

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Набережночелнинский институт (филиал) федерального государственного автономного
образовательного учреждения высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»
ИНЖЕНЕРНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

УТВЕРЖДАЮ
Директор



Т.И. Бычкова

« 01 » июня 2017 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.03 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Специальность: 09.02.04 "Информационные системы (в экономике)"

Квалификация выпускника: техник по информационным системам

Форма обучения: очная

на базе основного общего образования

Язык обучения: русский

Автор: Рязанова А.Н.

Рецензент: Галиуллин Л.А.

СОГЛАСОВАНО:

Председатель ПЦК

«Цикл информатики и информационных технологий»

Протокол заседания ПЦК № 12 от «24» мая 2017г.

 А.Н.Рязанова

Учебно-методическая комиссия инженерно-экономического колледжа

Протокол заседания УМК № 14 от «30» мая 2017г.

г. Набережные Челны, 2017

1. Цели освоения дисциплины

Программа учебной дисциплины ЕН.03 «Теория вероятностей и математическая статистика» является частью основной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности 09.02.04 "Информационные системы (в экономике)"

Цель изучения дисциплины – получение теоретических знаний, необходимых для решения прикладных задач и практических навыков составления и анализа несложных математических моделей, связанных со случайными явлениями.

2. Место дисциплины в структуре ППСЗ

Дисциплина ЕН.03 « Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам Математического и общего естественнонаучного цикла. Изучение дисциплины ЕН.03 «Теория вероятностей и математическая статистика» базируется на знаниях дисциплины ЕН.01 «Элементы высшей математики», использует знания таких дисциплин, как ПД.01 «Математика», ПД.02 «Информатика», ЕН.02 «Элементы математической логики» и др.

Осваивается на третьем курсе (5 семестр).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен *знать*:

- значение теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности;
- основы теории вероятностей и математической статистики;
- основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности;
- основные понятия теории графов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен *уметь*:

- вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики;
- использовать методы математической статистики;
- использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики

Освоение дисциплины способствует формированию компетенций:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личного развития
ОК 5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности

ОК 6	Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации
ОК 9	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности
ПК 1.1	Собирать данные для анализа использования и функционирования информационной системы, участвовать в составлении отчетной документации, принимать участие в разработке проектной документации на модификацию информационной системы.
ПК 1.2	Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности.
ПК 1.4	Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы.
ПК 2.3	Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Распределение трудоёмкости дисциплины (в часах) по видам нагрузки обучающегося и по разделам дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 117 часов.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине: экзамен в 5 семестре.

Разделы и темы дисциплины		Семестр	Неделя	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа	Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы		
Раздел 1	Раздел 1. Основные понятия комбинаторики			4	0	0	4	

Тема 1.1	Тема 1.1. Генеральная совокупность без повторений и выборки		1	2	0	0	2	Устный опрос *Тест 1
Тема 1.2	Тема 1.2. Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями		2	2	0	0	2	Устный опрос Тест 1
Раздел 2	Случайные события			8	12	0	5	
Тема 2.1	Вероятность случайного события.		3-4	4	6	0	2	Устный опрос Тест 1 Решение задач Проверочная работа 1
Тема 2.2	Вероятность сложного события		5-6	4	6	0	3	Устный опрос Тест 1 Решение задач Проверочная работа 2
Раздел 3	Случайные величины			12	10	0	11	
Тема 3.1	Понятие ДСВ. Закон распределения ДСВ.		7	2	2	0	2	Устный опрос *Тест 2 Решение задач
Тема 3.2	Числовые характеристики ДСВ и их свойства.		8	2	4	0	2	Устный опрос Тест 2 Решение задач *Проверочная работа 3
Тема 3.3	Центральная предельная теорема. Закон больших чисел		9	2	0	0	1	Устный опрос
Тема 3.4	Понятие НСВ. Числовые характеристики НСВ.		10	2	4	0	2	Устный опрос Тест 2 Решение задач Проверочная работа 4
Тема 3.5	Законы распределения вероятностей.		11	2	0	0	2	Устный опрос Тест 2 Решение задач
Тема 3.6	Системы двух случайных величин.		12	2	0	0	2	Устный опрос Тест 2
Раздел 4	Математическая статистика			13	17	0	11	
Тема 4.1	Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины		13-14	4	4	0	2	Устный опрос *Тест 3 Решение задач

Тема 4.2	Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины		15	2	2	0	2	Устный опрос Тест 3 Решение задач
Тема 4.3	Проверка статистических гипотез		16	2	2	0	2	Устный опрос Тест 3 Решение задач
Тема 4.4	Основы дисперсионного анализа		17	2	4	0	2	Устный опрос Тест 3 Решение задач
Тема 4.5	Корреляционно-регрессионный анализ		18-20	2	5	0	3	Устный опрос Тест 3 Решение задач
Раздел 5	Элементы теории графов			0	0	0	8	
Тема 5.1	Основные понятия теории графов			2	0	0	4	Устный опрос Решение задач
Тема 5.2	Матричное задание графов			1	0	0	4	Устный опрос Решение задач
	Всего			39	39	0	39	
				117				

*-контрольные точки

4.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работа (проект)	Объем часов	Уровень освоения
1	2	3	4
Раздел 1. Основные понятия комбинаторики		8	
Тема 1.1. Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений	Содержание учебного материала	2(2)	
	Введение: Значение теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности Совокупность без повторений; правило умножения и сложения; размещения, перестановки и сочетания без повторений, формулы для подсчета их числа. Решение типовых задач.		2
	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: подсчет числа комбинаций в генеральной совокупности без повторений	2 1(1) 1(2)	
Тема 1.2. Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями	Содержание учебного материала	2(4)	
	Совокупности с повторениями; размещения, перестановки и сочетания с повторениями, формулы для подсчета их числа. Решение типовых задач.		2
	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: подсчет числа комбинаций в генеральной совокупности с повторениями	2 1(3) 1(4)	
Раздел 2. Случайные события		28	
Тема 2.1. Вероятность случайного события.	Содержание учебного материала		
	1	Вероятность случайного события: виды случайных событий; операции над событиями; классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности случайного события, формулы для их определения. Решение типовых задач.	4 2(6)

	2	Теоремы сложения и умножения вероятностей: совместные, попарно независимые, независимые в совокупности случайные события; теоремы, определяющие вероятность объединения и совмещения событий. Решение типовых задач.	2(8)	
	Практические занятия 1.Вероятность случайного события 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей 3.Проверочная работа 1 «Вероятность случайного события»		6 2(2) 2(4) 2(6)	
	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: нахождение вероятности события с использованием классической формулы вероятности, понятия статистической и геометрической вероятности, нахождение вероятности события с использованием теорем сложения и умножения вероятностей.		2 1(5) 1(6)	
Тема 2.2 Вероятность сложного события	Содержание учебного материала		4	
	1	Следствия теорем сложения и умножения: Формула полной вероятности и формула вероятности гипотез. Решение типовых задач.	2(10)	2
	2	Повторение испытаний: Формула Бернулли о вероятности появления события k раз в n испытаниях. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Решение типовых задач.	2(12)	
	Практические занятия 4.Формула полной вероятности и формула Байеса 5. Повторные независимые испытания 6. Проверочная работа 2 «Вероятность сложного события»		6 2(8) 2(10) 2(12)	

