

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ**

**КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ФИЗИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Направление: 03.03.02 – Физика

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА  
ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ  
РЕНТГЕНОВСКОЙ АКТИВНОСТИ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ  
ОБЪЕКТОВ**

Студентка 4 курса группы 06-712

«15» июня 2021 г.

\_\_\_\_\_ (Кельдуганова Э.Н.)

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

«15» июня 2021 г.

\_\_\_\_\_ (Демин С.А.)

Заведующий кафедрой

вычислительной физики и моделирования

физических процессов

д.ф.-м.н., профессор

«15» июня 2021 г.

\_\_\_\_\_ (Мокшин А.В.)

Казань – 2021

## АННОТАЦИЯ

Настоящая работа включает в себя введение, основную часть, состоящую из четырех глав, заключение и список литературы.

Во введении сформулированы цель и задачи, а также раскрывается актуальность и практическая значимость.

В первой главе идет речь об основных понятиях, связанных со сложностью. Раскрываются направления исследования и методы описания сложных систем. Также приводятся различные методы анализа временных серий.

Во второй главе изложены основные положения формализма функций памяти, а также выполняется обобщение формализма на случай анализа неравномерной динамики сложных систем.

В третьей главе вводятся понятия, связанные с описанием объектов данной работы: микроквезары, квазары и пульсары. Также приводится описание экспериментальных данных.

Четвертая глава имеет оригинальный характер. Проводится анализ суммарного потока рентгеновского излучения двух астрофизических объектов: микроквезара Cygnus X-1 и рентгеновского пульсара Vela X-1; также проведен поиск особенностей в динамике рентгеновской активности данных объектов. На основе численных значений информационных мер памяти проведена классификация полного потока рентгеновского излучения 15 астрофизических объектов: 5 микроквезаров, 5 квазаров и 5 рентгеновских пульсаров.

На основании выполненной работы были получены следующие результаты:

- проведено обобщение формализма функций памяти для анализа неравноинтервальных серий;

- было определено, что для Cygnus X-1 характерны кратковременная статистическая память и преобладание марковских эффектов, а для Vela X-1 характерно преобладание квазимарковских эффектов и умеренная статистическая память;

- было выявлено, что излучение микроквazarов характеризуется многообразием по проявлению статистической памяти в отличие от квазаров и рентгеновских пульсаров.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение. Цель и задачи выпускной квалификационной работы. Актуальность, научная новизна и практическая значимость.....</b>	<b>6</b>
<b>Глава 1. Сложность. Сложные системы. Временные сигналы и методы анализа временных сигналов.....</b>	<b>8</b>
1.1. Сложность как ключевое свойство природных объектов и систем.....	8
1.2. Сложность в различных отраслях знаний человека.....	9
1.3. Понятие сложной системы.....	10
1.4. Свойства и особенности сложных систем.....	11
1.5. Науки о сложности.....	13
1.6. Временная серия. Статистический анализ временных сигналов, генерируемых сложными системами.....	15
1.6.1. Корреляционный анализ.....	16
1.6.2. Фрактальный анализ.....	17
1.6.3. Спектральный анализ.....	18
1.6.4. Вейвлет – анализ.....	19
1.6.5. Фликкер – шумовая спектроскопия.....	20
<b>Глава 2. Формализм функций памяти в анализе равноинтервальных и неравноинтервальных временных рядов.....</b>	<b>22</b>
2.1. Основные положения формализма функций памяти.....	22
2.2. Формализм функций памяти в изучении равноинтервальных временных рядов.....	23
2.3. Формализм функций памяти в изучении неравноинтервальных временных рядов.....	27
<b>Глава 3. Экспериментальные данные. Рентгеновское излучение астрофизических объектов.....</b>	<b>34</b>
3.1. Регистрация экспериментальных данных.....	34
3.2. Микроквазары. Рентгеновское излучение микроквазаров.....	34

3.3.	Квazarы. Полный поток рентгеновской активности квазаров.....	36
3.4.	Пульсары. Динамика рентгеновского излучения пульсаров .....	38
<b>Глава 4. Использование формализма функций памяти в анализе стохастической динамики интенсивности рентгеновского излучения астрофизических объектов.....</b>		<b>40</b>
4.1	Меры статистической памяти.....	40
4.2	Анализ динамики рентгеновского излучения микроквазара Cygnus X-1.....	42
4.3	Исследование интенсивности рентгеновской активности пульсара Vela X-1.....	49
4.4	Классификация рентгеновского излучения астрофизических объектов в зависимости от проявления статистической памяти.....	55
4.4.1.	Классификация интенсивности рентгеновской активности микроквазаров.....	55
4.4.2.	Классификация полного потока рентгеновского излучения квазаров.....	56
4.4.3.	Классификация рентгеновской активности пульсаров.....	58
<b>Заключение.....</b>		<b>60</b>
<b>Выводы выпускной квалификационной работы.....</b>		<b>61</b>
<b>Благодарность.....</b>		<b>62</b>
<b>Литература.....</b>		<b>63</b>

## **Введение. Цель и задачи выпускной квалификационной работы.**

### **Актуальность и практическая значимость**

В настоящее время освоение космического пространства остается важной составляющей общей стратегии развития человечества. Это является основанием для бурного роста интереса, проявляемого к изучению статистических свойств сложных систем. Именно по этой причине проблема данного исследования носит актуальный характер в современных реалиях.

С целью описания и исследования динамических свойств и особенностей сложных систем в настоящее время существует и активно применяются различные методы моделирования, а также большое разнообразие статистических методов анализа временных серий, к которым, можно отнести, например, корреляционный и ковариационный анализы, Фурье и вейвлет – анализ. Традиционно объектом статистического анализа являются дискретные временные серии, представляющие собой временную запись какой-либо характеристики исследуемой системы, регистрируемую через дискретные временные промежутки равно длины. Однако чаще в реальном мире мы сталкиваемся с такими системами, регистрация показателей которых осуществляется с переменным шагом дискретизации, например, динамика интенсивности излучения разнообразных астрофизических объектов.

В данной работе реализуется метод анализа временных серий, который основан на статистической теории дискретных немарковских случайных процессов [1, 2], построенный по аналогии с теорией неравновесных процессов Цванцига-Мори [3, 4]. Данный метод позволяет провести более детальный и достоверный анализ о динамике и эволюции изучаемой системы.

Объектом исследования является электромагнитное излучения в рентгеновском диапазоне спектра микрокварзов, квазаров и рентгеновских пульсаров.

**Целью данной работы** является анализ равно- и неравноинтервальной стохастической динамики рентгеновского излучения аккрецирующих астрофизических объектов на основе формализма функций памяти.

**Решаемые задачи:**

- изучение динамических параметров и спектральных характеристик полного потока рентгеновского излучения микроквара CYGNUS X-1 и пульсара VELA X-1 для двух типов данных;
- поиск периодических особенностей в динамике рентгеновской активности аккрецирующих квазизвездных объектов CYGNUS X-1 и VELA X-1;
- классификация рентгеновского излучения астрофизических объектов разного типа в зависимости от проявления эффектов статистической памяти.

# ГЛАВА 1. СЛОЖНОСТЬ. СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ

## 1.1. Сложность как ключевое свойство природных объектов и систем

По своей природе, астрофизические объекты, как и вся Вселенная в целом, являются сложными системами. Для полного представления о данных системах необходимо раскрыть смысл таких понятий, как «сложность», «сложные системы», «науки о сложности». Далее будет приведен краткий обзор научной литературы в данной области.

На данный момент существует большое число различных определений сложности. Но единой трактовки этого понятия нет. Все это затрудняется еще и тем, что для различных людей данное понятие может иметь разный смысл. Именно по этой причине с целью определения сложности данное понятие использовалось совместно с конкретными примерами систем, которые неоспоримо считаются сложными [5].

Первое, что приходит на ум: сложность – это трудность, осложняющее обстоятельство. Для начала можно сказать о противоположности «сложности», а именно о «простом». Так, например, в своих диалогах Платон интерпретирует «простое» как вечное, неизменное и единое. Таким образом, можно сделать вывод о том, что «сложность» - это нечто непостоянное и изменчивое.

Также нельзя не согласиться с Аршиновым В. И., который утверждает в своей работе, что сложность «расположена» между порядком и беспорядком, на границе перехода «хаос-порядок» [6].

В соответствии с мнением зарубежных специалистов, сложность определяется количеством независимых компонент и совокупностью методов взаимодействия между ними. А система, подчиняющаяся указанным критериям, очень чувствительна к различным возмущениям и имеет множество путей своего развития [7, 8].



Сложность разделяют на организованную и дезорганизованную. Организованной сложностью называют сложность, которая основывается на неслучайных, взаимозависимых отношениях между деталями, частями этой системы. Описывается такая сложность посредством моделирования и симуляции. Дезорганизованная сложность – сложность системы, состоящей из случайно взаимодействующих друг с другом подсистем, а, следовательно, описываемая вероятностными и статистическими методами [9].

Таким образом, говоря о сложности, следует говорить о взаимоотношениях, связях между частями исследуемых систем.

## **1.2. Сложность в различных отраслях знаний человека**

Неоспоримо, что сложность – неизбежный атрибут современной науки. В различных научных областях сложность приобретает следующие знания:

- *вычислительная сложность* – концепция, позволяющая определить сложность алгоритмов по времени выполненной работы (временная сложность) или по количеству используемой памяти (пространственная сложность);

- *колмогоровская сложность объекта* (или алгоритмическая сложность задачи) – мера вычислительных ресурсов, необходимых для точного определения состояния этого объекта, например, в теории автоматов это минимальное количество состояний автомата, который распознает этот язык [10];

- *сложность в физических системах* определяет меру вероятности вектора состояния системы, при условии, что два различных состояния никогда не объединены и не равны;

- *сложность программирования*, описывающая взаимодействие различных частей программы (является мерой программного обеспечения);

- *сложность динамических систем* (или статистическая сложность) определяется моделью, содержащей набор всевозможных исходов развития системы, имеющих одинаковую вероятность;
- *алгебраическая сложность*, мерами которой служит минимальная длина алгоритма и количество начальных условий.

### **1.3. Понятие сложной системы**

Сложными системами называют то, что состоит из большого количества деталей, и связь (отношение) между этими деталями носит нетривиальный, запутанный, оригинальный характер. «Именно отношения делают сложное сложным. Связь между элементами можно сопоставить с функциями системы как целого, следовательно, функции, описывающие сложные системы, описать на порядок сложнее, чем само строение этих объектов», – утверждает Князева Е. Н. [11].

Также можно сказать, что сложная система – это система с обратной связью. Обратная связь образуется за счет различных взаимодействий, которые происходят в системе.

Примерами сложных систем являются системы живой и неживой природы, естественные и созданные человеком: клетки и организмы, компьютерные системы, вулкан и солнце, рынки, города, Интернет.

Проблематичность описания и не столь очевидные закономерности, касающиеся сложных систем, повлияли на появление такого направления науки, целью которого является распространение уже полученных результатов физики на системы произвольной природы. Данное направление носит название физика сложных систем. ФСС – раздел статистической физики, в котором методы самой науки применяется уже к иным системам, состоящим из большого количества взаимосвязанных и взаимодействующих частей (объектов).

## 1.4. Свойства и особенности сложных систем

Сложные системы обладают следующими свойствами [12]:

- 1) такое свойство как *целостность* означает, что система представляется единым целым, образованным взаимодействующими элементами;
- 2) *связность* – присутствие устойчивых связей между элементами;
- 3) *организованность* – способность системы при переходе к более сложному поведению характеризоваться меньшим числом связей;
- 4) *структурообразование*, где главной особенностью биологических и социальных систем является их способность к самоорганизации;
- 5) *инерция и хаос*, когда поведение сложных систем невозможно предсказать по причине того, что элементы сложных систем участвуют в различных типах взаимодействий друг с другом и окружающей средой;
- б) *эволюция и адаптация*. Эволюция – процессы изменения, протекающие в системах, приводящих к усложнению, повышению уровня организации, либо наоборот, к снижению этого уровня, обеспечивающие успешное выживание. Адаптация – явление привыкания системы к определенным условиям среды посредством приспособления и возникновения соответствующих признаков.

Примером самоорганизации является:

- ячейка Бенара. Ячейка Рэлея-Бенара – процесс возникновения упорядоченности в виде конвективных ячеек, образованных в плоскости, где жидкость равномерно нагревается снизу, т. е. в слое жидкости с вертикальным градиентом температуры (см. рис. 1.1).

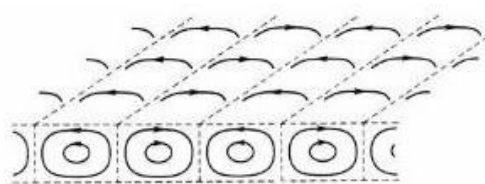


Рис. 1.1: Ячейки Бенара.

Сложные системы могут иметь следующие особенности:

1. *Каскадные сбои.* Из-за того, что элементы сложных систем тесно связаны между собой, отказ одного или нескольких компонентов может привести к каскадным сбоям, которые могут иметь глобальные последствия в дальнейшем функционировании системы.

2. *Сложные системы могут быть открытыми.* Системы, находящиеся в постоянном взаимодействии с окружающей средой, являются открытыми.

3. *Сложные системы могут иметь память.* Поскольку сложные системы являются динамическими системами, они изменяются со временем, и предшествующие состояния могут влиять на нынешние состояния. Более формально, сложные системы часто демонстрируют спонтанные сбои и восстановление, а также гистерезис.

4. *Отношения нелинейны.* Если в линейных системах результат всегда прямо пропорционален возмущению, то небольшое возмущение в нелинейной системе может вызвать значительный эффект (например, эффект бабочки), пропорциональный эффект или никакого эффекта.

Таким образом, можно сделать следующие важные выводы:

- нельзя говорить о сложной системе как о простой совокупности элементов;
- анализ каждой из отдельной части сложной системы, из которых в совокупности и состоит последняя, не приведет к пониманию о свойствах и характеристиках самой системы.

Сложные системы – это системы, поведение которых сложно моделировать из-за различных типов взаимодействий между их частями или между данной системой и ее средой.

## 1.5. Науки о сложности

На рис. 1.2 представлены направления сложных систем:



**Рис. 1.2:** Ключевые направления исследования сложных систем.

Разберем каждую по порядку:

1. **Нелинейная динамика** изучает свойства нелинейных динамических систем (под динамикой понимается зависимость состояния от времени). Здесь система описывается нелинейными моделями, характеризующимися дифференциальными уравнениями и дискретными отображениями.

Нелинейная динамика включает в себя следующие разделы [13]:

1.1. Теория динамических систем. В этом направлении рассматриваются свойства систем нелинейных уравнений, которые будучи рекурсивно применяемыми к самим себе, при определенных условиях приводят к нестабильности результатов.

1.2. Теория хаоса. Данная теория дает описание поведения и свойств систем, которые подвержены хаосу. Теория хаоса утверждает, что сложные системы чрезвычайно чувствительны к начальным условиям, поэтому

небольшие изменения в окружающей среде могут привести к непредсказуемым последствиям.

1.3. Эргодическая теория. Данная теория утверждает о следующем поведении системы: почти каждая точка данной системы с определенной вероятностью проходит вблизи другой точки этой же системы.

