменения уровня воды на экологическое состояние водоема проведено на примере Куйбышевского водохранилища, которое является самым крупным в Волжско-Камском каскаде. Оно относится к группе долинных, умеренно-проточных водоемов и представляет собой ряд озеровидных расширений (плесов), соединенных между собой сужениями в пределах старого русла Волги. Мелководная зона (около 25% общей площади) в основном приурочена к левому берегу реки. Следует особо отметить, что практически отсутствует разница между содержанием органических веществ, измеренным у дна и у поверхности, что указывает на сильное перемешивание воды.

### 2. Результаты

**2.1. Описание математической модели.** Математическая модель использует экологические факторы, которые в наибольшей степени влияют на жизнь биотического сообщества. Известно, что для разложения органического вещества используется кислород, растворенный в воде. Поэтому в качестве меры содержания органических веществ в воде используется биохимическое потребление кислорода в течение 5 дней ( $BPK_5$ ). В то же время содержание растворенного кислорода является мерой ресурса для разложения органического вещества. В математической модели используется дефицит кислорода вместо растворенного кислорода для простоты написания уравнения. Дефицит кислорода – это разница между насыщающим и реальным содержанием кислорода. Абиотический компонент водной экосистемы учтен в виде геометрического обобщенного описания формы русла (ложа) водоема, включая его берега и мелководья. Такая модель описывает наиболее типичные процессы, встречающиеся в водоеме, и легко интерпретируется.

Математическая модель влияния формы русла (ложа) при различных уровнях воды на процессы самоочищения водоема записывается следующим образом:

$$\frac{dL}{dx} = -\frac{k_1 L}{v} + \frac{SB(H)}{v}, \quad (1)$$

$$\frac{dD}{dx} = \frac{k_1 L - k_2 D}{v} - \frac{FS(H)}{v}, \quad (2)$$

где  $L$  – концентрация органических веществ в БПК<sub>5</sub>;  $D$  – дефицит кислорода, измеренного в единицах мг/л;  $k_1$  – константа распада органического вещества;  $k_2$  – коэффициент физической аэрации;  $FS$  – количество поступления кислорода в водную массу из фотической зоны,  $SB$  – количество поглощенного кислорода, обусловленное литоральной зоной,  $x$  – расстояние от места поступления органического загрязнения,  $v$  – средняя скорость течения реки.

Эти уравнения описывают изменение биохимического потребления кислорода и дефицита кислорода с расстоянием от места входа загрязнения под влиянием физической и фотосинтетической аэрации и поступления органических веществ из донных отложений.

Оценка параметров этих уравнений сделана для средней части Куйбышевского водохранилища от города Казани вниз по течению до поселка Красновидово. Эта часть водохранилища имеет длину 32 км, среднюю ширину 4,5 км, среднюю глубину 15 м, поросшие лесом берега и острова. Участок не имеет притоков и характеризуется сильным перемешиванием водной массы. Скорость потока равна 0.1 м/с. Нормальный уровень воды ( $H_0$ ) равен 53 м (в Балтийской системе нуля мирового океана), толщина фотосинтетической зоны аэрации и зон мелководий – 2 м.

Для нормального уровня воды вычислены следующие параметры уравнений:  $k_1 = 0.106$  1/ч;  $k_2 = 0.108$  1/ч;  $SB(H) = 0.1$  мг/л·час;  $FS(H_0) = 0.04$  мг/л·час [9]. Интенсивность поступления кислорода из фотосинтетической зоны аэрации  $FS(H)$  и интенсивность поступления органического вещества из мелководий  $SB(H)$  зависят от формы русла (ложа) и уровня воды.

В условиях сильного перемешивания воды, которое является характерным для водохранилищ и проточных водоемов, изменения концентраций органических веществ и растворенного кислорода распространяются на весь объем водной массы.