	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: нахождение вероятности сложного события с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и формулы Байеса, нахождение вероятности события в схеме повторных независимых испытаний 3. Подготовка к тестированию	3 1(7) 1(8) 1(9)	
Раздел 3. Случайные величины		29	
Тема 3.1 Понятие ДСВ. Закон распределения ДСВ.	Содержание учебного материала Случайная величина, дискретная случайная величина, закон распределения вероятностей ДСВ, биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение.	2(14)	2
	Практические занятия 7.Закон распределения ДСВ	2(14)	
	Самостоятельная работа 1.Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: построение закона распределения ДСВ	2 1(10) 1(11)	
Тема 3.2. Числовые характеристики ДСВ и их свойства.	Содержание учебного материала Математическое ожидание, вероятностный смысл математического ожидания, свойства математического ожидания, математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях; отклонение. Дисперсия, свойства дисперсии, дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях, среднее квадратическое отклонение; начальные и центральные теоретические моменты; формулы для вычисления. Решение типовых задач.	2 2(16)	2
	Практические занятия 8.Дискретные случайные величины	4(18)	
	Самостоятельная работа 1.Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: нахождение числовых характеристик.	2 1(12) 1(13)	

Тема 3.3. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел.	Содержание учебного материала	2(18)	
	Неравенство Чебышева, теорема Чебышева, сущность теоремы Чебышева, значение теоремы Чебышева для практики, теорема Бернулли. Решение типовых задач.		2
	Самостоятельная работа Работа с конспектом лекции	1(14)	
Тема 3.4. Понятие НСВ. Числовые характеристики НСВ.	Содержание учебного материала	2(20)	
	Непрерывная случайная величина, функция распределения, свойства функции распределения, график функции распределения, плотность распределения, вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал, свойства плотности распределения, числовые характеристики НСВ. Решение типовых задач.		2
	Самостоятельная работа Работа с конспектом лекции	2 1(15)	
Тема 3.5 Законы распределения вероятностей.	Содержание учебного материала	2(22)	
	Равномерное распределение вероятностей, числовые характеристики, вероятность попадания в интервал; нормальное распределение вероятностей, числовые характеристики, нормальная кривая, вероятность попадания в интервал; показательное распределение вероятностей, числовые характеристики, вероятность попадания в интервал. Решение типовых задач.		2
	Практические занятия 9. Непрерывные случайные величины 10. Проверочная работа 3 «Случайные величины»	4 2(20) 2(22)	
	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: нахождение вероятности попадания случайной величины в интервал, нахождение числовых характеристик НСВ, нахождение математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения для случайной величины с заданным законом распределения, вероятность попадания в интервал.	2 1(16) 2(18)	
	Тема 3.6 Системы двух	Содержание учебного материала	2(24)

случайных величин.	Система нескольких случайных величин, закон распределения вероятностей многомерной ДСВ, функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Решение типовых задач.		2
	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Подготовка к тестированию	2 1(19) 1(20)	
Раздел 4. Математическая статистика		43	
Тема 4.1 Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины	Содержание учебного материала	4	2
	1 Вариационные ряды - Генеральная совокупность и выборка, выборочный метод, дискретный вариационный ряд, интервальный вариационный ряд, полигон частот, гистограмма частот.	2(26)	
	2 Характеристики вариационных рядов - Среднее арифметическое и его свойства, мода, медиана, выборочная дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое отклонение, среднее линейное отклонение, коэффициент вариации, выборочные начальные и центральные моменты, асимметрия, эксцесс. Решение типовых задач.	2(28)	
	Практические занятия 11. Группировка статистических данных, выборочные характеристики	4(26)	
	Самостоятельная работа 1. Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: построение дискретного и интервального вариационного ряда, средние величины и показатели вариации.	2 1(21) 1(22)	
Тема 4.2 Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины	Содержание учебного материала	2(30)	2
	Понятие о точечной оценке числовой характеристики случайной величины, свойства точечной оценки, точечные оценки математического ожидания и дисперсии, точечная оценка вероятности события, понятие об интервальной оценке числовой характеристики случайной величины, интервальные оценки параметров нормального распределения, интервальная оценка вероятности события, понятие доверительной области. Решение типовых задач.		
	Практические занятия 12. Точечные оценки и доверительные интервалы для параметров распределения	2(28)	

	Самостоятельная работа	2	
	1.Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: нахождение точечных оценок и доверительных интервалов для параметров распределения.	1(23) 1(24)	
Тема 4.3 Проверка статистических гипотез	Содержание учебного материала	2(32)	
	Статистическая гипотеза, статистическое доказательство, основные этапы проверки гипотезы, ошибка первого рода, ошибка второго рода, алгоритм проверки статистических гипотез. Решение типовых задач.		2
	Практические занятия	2(30)	
	13.Проверка статистических гипотез		
	Самостоятельная работа	2	
	1.Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: проверка параметрических и непараметрических гипотез.	1(25) 1(26)	
Тема 4.4 Основы дисперсионного анализа	Содержание учебного материала	2(34)	
	Постановка задачи, однофакторный эксперимент, модель однофакторного дисперсионного анализа, схема дисперсионного анализа. Решение типовых задач.		2
	Практические занятия	4(34)	
	14.Дисперсионный анализ		
	Самостоятельная работа	2	
	1.Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: модель однофакторного дисперсионного анализа.	1(27) 1(28)	
Тема 4.5 Корреляционно-регрессионный анализ	Содержание учебного материала	2(36)	
	Причинная связь, понятие о корреляционной связи, понятие о регрессионной связи, виды корреляций, виды регрессий, задачи корреляционного анализа, задачи регрессионного анализа. Коэффициент корреляции, коэффициент детерминации, регрессия, уравнение регрессии, оценка коэффициентов регрессии. Метод наименьших квадратов, линейное уравнение регрессии, алгоритм корреляционно-регрессионного анализа Решение типовых задач.		2

