5 класс

1. Буратино купил мороженое в пачках по 30 рублей и по 50 рублей. Стоимость всех 30-рублёвых пачек мороженого равна общей стоимости 50-рублёвых. Сколько всего пачек мороженого купил Буратино, если было куплено не более 20 пачек?

2. Найдите наименьшее натуральное n, для которого произведение чисел n, $n+1$ и $n+2$ делится на 100.

3. За круглым столом сидят 99 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Среди сидящих за столом есть хотя бы один рыцарь. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей сидит за столом?

4. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 6×7 по клеточкам на максимальное количество «уголков» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из *разного* числа клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными.)

5. В наборе были гирьки с массами 11, 12 и 13 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.

5 класс

1. Буратино купил мороженое в пачках по 30 рублей и по 50 рублей. Стоимость всех 30-рублёвых пачек мороженого равна общей стоимости 50-рублёвых. Сколько всего пачек мороженого купил Буратино, если было куплено не более 20 пачек?

2. Найдите наименьшее натуральное n, для которого произведение чисел n, $n+1$ и $n+2$ делится на 100.

3. За круглым столом сидят 99 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Среди сидящих за столом есть хотя бы один рыцарь. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей сидит за столом?

4. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 6×7 по клеточкам на максимальное количество «уголков» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из *разного* числа клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными.)

5. В наборе были гирьки с массами 11, 12 и 13 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.

6 класс

1. Найдите *наименьшее* натуральное число n, для которого произведение $(n+1)(n+2)(n+3)$ делится на 100.

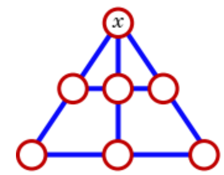

Рис. 1

2. Вокруг круглого стола сидят девять человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» *а*) Могли ли они все ответить «рыцарь»? *б*) Могли ли они все ответить «лжец»?

3. Числа 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы всех пяти троек чисел, расположенных «на отрезках», оказались равны между собой. Чему равно число x, стоящее в верхнем кружочке? Укажите все возможные варианты.

4. В игре «Морской бой» на клетчатой доске 8×14 расположен один клетчатый корабль размера 1×3. Одним выстрелом можно прострелить целиком *все* клетки одной строки или одного столбца. Какого *минимального* количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

5. В наборе были гирьки с массами 13, 14 и 15 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.

6 класс

1. Найдите *наименьшее* натуральное число n, для которого произведение $(n+1)(n+2)(n+3)$ делится на 100.

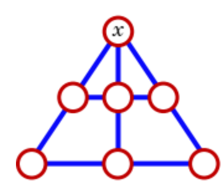

Рис. 1

2. Вокруг круглого стола сидят девять человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» *а*) Могли ли они все ответить «рыцарь»? *б*) Могли ли они все ответить «лжец»?

3. Числа 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы всех пяти троек чисел, расположенных «на отрезках», оказались равны между собой. Чему равно число x, стоящее в верхнем кружочке? Укажите все возможные варианты.

4. В игре «Морской бой» на клетчатой доске 8×14 расположен один клетчатый корабль размера 1×3. Одним выстрелом можно прострелить целиком *все* клетки одной строки или одного столбца. Какого *минимального* количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

5. В наборе были гирьки с массами 13, 14 и 15 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.

7 класс

1. За столом сидят несколько детей. Из пакета с конфетами первый взял 1 конфету, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 81 конфету больше, чем на первом. Сколько детей сидело за столом?

2. Вокруг круглого стола сидят двенадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» Могла ли половина из них ответить «рыцарь», а половина — «лжец»?

3. Числа $1, 2, 3, \ldots, 9$ расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы чисел на каждой стороне треугольника одинаковы и равны s. Какое *наибольшее* значение может принимать s?

4. На доске были написаны одиннадцать последовательных натуральных чисел. Когда из них стёрли шесть подряд идущих чисел, то сумма пяти оставшихся оказалась равна 100. Какие числа стёрли? Найдите все возможные варианты.