2. **Теория игр** – математическая теория, исследующая приемлемые стратегии в «играх», где под игрой понимается процесс с участием двух и более участников (сторон) с целью отстаивания своих интересов. Данная теория помогает определить самые оптимальные стратегии.

Признаки, характеризующие математическую модель как игру:

- a) наличие более одного участника;
- b) неопределенность поведения участников при причине наличия у каждого из них различных версий возможных действий;
- c) несовпадение целей участников;
- d) правила поведения, которым подчиняются участники.

3. **Теория систем** – теория, целью исследования которой является изучение различных видов систем, основных закономерностей поведения для выяснения принципов, которые могут быть применены к другим типам систем.

В данную теорию входят такие подразделения как:

- обратная связь, реализующая осведомительную функцию, в которой заключается произошедшие изменения состояния в системе в результате возникающего воздействия на нее;
- кибернетика – наука, которая занимается изучением общих закономерностей получения, преобразования, хранения и передачи информации в сложных системах, таких как машины или живые организмы.

4. **Теория сетей** (теория графов). Взаимодействующие элементы сложной системы образуют сеть, которая представляет собой набор дискретных объектов и связей между ними, обычно изображаемых в виде

графа (множества вершин, соединенных ребрами). Сети часто описывают источники сложности в сложных системах.

Сети могут описывать отношения между людьми внутри организации, между логическими элементами в цепи и т. д.

**5. Теория клеточных автоматов.** Клеточный автомат это специальное математическое вычислительное устройство, состоящее из большого набора ячеек или мест хранения чисел. Каждая ячейка содержит некоторое начальное число (скажем, 0 или 1, если выбрана двоичная система счисления). Также каждая ячейка подчиняется одному набору правил, которые применяются после каждого «цикла». Данные правила определяют, как эти числа должны быть изменены по истечению какого-то интервала времени. Каждая ячейка имеет одинаковое фиксированное количество соседних ячеек (окрестность ячейки). Количество соседей, которые влияют на данную ячейку, - это то, что обычно называют «связностью» клеточного автомата. Другими словами, количество соседей, которые соединяют (или влияют) на данную ячейку, называется связностью. Следуя некому фиксированному правилу, определяющему новые состояния для каждой ячейки, например, математической функции, из начального состояния ячеек создается новое поколение.

#### **1.6. Временная серия. Статистический анализ временных сигналов, генерируемых сложными системами**

В статистике, обработке сигналов и других областях под временной серией (временным рядом) понимается упорядоченные данные, зафиксированные в разные моменты времени. Собранные данные характеризуют значения каких-либо параметров исследуемого процесса. Здесь имеется такое понятия как измерение или отсчет, обозначающий единицу собранного материала. Примерами временных рядов являются высоты океанических приливов. Временные ряды часто изображаются на графике.

Каждый временной ряд описывает последовательность времени измерения или номера измерения.

Все временные ряды состоят из периодов времени, которым сопоставляются численные значения.

Временные ряды классифицируются по следующим критериям:

- по форме представления измерений;
- от количества показателей выделяют одномерные и многомерные временные серии;
- в зависимости от характера временного параметра: значение показателя определяется в определенные моменты времени или в определенные периоды времени;
- в соответствие с расстоянием между датами и временными интервалами выделяются равноотстоящие, когда регистрация происходит через постоянные промежутки времени, и неполные (не равноотстоящие);
- в зависимости от наличия пропущенных значений: полные и неполные временные ряды;
- в зависимости от задающей функции временные ряды бывают детерминированными (получены на основе значений некоторой неслучайной функции) и случайными (есть результат некоторой случайной величины).

Целью анализа временных рядов является извлечения значимой статистики и других характеристик данных сложных систем. Анализ временных рядов может применяться к действительным, непрерывным, дискретным числовым или дискретным символьным данным.

### **1.6.1. Корреляционный анализ**

Корреляционный анализ, представляющий собой метод математической статистики, дает возможность оценивать взаимосвязь между набором случайных переменных. С целью определения взаимосвязи, вводится



коэффициент корреляции и полученные коэффициенты сравниваются по нескольким пар признаков.

Для количественной оценки связи коэффициент корреляции определяют следующим образом:

$$a(t) = \frac{1}{(N - m)\sigma^2} \sum_{j=0}^{N-m-1} \delta x_j \delta x_{j+m}, \quad (1.1)$$

где  $x_j, x_{j+m}$  - значения переменной  $x$  на разных шагах,  $\delta x_j, \delta x_{j+m}$  - флуктуации величин  $x_j, x_{j+m}$  соответственно,  $\sigma^2$  - дисперсия переменной  $x$ .

С учетом условий нормировки и ослабления корреляций, которым удовлетворяет коэффициент корреляции, значение  $a(t)$  всегда лежит в диапазоне от  $-1$  до  $1$  включительно по причине того, что данный коэффициент подчиняется условию нормировки и граничным условиям. Граничные значения коэффициента  $a(t) = \pm 1$  свидетельствуют о существовании совершенной корреляции между исследуемыми величинами (положительная в случае  $a(t) = 1$  и отрицательная для  $a(t) = -1$ ). Но в случае  $a(t) = 0$  не следует утверждать об полном отсутствии корреляции.

Корреляционный анализ как метод исследования имеет ряд преимуществ: возможность изучать широкий спектр переменных, а, следовательно, и их взаимосвязи, а также имеется возможность анализа данных от многих субъектов одновременно.

### 1.6.2. Фрактальный анализ

Существуют системы, которым характерна не целочисленная, а дробная размерность. Для описания таких сложных систем и существует фрактальный анализ, основанный на фрактальной природе данных систем. И одним из

ведущих направлений данного анализа является отслеживание за временной динамикой такого показателя, как фрактальная размерность.

Один из вариантов определения фрактальной размерности в  $N$ -мерном пространстве задается следующим образом:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}, \quad (1.2)$$

где  $M(\varepsilon)$  – минимальное количество  $N$ -мерных кубиков, имеющих сторону  $\varepsilon$ , необходимых для перекрытия всех элементов нашего множества.

Также для исследования временных рядов существует так называемые  $R/S$ -метод. Данный метод основан на анализе среднеквадратичного отклонения и размаха параметра. Временная зависимость размаха параметра  $R$  определяется следующим образом:

$$R(t) = R(t_0) \cdot \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2-D}. \quad (1.3)$$

С помощью фрактального анализа можно предугадать поведение системы на основе анализа чередующихся участков с различной фрактальной размерностью. Особенность данного метода заключается в том, что здесь также учитывается состояния системы в «прошлом», т.е. перед началом измерений.

### 1.6.3. Спектральный анализ

При исследовании и обработке временного ряда, который может иметь непрерывный или дискретный вид, много информации можно получить из анализа его частотных характеристик. Этот метод называется спектральным анализом и выявляет некоторые характеристики временного ряда, которые нельзя легко увидеть из анализа описания во временной области.

При спектральном анализе временной ряд разлагается на синусоидальные компоненты с использованием суммы взвешенных синусоидальных функций, называемых спектральными компонентами. Весовая функция в разложении представляет собой плотность спектральных компонентов или функцию спектральной плотности.

В результате преобразования Фурье имеется амплитудно-частотный спектр, в зависимости от которого можно судить о присутствии некоторой частоты в исследуемом сигнале.

#### 1.6.4. Вейвлет – анализ

Вейвлет-функции работают так, что они разделяют данные, функции или операторы на различные частотные компоненты, и после разделения каждый из компонентов изучается с разрешением, соответствующим его масштабу. Вейвлет-анализ можно разделить на две основные категории: непрерывные и дискретные преобразования. Непрерывное преобразование предназначено специально для анализа временных рядов, определенных по всей реальной оси, тогда как дискретное преобразование, которое раскладывает исследуемый сигнал на взаимно ортогональный набор вейвлетов, подходит для рядов, которые определены в некотором диапазоне целых чисел.

В общем случае вейвлет-преобразование для сигнала  $f(t)$  выглядит так:

$$F(a, b) = \frac{1}{|a|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{t-a}{b}\right) f(t) dt, \quad (1.4)$$

где  $t$  – временная ось,  $a$  – момент времени,  $b$  – параметр, зависящий обратно от частоты,  $\psi$  – вейвлет-функция.

### 1.6.5. Фликкер – шумовая спектроскопия

Целью данного метода является извлечение информации путем анализа сигналов, генерируемых открытыми сложными системами. Суть фликкер-шумовой спектроскопии (ФШС) состоит в том, чтобы придать информационную значимость корреляционным взаимосвязям, реализованным в неоднородностях сигнала (например, в всплесках, скачках). Здесь исследуемые неоднородности сигнала считаются носителями информации об изменениях, произошедших с системой на пространственном, временном и энергетическом уровнях [14].

В данном методе формируется алгоритм, который может извлечь необходимое количество физически значимых феноменологических параметров из полного набора оцифрованных временных рядов  $V(t)$ . Предполагается, что в ФШС эти параметры связаны с функцией автокорреляции, которая определяется как:

$$\psi(\tau) = \langle V(t)V(t + \tau) \rangle, \quad (1.5)$$

где  $\tau$  – параметр, характеризующий взаимосвязь значений переменной  $V(t)$  при больших и меньших значениях аргумента; также здесь производится усреднение по временному интервалу  $T$ , поэтому все полученные в дальнейшем результаты следует рассматривать как средние для данного участка времени.

Анализируется «спектр мощности»  $S(f)$  с целью извлечения информации из  $\psi(\tau)$ :

$$S(f) = \left| \int_{-T_M/2}^{T_M/2} [\psi(t_1) - \langle V(t) \rangle_T^2] \exp(-2\pi i f t_1) dt_1 \right|, \quad (1.6)$$

или в дискретной форме:

$$S(q) = \left| \sum_{m=0}^{M-1} \left[ \psi(m) - \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V(k) \right) \right]^2 \exp\left(-\frac{2\pi i q m}{M}\right) \right|, \quad (1.7)$$

где  $f$  – частота,  $q = f T_M$ ,  $T_M < T$ ,  $M = \frac{T_M}{T} N$  – количество точек на оси частот, и  $S(q) = \Delta t \times S(f)$  [15].

Анализируются также разностные моменты  $\Phi^{(2)}(\tau)$  второго порядка:

$$\Phi^{(2)}(\tau) = \langle |V(t) - V(t + \tau)|^2 \rangle. \quad (1.8)$$

Очевидно, для стационарного процесса:

$$\Phi^{(2)}(\tau) = 2[\Psi(0) - \Psi(\tau)]. \quad (1.9)$$

Удобство введения  $\Phi^{(2)}(\tau)$  как «проекции» автокорреляции  $\Psi(\tau)$  обусловлено тем, что  $\Phi^{(2)}(\tau)$  определяются лишь скачками динамической переменной, а в то время как в формировании  $S(f)$  вносят вклад всплески и скачки [16].

## ГЛАВА 2. ФОРМАЛИЗМ ФУНКЦИЙ ПАМЯТИ В АНАЛИЗЕ РАВНОИНТЕРВАЛЬНЫХ И НЕРАВНОИНТЕРВАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

### 2.1. Основные положения формализма функций памяти

Инструментом характеристики различных отношений между скоростью изменения случайных величин на разных уровнях статистического описания являются функции памяти. В 1906 году русским математиком А. А. Марковым была сформулирована идея о мгновенной статистической памяти случайного процесса относительно его прошлого, было введено понятие «свойство марковости», которое и является признаком отсутствия памяти.

**Марковским процессом** называется случайный процесс, характеризующийся марковским свойством. В результате развития системы, изменения, происходящие с ней, определяются лишь настоящим состоянием системы и никак не зависят от прошлого (отсутствие памяти).

**Немарковским процессом**, напротив, называется процесс, который не обладает указанным свойством. А значит, система, под действием указанного процесса, определяется начальными условиями, т. е. данный процесс обладает памятью.

Для описания количественных, качественных характеристик и свойств сложных систем, связанных с марковскими и немарковскими особенностями и эффектами статистической памяти, используется формализм функций памяти – статистическая теория дискретных немарковских случайных процессов [1, 2]. Данная теория построена на дискретном конечно-разностном аналоге кинетических уравнений Цванцига-Мори [3, 4, 17, 178] для конденсированных сред. Значения и характеристики, которые можно получить благодаря этой теории, могут рассказать о свойствах рассматриваемой системы.

## 2.2. Формализм функций памяти в изучении равноинтервальных временных рядов

В работе объектом исследования является динамика полного потока рентгеновского излучения астрофизических объектов как последовательность случайных величин, определенных в моменты времени с постоянным шагом дискретизации. Тогда случайная переменная  $X$  определяется следующим выражением:

$$X = \{x(T), x(T + \tau), x(T + 2\tau), \dots, x(T + (N - 1)\tau)\}, \quad (2.1)$$

где  $T$  – момент времени начала регистрации,  $\tau = \Delta t$  – временной шаг дискретизации,  $(N-1)\tau$  – время регистрации сигнала. Для описания динамических свойств сложных систем для удобства будем использовать нормированную временную корреляционную функцию (ВКФ):

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{1}{(N - m)\sigma^2} \sum_{j=0}^{N-m-1} \delta x_j \delta x_{j+m} = \\ &= \frac{1}{(N - m)\sigma^2} \sum_{j=0}^{N-m-1} \delta x(T + j\tau) \delta x(T + (j + m)\tau), \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $x_j, x_{j+m}$  – значения переменной  $x$  на  $j, j+m$  шаге,  $\delta x_j, \delta x_{j+m}$  – флуктуации величин  $x_j, x_{j+m}$ ,  $\sigma^2$  – дисперсия переменной  $x$  и условия нормировки и ослабления корреляций:  $\lim_{t \rightarrow 0} a(t) = 1, \lim_{t \rightarrow \infty} a(t) = 0$ .