	Практические занятия 15.Линейная корреляция 16.Нелинейная корреляция	5 2(36) 3(39)	
	Самостоятельная работа 1.Работа с конспектом лекции 2. Решение задач и упражнений по образцу: построение уравнения регрессии 3. Подготовка к тестированию	3 1(29) 1(30) 1(31)	
Раздел 5. Элементы теории графов		12	
Тема 5.1 Основные понятия теории графов	Содержание учебного материала Понятие неориентированного графа, путь в графе, связный граф, компоненты связности графа, степень вершины, теорема о сумме степеней вершин графа, мосты и разделяющие вершины (точки сочленения), понятие орграфа, полустепень исхода и полустепень захода вершины, ориентированный путь, контур, разновидности графов(полные графы, регулярные графы, полностью несвязные графы, двудольные графы, плоские графы, планарные графы, эйлеровы графы).	3 2(38)	
	Самостоятельная работа Выполнить практическую часть опираясь на методические рекомендации.	4(35)	
Тема 5.2 Матричное задание графов	Содержание учебного материала 1. Составить конспект опираясь на следующие дидактические единицы: матрица смежности (для ориентированного и неориентированного графа, псевдографа), матрица инцидентности (для ориентированного и неориентированного графа). 2.Выполнить практическую часть по матричному заданию графов опираясь на методические рекомендации.	4 2(37) 2(39)	
	Всего:	117	

4.3. Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины

№	Раздел дисциплины	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
Раздел 1. Основные понятия комбинаторики				
1.1	Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
1.2	Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
Раздел 2. Элементы теории вероятностей				
2.1	Вероятность случайного события.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
2.2	Вероятность сложного события.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
		Подготовка к тестированию по разделам 1, 2	1	Тестирование
Раздел 3. Случайные величины				
3.1	Понятие ДСВ. Закон распределения ДСВ.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
3.2	Числовые характеристики ДСВ и их свойства.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
3.3	Центральная предельная теорема. Закон больших чисел.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
3.4	Понятие НСВ. Числовые характеристики НСВ.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
3.5	Законы распределения вероятностей.	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	1	Решение задач
3.6	Системы двух случайных величин	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос

		Подготовка к тестированию по разделу 3	1	Тестирование
Раздел 4. Математическая статистика				
4.1	Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Выполнение домашней работы в MS Excel	1	Отчет
4.2	Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Выполнение домашней работы в MS Excel	1	Отчет
4.3	Проверка статистических гипотез	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Выполнение домашней работы в MS Excel	1	Отчет
4.4	Основы дисперсионного анализа	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Выполнение домашней работы в MS Excel	1	Отчет
4.5	Корреляционно-регрессионный анализ	Подготовка к устному опросу	1	Устный опрос
		Выполнение домашней работы в MS Excel	1	Отчет
		Подготовка к тестированию по разделу 3	1	Тестирование
Раздел 5. Элементы теории графов				
5.1	Основные понятия теории графов	Подготовка конспекта	2	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	2	Решение задач
5.2	Матричное задание графов	Подготовка конспекта	2	Устный опрос
		Написание письменной домашней работы	2	Решение задач
ИТОГО			39	

5. Образовательные технологии

Освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает использование как традиционных (лекции, практические занятия с использованием методических материалов), так и инновационных образовательных технологий с использованием в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий: выполнение ряда практических заданий с использованием надстройки MS Excel «Анализ данных»; мультимедийных презентаций

Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах

Но мер темы	Наименование темы	Форма проведения занятия	Объем в часах
Тема 3.1	Понятие ДСВ. Закон	Презентация	2

	распределения ДСВ.		
Тема 3.2	Числовые характеристики ДСВ и их свойства.	Презентация	2
Тема 4.1	Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины	Использование надстройки MS Excel «Анализ данных»	6
Тема 4.2	Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины	Использование надстройки MS Excel «Анализ данных»	2
Тема 4.3	Проверка статистических гипотез	Использование надстройки MS Excel «Анализ данных»	2
Тема 4.4	Основы дисперсионного анализа	Использование надстройки MS Excel «Анализ данных»	4
Тема 4.5	Корреляционно-регрессионный анализ	Использование надстройки MS Excel «Анализ данных»	5
<i>Всего по дисциплине</i>			23

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Оценочные средства текущего контроля

Тема 1.1. Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7): Какие основные правила комбинаторики вы знаете. Сформулируйте правило суммы. Сформулируйте правило произведения. Дайте понятие генеральной совокупности без повторений. Какие выборки называются размещения, сочетания, перестановки. В чем их отличия.. По каким формулам находят размещения, сочетания, перестановки без повторений. По каким формулам находят размещения, сочетания, перестановки с повторениями?

Тема 1.2. Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7): Дайте понятие генеральной совокупности без повторений. Какие выборки называются размещения, сочетания, перестановки. В чем их отличия.. По каким формулам находят размещения, сочетания, перестановки с повторениями. По каким формулам находят размещения, сочетания, перестановки с повторениями.

Тема 2.1. Вероятность случайного события.

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7): Какие события называются случайными по отношению к данному опыту. Приведите примеры случайных событий из жизни. Какие разновидности случайных событий вы знаете. Какие операции можно производить над событиями. Дайте определение вероятности события. Что такое частота случайного события. Как частота связана с вероятностью. Какие вы знаете способы для определения вероятностей. Что требуется для определения вероятностей экспериментальным путем. Что может дать знание вероятности события и как эти знания можно использовать.

Теоремы сложения и умножения вероятностей - Сформулируйте теорему сложения вероятностей несовместных событий. Какая группа событий называется «полная группа событий». Чему равна сумма вероятностей событий, образующих полную группу. Какую вероятность события называют условной. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей. Чему равна вероятность появления хотя бы одного события.

Практическое задание 1. Вероятность случайного события (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач:

1. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы, а затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «книга». Отв: $1/120$
2. В зрительном зале забронировано 10 мест для приглашенных гостей. Пришли 7 приглашенных. Найти вероятность того, что четверо из пришедших гостей займут определенные для каждого из них места, если гости занимают места случайным образом. Отв: $1/5040$
3. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1,2,3,4,5,6,7,8,9. все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в ряд в порядке появления. Какова вероятность получить при этом: а) четное число? б) число 1234? Отв: а) $4/9$ б) $0,00033$
4. Восемь различных книг расставляются наугад на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом. Отв: $0,25$
5. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 не стандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными. Отв: $0,26$
6. В клетке содержится 18 кур. Из них 6 не вакцинированы. Партию делят на две равные части. Какова вероятность того, что не вакцинированные куры разделятся поровну? Отв: $0,38$
7. Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирают делегацию из трех человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут: а) две женщины и один мужчина; б) все женщины. Отв: а) $0,087$ б) $0,0043$
8. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлечений изделий окажутся: а) одно окрашенное изделие; б) два окрашенных изделия; в) хотя бы одно окрашенное изделие. Отв: а) $0,6$ б) $0,3$ в) $0,9$
9. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Отв: $0,75$.
10. На отрезке ОА длины L числовой оси наудачу поставлены две точки В(х) , С(у). Найти вероятность того, что длина отрезка ВС меньше расстояния от точки О до ближайшей к ней точки. Отв : $1/2$

