

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Институт вычислительной математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя
приемной комиссии - первый
проректор



Р.Г. Минзарипов

20 18 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Направление подготовки: «Прикладная математика»

**Магистерская программа: «Вычислительная геометрия и
высокопроизводительные вычисления»**

Форма обучения: очное

Вступительное испытание состоит из двух этапов: ответа на вопросы билета, собеседования и оценки портфолио, представленного абитуриентом.

Вступительное испытание должно выявить:

- 1) четкое знание определений и теорем, предусмотренных программой экзамена;
- 2) умение доказывать эти теоремы;
- 3) способность точно и сжато выражать мысль в письменном изложении;
- 4) навыки практического применения указанных теоретических положений.
- 5) уровень мотивированности абитуриента, его лидерские качества, возможности профессионального и личностного роста.

Критерии оценки ответа на вопросы билета вступительного экзамена

Каждый экзаменационный билет состоит из 2 вопросов.

Первый из указанных в билете вопросов предполагает раскрытие основных теоретических знаний абитуриентов в области математики и информатики. При ответе на него необходимо дать краткую характеристику указанных понятий, привести примеры, раскрывающие суть теоретических понятий и положений, доказать свойство или теорему, если они указаны в билете.

Второй вопрос билета практического характера и предполагает решение задачи или представленной проблемы.

Считается, что ответ удовлетворяет заданному в билетах вопросу, если:

1. Раскрыто содержание теоретических понятий в первом вопросе, указаны основные теоретические положения и теоремы (с полным доказательством) по данному вопросу (40 баллов).
2. Решена задача или предложенная проблема, сформулированная во втором вопросе билета (40 баллов).

Инструкция по ответу на вопросы билета вступительного экзамена

Ответы на указанные в билете вопросы выполняются письменно с указанием номера билета и вопроса в нем.

Ответ на первый вопрос должен быть четким и сформулирован согласно известным определениям и положениям математических наук. Если для раскрытия содержания теоретического вопроса приводится практический пример, то он должен показывать применение указанных в ответе теоретических положений на практике.

При ответе на второй вопрос билета следует привести решение указанной задачи или предложенной проблемы. Обосновать свое решение.

Устный этап

Проводится в тот же день сразу после письменного этапа. На устном этапе проводится собеседование и оценивается портфолио поступающего. На собеседовании абитуриент может аргументированно обосновать свой ответ на билет, если у членов комиссии возникли вопросы, и рассказать о своем портфолио, которое может включать в себя:

1) диплом с отличием по профильному направлению. Утверждается при наличии копии диплома (до 4 баллов).

2) наличие публикаций—за наличие публикаций по направлению подготовки в магистратуре (в журналах Scopus или Web of Science), по публикациям списков ВАК и РИНЦ. Подтверждение: либо сама публикация, либо уведомление о принятии статьи на публикацию (до 9 баллов).

3) проявление исследовательской активности в годы учебы – участие в научных конференциях (должно подтверждаться тезисами/публикациями), студенческих олимпиадах (дипломы/грамоты) , именные стипендии (сертификат), выигранные гранты (сертификат/свидетельство о выигранном гранте), участие в общественной жизни института (должно подтверждаться дипломами или грамотами) (до 4 баллов).

4) опыт практической реализации выполненных курсовых и дипломных работ на предприятии или организации (подтверждается актом внедрения) (до 3 баллов).

Всего за портфолио не более 20 баллов.

Инструкция по оформлению портфолио

Портфолио оформляется в соответствии с нижеприведенной структурой самим поступающим на бумажном носителе и передается в директорат института Вычислительной математики и информационных технологий непосредственно в утвержденные даты вступительных испытаний, без возможности последующего дополнения и корректировки.

Ответственность за достоверность информации представленной в портфолио несет абитуриент, поступающий в магистратуру. При оформлении следует соблюдать аккуратность и достоверность данных.

Структура портфолио личных достижений:

1. Титульный лист портфолио;
2. Опись
3. копии документов:

Все документы в портфолио предоставляются в виде копий документов, поданное портфолио остается в институте Вычислительной математики и информационных технологий.

Оригиналы документов не принимаются.

Минимум баллов для получения положительной суммарной оценки за ответ на билет и по итогам собеседования составляет 40 баллов. Максимум баллов за ответ на билет составляет 100 баллов.

В случае, если на одно бюджетное место претендуют несколько абитуриентов с одинаковым количеством баллов, полученных на вступительных испытаниях, комиссией рассматриваются индивидуальные достижения поступающего с точки зрения профиля программ магистратуры и средний балл по диплому о высшем образовании.

Основные разделы

Дифференциальные уравнения и численные методы

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения.

Метод вариации произвольных постоянных.

Алгебраическое интерполирование. Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционный полином Лагранжа.

Интерполяционные квадратурные формулы.