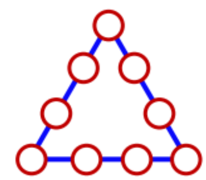

Рис. 1

5. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Известно, что $AB = BC = CD$, $AO = 8$ и $\angle BOC = 120°$. Чему равно DO?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.

7 класс

1. За столом сидят несколько детей. Из пакета с конфетами первый взял 1 конфету, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 81 конфету больше, чем на первом. Сколько детей сидело за столом?

2. Вокруг круглого стола сидят двенадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» Могла ли половина из них ответить «рыцарь», а половина — «лжец»?

3. Числа $1, 2, 3, \ldots, 9$ расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы чисел на каждой стороне треугольника одинаковы и равны s. Какое *наибольшее* значение может принимать s?

4. На доске были написаны одиннадцать последовательных натуральных чисел. Когда из них стёрли шесть подряд идущих чисел, то сумма пяти оставшихся оказалась равна 100. Какие числа стёрли? Найдите все возможные варианты.

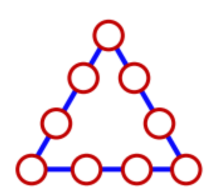

Рис. 1

5. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Известно, что $AB = BC = CD$, $AO = 8$ и $\angle BOC = 120°$. Чему равно DO?

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.
Вариант 1

5 класс

1. Буратино купил мороженое в пачках по 30 рублей и по 50 рублей. Стоимость всех 30-рублёвых пачек мороженого равна общей стоимости 50-рублёвых. Сколько всего пачек мороженого купил Буратино, если было куплено не более 20 пачек?

Ответ: 8 *пачек или* 16 *пачек.*

Решение. Пусть x, y — количество 30- и 50-рублёвых пачек мороженого соответственно. По условию $30x = 50y$ и $x + y \leqslant 20$. Из равенства $3x = 5y$ видно, что x делится на 5. Поскольку $x \leqslant 20$, значение x равно 5, 10, 15 или 20, при этом $y = 3$, 6, 9 или 12. В первых двух случаях величина $x + y$ равна 8 или 16; в двух последних $x + y$ равно 24 или 32, что больше 20.

Критерии. За каждый пример — 2 балла. Доказано, что других решений нет — 3 балла.

2. Найдите наименьшее натуральное n, для которого произведение чисел n, $n + 1$ и $n + 2$ делится на 100.

Ответ: $n = 23$.

Решение. Из трёх последовательных натуральных чисел на 5 может делиться только одно. Поэтому в произведении $n(n + 1)(n + 2)$ один из трёх сомножителей должен делиться на 25. Значит, наибольший сомножитель $n + 2$ не меньше 25, то есть $n \geqslant 23$. Легко проверить, что если $n = 23$, то произведение делится и на 25, и на 4, то есть кратно 100.

Критерии. Правильный ответ — 2 балла. Отмечается, что один из сомножителей делится на 25 — 2 балла.

3. За круглым столом сидят 99 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Среди сидящих за столом есть хотя бы один рыцарь. Каждый из них утверждает: «Мои соседи — рыцарь и лжец». Сколько рыцарей сидит за столом?

Ответ: 66 *рыцарей.*

Решение. Рассмотрим сидящего за столом рыцаря. Поскольку его утверждение правдиво, рядом с ним один сосед — рыцарь, а второй — лжец. Предположим, что сидящий справа от него — рыцарь, тогда следующим будет лжец, то есть имеем последовательность РРЛ. С другой стороны от лжеца сидит рыцарь, и следующий за ним — тоже рыцарь, то есть получим РРЛРР. Но тогда следующим за рыцарем должен быть снова лжец, и так далее. В итоге получим расстановку всех рыцарей и лжецов РРЛ РРЛ РРЛ ... РРЛ, в которой всего 66 рыцарей.