Определим  $k$  – компонентный вектор начального состояния в фазовом пространстве векторов состояния, определяющий наш набор значений случайных величин  $\delta x_j$ , где  $j = 0, 1, \dots, N - 1$ , в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k^0 &= \mathbf{A}_k^0(0) = \{\delta x_0, \delta x_1, \dots, \delta x_{k-1}\} = \\ &= \{\delta x(T), \delta x(T + \tau), \dots, \delta x(T + (k - 1)\tau)\}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Тогда  $k$  – компонентный вектор, определяющий конечное состояние  $\mathbf{A}_{m+k}^m = \mathbf{A}_{m+k}^m(t)$ , будет определяться путем сдвига на интервал  $t=m\tau$  по дискретной шкале:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{m+k}^m &= \{\delta x(T + m\tau), \delta x(T + (m + 1)\tau), \dots, \delta x(T + (m + k - 1)\tau)\} = \\ &= \{\delta x_m, \delta x_{m+1}, \dots, \delta x_{m+k-1}\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Кроме того, этот вектор конечного состояния  $\mathbf{A}_{m+k}^m$  можно получить в результате многократного действия оператора эволюции  $U(t+\tau, t)$  на вектор начального состояния:

$$\mathbf{A}_{m+k}^m = U(T + m\tau T) \mathbf{A}_k^0(0). \quad (2.5)$$

Также для дальнейших рассуждений будет полезно выражение для скалярного произведения векторов:

$$\langle \mathbf{A}_k^0 \mathbf{A}_{m+k}^m \rangle = \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{A}_i^0 \mathbf{A}_{m+i}^m. \quad (2.6)$$

Используя соотношения (2.2), (2.3) – (2.6) получим нормированную ВКФ  $a(t)$  как скалярное произведение векторов начального и конечного состояния:

$$a(t) = \frac{\langle \mathbf{A}_k^0 \mathbf{A}_{m+k}^m \rangle}{\langle \mathbf{A}_k^0 \mathbf{A}_k^0 \rangle} = \frac{\langle \mathbf{A}_k^0 U(T + m\tau T) \mathbf{A}_k^0 \rangle}{\langle \mathbf{A}_k^0 \mathbf{A}_k^0 \rangle} = \frac{\langle \mathbf{A}_k^0(0) \mathbf{A}_{m+k}^m(t) \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^0 \mathbf{A}_k^0|^2 \rangle}. \quad (2.7)$$



Проследим эволюцию случайной величины  $x$ , используя следующее уравнение движения:

$$\frac{\Delta x(t)}{\Delta t} = \frac{x_{j+1}(t + \tau) - x_j(t)}{\tau} = i\hat{L}(t, \tau)x_j(t), \quad (2.8)$$

где  $\hat{L}$  – квазиоператор Лиувилля. Запишем конечно-разностное уравнение Лиувилля для векторов состояния (см. формулу (2.5)):

$$\frac{\Delta}{\Delta t} \mathbf{A}_{m+k}^m(t) = i\hat{L}(t, \tau)\mathbf{A}_{m+k}^m(t), \quad (2.9)$$

Введем оператор проектирования для линейного фазового пространства векторов состояния и определим свойства, которым он подчиняется:

$$\Pi = \frac{\langle \mathbf{A}_k^0(0) \mathbf{A}_{m+k}^m(0) \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^0(0)|^2 \rangle}, \quad \Pi^2 = \Pi, \quad \mathbf{P} = 1 - \Pi, \quad \mathbf{P}^2 = \mathbf{P}, \quad \Pi\mathbf{P} = \mathbf{P}\Pi = 0. \quad (2.10)$$

Исходную ВКФ (2.5) можем получить в ходе проектирования вектора конечного состояния на вектор начального состояния:

$$\Pi \mathbf{A}_{m+k}^m(t) = \mathbf{A}_k^0(0) \frac{\langle \mathbf{A}_k^0(0) \mathbf{A}_{m+k}^m(0) \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^0(0)|^2 \rangle} = \mathbf{A}_k^0(0) a(t).$$

Оператор  $\Pi$  проецирует конечный вектор  $\mathbf{A}_{m+k}^m(t)$  в направлении начального вектора  $\mathbf{A}_k^0(0)$ , тогда как ортогональный оператор  $\mathbf{P}$  переводит все векторы в ортогональное направление.

Проекционные операторы  $\Pi$  и  $\mathbf{P}$  разделяют пространство векторов состояния на два взаимно ортогональных подпространства:

$$A(k) = A'(k) + A''(k), \quad A'(k) = \Pi A(k), \quad A''(k) = \text{PA}(k), \quad \mathbf{A}_{m+k}^m(t) \in A(k),$$

что позволяет разбить уравнение Лиувилля (2.5) на два уравнения в двух взаимодополняющих ортогональных подпространствах следующим образом:

$$\frac{\Delta A'(t)}{\Delta t} = i\hat{L}_{11}A'(t) + i\hat{L}_{12}A''(t), \quad (2.11)$$

$$\frac{\Delta A''(t)}{\Delta t} = i\hat{L}_{21}A'(t) + i\hat{L}_{22}A''(t). \quad (2.12)$$

Здесь  $\hat{L}_{ij} = \Pi_i \hat{L} \Pi_j$  являются матричными элементами квазиоператора Лиувилля:

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} \hat{L}_{11} & \hat{L}_{12} \\ \hat{L}_{21} & \hat{L}_{22} \end{pmatrix}.$$

Подставляя результаты решения (2.11) в (2.12), получим замкнутое конечно-разностное уравнение для исходной ВКФ:

$$\frac{\Delta a(t)}{\Delta t} = \omega_1 a(t) - \tau \Omega_1 \sum_{j=0}^m M_1(j\tau) a(t - j\tau), \quad (2.13)$$

где  $\omega_1$  – собственное значение квазиоператора Лиувилля  $\hat{L}$ ,  $\Omega_1$  – релаксационный параметр,  $M_1(j\tau)$  – нормированная функция первого порядка:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= i \frac{\langle A_k^0(0) \hat{L} A_k^0(0) \rangle}{\langle |A_k^0(0)|^2 \rangle}, & \Omega_1 &= i \frac{\langle A_k^0(0) \hat{L}_{12} \hat{L}_{21} A_k^0(0) \rangle}{\langle |A_k^0(0)|^2 \rangle}, \\ M_1(j\tau) &= \frac{\langle A_k^0(0) \hat{L}_{12} \{1 + i\tau \hat{L}_{22}\}^j \hat{L}_{21} A_k^0(0) \rangle}{\langle |A_k^0(0)|^2 \rangle}, & M_1(0) &= 1. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Для более компактной записи воспользуемся процедурой ортогонализации Грамма-Шмидта:  $\langle \mathbf{W}_n, \mathbf{W}_m \rangle = \delta_{nm} \langle |\mathbf{W}_n|^2 \rangle$ :

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{A}_k^0(0), \quad \mathbf{W}_1 = (i\hat{L} - \omega_1)\mathbf{W}_0, \quad \mathbf{W}_2 = (i\hat{L} - \omega_2)\mathbf{W}_1 - \Omega_1\mathbf{W}_0, \dots$$

Теперь собственное значение  $\omega_1$  и релаксационный параметр  $\Omega_1$  в (2.8) имеют вид:

$$\omega_1 = i \frac{\langle \mathbf{W}_0 \hat{L} \mathbf{W}_0 \rangle}{\langle |\mathbf{W}_0|^2 \rangle}, \quad \Omega_1 = i \frac{\langle \mathbf{W}_0 \hat{L} \mathbf{W}_1 \rangle}{\langle |\mathbf{W}_0|^2 \rangle}.$$

Нормированная функция первого порядка в формуле (2.14) примет вид:

$$M_1(t) = \frac{\langle \mathbf{W}_1 (1 + i\tau \hat{L}_{22})^m \mathbf{W}_1 \rangle}{\langle |\mathbf{W}_1(0)|^2 \rangle}.$$

Конечно разностное кинетическое уравнение (2.13) является обобщением известного в статистической физике уравнения кинетической теории Цванцига-Мори на случай дискретных негамильтоновых систем.

Зависимости  $a(t)$  и  $M_i(t)$  будут использоваться для построения на их основе параметра немарковости, характеризующего степень коррелированности исследуемых сигналов.

### 2.3. Формализм функций памяти в изучении неравноинтервальных временных рядов

Представим динамику полного потока рентгеновского излучения в следующем виде:

$$E = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_k, \dots, \xi_N\}, \quad (2.15)$$

где  $\xi_i$  – событие, зафиксированное в момент времени  $t_i$ ,  $i=1, \dots, N$  – номера событий.

Среднее значение  $\langle E \rangle$ , набор флуктуаций  $\delta\xi_i$  и абсолютную дисперсию  $\sigma^2$  для последовательности событий (2.15) определим следующим образом:

$$\langle E \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i, \quad \delta\xi_i = \xi_i - \langle E \rangle, \quad (2.16)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta\xi_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{\xi_i - \langle E \rangle\}^2.$$

И в случае неравноинтервальных временных рядов определим корреляционную функцию для дискретного ряда событий в уравнении (2.15) следующим образом:

$$a(n) = \frac{1}{(N-m)\sigma^2} \sum_{i=1}^{N-m} \delta\xi_i \delta\xi_{i+m}, \quad (2.17)$$

где  $n = m \cdot \Delta n$ ,  $\Delta n = 1$  – шаг дискретизации в шкале событий. Функция представляет собой «событийную корреляционную функцию» (СКФ).

Нормированная СКФ также должна удовлетворять условиям нормировки и ослабления корреляции:  $\lim_{n \rightarrow 1} a(n) = 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a(n) = 0$ .

Корреляционную функцию в последовательности событий будем определять следующим образом:

$$C(n + n_W, n_W) = \frac{\langle t_{n+n_W} t_{n_W} \rangle - \langle t_{n+n_W} \rangle \langle t_n \rangle}{(\sigma_{n+n_W}^2 \sigma_{n_W}^2)^{1/2}},$$

где средние значения и дисперсии определяются таким образом:

$$\langle t_n \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} t_{m+k}, \quad \langle t_m t'_m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} t_{m+k} t'_{m'+k}, \quad \sigma_m^2 = \langle t_m^2 \rangle - \langle t_m \rangle^2.$$

С целью перехода от временной шкалы к событийной мы воспользуемся конечно-разностным уравнением движения Лиувилля в шкале событий:

$$\frac{\Delta \xi_i(n)}{\Delta n} = i \hat{L}(n, \Delta n) \xi_i(n). \quad (2.18)$$

Здесь  $\xi_i(n + \Delta n) = U(n + \Delta n, n) \xi_i(n)$ , а  $U(n + \Delta n, n)$  является «событийным» оператором эволюции. Он дает характеристику сдвига события на один шаг  $\Delta n$  по линейной шкале событий. Эволюционный оператор  $U(n + \Delta n, n)$  и квазиоператор Лиувилля  $\hat{L}(n, \Delta n)$  связаны между собой простым соотношением:  $\hat{L}(n, \Delta n) = (i\Delta n)^{-1}(U(n + \Delta n, n) - 1)$ .

Представим совокупность значений динамической переменной  $\delta \xi_i = \delta \xi(j\Delta n)$  при  $j=1, \dots, N$  в виде  $k$  – компонентного вектора состояний системы в линейном евклидовом пространстве:

1) вектор начального состояния:

$$\mathbf{A}_k^1 = \{\delta \xi_1, \delta \xi_2, \delta \xi_3, \dots, \delta \xi_k\}; \quad (2.19)$$

2) вектор текущего состояния системы, сдвинутый на расстояние  $m$  событий по дискретной событийной шкале:

$$\mathbf{A}_{m+k}^m = \{\delta \xi_{m+1}, \delta \xi_{m+2}, \delta \xi_{m+3}, \dots, \delta \xi_{m+k}\}, \quad (2.20)$$

где  $n=m \cdot \Delta n$ ,  $1 \leq k \leq N - m$ .

Чтобы представить нормированную СКФ в более компактном виде, используем выражение для скалярного произведения векторов  $\langle \mathbf{A}_k^1 \cdot \mathbf{A}_{m+k}^m \rangle = \sum_{j=1}^k \mathbf{A}_j^1 \mathbf{A}_{m+j}^m$ , а также уравнения (2.17), (2.19), (2.20):

$$a(n) = \frac{\langle \mathbf{A}_k^1 \mathbf{A}_{m+k}^m \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^1(1)|^2 \rangle}, \quad (2.21)$$

Здесь скобки означают суммирование по дискретному ряду событий по нижнему индексу векторов состояний.

Приведем вывод цепочки конечно-разностных уравнений немарковского типа для анализа неравномерных временных рядов. Для этого запишем псевродинамическое конечно-разностное уравнение Лиувилля (2.10) для вектора флуктуаций:

$$\frac{\Delta}{\Delta t} \mathbf{A}_{m+k}^m(n) = i \hat{L}(n, 1) \mathbf{A}_{m+k}^m(n). \quad (2.22)$$

Выполним расщепление векторного конечномерного пространства на два взаимно ортогональных подпространства:

$$A(k) = A'(k) + A''(k), \quad A'(k) = \Pi A(k), \quad A''(k) = \mathbf{P} A(k).$$

Здесь оператор  $\Pi$  проецирует конечный вектор  $\mathbf{A}_{m+k}^m(n)$  в направлении начального вектора  $\mathbf{A}_k^1(1)$ , в то время как ортогональный оператор  $\mathbf{P}$  переводит все векторы в ортогональное направление. Это позволяет разделить конечно-разностное уравнение Лиувилля (2.22) на два уравнения во взаимно ортогональных подпространствах:

$$\frac{\Delta A'(n)}{\Delta n} = i \hat{L}_{11} A'(n) + i \hat{L}_{12} A''(n), \quad (2.23)$$

$$\frac{\Delta A''(n)}{\Delta n} = i \hat{L}_{21} A'(n) + i \hat{L}_{22} A''(n). \quad (2.24)$$

Решая уравнение (2.24) и подставляя его решение в правую часть уравнения (2.23) получим конечно-разностное кинетическое уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta A'(n+m)}{\Delta n} &= i\hat{L}_{11}A''(n+m) + i\hat{L}_{21}\{1 + i\hat{L}_{22}\}^m * \\ &* A''(n) - \hat{L}_{12} \sum_{j=1}^m \{1 + i\hat{L}_{22}\}^j i\hat{L}_{21}A'(n + [m-j]). \end{aligned}$$

Получим конечно-разностное уравнение немарковского типа для исходной СКФ:

$$\frac{\Delta a(n)}{\Delta n} = \omega_1 a(n) - \Delta n \Omega_1 \sum_{j=1}^m M_1(j\Delta n) a([m-j+1]\Delta n). \quad (2.25)$$

При  $\Delta n = 1$  решение уравнения (2.22) можно представить в следующем виде:

$$a(n+1) = \omega_1 a(n) - \Delta n \Omega_1 \sum_{j=1}^m M_1(j\Delta n) a([m-j+1]\Delta n). \quad (2.25)$$

где:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= i \frac{\langle \mathbf{A}^1(1) \hat{L} \mathbf{A}_k^1(1) \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^1|^2 \rangle}, & \Omega_1 &= i \frac{\langle \mathbf{A}^1(1) \hat{L}_{12} \hat{L}_{21} \mathbf{A}_k^1(1) \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^1|^2 \rangle}, \\ M_1(j) &= \frac{\langle \mathbf{A}_k^1 \hat{L}_{12} \{1 + i\hat{L}_{22}\}^j \hat{L}_{21} \mathbf{A}_k^1(1) \rangle}{\langle |\mathbf{A}_k^1(1) \hat{L}_{12} \hat{L}_{21} \mathbf{A}_k^1(1)|^2 \rangle}, \end{aligned}$$

где  $\omega_1$  – собственная частота квазиоператора Лиувилля,  $\Omega_1$  – релаксационная частота квазиоператора Лиувилля,  $M_1(j)$  – функция памяти первого порядка, представленная в событийном пространстве.