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Применение метода Гаусса к вычислению определителя и обратной матрицы.

Дискретная математика

Функции алгебры логики. Реализация функций формулами. Канонические формы представления функций (ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ).

Полнота систем функций алгебры логики. Критерий функциональной полноты.

Проблематика теории кодирования. Алфавитное кодирование. Проблема однозначности кодирования. Префиксные коды.

Графы. Способы задания графов. Геометрическая реализация графов.

Обходы графа в глубину и в ширину. Вычисление числа компонент связности графа.

Математический анализ

Теорема Вейерштрасса о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности.

Теорема Вейерштрасса о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции.

Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции.

Теорема о среднем Коши (формула Коши).

Правило Лопиталья.

Определение интеграла Римана от функции на отрезке. Необходимое

условие интегрируемости.

Теорема о существовании интеграла от непрерывной на отрезке функции.

Теорема о среднем значении для определенного интеграла.

Определение числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда.

Признак сравнения для рядов с неотрицательными членами.

Признак Даламбера сходимости числового ряда.

Радикальный признак Коши сходимости числового ряда.

Ряд Лейбница.

Определение степенного ряда. Первая теорема Абеля.

Определение несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости интегралов.

Алгебра и геометрия

Умножение матриц. Определение ассоциативности операции умножения.

Единичная матрица.

Определение перестановки из n чисел. Число возможных перестановок из n чисел. Четность перестановки. Транспозиция в перестановке.

Определитель матрицы. Определитель матрицы с линейно зависимыми строками.

Обратная матрица. Формула для элементов обратной матрицы.

Правило Крамера для решения системы линейных уравнений. Случай однородной системы.

Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе.

Общее решение совместной неоднородной системы уравнений.

Вычисление длины вектора и угла между векторами, заданными координатами в ортонормированном базисе, с помощью скалярного произведения.

Каноническое уравнение прямой в пространстве. Условия параллельности и пересечения двух прямых.

Квадратичные формы. Замена переменных. Ранг канонической квадратичной формы.

Теория вероятностей и математическая статистика

Функция распределения вероятностей и ее свойства.

Независимость случайных величин; критерий их независимости.

Закон больших чисел Чебышева.

Характеристики выборки и генеральной совокупности. Среднее значение, дисперсия.

Коэффициент парной корреляции. Коэффициент множественной корреляции.

Методы оптимизации и исследование операций

Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду.

Метод дополнительных переменных и метод искусственных переменных.

Определение и примеры выпуклых множеств и выпуклых функций. Экстремальные свойства выпуклых функций (теорема о глобальном и локальном минимуме).

Методы безусловной минимизации выпуклых функций (метод наискорейшего спуска, метод покоординатного спуска, метод Ньютона).

Методы штрафных функций для решения задачи выпуклого программирования.

Методы многокритериальной оптимизации.

Основы программирования

Рекурсивные функции и их особенности.

Механизмы управления памятью.

Базовые типы в языках программирования.

Основные средства и особенности процедурных языков программирования.

Процедуры и функции. Описание и использование.

Алгоритмы сортировки. Оценка вычислительной сложности алгоритмов сортировки.

Алгоритмы поиска. Оценка вычислительной сложности алгоритмов поиска.

Линейные списки и алгоритмы их обработки.

Деревья и алгоритмы их обработки.

Символьные строки и их обработка.

Классы. Свойства и методы, защита элементов классов. Создание и уничтожение объектов.

Классы. Наследование и полиморфизм.

Базы данных

Ключи, индексы, внешние ключи.

Запросы к базам данных, их типы. Типы связей между таблицами.

Основные операторы языка SQL по созданию таблиц, изменению данных, выполнению выборки.

Связи между таблицами в базах данных. Ссылочная целостность (схема данных).

Проектирование баз данных.

Системное и прикладное программное обеспечение

Назначение и основные функции операционных систем.

Назначение и основные функции файловых систем.

Программные средства для работы в глобальной компьютерной сети INTERNET.

Организация взаимодействия процессов в компьютерных сетях.

Процессы жизненного цикла разработки программного обеспечения.

Список литературы

1. Никольский С. М. Курс математического анализа: Учебник.- М.-Т.2.-1991.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1965. - 431 с.
3. Клини С.К. Математическая логика. - М.: Мир, 1973.
4. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учеб. пособие для студ.вузов, обуч. по спец. "Прикл. математика".- М.: Наука,1979 - 1986
5. Ашманов С. А. Линейное программирование: Учеб. пособие. - М.: Наука.-1981.-304 с.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы: Учеб.пособие.-М.: Наука.-Т.1.- 1973-1987
7. Мейер Д. Теория реляционных баз данных - М.: Мир, 1987
8. Дейтл Х.М. Операционные системы: Основы и принципы - М: Бином, 2009.
9. Братчиков И.П. Синтаксис языков программирования. - М.; Наука, 1975. - 232 с.
10. Глазырина Л.Л., Карчевский М.М. Введение в численные методы: учебное пособие. – Казань: Казан. ун-т, – 2012. – 122 с.
11. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учебное пособие для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.