Критерии. Только ответ без объяснений — 1 балл. Правильная расстановка рыцарей и лжецов с ошибкой в вычислениях — 4 балла.

4. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 6×7 по клеточкам на максимальное количество «уголков» шириной в одну клетку так, чтобы все «уголки» состояли из *разного* числа клеток. (Длины «сторон» уголка могут быть как одинаковыми, так и различными.)

Ответ: 7 *уголков. Например, как на рисунке* 1.

Решение. Площадь прямоугольника — 42 клетки, а самого маленького «уголка» — 3 клетки. Представим число 42 в виде суммы *наибольшего* числа различных слагаемых, начиная с трёх: $42 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$. Значит, при разрезании исходного прямоугольника может получиться не более семи уголков (*оценка*). На рисунке 1 приведён один из возможных способов разрезания прямоугольника 6×7 на семь «уголков» с указанными количествами клеток (*пример*).

Критерии. Правильный пример разрезания — 3 балла. Доказано, что число уголков не более семи — ещё 4 балла.

5. В наборе были гирьки с массами 11, 12 и 13 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

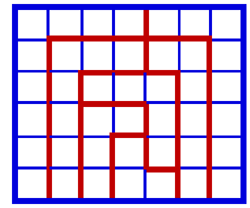

Рис. 1

Ответ: 4 *гирьки.*

Решение. Исходный суммарный вес всех гирь больше 1000 граммов и должен делиться на $11 + 12 + 13 = 36$. Вот несколько первых чисел, больших 1000 и кратных 36: $1008 = 36 \cdot 28$, $1044 = 36 \cdot 29, \ldots$.

Ясно, что исходный набор не мог весить 1008 граммов, поскольку вес потерянных гирь тогда составлял бы 8 граммов, что невозможно.

Если вначале набор весил 1044 грамма, то вес потерянных гирь составлял бы 44 грамма. Но три самые тяжёлые 13-граммовые гири весят всего 39 граммов, значит, было потеряно *не менее* четырёх гирь. Вес в 44 грамма можно набрать с помощью четырёх 11-граммовых гирь. Значит, наименьшее количество потерянных гирь — 4, при этом вначале было по 29 гирек каждого вида.

Критерии. Ответ без объяснений и примера — 0 баллов. Правильный пример — 2 балла. Доказано, что потеряно не менее 4 гирек — 5 баллов.

6 класс

1. Найдите *наименьшее* натуральное число n, для которого произведение $(n+1)(n+2)(n+3)$ делится на 100.

Ответ: $n = 22$.

Решение. Из трёх последовательных натуральных чисел на 5 может делиться только одно. Поэтому в произведении $(n+1)(n+2)(n+3)$ один из трёх сомножителей должен делиться на 25. Значит, наибольший сомножитель $n+3$ не меньше 25, то есть $n \geqslant 22$. Легко проверить, что если $n = 22$, то произведение делится и на 25, и на 4, то есть кратно 100.

Критерии. Правильный ответ — 2 балла. Отмечается, что один из сомножителей делится на 25 — 2 балла.

2. Вокруг круглого стола сидят девять человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» *а*) Могли ли они все ответить «рыцарь»? *б*) Могли ли они все ответить «лжец»?

Ответ: *а*) *да, могли;* *б*) *нет, не могли.*

Решение. *а*) За столом могли сидеть девять рыцарей (или девять лжецов), и тогда каждый из них на вопрос в задаче ответил «рыцарь».

б) Предположим, что все девять ответили «лжец». Лжец мог так ответить только в том случае, если справа от него сидит рыцарь. А рыцарь мог так ответить только в том случае, если справа от него сидит лжец. Значит, сидящие за столом лжецы и рыцари *чередуются*. Но девять — нечетное число, поэтому лжецы и рыцари не могут чередоваться.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильный пример в пункте *а*) — 1 балл. В пункте *б*) отмечено без доказательства, что лжецы и рыцари обязательно чередуются — 2 балла. Доказано, что лжецы и рыцари чередуются — 4 балла. Обосновано, что из-за нечётности числа сидящих, чередование невозможно — ещё 2 балла. Полное решение пункта *б*) — 7 баллов.