Результатом последовательного выполнения описанной выше процедуры будет конечно-разностные кинетические уравнения для

нормированной событийной функции памяти первого порядка и функций памяти более высокого порядка  $s > 1$ . Для упрощения можно использовать процедуру ортогонализации Грамма-Шмидта:  $\langle \mathbf{W}_s, \mathbf{W}_p \rangle = \delta_{s,p} \langle |\mathbf{W}_s|^2 \rangle$ , где  $\delta_{s,p}$  – символ Кронекера. Теперь можно получить рекуррентную формулу  $\mathbf{W}_s = \mathbf{W}_s(n)$  для нахождения новых ортогональных динамических переменных:

$$\mathbf{W}_0 = \mathbf{A}_k^1, \quad \mathbf{W}_1 = (i\hat{L} - \omega_1)\mathbf{W}_0, \quad \mathbf{W}_2 = (i\hat{L} - \omega_2)\mathbf{W}_1 - \Omega_1\mathbf{W}_0, \dots$$

На основании приведенных выше соотношений можно ввести последовательность проекционных операторов  $\Pi_s$  и набор взаимно дополнительных операторов  $P_s$ , которые имеют следующие свойства:

$$\Pi_s = \frac{|\mathbf{W}_s\rangle\langle\mathbf{W}_s|}{\langle\mathbf{W}_s|\mathbf{W}_s\rangle}, \quad \Pi_s^2 = \Pi_s, \quad P_s = 1 - \Pi_s, \quad P_s^2 = P_s, \quad \Pi_s P_s = P_s \Pi_s = 0.$$

Каждая пара проекционных операторов  $\Pi_s, P_s$  разделяет соответствующее пространство векторов состояний  $W_s$  на два взаимно дополнительных подпространства:  $W_s = W_s' + W_s''$ , где  $W_s' = \Pi_s W_s, W_s'' = P_s W_s$ . Для новых ортогональных векторов состояний сложной системы  $W_s$  получим цепочку связанных конечно-разностных уравнений немарковского типа для нормированных событийных корреляционных функций  $s$ -го порядка:

$$\frac{\Delta M_1(n)}{\Delta n} = \omega_2 M_1(n) - \Delta n \Omega_2 \sum_{j=1}^m M_2(j\Delta n) M_1([m-j+1]\Delta n), \quad (2.26)$$

...

$$\frac{\Delta M_{s-1}(n)}{\Delta n} = \omega_s M_{s-1}(n) - \Delta n \Omega_s \sum_{j=1}^m M_s(j\Delta n) M_{s-1}([m-j+1]\Delta n), \quad (2.27)$$

В уравнениях (2.26) и (2.27):



$$M_1(n) = \frac{\langle \mathbf{W}_1(1) \{1 + \hat{L}_{22}\}^n \mathbf{W}_1(n) \rangle}{\langle \mathbf{W}_1(1) |^2 \rangle}, \quad M_s(n) = \frac{\langle \mathbf{W}_s(1) \{1 + \hat{L}_{22}^s\}^n \mathbf{W}_s(n) \rangle}{\langle \mathbf{W}_s(1) |^2 \rangle},$$

$$\omega_{s+1} = i \frac{\langle \mathbf{W}_s \hat{L} \mathbf{W}_s \rangle}{\langle |\mathbf{W}_s|^2 \rangle}, \quad \Omega_{s+1} = i \frac{\langle \mathbf{W}_s \hat{L} \mathbf{W}_{s+1} \rangle}{\langle |\mathbf{W}_s|^2 \rangle},$$

где  $M_1(n)$  – нормированная событийная функция памяти первого порядка,  $M_s(n)$  – функция памяти  $s$ -го порядка,  $\omega_{s+1}$  – собственная частота квазиоператора Лиувилля,  $\Omega_{s+1}$  – релаксационная частота квазиоператора Лиувилля. Параметры  $\omega_i$  и  $\Omega_i$  характеризуют скорость релаксации на  $i$ -м релаксационном уровне.

Результатом подсчета параметров  $\omega_i$  и  $\Omega_i$  будет простой количественный анализ релаксационных процессов в динамике сложной системы. Представленный выше метод позволяет анализировать корреляционные зависимости, проявляющиеся в событийных временных сериях.

## ГЛАВА 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ. РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

### 3.1. Регистрация экспериментальных данных

В данной работе проводится анализ экспериментальных данных полного потока рентгеновского излучения (в диапазоне 1.5÷12 кэВ) пятнадцати астрофизических объектов.

Экспериментальные данные представляют собой временные записи полного потока рентгеновского излучения двух типов: с постоянным (шаг дискретизации составляет 1 день) и переменным шагом дискретизации (1 событие). Данные, представляющие собой временные ряды, получены из базы данных обзорной камеры *All-Sky Monitor (ASM)* космической рентгеновской обсерватории *RXTE*, запущенной 30 декабря 1995 года. Накопление данных происходило в течение десяти лет: с 1 января 1996 года по 1 января 2006 года. Обзорная камера была расположена на круговой орбите около Земли, на высоте 580 км, что соответствует периоду обращения в 90 минут.

Данные о временных сериях общедоступны на сайте <http://xte.mit.edu><sup>1</sup>, на котором база данных содержит экспонированные значения 90-секундных наблюдений каждого объекта. Интересуемый нас суммарный поток излучения рентгеновского излучения представлен в *ASM ед/сек*, тогда как полный поток Крабовидной туманности соответствует приблизительно 75 *ASM ед/сек* в диапазоне 2-10 кэВ.

### 3.2. Микроквазары. Рентгеновское излучение микроквазаров

**Микроквазары** – двойные звездные системы, в которых оставшаяся часть от первой звезды, в результате разрушения которой сформировался

---

<sup>1</sup>Экспериментальные данные доступны на интернет ресурсе: <http://xte.mit.edu/asmlc/ASM.html>.

темный и компактный объект (такой как нейтронная звезда или черная дыра), гравитационно связан со звездой, которая все еще производит свет, и вокруг которой он движется по замкнутой орбите [19]. В таком взаимодействии происходит вытягивание материи мертвой звездой из живой, следствием чего является генерация излучения. Данные объекты носят название «микроквazarы» не по причине того, что они являются миниатюрными версиями квазаров, тогда как квазары, как будет сказано далее, представляют собой ядра далеких галактик, содержащие в себе сверхмассивную черную дыру. Также, основываясь на оценках энергии и эпох существования двух этих объектов, можно утверждать, что это различные разновидности астрофизических объектов [20, 21].

Общепринятый диапазон рентгеновского излучения составляет  $0.1 \div 300$  кэВ. Данная область, в свою очередь, делится на три подобласти: мягкое –  $0,1 \div 5$  кэВ, классический диапазон –  $5 \div 50$  кэВ, жесткое –  $50 \div 300$  кэВ.

Микроквazarы – источники переменного излучения как в радио-, так и в рентгеновском диапазонах,

В активных состояниях микроквazarов отмечается значительное увеличение светимости. Весьма вероятно, что струи в данных объектах являются лептонными, то есть релятивистские частицы ускоряются и коллимируются непосредственно во внутренних областях вокруг черной дыры. Главными условиями создания радиоизлучающих струй являются: относительно небольшое магнитное поле звезды ( $<10^{10}$  Гс)<sup>2</sup> и высокий темп аккреции ( $>0,1L_{crit}$ )<sup>3</sup> [22].

В известной вспышке микроквазара GRS 1915+105, которая произошла 9 сентября 1997 г., произошло значительное ослабление потока рентгеновского излучения на фоне мощных коротких рентгеновских осцилляций излучения за

---

<sup>2</sup>  $10^4 T_{l=1}$  Гс (Гаусс – в системе СГС)

<sup>3</sup>  $L_{crit}$ -темп аккреции (количество вещества, выпадающего в центр в ед. времени)

время, сравнимое с временным диапазоном осцилляций. В данный момент было отмечено следующее: рентгеновский спектр стал более жестким, а с инфракрасным и радиоизлучением произошло плавное ослабление. Приблизительно через 7 – 8 минут с момента вспышки появился резкий изолированный всплеск излучения. Именно этот момент считается моментом выброса струи. Далее инфракрасное и рентгеновское излучения начинают возрастать, а позже инфракрасной появляется радиовспышка. Все происходит за 30 – 40 минут. Такое рентгеновское поведение интерпретируется как быстрое исчезновение (опустошение) и последующее восстановление внутреннего аккреционного диска [23].

### 3.3. Квazarы. Полный поток рентгеновской активности квазаров

В середине 20-го века были обнаружены источники, характеризующиеся большими красными смещениями и радиоизлучением. Одним из их отличия от остальных объектов было то, что при сколь угодно возможном разрешении данные объекты так и оставались точечными. Первым был обнаружен квазар 3C 273, находящийся от нас на расстоянии 620 *Mpc*. Также квазары известны большой светимостью, в то время как поперечные размеры большинства галактик не достигают и одного светового года [24]. Именно по этой причине им дали название квазары (квазизвездные источники или радио источники, подобные звездам). Вскоре, по величине красного смещения и закону Хаббла, было определено, что квазары находятся на краю видимой Вселенной. Это, а также то, что данные объекты излучают довольно мощные радиоволны, побудило признать, что квазары не являются звездами. О компактности данных объектов говорит синхронность изменения величины излучения. Далее последовало сопоставление квазаров с галактиками, вследствие чего большинство астрономов признали, что **квазары** – это сверхмассивная черная дыра, производящая аккрецию окружающего вещества.

Причиной излучения рентгеновских волн заключается в следующем: окружающее вещество под действием гравитационных сил стремится к центру черной дыры и в результате закона сохранения момента импульса, чем ближе к центру находятся частицы, тем с большими скоростями происходит их движение. В результате столкновений и торможения этих ускоренных частиц происходит излучение электромагнитных волн в рентгеновском диапазоне. Рентгеновское излучение квазаров лежит в интервале от  $0.5 \text{ кэВ}$  до  $4.5 \text{ кэВ}$ . В случае, когда черная дыра имеет мощное магнитное поле, часть заряженных частиц дополнительно закручивается в пучки и вылетает из полюсов с огромной скоростью (см. рис. 3.1). Таким образом образуются джеты, которые при столкновении с межзвездным газом излучают электромагнитные волны в рентгеновском диапазоне [25].

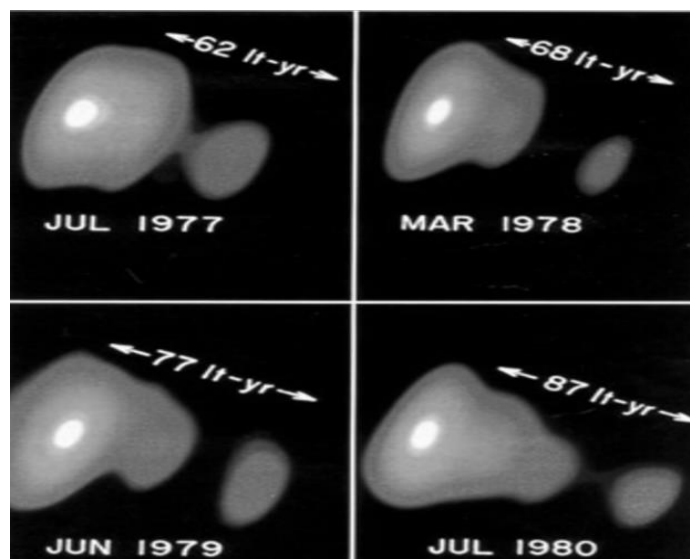


Рис. 3.1: Радиоизображение перемещений джета квазара 3C 273 <sup>(4)</sup>.

Нередко можно услышать, что квазары называют «динозаврами Вселенной». Причиной этому служит то, что практически все квазары находятся на больших расстояниях от нас. А это значит лишь то, что свет,

<sup>4</sup>Иллюстративный материал взят из свободного источника: <http://galspace.spb.ru>.

исходящий от квазаров, который мы можем зарегистрировать сейчас, был испущен еще во времена зарождения первых галактик.

Весной 2021 года стало известно об обнаружении двойных квазаров. Утверждается, что находящиеся рядом друг с другом квазары со временем могут объединиться в сверхмассивные черные дыры. Квазары в таком взаимодействии находятся друг от друга на относительно небольших расстояниях – порядка 10 тысяч световых лет [26].

### **3.4. Пульсары. Динамика рентгеновского излучения пульсаров**

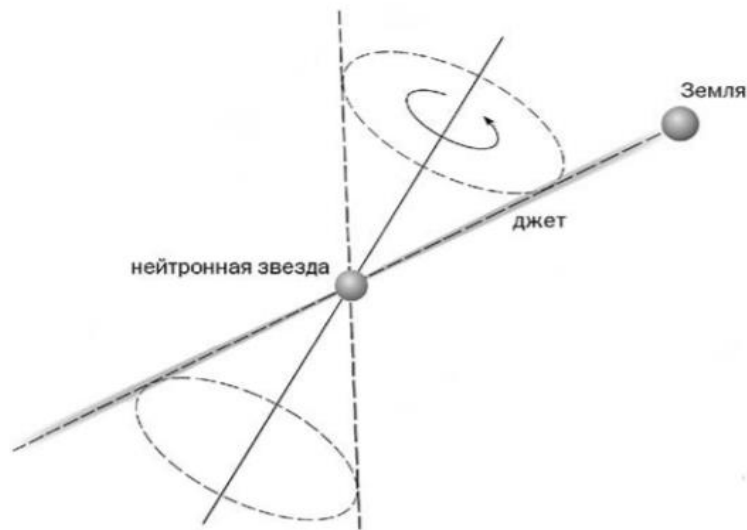
Пульсар – космический объект, являющийся источником радио-, гамма-, рентгеновского и оптического излучений. Особенностью данного объекта заключается в том, что интенсивность производимого излучения быстро меняется со временем. Излучение пульсаров доходит до нас в виде периодических импульсов с постоянной частотой. Каждый объект имеет свой период пульсации, который может принимать значения от 640 до 5 секунд. Среднее расстояние до пульсаров составляет сотни световых лет от Земли. Сигналы знаменитого пульсара PSR J0535+2200, находящегося в Крабовидной туманности, «посылает» сигналы из облака, образованного остатками сверхновой 1054-го года, взрыв которой отмечен в китайских и японских летописях [27].

**Пульсар** представляет собой нейтронную звезду с магнитным полем, наклоненным относительно оси вращения нейтронной звезды. Убедиться в том, что пульсар и нейтронная звезда – это одно и то же, можно по совпадению периодов вращения нейтронной звезды и пульсара. Магнитное поле нейтронной звезды может достигать значений  $10^8 \div 10^9 \text{ Тл}$  [24].

Важным фактом является то, что рентгеновский пульсар является частью двойной системы. Именно этим и обусловлено излучение пульсаром электромагнитной энергии в рентгеновском диапазоне. Как и в случае квазара,

рентгеновский пульсар вследствие аккреции окружающего вещества, а именно яркой звезды, испускает рентгеновское излучение.

Переменность блеска пульсара объясняется следующим образом: джеты вылетают из полюсов нейтронной звезды, в то время как магнитные полюса могут не лежать на оси вращения, и поэтому направление вылета джета образует конус, как изображено на рис. 3.2.



**Рис. 3.2:** Процесс вылета джета из нейтронной звезды <sup>(5)</sup>.

По этой причине мы наблюдаем излучение пульсара только когда пульсар снова «повернется» к Земле.

---

<sup>5</sup>Иллюстративный материал взят из свободного источника: <http://galspace.spb.ru>.

## ГЛАВА 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОРМАЛИЗМА ФУНКЦИЙ ПАМЯТИ В АНАЛИЗЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ИНТЕНСИВНОСТИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

В данной главе проводится анализ и классификация стохастической динамики рентгеновского излучения астрофизических объектов с помощью численных значений статистических кванторов памяти для двух типов экспериментальных данных. Также, в качестве примера, приводятся спектры мощности исходных ВКФ и СКФ для отдельных объектов, а также частотные зависимости информационных мер памяти.