Зависимость значений  $FS(H)$  и  $SB(H)$  от уровня воды определяется формой русла (ложа) водоема. Были рассмотрены четыре типа формы русла:

- a) русло с крутыми берегами без островов («пенал»);
- b) русло с пологими берегами без островов («призма»);
- c) русло с пологими берегами и островами («конус»);
- d) глубокое русло с широкими мелководьями («терраса»).

Математические зависимости  $FS(H)$  и  $SB(H)$  для различных форм русла имеют следующий вид.

– Для русла типа «пенал» интенсивность фотосинтетической аэрации определяется отношением глубины русла при нормальном уровне к глубине русла при реальном уровне воды. Поступление органического вещества от донных отложений (мелководий) отсутствует

$$FS(H) = FS_0(H_0 - H_b)/(H - H_b),$$

$$SB(H) = 0,$$

где  $H_b$  – уровень дна русла (ложа) в Балтийской системе.

– Для русла типа «призма» интенсивность фотосинтетической аэрации определяется тем же соотношением, как и в случае русла типа «пенал», а поступление органического вещества не зависит от уровня воды

$$FS(H) = FS_0(H_0 - H_b)/(H - H_b),$$

$$SB(H) = SB_0.$$

– Для русла типа «конус» интенсивность фотосинтетической аэрации и поступления органических веществ из донных отложений мелководий являются сложными функциями уровня воды

$$FS(H) = FS_0(0.071H^2 - 8.26H + 240),$$

$$SB(H) = SB_0(0.0194H^2 - 2.17H + 61.5).$$

– Для русла типа «терраса» существует три вида зависимостей интенсивности фотосинтетической аэрации и поступления органических веществ из донных отложений мелководий от уровня воды относительно уровня террасы:

1. уровень воды выше уровня террасы более, чем на глубину мелководья

$$H \geq H_w + h_l,$$

$$FS(H) = FS_0(H_0 - H_b)/(2H - H_0 - H_b),$$

$$SB(H) = 0,$$

где  $H_w$  – уровень дна мелководья в Балтийской системе,  $h_l$  – глубина мелководий при нормальном уровне;

2. уровень воды относительно террасы – в пределах пределов глубины мелководья

$$H_w + h_l > H > H_w,$$

$$FS(H) = FS_0 \frac{(H_0 - H_b) - \varphi(H_0 - H_b + h_w) + \varphi^2 h_w}{H - H_b - \varphi h_w},$$

$$SB(H) = SB_0 \frac{H_0 - H_b - \varphi h_w}{H - H_b - \varphi h_w},$$

где  $\varphi$  – отношение площади мелководий к площади водной поверхности;

3. уровень воды ниже уровня террасы

$$H \leq H_w,$$

$$FS = FS_0 \frac{H_0 - H_b - \varphi h_w}{H - H_b},$$

$$SB(H) = 0.$$

Модель вычисляет значения БПК<sub>5</sub> и дефицита кислорода по всей длине модельного участка для различных уровней воды. Адекватность модели проверена на данных, предварительно собранных на этом участке Куйбышевского водохранилища.

При разработке модели использовалось математическое обеспечение визуального моделирования Stella II [10]. Программный комплекс, реализующий модель, работает на PC-совместимых компьютерах.

**2.2. Результаты моделирования.** Уравнения (1) и (2) дают функциональную зависимость значения концентрации органических веществ ( $L$ ) в единицах БПК<sub>5</sub> и дефицита кислорода ( $D$ ) от расстояния, начиная с начальной точки поступления органического загрязнения. На рис. 1 приведены кривые  $L$  и  $D$  для различных форм русла (ложа) при нормальном уровне воды: *a)* «пенал», *b)* «призма», *c)* «конус», *d)* «терраса».