3. Числа 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы всех пяти троек чисел, расположенных «на отрезках», оказались равны между собой. Чему равно число x, стоящее в верхнем кружочке? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 7.

Решение. Обозначим сумму троек чисел на каждом «отрезке» через s. Сумма этих сумм по трём «отрезкам», выходящим из верхнего кружочка, равна $3s$, при этом каждое из чисел в кружочках входит в эту сумму по одному разу, кроме числа x, которое входит в три раза. Поэтому

$$3s = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 2x,$$

то есть $3s = 49 + 2x$. Если мы сложим числа лишь по двум горизонтальным «отрезкам», то получим сумму шести чисел из семи, то есть $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 - x$. Следовательно,

$$2s = 49 - x,$$

откуда $x = 49 - 2s$. Подставив это значение в первое уравнение, получим $3s = 49 + 2(49 - 2s)$, откуда $s = 21$, $x = 49 - 2s = 7$.

Приведём пример расстановки чисел, когда $x = 7$: $\begin{array}{ccccccc} & & & \mathbf{7} & & & \\ & 5 & & 3 & & 13 & \\ 9 & & & 11 & & & 1 \end{array}$.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильный ответ и пример расстановки чисел — 3 балла. Доказано, что других вариантов нет — ещё 4 балла.

4. В игре «Морской бой» на клетчатой доске 8×14 расположен один клетчатый корабль размера 1×3. Одним выстрелом можно прострелить целиком *все* клетки одной строки или одного столбца. Какого *минимального* количества выстрелов хватит, чтобы гарантированно ранить корабль?

Ответ: *хватит* 6 *выстрелов.*

Решение. Пример. Сделаем 6 выстрелов так, как показано на рисунке 2. Тогда видно, что корабль гарантированно будет ранен.

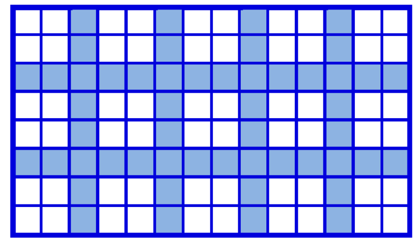

Рис. 2

Оценка. Покажем, что если сделано только 5 выстрелов, то можно не ранить корабль. Пусть, например, вдоль строк сделано не более одного выстрела. Тогда в любом столбце, в который не сделано выстрела, прострелено не более одной клетки, и поэтому в этом столбце может стоять корабль, который не будет ранен. Значит, количество «горизонтальных» выстрелов не меньше двух.

Аналогично доказывается, что число «вертикальных» выстрелов не меньше четырёх, и значит, общее число выстрелов не меньше шести. Действительно, если сделано не более трёх «вертикальных» выстрелов, то между любыми «соседними» столбцами, по которым произведены выстрелы, должно быть не более двух столбцов, иначе в строке, в которую не сделан выстрел, можно поставить корабль, который не будет ранен. Тогда один из промежутков от края доски до столбца, по которому произведён «вертикальный» выстрел, будет содержать не менее 5 столбцов, и значит, в одну из строк снова можно поставить неуязвимый корабль.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Указан правильный ответ и расположение выстрелов (пример) — 3 балла. Доказано, что количество выстрелов не меньше 6 (оценка), — ещё 4 балла.

5. В наборе были гирьки с массами 13, 14 и 15 граммов, поровну каждого вида. После того как несколько гирек потерялось, все оставшиеся гирьки взвесили, их масса оказалась равной 1000 граммов. Какое *наименьшее* количество гирек могло быть потеряно?