Как будет видно далее, динамика рентгеновского излучения разных астрофизических объектов характеризуется различной степенью проявления статистической памяти, что и послужило основанием для классификации объектов.

### 4.1. Меры статистической памяти

Для количественного анализа временных вводятся различные статистические показатели. Чтобы облегчить данный процесс, используются безразмерные меры сравнения, обладающие статистическим спектром на различных уровнях написания.

Используются кванторы статистической памяти  $\varepsilon(\nu)$  и  $\delta(\nu)$  для количественной оценки эффектов статистической памяти в стохастической динамике сложных систем. Первая мера  $\varepsilon(\nu)$ , впервые предложенная в работах [1, 2], дает нам численное значение, по которому можно судить о степени немарковости релаксационного процесса, а также относительную силу памяти. В целом данная мера сравнивает времена релаксации исходной корреляционной функции и функций памяти. Имеется обобщение данной меры в случае неравноинтервальных серий, предложенное в работе [28]:



$$\varepsilon_i(\nu) = \left\{ \frac{\mu_{i-1}(\nu)}{\mu_i(\nu)} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_i(\nu)$  – частотный спектр мощности  $i$ -го порядка  $M_i(n)$ :

$$\mu_i(\nu) = |\Delta n \sum_{n=1}^N M_i(n) \cos(2\pi n \nu)|^2. \quad (4.2)$$

Вторая мера  $\delta(\nu)$ , впервые введенная в работе [29] для равноинтервальных временных серий и обобщенная в работе [28] для неравноинтервальных временных серий, имеет следующий вид:

$$\delta_i(\nu) = \left| \frac{\tilde{M}'_i(\nu)}{\tilde{M}'_{i+1}(\nu)} \right|, \quad (4.3)$$

Здесь  $\tilde{M}'_i(\nu) = \frac{d\tilde{M}_i(\nu)}{d\nu}$  – Фурье-образ соответствующей  $M_i(n)$ .

Данная мера позволяет определять скорость потери корреляционных зависимостей в динамике регистрации какого-либо параметра.

Используя численные значения мер памяти на нулевой частоте  $\varepsilon_I(0)$  и  $\delta_I(0)$  релаксационные процессы можно поделить на три класса:

1.  $\varepsilon_I(0) \approx 1$ ,  $\delta_I(0) \approx 1$  – немарковские процессы, в динамике которых проявляется долговременная память.
2.  $\varepsilon_I(0) > 1$ ,  $\delta_I(0) > 1$  – квазимарковские процессы, характеризующиеся умеренной статистической памятью.
3.  $\varepsilon_I(0) \gg 1$ ,  $\delta_I(0) \gg 1$  – марковские процессы, характеризующиеся кратковременной статистической памятью.

Эти показатели являются уникальными мерами памяти и количественно описывают эффекты статистической памяти в стохастической эволюции сложных систем негамильтоновой природы.

## 4.2. Анализ динамики рентгеновского излучения микроквара Cygnus X – 1

Cygnus X-1 (сокращенно Cyg X-1) - астрофизический источник рентгеновского излучения, находящийся в созвездии Лебедя. Он является одним из самых сильных источников рентгеновского излучения, видимых с Земли, создавая максимальную плотность потока излучения  $2.3 \cdot 10^{-23} \text{ W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ . Предполагается, что компактный объект в настоящее время имеет массу  $14.8M_{\odot}$ .

Известно, что Cygnus X-1 принадлежит двойной системе, которая находится на расстоянии около 6070 световых лет от Солнца. Вторым элементом данной системы является голубая звезда сверхгигант с переменным блеском (HDE 226868).

Природа интересующего нас рентгеновского излучения такова: вследствие нагрева материи во внутреннем аккреционном диске, возникающим вокруг источника в результате звездного ветра, и происходит генерация рентгеновского излучения.

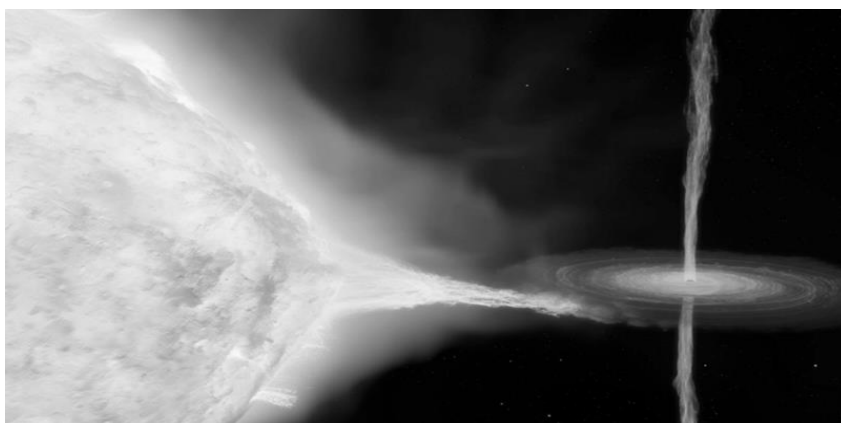


Рис. 4.1: Художественное изображение объекта Cygnus X-1 <sup>(6)</sup>.

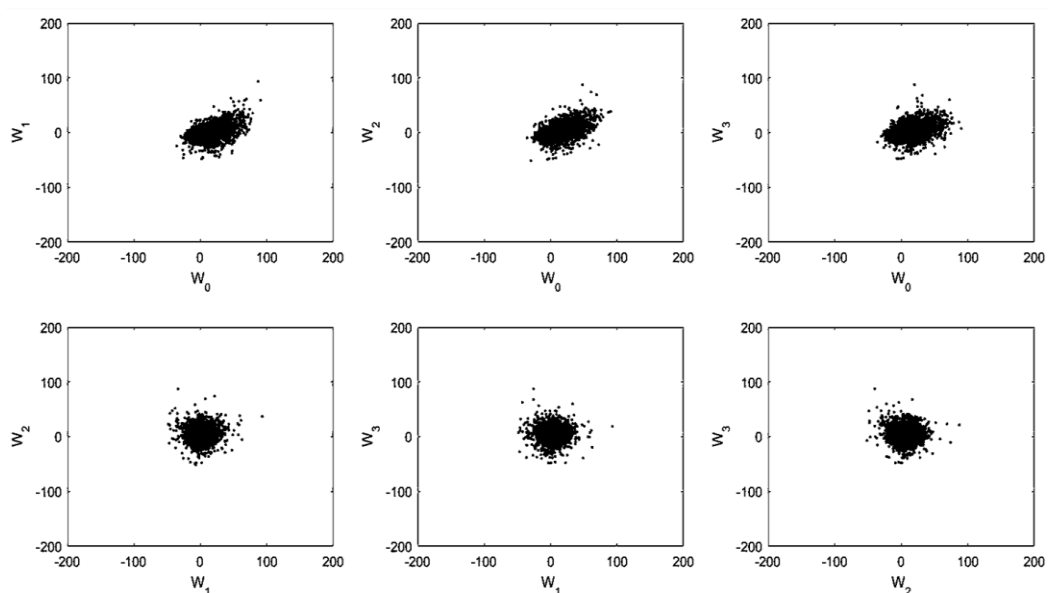
---

<sup>6</sup>Иллюстративный материал взят из свободного источника: <https://thealphacentauri.net>.

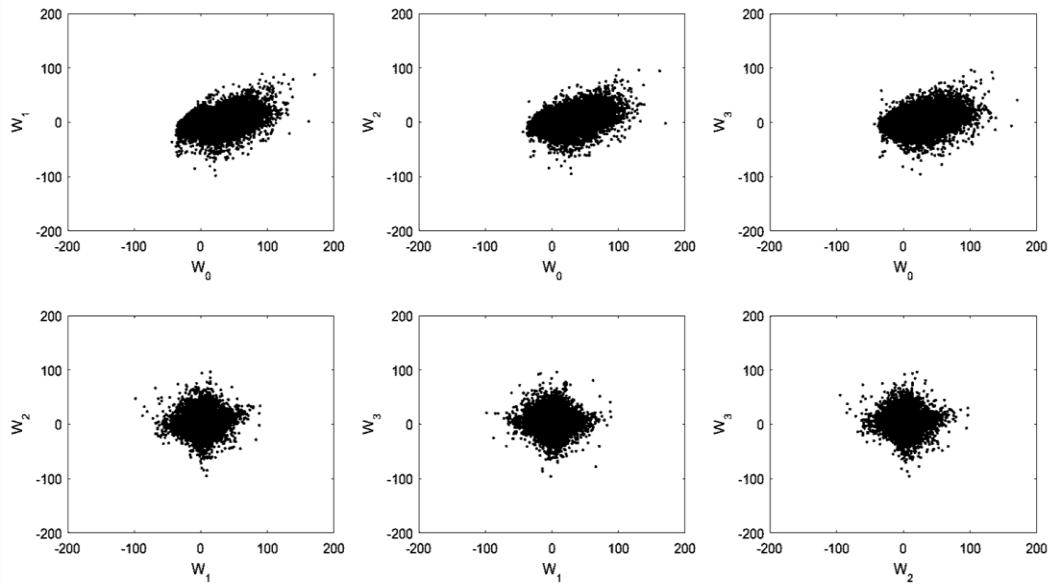
Предметом нашего анализа являются данные о полном потоке рентгеновского излучения Cygnus X-1, представленные в двух видах: усредненные посуточно и исходные экспериментальные данные. Суть работы заключается в построении спектров мощности исходной ВКФ и СКФ, частотных зависимостей первых 3-х точек параметра немарковости и анализ полученных результатов.

Полученные результаты:

На рис. 4.2 и 4.3 представлены фазовые портреты плоских проекций четырех первых ортогональных динамических переменных  $W_i = f(W_0)$ , где  $i=1, \dots, 3$ .



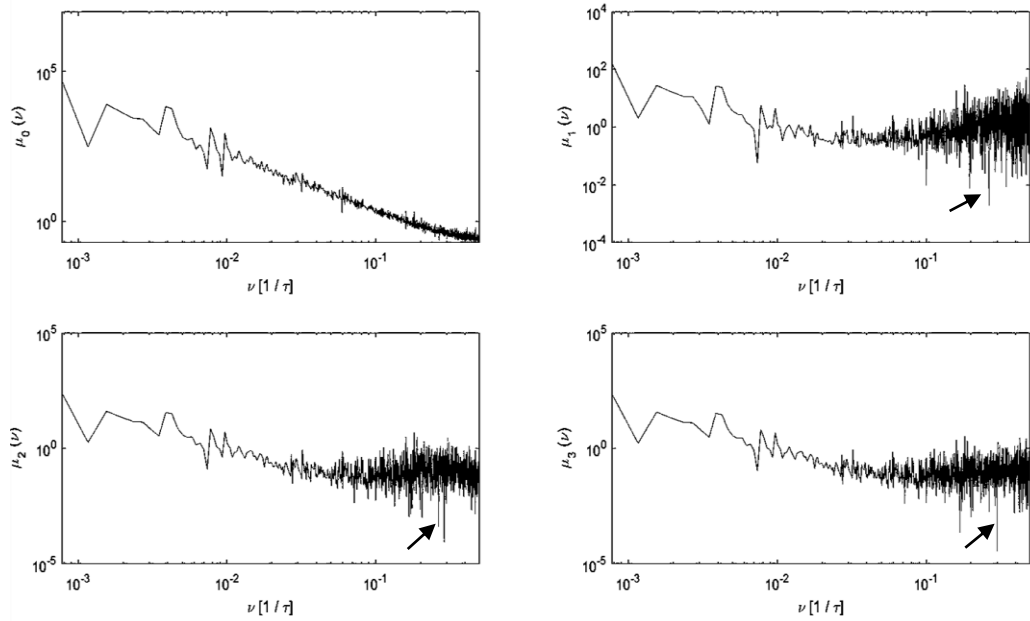
**Рис. 4.2:** Фазовые портреты четырех первых ортогональных динамических переменных  $W_i = f(W_0)$  для равномерной временной записи динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1.



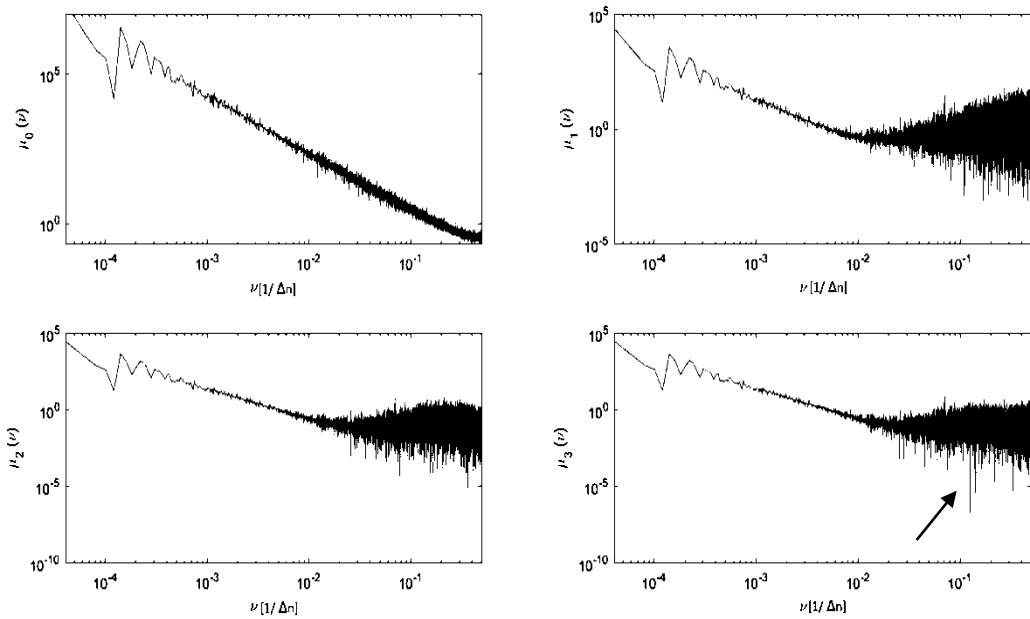
**Рис. 4.3:** Фазовые портреты четырех первых ортогональных динамических переменных  $W_i = f(W_0)$  для неравномерной временной записи динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1.

На полученных графиках видно, что фазовые облака имеют центральную симметрию, которая, в свою очередь, наиболее проявляется для равноинтервальных серий. Такая симметрия говорит о более равномерном сигнале по проявлению флуктуаций.

На рис. 4.4 и 4.5 представлены спектры мощности временной и событийной корреляционных функций  $\mu_0(\nu)$  и трех функций памяти более высокого порядка  $\mu_i(\nu)$  ( $i=1, 2, 3$ ) для значений потока рентгеновского излучения аккрецирующего астрофизического объекта Cygnus X-1.



**Рис. 4.4:** Спектр мощности ВКФ  $\mu_0(\nu)$  и трех функций памяти более высокого порядка для временной зависимости интенсивности рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1.