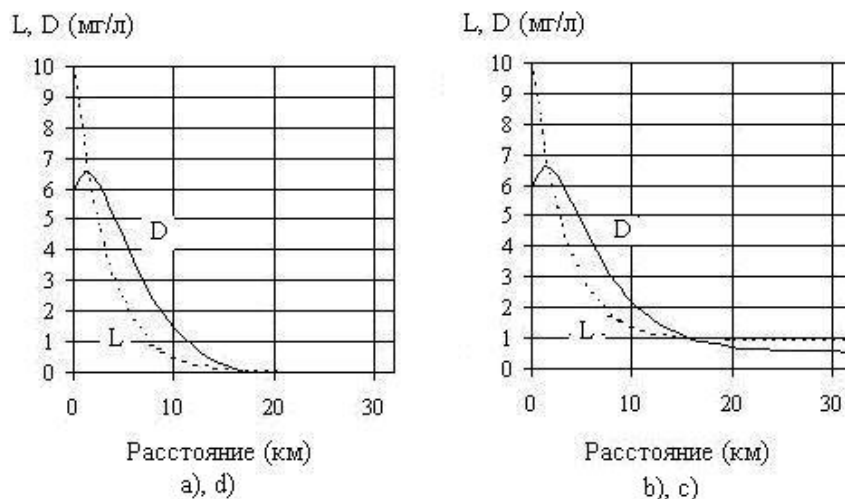


Рис. 1. Концентрация органического вещества и дефицита кислорода с расстоянием для различных форм русла при нормальном уровне воды

Приведенные расчеты показывают, что:

1) динамика распада органических веществ и изменения дефицита кислорода зависит от формы русла;

2) выделяются две области различной интенсивности процессов самоочищения, а именно область неравновесия (0–18 км) с распространенностью процессов распада органических веществ и область равновесия (18–32 км) с балансом процессов поступления и распада органических веществ;

3) значения показателей качества воды в области равновесия определяются, в основном, интенсивностью поступления органического вещества из мелководий.

Влияние зоны мелководий на концентрацию органических веществ в области равновесия при нормальном уровне воды при различных начальных концентрациях органических веществ для русла типа «конус» показано на рис. 2.

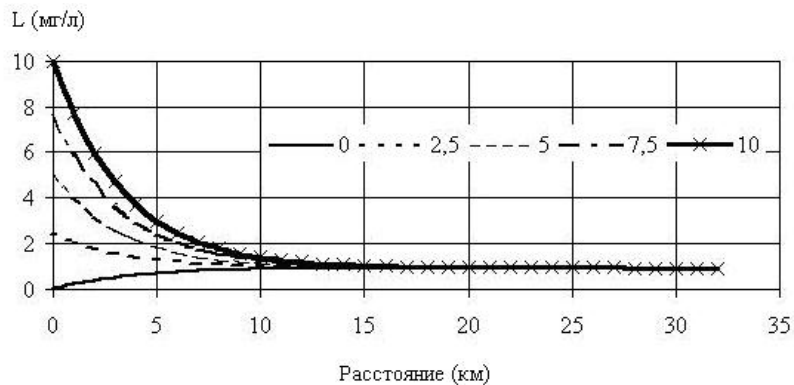


Рис. 2. Влияние мелководий на содержание органических веществ в зоне равновесия

Видно, что содержание органических веществ в области равновесия не зависит от концентрации органического загрязнения в начале моделируемого участка и определяется только поступлением органических веществ из зоны мелководий.

Изменение уровня воды по разному влияет на динамику самоочищения в зависимости от формы русла (ложа). На рис. 3 показано изменение концентрации органических веществ на различных расстояниях от начального места загрязнения для различных уровней воды при различной форме русла: *a*) «пенал», *b*) «призма», *c*) «конус», *d*) «терраса».

Таким образом, концентрация органических веществ в конце моделируемого участка  $L_f$  определяется зависимостью поступления органических вещества  $SB(H)$  от уровня воды. В общем случае имеется три варианта такой зависимости:

- $L_f = 0$  при  $SB(H) = 0$ , мелководная зона отсутствует (рис. 3, *a* и *d* при уровнях воды 49 м и 53 м);
- $L_f = 0 = \text{const}$  при  $SB(H) = \text{const}$ , площадь мелководий не зависит от уровня воды (рис. 3, *b* и *d* при уровнях воды 50 м, 51 м и 52 м);
- $L_f$  зависит от  $SB(H)$  и уровня воды (рис. 4, *c*).