Ответ: 7 *гирек.*

Решение. Исходный суммарный вес всех гирь больше 1000 граммов и должен делиться на $13+14+15 = 42$. Вот несколько первых чисел, больших 1000 и кратных 42: $1008 = 42 \cdot 24$, $1050 = 42 \cdot 25$, $1092 = 42 \cdot 26, \ldots$.

Ясно, что исходный набор не мог весить 1008 граммов, поскольку вес потерянных гирь тогда составлял бы 8 граммов, что невозможно.

Если вначале набор весил 1050 граммов, то вес потерянных гирь составлял бы 50 граммов. Три самые тяжёлые 15-граммовые гири весят меньше 50 граммов, поэтому было потеряно не менее четырёх гирь. Однако вес любых четырёх гирь не меньше $4 \cdot 13 = 52$, и значит, этот случай невозможен.

Если вес всех гирь был 1092 грамма, то потерянные гири весили 92 грамма. Поскольку шести самых тяжёлых гирь недостаточно для этого веса ($6 \cdot 15 < 92$), значит, было потеряно *не менее* семи гирь. Вес в 92 грамма можно набрать с помощью шести 13-граммовых гирь и одной 14-граммовой. Значит, наименьшее количество потерянных гирь — 7, при этом вначале было по 26 гирек каждого вида.

Критерии. Ответ без объяснений и примера — 0 баллов. Правильный пример — 2 балла. Доказано, что потеряно не менее 7 гирек — 5 баллов.

Турнир юных математиков им. Н.И. Лобачевского
Казань, 6 декабря 2020 г.
Вариант 1

7 класс

1. За столом сидят несколько детей. Из пакета с конфетами первый взял 1 конфету, второй — 2, третий — 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 81 конфету больше, чем на первом. Сколько детей сидело за столом?

Ответ: 9 *детей.*

Решение. Если за столом сидят n детей, то на втором круге каждый возьмет на n конфет больше, чем на первом. Значит, всего на втором круге будет взято на $n \cdot n = n^2$ конфет больше, чем на первом. Отсюда $n^2 = 81$, то есть $n = 9$.

Критерии. Только ответ — 2 балла. Число детей найдено подбором — 7 баллов.

2. Вокруг круглого стола сидят двенадцать человек — каждый либо рыцарь, либо лжец. Рыцарь всегда говорит правду, а лжец всегда лжет. Каждого из них спросили: «Кто сидит *справа* от тебя?» Могла ли половина из них ответить «рыцарь», а половина — «лжец»?

Ответ: *да, это возможно.*

Решение. Рассадим рыцарей и лжецов за круглым столом, например, так:

РРЛЛ РРЛЛ РРЛЛ,

где буквы Р и Л обозначают рыцаря и лжеца соответственно. Их ответы на вопрос из условия задачи образуют последовательность РЛРЛ РЛРЛ РЛРЛ, в которой слова «рыцарь» и «лжец» встречаются поровну (по шесть раз).

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильный пример — 7 баллов.

3. Числа $1, 2, 3, \ldots, 9$ расставили в кружочках на рисунке 1 так, что суммы чисел на каждой стороне треугольника одинаковы и равны s. Какое *наибольшее* значение может принимать s?

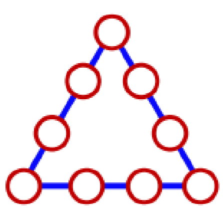

Рис. 3

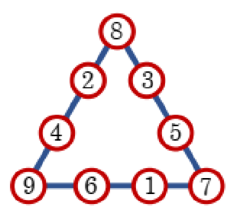

Рис. 4

Ответ: 23.

Решение. Оценка. Пусть s — сумма чисел вдоль одной стороны треугольника (рис. 3). Сумма этих трёх сумм чисел вдоль каждой стороны треугольника равна $3s$, при этом каждое из чисел в кружочках входит в эту сумму по одному разу, кроме чисел A, B и C в «вершинах» треугольника, которые входят два раза. Поэтому

$$3s = 1 + 2 + \ldots + 9 + (A + B + C),$$

то есть $3s = 45 + (A + B + C)$. Наибольшее значение $A + B + C$ не превосходит суммы трёх наибольших чисел набора, то есть $A + B + C \leqslant 9 + 8 + 7$, и поэтому $3s \leqslant 45 + 24$, то есть $s \leqslant 23$.