Задачи для самостоятельного решения:

1. Какова вероятность того, что в трехзначном числе, наудачу выбранном из таблицы случайных чисел,
 - а) Все цифры одинаковые.
 - б) Содержится одна цифра 5, а другие – различные, причем среди них нет цифры 0. Отв: а) $0,01$ б) $0,1867$
2. Устройство состоит из пяти элементов, из которых два изношены. При включении устройства включается случайным образом два элемента. Найти вероятность того, что включенным окажутся не изношенные элементы. Отв: $0,3$
3. Определить вероятность того, что участник лотереи «Спортлото – 5 из 36» угадает правильно: а) все 5 номеров; б) 3 номера. Отв: а) $1/376992$ б) $0,0123$

4. Внутри круга радиуса R наудачу брошена точка. Найти вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг : а) квадрата б) правильного треугольника. Отв: а) $2/\pi$ б) $3\sqrt{3}/4\pi$

5. При определении всхожести партии семян взяли пробу из 1000 единиц. Из отобранных семян не взошло 90. Какова относительная частота появления всхожего семени. Отв: 0,91

Практическое занятие 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач

1. В ящике 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена. Отв: $5/6$

2. Для сигнализаций об авариях установлены 2 независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор. Отв: 0,14

3. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия это вероятность равна 0,8. Отв: 0,7

4. Из партий изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из трёх проверенных изделий только два изделия высшего сорта. Отв: 0,384

5. Вероятность того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором, третьем, четвёртом ящике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится: а) не более чем в трёх ящиках; б) не менее чем в двух ящиках. Отв: а) 0,6976 б) 0,9572

6. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором 3 вопроса. Отв: $57/115$

7. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить 4 бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7. Отв: $\approx 0,95$

8. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырёх выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле. Отв: 0,8

9. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из урны вынимают подряд два шара.

а) Найти вероятность того, что оба шара белые.

б) Найти вероятность того, что оба шара белые, если после первого извлечения шар возвращается в урну. Отв: а) 0,1 б) 0,16

10. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в 1-м, 2-м и 3-м справочниках, соответственно равна 0,6 ; 0,7 ; 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится:

а) только в одном справочнике

б) только в двух справочниках

в) во всех трех справочниках

г) хотя бы в одном справочнике

д) ни в одном справочнике

Отв: а) 0,188 б) 0,452 в) 0,336 г) 0,976 д) 0,024

Задачи для самостоятельного решения:

1. За ответ на экзамене ученик может получить одну из следующих оценок: 5, 4, 3, 2. Вероятность того, что ученик получит 5, равна 0,3; оценку 4 – 0,4; оценку 3 – 0,2 и оценку 2 – 0,1. Какое событие противоположно событию: « ученик получит оценку 5 » и какова вероятность этого события. Отв: 0,7

2. Мастер обслуживает 5 станков. 20% рабочего времени он проводит у первого станка, 10% - у второго, 15% - у третьего, 25% - у четвертого, 30% - у пятого. Найти

вероятность того, что наудачу выбранный момент времени мастер находится: а) у второго или четвертого станка б) у первого, или второго, или третьего станка в) не у пятого станка. Отв: а) 0,35 б) 0,45 в) 0,7

3. Слово МАШИНА составлено из букв разрезной азбуки. Наудачу друг за другом извлекают четыре буквы и выкладывают последовательно в ряд. Какова вероятность того, что получится слово ШИНА. Отв: 1/180

4. В отделе зеленого черенкования плодовой опытной станции для посадки в теплице подготовили 20 зеленых черенков, среди которых 8 черенков зимостойкой алычи сорта 9-114, а остальные – черенки сливы. Случайным образом отобрано 3 черенка. Найти вероятность того, что хотя бы один из них является черенком алычи. Отв: 0,8070

5. Вероятность спортсменом взять в одной попытке высоту 1,8 м равна 0,6, высоту 2 м – 0,2, высоту 2 м 10 см – 0,1. Спортсмен, не взявший предыдущую высоту, выбывает из соревнований. Спортсмену на каждую высоту дается три попытки. Определить вероятность того, что спортсмен закончит соревнования, взяв высоту: а) 1,8м б) 2м в) 2м 10 см Отв: а) 0,479 б) 0,333 в) 0,124

Практическое занятие 3. Проверочная работа «Вероятность случайного события» (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Вариант 1

1. Из слова «наугад» произвольно выбирается одна буква. Какова вероятность того, что это буква «я»? Какова вероятность того, что это гласная?

2. В партии готовой продукции из 10 изделий имеется 7 изделий повышенного качества. Наудачу отбирается 6 изделий. Какова вероятность того, что 4 из них будут повышенного качества?

3. Вероятность поражения первой мишени для данного стрелка равна 0,6. Если при первом выстреле зафиксировано попадание, то стрелок получает право на следующий выстрел по второй мишени. Вероятность поражения обеих мишеней при двух выстрелах равна 0,3. Определить вероятность поражения второй мишени.

4. Читатель в поисках нужной книги обходит три библиотеки. Вероятность того, что она имеется в очередной библиотеке, равна 0,3. Найти вероятность того, что читатель нашел книгу.

Вариант 2

1. Из 5 карточек с буквами А, Б, В, Г, Д наугад одна за другой выбираются три и располагаются в ряд в порядке появления. Какова вероятность того, что получится слово «два»?

2. Какова вероятность того, что в трехзначном числе, наудачу выбранном из таблицы случайных чисел, а) все цифры одинаковые б) содержится одна цифра 5, а две другие различные, причем среди них нет цифры 0.

3. В группе 25 студентов, из них 10 юношей и 15 девушек. Какова вероятность того, что из вызванных наудачу трех студентов: а) все три девушки; б) первые две девушки, третий – юноша.

4. В денежно – вещевой лотерее на каждые 1000 билетов приходится 12 денежных и 8 вещевых выигрышей. Какова вероятность выигрыша хотя бы на один из трех приобретенных билетов.

Вариант 3

1. В урне 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что вынутые наугад два шара окажутся черными?

2. Шифры книг в библиотечном каталоге состоят из 6 цифр и не начинаются с цифры 0. Читатель отыскивает в каталоге шифр нужной ему книги. Какова вероятность того, что все цифры шифра окажутся разными.

3. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Выстрелы производятся по одному до первого попадания. Определить вероятность того, что придется производить четвертый выстрел.

4. В урне 10 красных, 5 зеленых, 3 черных шара. Определить вероятность того, что взятые наудачу два шара будут: а) одного цвета; б) разных цветов.

Вариант 4

1. Бросают игральную кость. Какова вероятность выпадения номера 4? Какова вероятность выпадения номера, большего 4?