Дефицит кислорода уменьшается до нуля в зоне равновесия в случаях, показанных на рис. 4, *a* и *d* (49 м и 53 м). В других случаях дефицит растворенного кислорода не доходит до нуля и имеет ясно выраженную зависимость от формы русла (ложа) и уровня воды.

Во всех случаях, когда скорость поступления органических веществ из донных отложений не равна нулю, концентрация органических веществ и количество растворенного кислорода не достигают нуля даже в зоне равновесия.

Полное исчезновение органических веществ и дефицита растворенного кислорода происходит только для форм русла (ложа) типа «пенал» даже при различных уровнях воды.

Значения концентрации органических веществ и дефицита кислорода при различных уровнях воды в конце моделируемого участка, т. е. на расстоянии 32 км от точки поступления загрязнений, для разных форм русла показаны на рис. 5 и 6 соответственно: *a*) «пенал», *b*) «призма», *c*) «конус», *d*) «терраса».

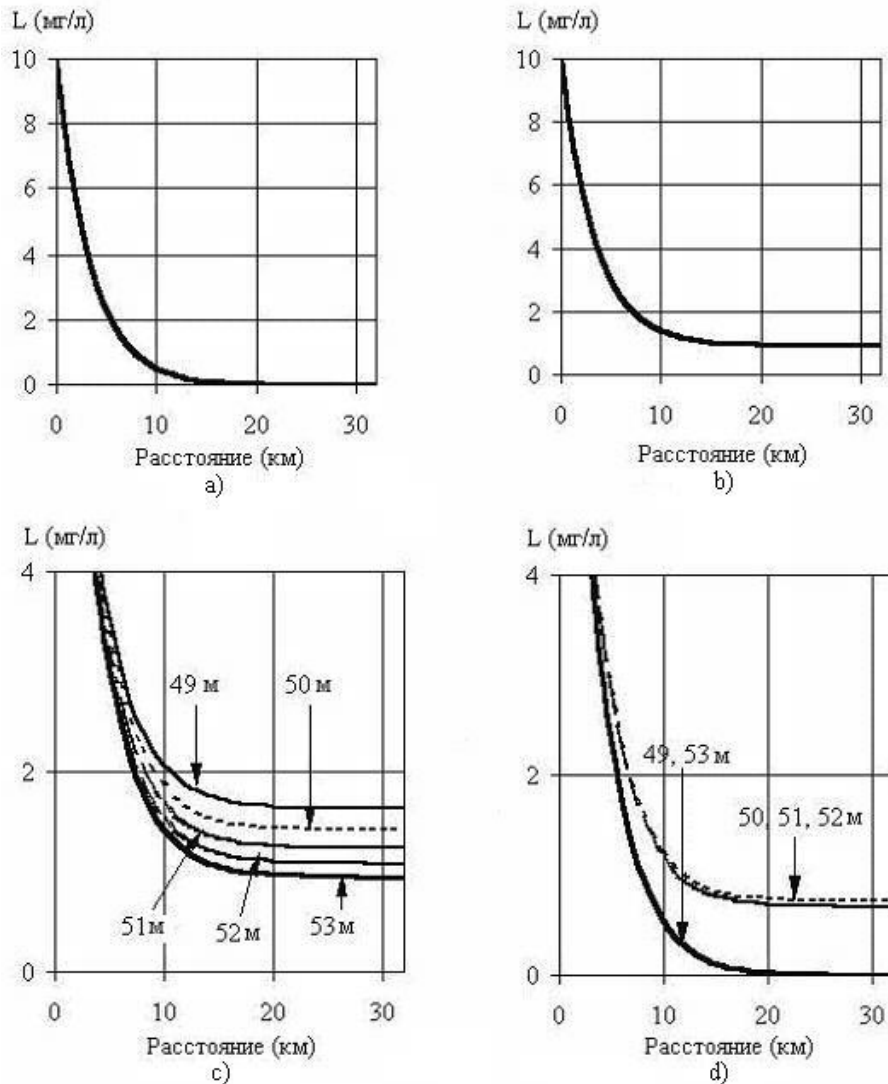


Рис. 3. Содержание органических веществ на различных расстояниях от начала участка для различных уровней воды и форм русла