Пример. На рисунке 4 сумма чисел вдоль каждой стороны треугольника равна $s = 23$.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Приведён пример — 3 балла. Доказана оценка — 4 балла.

4. На доске были написаны одиннадцать последовательных натуральных чисел. Когда из них стёрли шесть подряд идущих чисел, то сумма пяти оставшихся оказалась равна 100. Какие числа стёрли? Найдите все возможные варианты.

Ответ: $12, 13, 14, 15, 16, 17$ *или* $23, 24, 25, 26, 27, 28$.

Решение. Пусть x — наименьшее из написанных чисел, тогда сумма всех чисел равна

$$x + (x + 1) + \ldots + (x + 10) = 11x + 55.$$

Обозначим через $x + y$ — наименьшее вычеркнутое число ($0 \leqslant y \leqslant 5$), тогда сумма шести стёртых чисел составляет

$$(x + y) + (x + y + 1) + \ldots + (x + y + 5) = 6x + 6y + 15.$$

Сумма оставшихся чисел равна $(11x + 55) - (6x + 6y + 15)$, поэтому $5x - 6y + 40 = 100$, или $5(x - 12) = 6y$. Из этого равенства следует, что y делится на 5. Это возможно только при $y = 0$ и $y = 5$; соответствующие значения $x = 12$ и $x = 18$. В первом случае исходный набор состоит из чисел $12, 13, \ldots, 22$, стёрли — $12, 13, \ldots, 17$. Во втором случае исходный набор — это $18, 19, \ldots, 28$, стёртые числа — $23, 24, \ldots, 28$.

Критерии. За каждый правильный пример — по 1 баллу. Доказано, что других вариантов нет — 5 баллов. Полное решение — 7 баллов.

5. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Известно, что $AB = BC = CD$, $AO = 8$ и $\angle BOC = 120^\circ$. Чему равно DO?

Ответ: $DO = 8$.

Решение. Отметим на прямой AC такую точку E, что треугольник BOE — равносторонний (рис. 5). Докажем равенство треугольников BAE и BCO. Действительно, поскольку $AB = BC$, треугольник ABC — равнобедренный, и значит, $\angle BAC = \angle BCA$. Кроме того, отметим ещё одну пару равных углов $\angle AEB = \angle BOC = 120^\circ$. Таким образом, треугольники BAE и BCO равны по стороне и двум углам, отсюда $AE = CO$ и $AO = AE + EO = CO + BO$.

Если отметить на прямой BD такую точку F, что треугольник COF — равносторонний, то аналогичными рассуждениями получим $DO = BO + CO$. Отсюда следует, что $DO = AO = 8$.

Критерии. Только ответ — 0 баллов. Правильное дополнительное построение, связанное с равносторонним треугольником — 2 балла. Установлено равенство $AO = CO + BO$ или аналогичное ему $DO = BO + CO$ — 5 баллов.

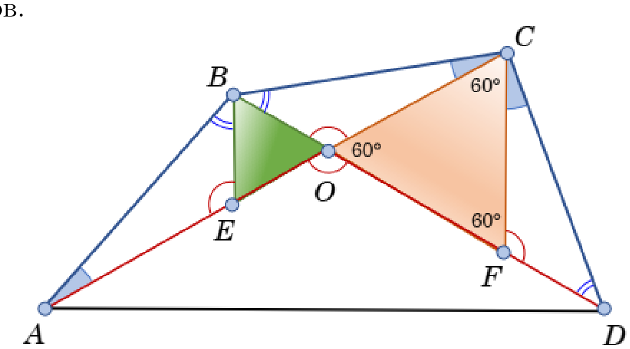

Рис. 5