2. Какова вероятность того, что два определенных студента будут посланы на практику в Лабинск, если предоставлено 6 мест в г. Лабинск, 10 – в г. Анапу и 4 – в г. Тимашевск.

3. Вероятность одного попадания в цель при одновременном залпе из двух орудий равно 0,44. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым орудием, если для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

4. На базу поступило 40 ящиков овощей, из них 30 первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) одного сорта.

Вариант 5

1. Из колоды карт вынули 4 туза и 4 короля. Эти карты перемешали и разложили в ряд. Какова вероятность того, что все 4 короля окажутся рядом.

2. При стрельбе была получена относительная частота попадания 0,6. Сколько было сделано выстрелов, если получено 12 промахов?

3. Из 40 деталей в ящике 5 бракованных. Какова вероятность того, что взятые одновременно две детали не будут бракованными.

4. Три студента сдают экзамен. Вероятность того, что отдельный студент сдаст экзамен на «отлично», равна для первого студента 0,7, для второго – 0,6, для третьего – 0,2. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан на «отлично»: а) только одним студентом; б) хотя бы одним студентом.

Вариант 6

1. Какова вероятность, что на трех карточках, вынутых по одной и положенных в порядке их появления, получим число 325, если всего 6 карточек с цифрами: 1, 2, 3, 4, 5, 6?

2. Из 25 студентов группы 12 занимаются научной работой на кафедре бухгалтерского учета, 7 – экономического анализа, остальные - на кафедре статистики. Какова вероятность того, что два случайно отобранных студента занимаются на кафедре статистики?

3. В коробке 12 карандашей трех цветов, по четыре карандаша разного цвета. Наудачу вынимают три карандаша. Найти вероятность того, что все карандаши окажутся разного цвета. Решить задачу при условии, что карандаши возвращают в коробку.

4. Первый студент из 20 вопросов программы выучил 17, второй – 12. Каждому студенту задают по одному вопросу. Определить вероятность того, что: а) хотя бы один студент ответит верно; б) правильно ответит только первый студент.

Вариант 7

1. В пачке 20 карт, помеченных номерами 101, 102, . . . , 120 и произвольно расположенных. Наудачу извлекают две карты. Найти вероятность того, что извлечены карты с номерами 101 и 120?

2. Имеется 8 карточек с буквами И, Я, Л, З, Г, О, О, О. Их перемешивают, а затем последовательно раскладывают в ряд. Какова вероятность получить слово ЗООЛОГИЯ.

3. В коробке 12 карандашей трех цветов, по четыре карандаша разного цвета. Наудачу вынимают три карандаша. Найти вероятность того, что все карандаши окажутся разного цвета. Решить задачу при условии, что карандаши не возвращают в коробку.

4. В первой бригаде 6 тракторов, во второй – 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады наудачу выбирают по одному трактору. Какова вероятность того, что: а) оба трактора исправны; б) один требует ремонта.

Вариант 8

1. В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

2. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. Наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных окажутся три женщины.

3. Из урны содержащей 4 красных и 6 черных шаров, вынимают два шара (без возвращения первого). Какова вероятность того, что будут вынуты: а) два шара черного цвета; б) оба шара одного цвета.

4. На предприятии имеется три автомобиля. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,9, второго – 0,7, третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течении определенного времени будут безотказно работать: а) все автомобили; б) хотя бы один автомобиль.

Вариант 9

1. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

2. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов.

3. Из урны содержащей 4 красных и 6 черных шаров, вынимают два шара (без возвращения первого). Какова вероятность того, что будут вынуты: а) красный и черный в любой последовательности; б) второй шар будет черным.

4. На предприятии имеется три автомобиля. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,9, второго – 0,7, третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течении определенного времени будут безотказно работать: а) один автомобиль; б) два автомобиля.

Вариант 10

1. Из колоды содержащей 52 карты, вынимаются наугад 3. Найти вероятность, что это тройка, семерка, туз.

2. В группе из 15 человек 6 человек занимаются спортом. Найти вероятность того, что из случайно отобранных 7 человек 5 человек занимается спортом.

3. Вероятность попадания в цель при стрельбе из орудия равна 0,6. Производится по одному выстрелу одновременно из трех орудий. Цель будет поражена, если в нее попадут не менее трех орудий. Найти вероятность: а) поражения цели б) промаха одним или двумя орудиями

4. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый что-нибудь купит, равна 0,3. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки б) ни один не совершит покупки.

Вариант 11

1. На одной полке наудачу расставляется 8 книг. Найти вероятность того, что определенные три окажутся рядом.

2. Среди 20 студентов группы, в которой 10 девушек, разыгрываются 5 билетов в театр. Определить вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 3 девушки.
3. В первой урне 5 красных, 3 белых и 2 черных шара. Во второй 3 белых и 2 черных шара. Из первой урны взято 2 шара, а из второй один. Найти вероятность того, что среди них : а) все шары одного цвета б) все шары разного цвета.
4. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый что-нибудь купит, равна 0,3. Найти вероятность того, что: а) по крайней мере два совершат покупки б) хотя бы один купит товар

Вариант 12

1. На карточках написаны буквы «К», «А», «Р», «Т», «О», «Ч», «К», «А». Карточки перемешивают и кладут в порядке их вытаскивания. Какова вероятность того, что получится а) слово «КАРТОЧКА» б) слово «ТОК»
2. Из 15 билетов выигрышными являются два. Какова вероятность, что из 10 билетов выигрышным является один
3. В двух группах обучается по 25 студентов. В первой группе сессию на «отлично» сдали 7 человек, во второй – 4 человека. Из каждой группы вызывают по одному студенту. Какова вероятность того, что: а) только один отличник б) хотя бы один отличник
4. В соревнованиях по футболу участвуют 20 команд. Случайным образом они делятся на две группы по 10 команд. Какова вероятность того, что две наиболее сильные команды при этом окажутся в одной группе.

Тема 2.2 Вероятность сложного события

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7): Следствия теорем сложения и умножения
- Несовместные события. Полная группа событий. Формула полной вероятности

Практическое занятие 4. Формула полной вероятности и формула Байеса
(ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач:

1. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе № 1, 20 деталей – на заводе № 2 и 18 деталей – на заводе № 3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе № 1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводах № 2 и № 3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Найти вероятность того, что извлечённая наудачу деталь окажется отличного качества. *Отв: 0,78*
2. . В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар. *Отв: 0,5*
3. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных; во втором – 30 деталей, из них 24 стандартных; в третьем – 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлечённая деталь из наудачу взятого ящика – стандартная. *Отв. 43/60.*
4. В двух ящиках имеются радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них 1 нестандартная; во втором 10 ламп, из них 1 нестандартная. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Найти вероятность того, что наудачу извлечённая из второго ящика лампа будет нестандартной. *Отв. 13/132.*
5. В ящик, содержащий 3 одинаковых деталей, брошена стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике. *Отв. 0,625.*
6. При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-11 срабатывает с вероятностью 1.