### Выводы

В статье показано, что значения равновесных концентраций органических веществ и растворенного кислорода определяются, прежде всего, наличием мелководных участков водоема.

Поскольку направление и интенсивность изменения содержания органических веществ и растворенного кислорода зависят от формы русла (ложа), то при изменении уровня воды их динамика может быть разнонаправленной.

Например, расчеты показывают, что для формы русла (ложа) типа «конус», уменьшение уровня воды в водоеме на один метр приводит к увеличению на 20% содержания органического вещества и уменьшению на 17% растворенного кислорода в конце моделируемого участка. В то же время для формы русла типа

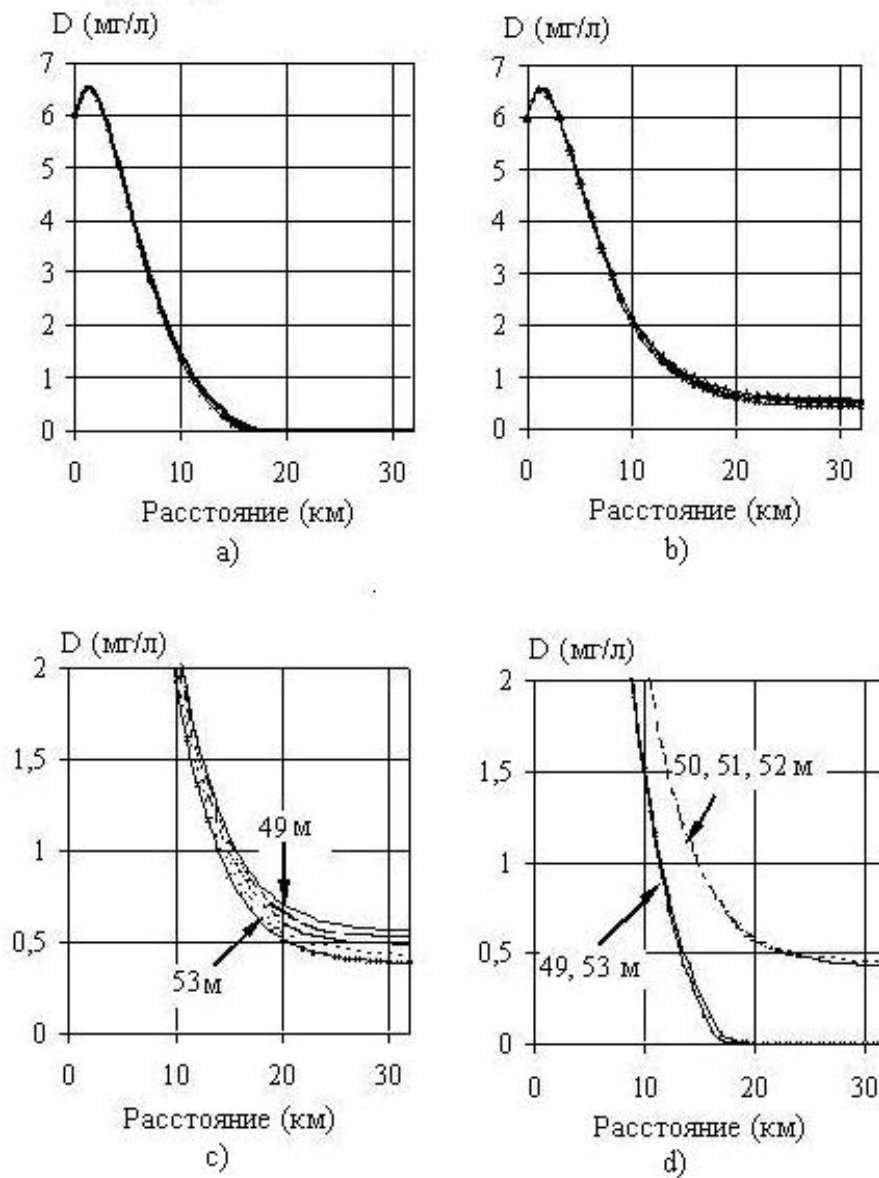


Рис. 4. Графики дефицита кислорода для различных уровней воды и форм русла