**Рис. 4.5:** Спектр мощности СКФ  $\mu_0(\nu)$  и трех функций памяти более высокого порядка для неравноинтервальных серий, представленных в виде последовательности событий.

На полученных графиках спектров в определенном диапазоне частот присутствует группа всплесков. Определяем соответствующие временные интервалы:

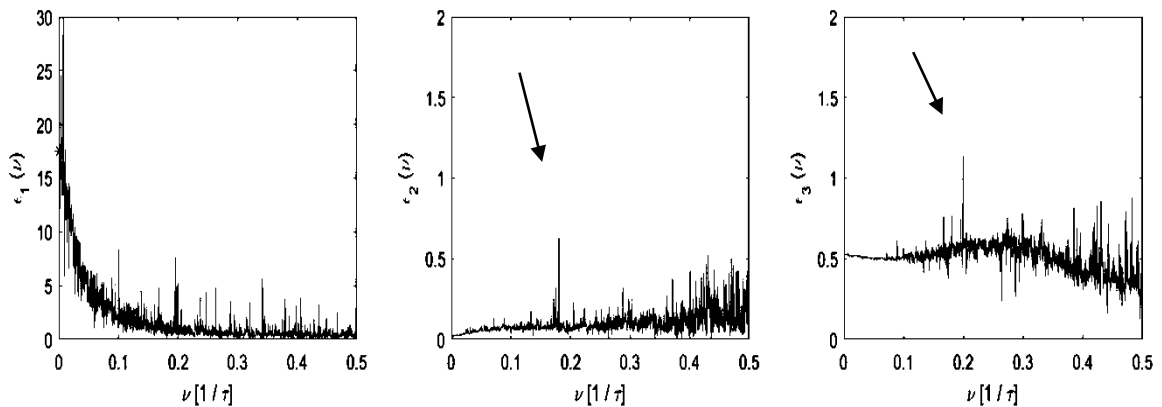
$$11.62 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\tau} < \nu < 42.6 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\tau}, \text{ где } \tau = \text{одни сутки, чему соответствует:}$$

$$235\tau < T < 860\tau .$$

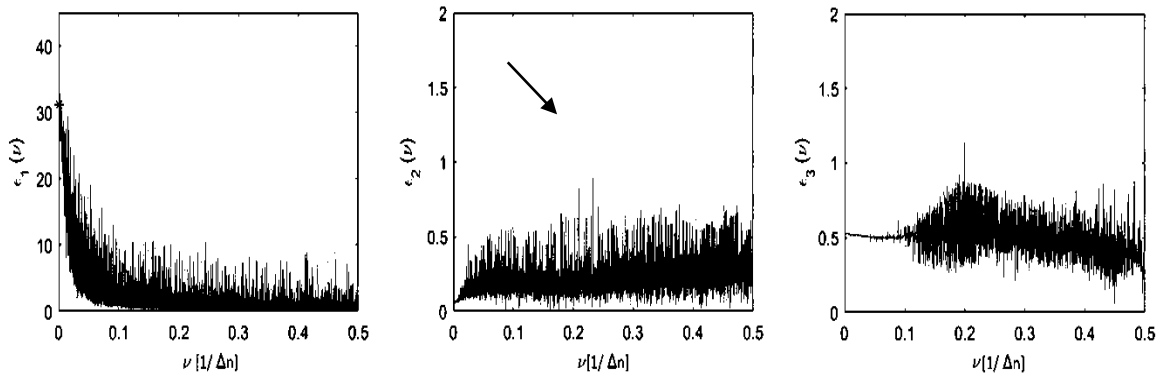
Подобное значение для временного интервала было определено устойчивым в динамике интенсивности излучения данного объекта [30].

Также на спектрах мощности обнаружены всплески на частотах  $\nu=0.1674 f.u.$  ( $\tau=5.97$  суток) и  $\nu=0.205 f.u.$  ( $\tau=4.87$  суток), где  $1 f.u. = \frac{1}{\tau}$  (указаны стрелками). Данные всплески соответствуют орбитальному периоду обращения двойной системы вокруг общего центра масс ( $P=5.6$  суток).

На рис. 4.6 и 4.7 представлены частотные зависимости первых трех точек параметра немарковости для различных временных серий (рис. 4.6 – для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1; рис. 4.7 – для неравномерной динамики).



**Рис. 4.6:** Частотные характеристики первых трех точек параметра немарковости  $\epsilon_i(\nu)$  для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1.

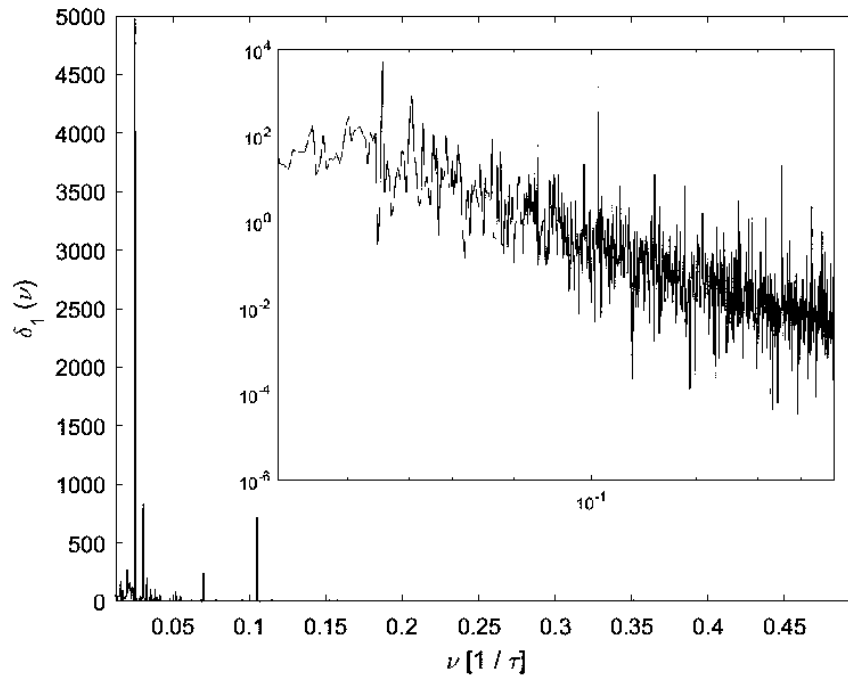


**Рис. 4.7:** Частотные характеристики первых трех точек параметра немарковости  $\varepsilon_i(\nu)$  для неравномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1.

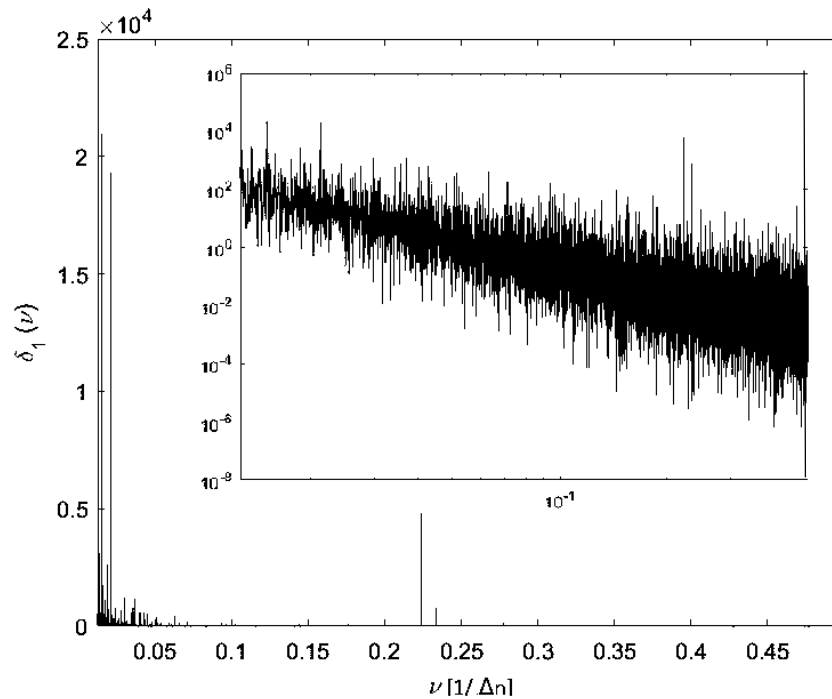
На всех графиках для равноинтервальных записей обнаруживается сильный всплеск в диапазоне частот  $\nu = (17.20 \div 18.05) \cdot 10^{-2} f.u.$ , где  $1 f.u. = \frac{1}{\tau}$ . Также сильный всплеск обнаруживается для неравноинтервальных записей при частотах  $\nu = (20.09 \div 22.38) \cdot 10^{-2} f.u.$

Для равноинтервальных записей  $\varepsilon_1(0)=17.5$  и для неравноинтервальных записей  $\varepsilon_1(0)=31.1$  (значения указаны звездочками), что свидетельствует о преобладании квазимарковских эффектов в рентгеновском излучении объекта Cygnus X-1.

На рис. 4.8 и 4.9 представлены частотные зависимости второй информационной меры памяти  $\delta_1(\nu)$  для различных временных серий (рис. 4.7– для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1; рис. 4.8 – для неравномерной динамики; во вкладке в двойной логарифмической шкале).



**Рис. 4.8:** Частотная зависимость параметра  $\delta_1(\nu)$  для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1. Во вставке приведена зависимость в двойной логарифмической шкале.



**Рис. 4.9:** Частотная зависимость параметра  $\delta_1(\nu)$  для неравномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Cygnus X-1. Во вставке приведена зависимость в двойной логарифмической шкале.



Так, для равномерной серии  $\delta_1(0) = 307.2$ , а для неравномерной серии  $\delta_1(0) = 971.2$ . Следовательно, можно сделать вывод о том, что стохастическая динамика рентгеновском излучении объекта Cygnus X-1 характеризуется марковским процессом и кратковременной памятью.

### 4.3. Исследование рентгеновской активности пульсара Vela X-1

Vela X-1 – массивная рентгеновская двойная система, расположенная в созвездии Парусов. Состоит из компактного объекта - пульсара и нормальной звезды – сверхгиганта HD 77581.

Данный объект примечателен тем, что Vela X-1 является затменно-переменной. Это значит, что нормальная звезда при своем движении по орбите перекрывает пульсар, вследствие чего наблюдается уменьшения интенсивности рентгеновского излучения ( $T_{\text{орб}} \approx 8.964$  сут.). Длительность затмения составляет 1.72 суток [31].

В настоящее время масса компактного объекта составляет  $1.77M_{\odot}$ , а масса звезды составляет  $23M_{\odot}$  [32].

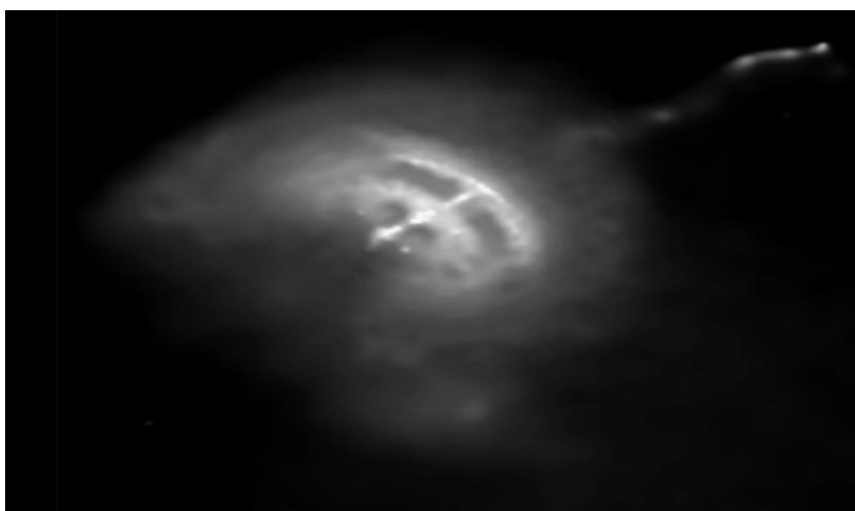


Рис. 4.10: Изображение Vela X-1 <sup>(7)</sup>.

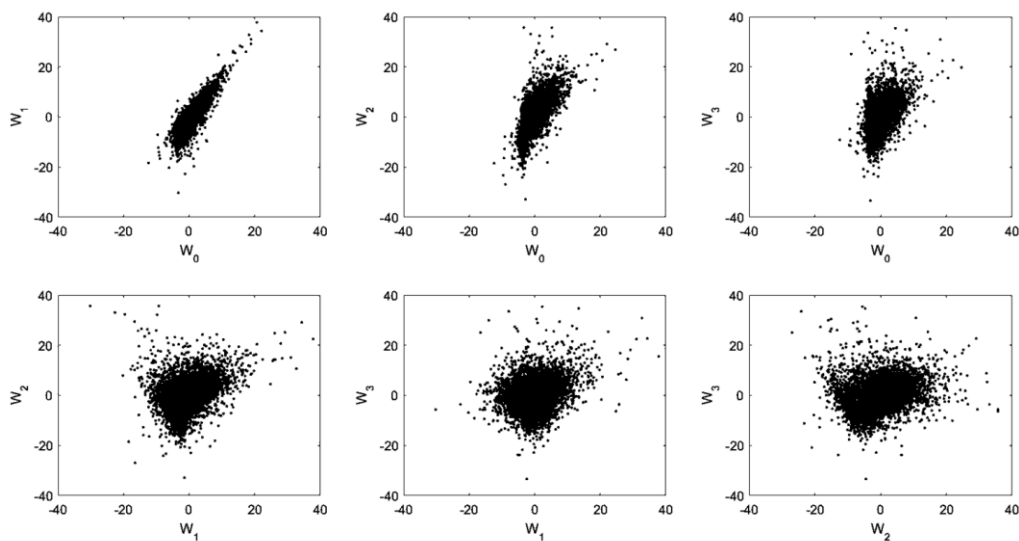
<sup>7</sup>Иллюстративный материал взят из свободного источника: <https://ru.wikipedia.org>.

Изначально, причиной рентгеновского излучения нейтронной звезды рассматриваемой системы считали аккрецию из звездного ветра, поступающего с нормальной звезды. Однако позже появилось мнение о существовании в системе еще и аккреционного диска [33].