Примеры задач

1. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2) + \frac{1}{2^2}(x-2)^2 + \frac{1}{3^2}(x-2)^3 + \dots + \frac{1}{n^2}(x-2)^n + \dots$$

2. Решить уравнение

$$3y'^2 = 4yy' + y^2$$

3. Пусть в период времени T сумма вклада (в т.р.) клиентов данного банка является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием $a=15$ и дисперсией $D=2,25$. Из 2000 клиентов определить долю тех, вклад которых: а) более 19,5 т.р.; б) лежит между 12 т.р. и 18 т.р.

4. Найти плотность вероятности, математическое ожидание и дисперсию с.в. X , которая задана функцией распределения $F(x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x/3, & \text{при } 0 < x \leq 3 \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

5. Определить тип уравнения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial u}{\partial t} + u = 0 \text{ в области } r > 0, t > 0.$$

6. Привести уравнение к каноническому виду $u_{xx} - xu_{yy} = 0$

7. Рассматривается задача Коши

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad -\infty < x < +\infty, t > 0,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < +\infty,$$

$$u_t(x, 0) = u_1(x), \quad -\infty < x < +\infty,$$

где $u_1(x) = V_0 = \text{const} > 0$ при $x \in (-1, 1)$, и $u_1(x) \equiv 0$ при $x \notin (-1, 1)$.

Нарисовать графики функции $u(x, t)$ как функции переменной x при

$$t = t_k = \frac{k}{4a}, \quad k = 2, 4, 6.$$

8. С каким шагом следует составить таблицу функции $\sin(x)$ на отрезке $[0, \pi/2]$, чтобы погрешность кусочно-линейной интерполяции не превосходила величины $10^{-6}/2$?

9. Вычислить интеграл $\int_0^1 \exp(x^2) dx$ по формуле Ньютона–Котеса с узлами 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 и оценить погрешность.

10. Для решения системы $Ax=b$ с матрицей $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0 \\ \beta & \alpha & \beta \\ 0 & \alpha & \beta \end{pmatrix}$ применяется метод Якоби. Найти все значения параметров α и β , обеспечивающие сходимость с произвольного начального приближения.

11. Дано целое число N и набор из N целых чисел, содержащий по крайней мере два нуля. Вывести сумму чисел из данного набора, расположенных между последними двумя нулями. Если последние два нуля идут подряд, вывести 0.

12. Дано целое число N и набор из N целых чисел. Найти номера первого минимального и последнего максимального элемента из данного набора и вывести их в указанном порядке.

13. Решается задача нахождения подстроки в строке. Строка имеет длину N , искомая подстрока - длину M . Рассматриваются два алгоритма. Время работы первого составляет приблизительно $2 \cdot N \cdot M$ элементарных операций, время работы второго составляет около $50 \cdot M + 38 \cdot N$ элементарных операций. Задача состоит в поиске вхождений слова «Ржевский» в тексте романа Л.Н. Толстого «Война и мир», длина которого составляет примерно 3.5 миллиона символов. Какая из двух указанных реализаций алгоритмов будет наиболее эффективной?

Также возможны и другие виды задач.

Далее указан **примерный перечень классов задач** по темам теоретической части данной программы:

Математический анализ

- поиск области сходимости степенных рядов;
- определение экстремумов функций многих переменных;
- вычисление площадей поверхностей, объёмов тел;
- вычисление интегралов;
- исследование сходимости числовых рядов и др.

Алгебра и геометрия

- использование квадратичных форм;
- понятие и свойства линейного оператора, линейной зависимости и линейной независимости элементов;

- вычисление ранга матриц;
- решение систем линейных уравнений и др.

Дифференциальные уравнения

- решение дифференциальных уравнений 1 и 2 порядков;
- решение задачи Коши;

Дискретная математика

- построение функций алгебры логики в канонических формах;
- применение алгоритмов решения задач на графах и др.

Теория вероятностей и математическая статистика

- построение доверительных интервалов, несмещенных оценок математических ожиданий, дисперсии;
- определение вероятности событий;
- построение функции распределения и др.

Численные методы

- построение интерполяционных множеств;
- приближенное вычисление функций;
- вычисление интегралов по квадратурным формулам;

Методы оптимизации и исследование операций

- построение моделей оптимизационных задач;
- исследование выпуклости функций и множеств;
- безусловную минимизацию и др.

Основы программирования

- написание программ с использованием алгоритмов сортировки и поиска;
- работу с массивами, списками, очередями, стеками, двоичными деревьями, файлами;
- использование принципов объектно-ориентированного программирования и др.