«терраса» уменьшение уровня воды с 50 м до 49 м приводит к исчезновению разлагаемого органического вещества и дефициту растворенного кислорода.

Зависимости содержания органических веществ и растворенного кислорода от уровня воды и формы водоема могут использоваться как дополнительная информация при управлении качеством воды.

Результаты этой модели применимы для водоемов с хорошим перемешиванием воды. По нашему мнению, при экологической экспертизе проектов строительства гидротехнических сооружений на водоемах важно принимать во внимание влияние формы русла (ложа) на процессы самоочищения.



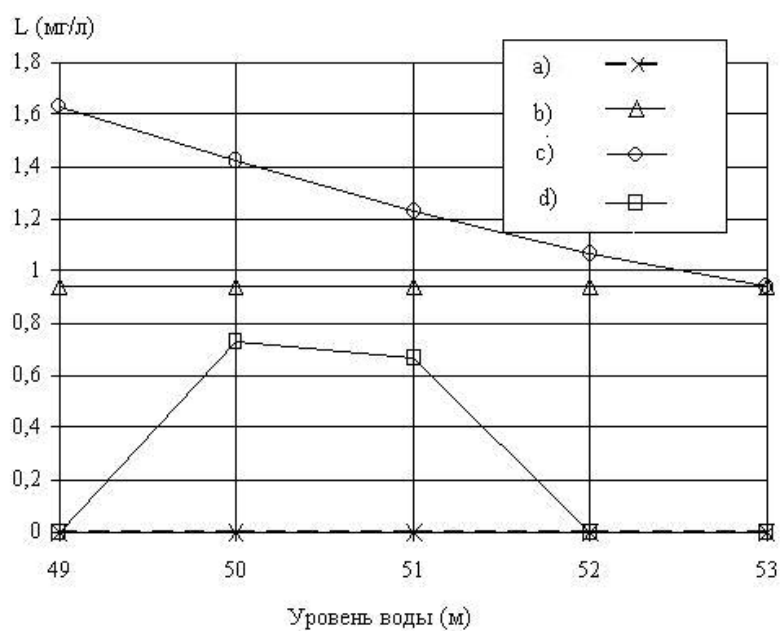


Рис. 5. Зависимость концентрации органических веществ от уровня воды в конце моделируемого участка