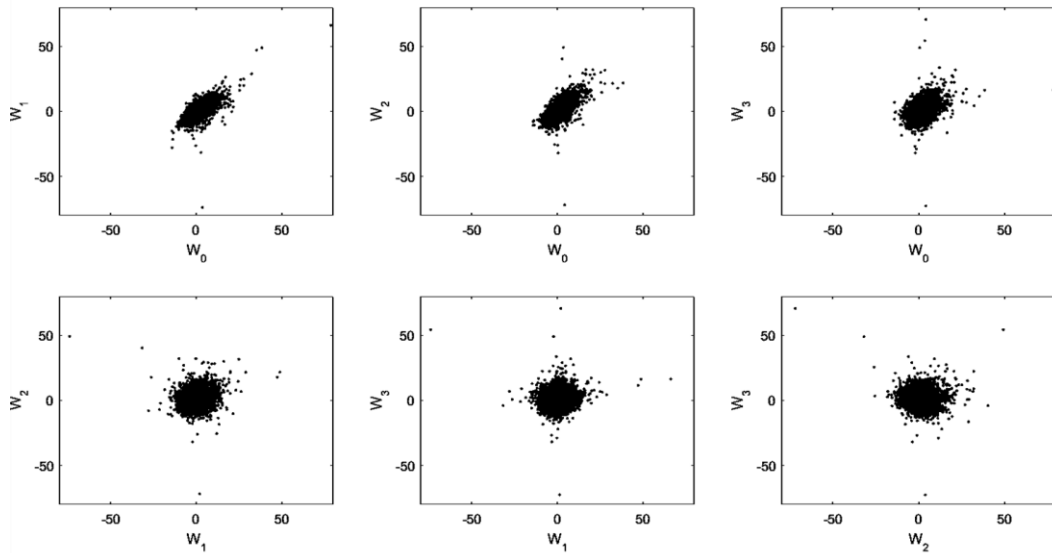
Предметом нашего анализа являются данные о полном потоке рентгеновского излучения Vela X-1, представленные в двух видах: усредненные посуточно и исходные экспериментальные данные. Суть работы состоит в построении спектров мощности исходной ВКФ и СКФ, частотных зависимостей первых 3-х точек параметра немарковости и анализ полученных результатов.

Полученные результаты:

На рис. 4.9 и 4.10 представлены фазовые портреты плоских проекций четырех первых ортогональных динамических переменных  $W_i = f(W_0)$ , где  $i=1, \dots, 3$ .



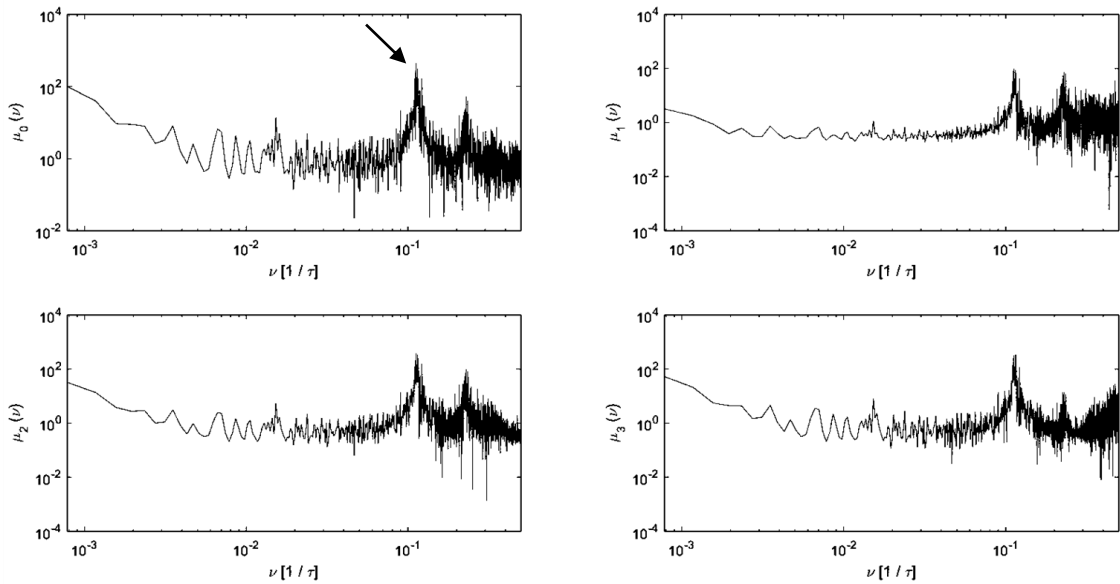
**Рис. 4.9:** Фазовые портреты четырех первых ортогональных динамических переменных  $W_i = f(W_0)$  для равномерной временной записи динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Vela X-1.



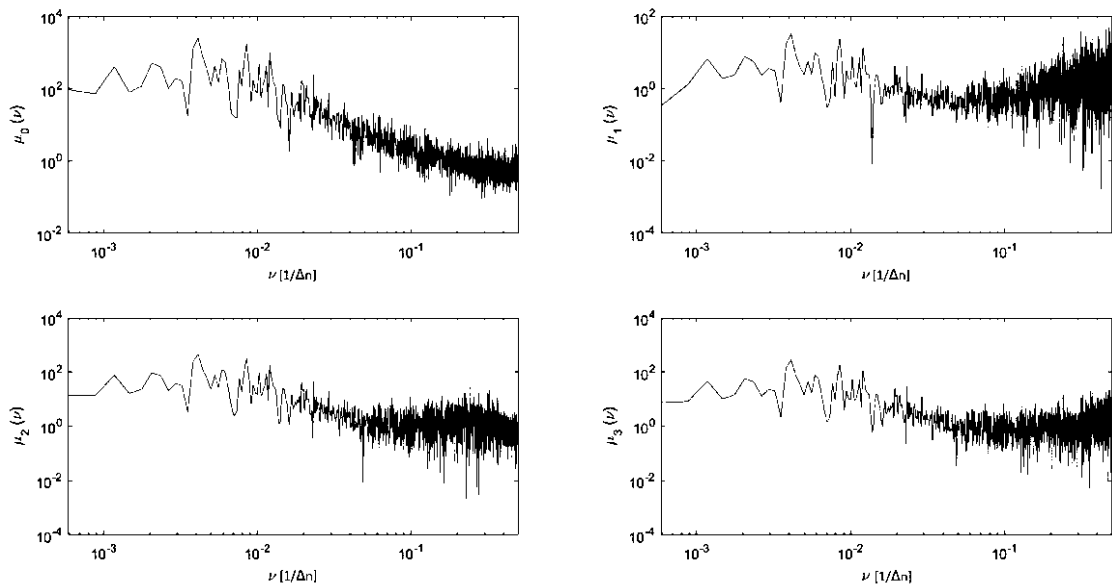
**Рис. 4.10:** Фазовые портреты четырех первых ортогональных динамических переменных  $W_i = f(W_0)$  для неравномерной временной записи динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Vela X-1.

На полученных графиках видно, что фазовые облака имеют центральную симметрию. Но по точкам, выходящим за центральное ядро, можно сделать вывод о том, что данный астрофизический объект имеет квазипериодические вспышки.

На рис. 4.11 и 4.12 представлены спектры мощности ВКФ и СКФ  $\mu_0(\nu)$  и трех функций памяти более высокого порядка  $\mu_i(\nu)$  ( $i=1, 2, 3$ ) для значений потока рентгеновского излучения аккрецирующего астрофизического объекта Vela X-1.



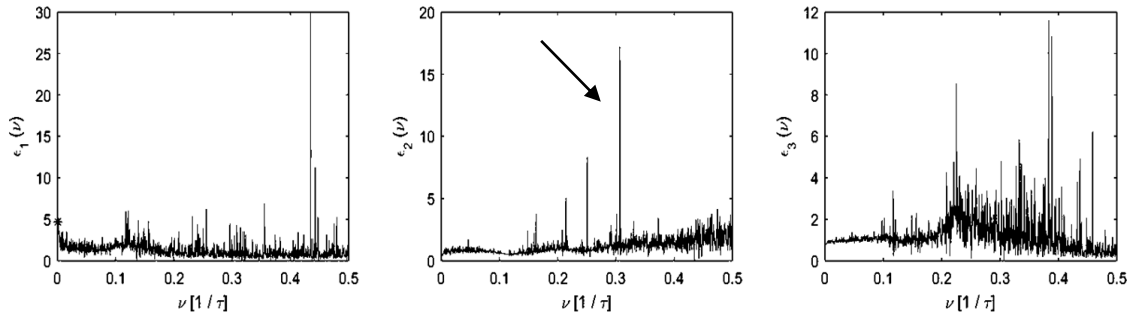
**Рис. 4.11:** Спектр мощности ВКФ  $\mu_0(\nu)$  и трех функций памяти более высокого порядка для временной зависимости интенсивности рентгеновского излучения объекта Vela X-1.



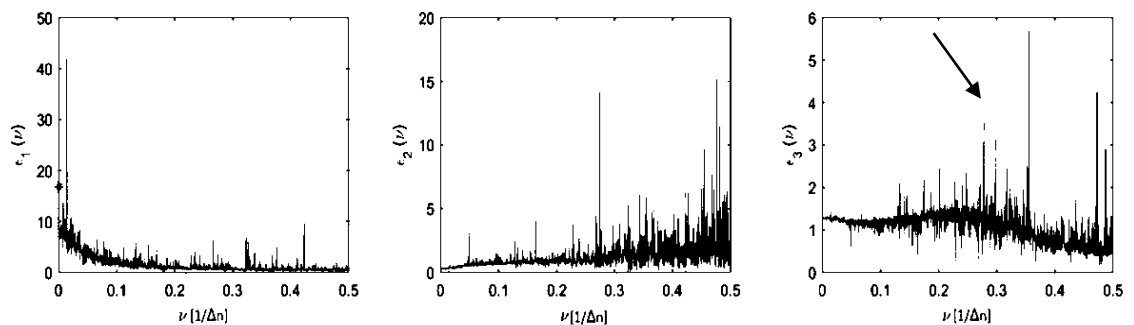
**Рис. 4.12:** Спектр мощности СКФ  $\mu_0(\nu)$  и трех функций памяти более высокого порядка для событийной зависимости интенсивности рентгеновского излучения объекта Vela X-1.

На полученных графиках спектров для равноинтервальной серии присутствует всплеск при частоте  $\nu = 0.1122 \frac{1}{\tau}$ , где  $\tau =$  одни сутки. Данному всплеску соответствует временное значение  $T = 8.91\tau$ , что согласуется с орбитальным периодом вращения звезды вокруг пульсара  $T_{\text{орб}} = 8.96$  суток [31].

На рис. 4.13 и 4.14 представлены частотные зависимости первых трех точек параметра немарковости для различных временных серий (рис. 4.13 – для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Vela X-1; рис. 4.14 – для неравномерной динамики).



**Рис. 4.13:** Частотные зависимости первых 3-х точек параметра немарковости  $\varepsilon_i(\nu)$  для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения Vela X-1.



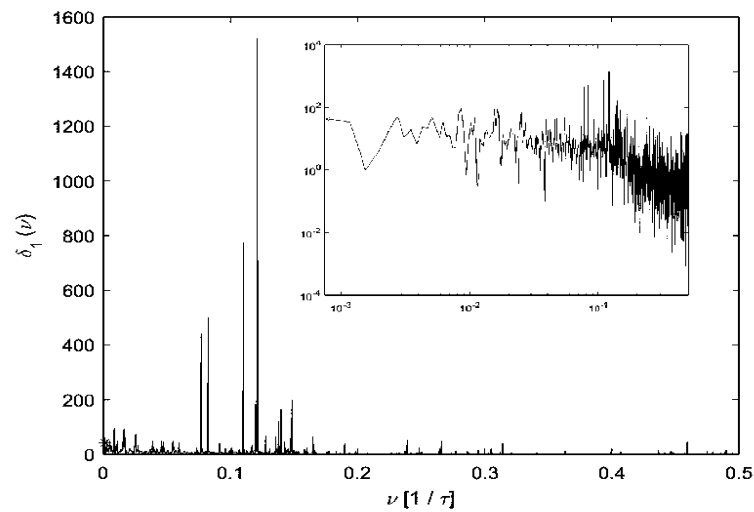
**Рис. 4.14:** Частотные зависимости первых 3-х точек параметра немарковости  $\varepsilon_i(\nu)$  для неравномерной динамики полного потока рентгеновского излучения Vela X-1.

На всех графиках для равноинтервальных записей обнаруживается сильный всплеск в диапазоне частот  $\nu = (22.5 \div 38.9) \cdot 10^{-2} f.u.$ , где  $1 f.u. = \frac{1}{\tau}$ . Также сильный всплеск обнаруживается для неравноинтервальных записей при частотах  $\nu = (27.47 \div 35.31) \cdot 10^{-2} f.u.$

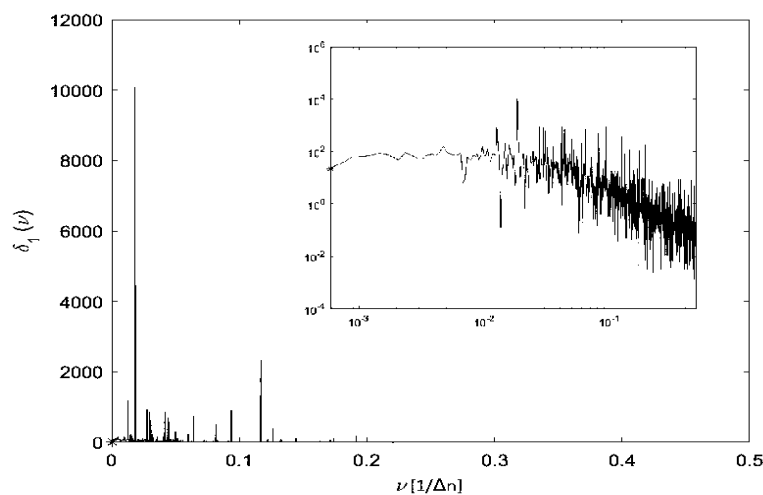
Для равноинтервальных записей  $\varepsilon_1(0) = 5.58$  и для неравноинтервальных записей  $\varepsilon_1(0) = 16.72$  (значения указаны звездочками), что свидетельствует о

преобладании квазимарковских эффектов в рентгеновском излучении объекта Vela X-1, характеризующихся умеренной статистической памятью.

На рис. 4.15 и 4.16 представлены частотные зависимости второй информационной меры памяти  $\delta_1(\nu)$  для различных временных серий (рис. 4.15 – для равномерной динамики объекта Vela X-1; рис. 4.16 – для неравномерной динамики; во вкладке в двойной логарифмической шкале).



**Рис. 4.15:** Частотная зависимость параметра  $\delta_1(\nu)$  для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Vela X-1.



**Рис. 4.16:** Частотная зависимость параметра  $\delta_1(\nu)$  для равномерной динамики полного потока рентгеновского излучения объекта Vela X-1.

Для равномерной серии интересующие нас параметры  $\delta_1(0) = 42.27$ , а для неравномерной серии  $\delta_1(0) = 21.35$ . Следовательно, можно сделать вывод о том, что стохастическая динамика рентгеновском излучении пульсара Vela X-1 характеризуется квазимарковским процессом и промежуточной памятью.

#### 4.4. Классификация рентгеновского излучения астрофизических объектов в зависимости от проявления статистической памяти

##### 4.4.1. Классификация интенсивности рентгеновской активности микроквазаров

В приведенных ниже таблицах проведена классификация рентгеновской активности пяти микроквазаров для двух типов данных в зависимости от значений первой информационной меры  $\varepsilon_1(0)$  (табл. 4.1) и второй информационной меры  $\delta_1(0)$  (табл. 4.2), где I тип данных это эквидистантные серии, а II тип данных неэквидистантные серии.

**Табл. 4.1:** Классификация микроквазаров в зависимости от значений первой информационной меры статистической памяти  $\varepsilon_1(0)$  для двух типов данных полного потока рентгеновского излучения объектов.