Вероятности того, что автомат снабжён сигнализатором С-1 или С-11, соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разделке автомата. Что вероятнее: автомат снабжён сигнализатором С-1 или С-11?

Отв. Вероятность того, что автомат снабжён сигнализатором С-1, равна $6/11$, а С-11 – $5/11$.

7. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадёт к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму – 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед. *Отв:* $\approx 0,47$

8. Три стрелка произвели залп, причём две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,6, 0,5 и 0,4. *Отв:* $10/19$

9. Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощённая система проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий, удовлетворяющих стандарту, а для изделий, которые не удовлетворяют стандарту, – с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие, признанное при проверке стандартным, действительно удовлетворяет стандарту. *Отв.* 0,998.

10. Вероятность того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. Найти вероятность того, что сбой будет обнаружен. *Отв:* 0,87.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 35% общего количества электроламп, второй – 50% и третий – 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80% и третьего – 90%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Какова вероятность того, что

1) Наудачу взятая лампа изготовлена на первом заводе и является стандартной.

Отв: 0,245

2) Купленная в магазине лампа является стандартной. *Отв:* 0,78

2. Из полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую извлечённую наудачу кость можно приставить к первой. *Отв.* $7/18$.

3. В трех урнах находятся белые и черные шары: в первой – 2 белых и 3 черных, во второй – 2 белых и 2 черных, в третьей – 3 белых и 1 черный. Из первой урны переложили шар во вторую. После этого шар из второй урны переложили в третью. Наконец, из третьей урны шар переложили в первую. Чему равна вероятность того, что состав шаров во всех урнах не изменился. *Отв:* 0,336

4. У пользователя имеются три дискеты для компьютера, изготовленные на фирмах К, L и M, по одной дискете от каждой из этих фирм, причем штампы фирм на дискетах отсутствуют. Две из имеющихся трех дискет оказались бракованными. Какова вероятность того, что бракованными являются дискеты форм L и M, если брак в продукции фирмы К составляет 10%, а в продукции фирм L и M – соответственно 20% и 15%.

5. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Какова вероятность, что она из второй бригады

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7): Повторение испытаний - Формула Бернулли о вероятности появления события k раз в n испытаниях. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа.

Практическое занятие 5. Повторные независимые испытания (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач:

1. Вероятность выиграть по одному билету лотереи равна $1/7$. Какова вероятность, имея 7 билетов, выиграть

а) по двум билетам;

б) по трем билетам.

Отв: 0,1983; 0,0551

2. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того. Что «герб» выпадет: а) менее двух раз; б) не менее двух раз.

Отв: 3/16; 13/16

3. Бланк программированного опроса состоит из 5 вопросов. На каждый даны 3 ответа, среди которых 1 правильный. Какова вероятность, что методом угадывания студенту удастся выбрать по крайней мере 4 правильных ответа?

Отв: 0,045

4. Торговый агент в среднем контактирует с восемью потенциальными покупателями в день. Из опыта ему известно, что вероятность того, что потенциальный покупатель совершит покупку, равна 0,1.

А) Чему равна для агента вероятность двух продаж в течении одного дня.

Б) Чему равна вероятность того, что у агента будут хотя бы две продажи в течении дня.

В) Чему равна вероятность того, что в течении дня не будет продаж.

Отв: а)0,1488 б)0,1869 в)0,43

5. Вероятность того, что сошедшая с конвейера деталь стандартная, равна 0,9. Найти вероятность того, что из 400 сошедших с конвейера деталей 356 окажутся стандартными.

Отв: 0,0531

6. У клевера красного сорта Пермский местный бывает в среднем 84% позднеспелых растений. Какова вероятность того, что 52 растения из 60 растений клевера, отобранных случайным образом, являются позднеспелыми.

Отв: 0,1201

7. Стрелок выполнил 400 выстрелов. Найти вероятность 325 попаданий, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8.

Отв: 0, 041

8. Стрелок выполнил 400 выстрелов, вероятность одного попадания 0,8. Найти вероятность того, что он попадет от 310 до 325 раз.

Отв: 0, 6301

9. При механической уборке картофеля повреждается в среднем 10% клубней. Найти вероятность того, что в случайной выборке из 200 клубней картофеля повреждено от 15 до 50 клубней.

Отв: 0,881

10. Два спортсмена играют в настольный теннис. Вероятность выигрыша первого спортсмена равна $5/9$. Какова вероятность того, что он выиграет две партии из пяти.

Отв: 0,271

Задачи для самостоятельного решения:

1. Много Два равносильных противника играют а шахматы. Что вероятнее: а) выиграть одну партию из двух или две из четырех? Б) выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти? Ничьи во внимание не принимаются.

Отв: А)одну из двух ($1/2$; $3/8$) Б)не менее двух из четырех($11/16$; $8/16$)

2. Вероятность того, что из четырех кустов садовой земляники сорта Талисман, отобранных с некоторого участка случайным образом, хотя бы один куст поражен вилтом, равна 0,3439. Какова вероятность поражения вилтом одного куста земляники, если для всех кустов эта вероятность одинаковая.

Отв: 0,1

3. При скрещивании двух кормовых сортов люпина во втором поколении теоретически ожидаемым отношением алкалоидных растений к безалкалоидным является

отношение 9:7. Найти вероятность того, что среди полученных 150 гибридных растений половина будут алкалоидными. Отв: 0,02

4. Вероятность изготовления на станке-автомате нестандартной детали равна 0,02. Какова вероятность того, что среди наудачу взятых 6 деталей окажется более четырех стандартных. Отв: 0.9943

5. На склад поступает одинаковая продукция с трех предприятий. Продукция первого предприятия составляет на складе 25%, второго – 30% и третьего – 45%. В продукции первого предприятия имеется 60% изделий высшего сорта, в продукции второго – 65%, в продукции третьего – 40%. Найти вероятность того, что среди 200 наудачу взятых изделий не менее 90 изделий являются изделиями высшего сорта.

Указание: воспользоваться формулой полной вероятности и интегральной формулой Лапласа. Отв: 0,983

Практическое занятие 6. Проверочная работа «Вероятность сложного события» (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Вариант 1

1. При исследовании жирности молока все стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 70%, во второй 23% и в третьей 7% всех коров. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной коровы, имеет не менее 4% жирности, для каждой группы коров соответственно равна 0,6; 0,35; 0,1. Определить вероятность того, что для взятой наудачу коровы жирность молока составит не менее 4%.