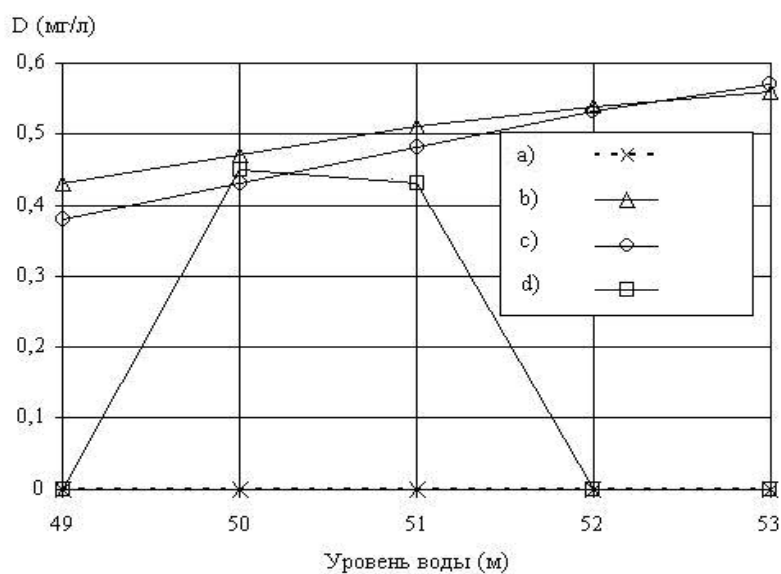


Рис. 6. Зависимость дефицита кислорода от уровня воды в конце моделируемого участка

Эта работа была поддержана Лабораторией малых рек Института экологии природных систем Академии наук Республики Татарстан. Особое содействие было оказано руководителем лаборатории Р.С. Петровой как инициатором самой работы, так и предоставлением материалов экспедиций, проводившихся на Куйбышевском водохранилище.

### Summary

*A.G. Zakirov, L.L. Frolova.* Model of influence of shallow water on processes of self-cleaning.

This paper describes the mathematical model of influence of shallow water on processes of self-cleaning. The results of computing are given on example of Kuibishev's reservoir part (Tatarstan Republic, Russia). We have shown that the equilibrium values of concentration of organic substances and dissolved oxygen are primarily defined by shallow places in a reservoir. As changes of water level occur the direction and amount of change of organic substances and dissolved oxygen depend on channel shape and may be in opposite directions. For example, in our simulations for a "cone" shaped channel, a reduction of a water level in reservoir of one meter resulted in a 20% increase of organic substance and a 17% decrease of dissolved oxygen. The clearly expressed dependence of organic substances and deficiency of oxygen on water levels in a reservoir can be used as additional information in managing water quality.

### Литература

1. *Бек М.Б.* Моделирование содержания растворённого кислорода на участке реки, далёком от эстуария. В кн.: Математические модели контроля загрязнения воды. – М.: Мир, 1981. – 481 с.
2. *Streeter H.W., Phelps E.B.* A study of the pollution and natural purification of the Ohio river // US Publ. Health Service Bull. – 1925. – P. 1–75.
3. *Вавилин В.А.* Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках. – М.: Наука, 1983. – 157 с.
4. Математические модели контроля загрязнения воды / Ред. *А. Джеймс*. – М.: Мир, 1981. – 471 с.
5. *Broun H.B., Berthouex P.M.* Analysis of lag phase BOD curves using the Monod equation // Water Resour. Res. – 1970. – V.6, No 3. – P. 838–844.
6. *Жуков А.И., Монгайт И.Л., Родзиллер И.Д.* Методы очистки производственных сточных вод. – М.: Стройиздат, 1977. – 204 с.
7. *Shastri J.S., Fan L.T., Ericson L.E.* Nonlinear parameter estimation in water quality modeling // Environ. Eng. Div. ASCE. – 1973. – V. 99, EE3. – P. 15–331.
8. *Черняев А.М.* Россия: экосистемное управление водопользованием. – Екатеринбург, 1999. – 260 с.
9. *Закиров А.Г., Фролова Л.Л.* Влияние уровня подпора на качество воды водохранилища // Вестник ТГУ. Сер. Естественные и технические науки. – 2001. –Т. 6., Вып. 4. – С. 465–467.
10. *Hannon B., Ruth M.* (eds.) Modeling dynamic biological systems. – N. Y.: Springer-Verlag, 1997. – 180 p.

Поступила в редакцию  
19.07.05

---

**Закиров Альфред Газизович** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры генетики Казанского государственного университета.

E-mail: [Alfred.Zakirov@ksu.ru](mailto:Alfred.Zakirov@ksu.ru)

**Фролова Людмила Леонидовна** – кандидат технических наук, доцент кафедры генетики Казанского государственного университета.

E-mail: [Lucy.Frolova@ksu.ru](mailto:Lucy.Frolova@ksu.ru)