	I тип данных	II тип данных
<i>Наименование объекта</i>	$\varepsilon_1(0) \sim 1 \div 10$	
<b>SS 433</b>	5.08	4.61
<b>Grs 1915+105</b>	6.05	
	$\varepsilon_1(0) \sim 10 \div 100$	
<b>Grs 1915+105</b>		15.16
<b>Cygnus X-3</b>	14.63	11.62
<b>Cygnus X-1</b>	17.57	31.12
<b>Groj 1655 – 10</b>		62.03
	$\varepsilon_1(0) \sim 100 \div 1000$	
<b>Groj 1655 – 10</b>	120.02	

**Табл. 4.2:** Классификация микроквazarов в зависимости от значений первой информационной меры статистической памяти  $\delta_1(0)$  для двух типов данных полного потока рентгеновского излучения объектов.

	<b>I тип данных</b>	<b>II тип данных</b>
<i>Наименование объекта</i>	$\delta_1(0) \sim 10 \div 100$	
<b>SS 433</b>		19.96
<b>Grs 1915+105</b>	64.45	
$\delta_1(0) \sim 100 \div 1000$		
<b>Grs 1915+105</b>		162.14
<b>Cygnus X-3</b>	208.02	134.31
<b>Cygnus X-1</b>	307.20	971.25
$\delta_1(0) \sim 1000 \div 100000$		
<b>SS 433</b>	1662.12	
<b>Groj 1655 – 10</b>	22843.01	3781.36

Согласно результатам, приведенным в табл. 4.1 и 4.2, можно сделать вывод о сложном характере и взаимосвязях физических процессов, определяющих механизмы переноса вещества и генерации рентгеновского излучения в исследуемых объектах. Также можно отметить, что часть микроквazarов характеризуется долговременной статистической памятью, а часть кратковременной, из чего можно сделать вывод, что для микроквazarов характерно разнообразие по проявлению статистической памяти.

#### **4.4.2. Классификация полного потока рентгеновского излучения квазаров**

В приведенных ниже таблицах проведена классификация рентгеновской активности пяти квазаров для двух типов данных в зависимости от значений первой информационной меры  $\varepsilon_1(0)$  (табл. 4.3) и второй информационной меры  $\delta_1(0)$  (табл. 4.4).



**Табл. 4.3:** Классификация квазаров в зависимости от значений первой информационной меры статистической памяти  $\varepsilon_1(0)$  для двух типов данных полного потока рентгеновского излучения объектов.

	<b>I тип данных</b>	<b>II тип данных</b>
<i>Наименование объекта</i>	$\varepsilon_1(0) \sim 1 \div 10$	
<b>3C 279</b>	1.14	2.54
<b>MR 2251 – 178</b>	2.20	3.73
<b>3C 273</b>	2.55	4.84
<b>PKS 2155 – 304</b>	2.97	5.02
<b>1es 1212+078</b>	3.45	1.85

**Табл. 4.4:** Классификация квазаров в зависимости от значений первой информационной меры статистической памяти  $\delta_1(0)$  для двух типов данных полного потока рентгеновского излучения объектов.

	<b>I тип данных</b>	<b>II тип данных</b>
<i>Наименование объекта</i>	$\delta_1(0) \sim 1 \div 10$	
<b>3C 273</b>	1.69	
<b>3C 279</b>	3.66	
	$\delta_1(0) \sim 10 \div 100$	
<b>1es 1212+078</b>	16.91	17.72
<b>3C 279</b>		21.35
<b>3C 273</b>		39.70
<b>PKS 2155 – 304</b>	14.01	40.05
<b>MR 2251 – 178</b>	50.19	14.55

Анализируя полученные данные, делаем следующий вывод: существует группа квазаров, которым свойственны эффекты долговременной статистической памяти. Но большая часть объектов характеризуется более промежуточной, умеренной статистической памятью.

### 4.4.3. Классификация рентгеновской активности пульсаров

В приведенных ниже таблицах проведена классификация рентгеновской активности пяти пульсаров для двух типов данных в зависимости от значений первой информационной меры  $\varepsilon_1(0)$  (табл. 4.5) и второй информационной меры  $\delta_1(0)$  (табл. 4.6).

**Табл. 4.5:** Классификация пульсаров в зависимости от значений первой информационной меры статистической памяти  $\varepsilon_1(0)$  для двух типов данных полного потока рентгеновского излучения объектов.

	<b>I тип данных</b>	<b>II тип данных</b>
<i>Наименование объекта</i>	$\varepsilon_1(0) \sim 1 \div 10$	
<b>Xper</b>	4.48	5.21
<b>Vela X-1</b>	5.58	
<b>Cen X-3</b>	6.12	
<b>Gx 301 – 2</b>	6.31	5.46
<b>Herx1</b>	6.33	6.36
	$\varepsilon_1(0) \sim 10 \div 100$	
<b>Cen X-3</b>		10.11
<b>Vela X-1</b>		16.72

**Табл. 4.6:** Классификация пульсаров в зависимости от значений первой информационной меры статистической памяти  $\delta_1(0)$  для двух типов данных полного потока рентгеновского излучения объектов.

	<b>I тип данных</b>	<b>II тип данных</b>
<i>Наименование объекта</i>	$\delta_1(0) \sim 10 \div 100$	
<b>Xper</b>	20.02	27.12
<b>Cen X-3</b>	38.48	
<b>Gx 301 – 2</b>	41.44	29.91
<b>Vela X-1</b>	42.27	21.35
<b>Herx1</b>	43.12	33.86

$\delta_I(0) \sim 100 \div 1000$		
<b>Сен X-3</b>		102.38

Исследуя результаты классификации рентгеновской активности пульсаров, можно сделать вывод о том, что для динамики рентгеновского излучения большинства пульсаров характерна промежуточная, умеренная статистическая память.

## Заключение

В настоящей работе продемонстрированы возможности формализма функций памяти для анализа рентгеновского излучения 15 астрофизических объектов разного типа.

Для количественного описания статистических эффектов памяти полного потока рентгеновского излучения были использованы уравнения, представляющие собой конечно-разностное обобщение кинетических уравнений Цванцига-Мори.

В результате анализа временных рядов было показано, что можно провести классификацию астрофизических объектов по проявлению эффектов статистической памяти. Для примера были рассмотрены периодические особенности излучения двух астрофизических объектов: микроквара Cygnus X-1 и пульсара Vela X-1. Также было определено, что для Cygnus X-1 характерны кратковременная статистическая память и преобладание марковских эффектов, а для Vela X-1 характерно преобладание квазимарковских эффектов и умеренная статистическая память.

Также было выявлено, что излучение микрокваров характеризуется многообразием по проявлению статистической памяти в отличие от квазаров и рентгеновских пульсаров.

## Выводы выпускной квалификационной работы

На основании проведенной работы можно сделать следующие выводы:

- выполнено обобщение формализма функций памяти на случай анализа неравноинтервальных временных рядов, позволяющее определять вероятностные взаимосвязи внутри последовательности событий;
- полученные результаты по поиску периодических особенностей в рентгеновской активности микроквара Cygnus X-1 и пульсара Vela X-1 позволяют выявить сложную совокупность периодических процессов разной интенсивности и продолжительности в динамике аккреции вещества;
- обнаружены разнообразные проявления эффектов статистической памяти для рентгеновской активности астрофизических объектов разного типа: квазары и пульсары характеризуются преимущественно умеренной статистической памятью, микрокварам свойственно многообразие по проявлению эффектов статистической памяти.

## Благодарность

Хотелось бы выразить глубокую благодарность и признательность за бесценную помощь в постановке цели и задач, за ценные советы при планировании и организации исследований, обсуждении полученных результатов, за понимание и моральную поддержку научному руководителю – кандидату физико-математических наук, доценту Демину Сергею Анатольевичу. Выражаю благодарность рецензенту – кандидату физико-математических наук, доценту, заведующему кафедрой информационных систем Гафарову Фаилю Мубараквичу за полезные рекомендации и замечания. Также благодарю научного сотрудника кафедры радиофизики Панищева Олега Юрьевича за замечания и советы при проведении численных расчетов и всю кафедру вычислительной физики и МФП за отзывчивость и слаженную работу со студентами.

## Литература

1. **Yulmetyev, R. M.** Stochastic dynamics of time correlation in complex systems with discrete time / R. M. Yulmetyev, P. Hangii, F. M. Gafarov // *Phys. Rev. E.* – 2000. – Vol. 65, № 5. – P. 6178-6194.
2. **Yulmetyev, R. M.** Quantification of heart rate variability by discrete nonstationary non-Markov stochastic processes / R. M. Yulmetyev, P. Hangii, F. M. Gafarov // *Phys. Rev. E.* – 2002. – Vol. 65, № 4. – P. 046107-1-15.
3. **Zwanzig, R.** Ensemble method in the theory of irreversibility / R. Zwanzig // *Journal of Chemical Physics.* – 1960. – Vol. 3, № 5. – P. 106-141.
4. **Mori, H.** Transport, collective motion and Brownian motion / H. Mori // *Progress of Theoretical Physics.* – 1965. – Vol. 33, № 3. – P. 423-455.
5. **Johnson, N. F.** Equivalent dynamical complexity in a many-body quantum and collective human system / N. F. Johnson, J. Ashkenazi, Z. Zhao, L. Quiroga // *AIP Advances.* – 2011. – Vol. 1, № 1. – P. 012114-1-11.
6. **Аршинов, В. И.** Наблюдатель сложности в контексте парадигмы постнеклассической рациональности / В. И. Аршинов // *Философия науки и техники.* – 2013. – Т. 307, № 18. – С. 42-61.
7. **Weng, G.** Complexity in biological signaling systems / G. Weng, U. S. Bhalla, R. Iyengar // *Science.* – 1999. – Vol. 284, № 5411. – P. 92-96.
8. **Whitesides, G. M.** Complexity in chemistry / M. G. Whitesides, R. F. Ismagilov // *Science.* – 1999. – Vol. 284, № 5411. – P. 89-92.
9. **Warren, W.** Science and Complexity / W. Warren // *Science and Complexity.* – 1948. – Vol. 36, № 4. – P. 536-544.
10. **Burgin, M.** Generalized Kolmogorov complexity and duality in theory of computations / M. Burgin // *Notices of the Russian Academy of Sciences.* – 1982. – Vol. 25, № 3. – P. 19-23.
11. **Князева, Е. Н.** Сложные системы и нелинейная динамика в природе и обществе / Е. Н. Князева // *Вопросы философии.* – 1998. – Т. 178, № 11. – С. 138-143.

12. **Cesar, H. C.** Complex systems: features, similarity and connectivity / H. C. Cesar, K. Thomas // *Physics Reports* – 2020. – Vol. 861, № 9. – P. 1-41.
13. **Loskutov, Yu. A.** Dynamics control of chaotic systems by parametric destochastization / Yu. A. Loskutov // *Mathematical Methods in Contemporary Chemistry*. – 1993. – Vol. 28, № 18. – P. 4581-4594.
14. **Тимашев, С. Ф.** Информационная значимость хаотических сигналов: Фликкер-шумовая спектроскопия и ее приложения / С. Ф. Тимашев // *Электрохимия*. М.: Наука. – 2006. Т. 42, №5. – С. 480-524.
15. Тимашев, С. Ф. Фликкер-шумовая спектроскопия: Информация в хаотических сигналах: монография / С. Ф. Тимашев. – Москва: Физматлит, 2007. – 248 с. – Текст: непосредственный.
16. **Timashev, S. F.** Review of flicker noise spectroscopy in electrochemistry / S. F. Timashev, Yu. S. Polyakov // *Fluctuation and Noise Letters*. – 2007. – Vol. 7, № 2. – P. 15-47.
17. **Zwanzig, R.** Memory effects in irreversible thermodynamics / R. Zwanzig // *Journal of Chemical Physics*. – 1961. – Vol. 124, № 4. – P. 983-992.
18. **Mori, H.** A continued-fraction representation of the time correlation functions / H. Mori // *Progress of Theoretical Physics*. – 1965. – Vol. 34, № 3. – P. 399-416.
19. **Greiner, J.** Microquasars / J. Greiner // *AIP Conference Proceedings*. – 2000. – Vol. 522, № 1. – P. 307-315.
20. Бербидж, Дж. Квазары: монография / Дж. Бербидж, М. Бербидж. – Москва: Мир, 1969. – 236 с. – Текст: непосредственный.
21. Николсон, И. Тяготение, черные дыры и Вселенная: монография / И. Николсон. – Москва: Мир, 1983. – 240 с. – Текст: непосредственный.
22. **Foster, R. S.** Radio and X-Ray Variability of the Galactic Superluminal Source GRS 1915+105 / R. S. Foster, E. B. Waltman, M. Tavani, B. A. Harmon, S. N. Zhang, W. S. Paciesas, F. D. Ghigo // *The Astrophysical Journal*. – 1996. – Vol. 467, № 2. – P. 81-84.



23. Nasa: официальный сайт. – Washington. – Обновляется в течение суток. – URL: <https://www.nasa.gov>. (дата обращения: 11.05.21). – Текст: электронный.
24. **Rubin, S. G.** Fine tuning of parameters of the universe / G. S. Rubin // *Chaos Solutions Fractals*. – 2002. – Vol. 14, № 7. – P. 891-899.
25. Рубин, С. Г. Устройство нашей Вселенной: монография / С. Г. Рубин. – Фрязино: Век 2, 2006. – 320 с. – Текст: непосредственный.
26. **Mirabel, I. F.** Microquasars: summary and outlook / I. F. Mirabel // *Lect. Notes Phys.* – 2010. – Vol. 984, № 794. – P. 1-15.
27. **Lutovinov, A. A.** Timing characteristics of the hard X-ray emission from bright X-ray pulsars based on INTEGRAL data / A. A. Lutovinov, S. S. Tsygankov // *Astronomy Letters*. – 2009. – Vol. 35, № 7. – P. 433-456.
28. **Mokshin, A. V.** Simple Measure of Memory for Dynamical Processes Described by a Generalized Langevin Equation / A. V. Mokshin, R. M. Yulmetyev, P. Hangii // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – Vol. 95, № 20. – P. 200601-1-4.
29. **Yulmetyev, R. M.** Non-Markov statistical effects of X-ray emission intensity of the microquasar Grs 1915+105 / R. M. Yulmetyev, S. A. Demin, R. M. Khusnutdinov, O. Yu. Panischev, P. Hangii // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. – 2006. – Vol. 9, № 4. – P. 313-330.
30. **Greenhough, J.** Characterising anomalous transport in accretion disks from X-ray observations / J. Greenhough, S. C. Chapman, S. Chaty, R. O. Dendy, G. Rowlands // *A&A*. – 2002. – Vol. 385, № 2. – P. 693-700.
31. **Kreykenbohm, I.** High variability in Vela X-1: giant flares and off states / I. Kreykenbohm, J. Wilms, M. Kretschmar // *A&A*. – 2008. – Vol. 925, № 9956. – P. 511-525.
32. **Kerkwijk, M.** On the masses of neutron stars / M. Kerkwijk, J. Paradijs, E. Zuiderwijk // *A&A*. – 1986. Vol. 303, № 497. – P. 483-498.
33. **Boerner, G.** Disk formation at the magnetosphere of wind-fed pulsars - Application to VELA X-1 / G. Boerner, S. Hayakawa, F. Nagase, U. Anzer // *A&A*. – 1987. Vol. 182, № 26. – P. 63-70.