2. Из 25 студентов группы 5 студентов знают все 30 вопросов программы, 10 студентов выучили по 25 вопросов, 7 студентов - по 20 вопросов, трое - по 10 вопросов. Случайно вызванный студент ответил на заданный вопрос. Какова вероятность, что он подготовил только 10 вопросов.

3. Найти вероятность того, что при 4-х подбрасываниях игральной кости 5 очков появится: а) два раза; б) хотя бы один раз.

4. Станок автомат делает детали. Вероятность того, что деталь окажется бракованной 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется ровно 4 бракованных.

Вариант 2

1. В первой урне 10 деталей. Из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная.

2. Запасная деталь может находиться в одной из трех партий с вероятностями 0,2; 0,5; 0,3 соответственно. Вероятность того, что деталь проработает положенное время без ремонта 0,9; 0,8; 0,7. Определить вероятность того, что деталь, проработавшая положенное время, взята из второй или из третьей партии.

3. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех.

4. На факультете 900 студентов. Вероятность дня рождения каждого студента в данный день $1/365$. Найти вероятность того, что найдутся три студента с одним и тем же днем рождения.

Вариант 3

1. Имеются две урны. В первой – 7 красных и три черных шара, во второй 3 красных и 4 черных шара. Из первой урны переложили во вторую один шар. Найти вероятность того, что шар извлеченный после этого из второй урны окажется красным.

2. Имеется 5 урн. В первой второй и третьей находится по 4 белых и 6 черных шара, в четвертой и пятой урнах – по 2 белых и 3 черных шара. Случайно выбирается урна

и из нее извлекается шар. Какова вероятность того, что была выбрана четвертая или пятая урна, если извлеченный шар оказался белым.

3. Вероятность выбора отличника на факультете равна $1/7$. Из 28 студентов группы наудачу отобрано три. Определить вероятности всех возможных значений числа отличников, которые могут оказаться среди отобранных студентов.

4. Численность работников предприятия составляет 500 человек. Вероятность невыхода на работу из-за болезни равна 0,01 для каждого работника предприятия. Определить вероятность того, что в ближайший день не выйдет на работу хотя бы один из работников.

Вариант 4

1. В первом ящике из 20 деталей 4 бракованных, во втором из 30 деталей 5 бракованных. Из первого во второй переложили две детали. Найти вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второго ящика бракованная.

2. Перед посевом 90% всех семян было обработано ядохимикатами. Вероятность поражения вредителями для растений из обработанных семян равна 0,08, для растений из необработанных семян – 0,4. Взятое наудачу растение оказалось пораженным. Какова вероятность того, что оно выращено из партии обработанных семян.

3. В семье 5 детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки одинаковыми, найти вероятности того, что среди этих детей: а) два мальчика; б) не более двух мальчиков.

4. В пчелиной семье 5000 пчел. Вероятность заболевания в течении дня равна 0,001 для каждой пчелы. Найти вероятность того, что в течении дня заболеет более чем одна пчела.

Вариант 5

1. Запасная деталь может находиться в одной из трех партий с вероятностями 0,2; 0,5; 0,3 соответственно. Вероятность того, что деталь проработает положенное время без ремонта 0,9; 0,8; 0,7. Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь проработает положенное время.

2. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки равна 0,6, а из не пристрелянной 0,4. Стрелок поразил цель. Какова вероятность, что он стрелял из пристрелянной винтовки.

3. Вероятность появления события А в каждом из 6 независимых испытаний 0,7. Найти вероятность того, что событие А наступит хотя бы в одном испытании.

4. Известно, что 80% специалистов в районе имеет высшее образование. Найти вероятность того, что из 100 наудачу отобранных человек высшее образование имеет от 65 до 90 человек.

Вариант 6

1. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартна.

2. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина, равна 0,1; для легковой машины эта вероятность 0,2. К бензоколонке подъехала машина. Какова вероятность того, что это грузовая машина.

3. Фирма предлагает в продажу партию из 10 компьютеров, 4 из которых с дефектами. Покупатель приобретает 5 из них. Чему равна вероятность того, что все 5 окажутся без дефектов.

4. Всхожесть семян составляет 80%. Какова вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдут от 650 до 760.

Вариант 7

1. По предмету теория вероятностей имеется 30 билетов. Студент Павлов выучил только 20. Какова вероятность сдать экзамен, если он заходит вторым.

2. При исследовании жирности молока все стадо было разбито на три группы. В первой группе оказалось 70%, во второй 23% и в третьей 7% всех коров. Вероятность того, что молоко, полученное от отдельной коровы, имеет не менее 4% жирности, для каждой группы коров соответственно равна 0,6; 0,35; 0,1. Взятая наудачу корова дает молоко жирностью не менее 4%. Найти вероятность того, что эта корова из первой группы.

3. В некоторой популяции земляники вероятность встретить растение с красными ягодами равна 0,7. Какова вероятность того, что среди отобранных 8-ми растений красные ягоды будут иметь: а) 6 растений б) не менее 6-ти растений.

4. Известно, что 80% специалистов в районе имеет высшее образование. Найти вероятность того, что из 100 наудачу отобранных человек высшее образование имеет не менее 70 человек.

Вариант 8

1. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки равна 0,6, а из не пристрелянной 0,4. Какова вероятность, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле.

2. В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Взятая наугад единица продукции оказалась стандартной. Какова вероятность, что она из второй бригады.

3. Исследование показало, что цыплята выводятся в среднем из 70% заложенных в инкубатор яиц. Из общего количества поместили 6 яиц. Найти вероятность того, что из помеченных яиц выведутся менее трех цыплят.

4. Вероятность того что при сортировке изделий одно из них будет разбито 0,005. Найти вероятность того, что из 200 изделий окажутся разбитыми три изделия.

Вариант 9

1. У пользователя на рабочем столе компьютера находится две папки с файлами. В первой папке 16 файлов, причем 4 из них имеют размер менее 500 килобайт. Во второй папке 20 файлов, из них 5 файлов размером менее 500 килобайт. Пользователь переложил из первой папки во вторую один файл, после чего открывает файл из второй папки. Найти вероятность того, что будет открыт файл размером менее 500 килобайт.

2. Имеется 10 одинаковых по виду урн, в 9-ти из которых находятся по 2 черных и 2 белых шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из наудачу выбранной урны извлечен один шар. Он белый. Чему равна вероятность того, что этот шар извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров.

3. В партии электроламп брак составляет 20 %. Найти вероятность того, что из 5 ламп годных: а) пять ; б) не менее четырех.

4. На предприятии 900 работников. Вероятность дня рождения каждого работника в данный день $1/365$. Найти вероятность того, что найдутся три работника с одним и тем же днем рождения.

Вариант 10

1. На сборку поступают изделия из трех цехов. Вероятности изготовления бракованного изделия первым, вторым и третьим цехами соответственно 0,03; 0,01; 0,02. Все поступившие изделия складываются вместе. Из первого цеха поступает в три раза больше изделий чем из второго, а из третьего в два раза меньше, чем из второго. Какова вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется бракованным.

2. С первого автомата поступает на сборку 80% деталей, а со второго – 20% деталей. На первом автомате брак составляет 1%, а на втором – 5%. Проверенная деталь оказалась бракованной. Что вероятнее: эта деталь изготовлена на первом автомате или же она изготовлена на втором автомате.

3. Вероятность появления события A в каждом из 7 независимых испытаний 0,6. Найти вероятность того, что событие A наступит хотя бы в одном испытании.

4. Известно, что 20% специалистов в районе не имеет высшего образования. Найти вероятность того, что из 100 наудачу отобранных человек высшее образование имеет от 65 до 90 человек.

Вариант 11

1. Стрелковое отделение получило 10 винтовок, из которых 8 пристрелянных, две нет. Вероятность попадания в цель из пристрелянной винтовки равна 0,6, а из не пристрелянной 0,4. Какова вероятность, что стрелок из наудачу взятой винтовки попадет в цель при одном выстреле.

2. В откормочный комплекс поступают телята из трех хозяйств. Из первого в 2 раза больше, чем из второго, а из второго в три раза больше чем из третьего. Первое хозяйство поставляет 15% телят. Имеющих живой вес более 300 кг. Второе и третье хозяйство соответственно 25% и 35%. Наудачу отобранный теленок весит 320 кг. Какова вероятность того, что он поступил из третьего хозяйства.

3. Найти вероятность того, что при 6-и подбрасываниях игральной кости 5 очков появится: а) два раза; б) хотя бы один раз.

4. Станок автомат делает детали. Вероятность того, что деталь окажется бракованной 0,01. Найти вероятность того, что среди 300 деталей окажется ровно 6 бракованных.

Тестирование (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Раздел 1. Основные понятия комбинаторики.

Раздел 2. Элементы теории вероятностей.

Вопросы части А

1. Если некоторый объект A можно выбрать m способами, а объект B – k способами (не такими как A), то объект «либо A , либо B » можно выбрать

- 1) $m+k$ способами
- 2) $m-k$ способами
- 3) mk способами
- 4) $2mk$ способами

2. Если некоторый объект A можно выбрать m способами, а после каждого такого выбора другой объект B – k способами (независимо от выбора объекта A), то пары объектов A и B можно выбрать

- 1) $m+k$ способами
- 2) $m-k$ способами
- 3) mk способами
- 4) $2mk$ способами

3. Размещениями без повторений из n элементов по m называются такие выборки, которые отличаются одна от другой

- 1) только порядком расположения элементов
- 2) **либо составом элементов, либо порядком их расположения**
- 3) только одним элементом
- 4) хотя бы одним элементом

4. Сочетаниями без повторений из n элементов по m называются такие выборки, которые отличаются одна от другой

- 1) только порядком расположения элементов
- 2) либо составом элементов, либо порядком их расположения
- 3) только одним элементом
- 4) **хотя бы одним элементом**

5. Перестановками без повторений из n элементов такие выборки, которые отличаются одна от другой

- 1) **только порядком расположения элементов**
- 2) либо составом элементов, либо порядком их расположения
- 3) только одним элементом
- 4) хотя бы одним элементом

6. Размещения без повторений

$$\begin{array}{ll} 1) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} & 2) A_n^k = n^k \\ 3) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} & 4) C_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!} \\ 5) P_k = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!} & 6) P_k = k! \end{array}$$

Эталон: 1

7. Сочетания без повторений

$$\begin{array}{ll} 1) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} & 2) A_n^k = n^k \\ 3) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} & 4) C_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!} \\ 5) P_k = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!} & 6) P_k = k! \end{array}$$

Эталон: 3

8. Перестановки без повторений

$$\begin{array}{ll} 1) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} & 2) A_n^k = n^k \\ 3) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} & 4) C_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!} \\ 5) P_k = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!} & 6) P_k = k! \end{array}$$

Эталон: 6

9. Размещения с повторениями

$$\begin{array}{ll} 1) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} & 2) A_n^k = n^k \end{array}$$

$$3) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad 4) C_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!}$$

$$5) P_k = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!} \quad 6) P_k = k!$$

Эталон: 2

10. Сочетания с повторениями

$$1) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad 2) A_n^k = n^k$$

$$3) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad 4) C_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!}$$

$$5) P_k = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!} \quad 6) P_k = k!$$

Эталон: 4

11. Перестановки с повторениями

$$1) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad 2) A_n^k = n^k$$

$$3) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad 4) C_n^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-k)!}$$

$$5) P_k = \frac{k!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_n!} \quad 6) P_k = k!$$

Эталон: 5

12. Суммой A+B событий A и B называют событие, состоящее:

- 1) в появлении события A и события B
- 2) в появлении события A или события B
- 3) в появлении события A, или события B, или обоих этих событий**
- 4) в появлении только события A

13. Вероятность события – это

- 1) Пространство элементарных событий
- 2) Численная мера объективной возможности его появления**
- 3) Равновозможность выбора
- 4) Появление или не появление события

14. Вероятностью события A (классическая формула вероятности) называется отношение:

- 1) Числа исходов, благоприятствующих наступлению события A к числу всех возможных исходов $P(A)=m(A)/n$**
- 2) Числа всех возможных исходов к числу исходов, благоприятствующих наступлению события $AP(A)=n/m(A)$
- 3) Числа равновозможных исходов события A к общему числу всех возможных исходов $P(A)=A/n$
- 4) Числа всех возможных исходов к числу равновозможных исходов события $AP(A)=n/A$

15. Условной вероятностью $P_a(B)$ называют:

- 1) Вероятность события A, вычисленную в предположении, что событие B уже наступило
- 2) Вероятность события A+B, вычисленную в предположении, что событие A или B наступило

3) Вероятность события В, вычисленную в предположении, что событие А+В уже наступило

4) Вероятность события В, вычисленную в предположении, что событие А уже наступило

16. Закончи определение: Несколько событий называют попарно независимыми, если...

1) появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании

2) каждые два из них независимы

3) появление события А не изменяет вероятности события В

4) появление одного из них исключает появления других событий в одном и том же испытании

17. Закончи определение: Два события называют совместными, если...

1) появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании

2) каждые два из них независимы

3) появление события А не изменяет вероятности события В

4) появление одного из них не исключает появления другого

18. Закончи определение: Событие В называют независимым от события А, если...

1) появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании

2) каждые два из них независимы

3) появление события А не изменяет вероятности события В

4) появление события А изменяет вероятности события В

19. Случайные события не могут быть:

1) Достоверными

2) Невозможными

3) Крайними

4) Равновозможными

20. Вероятность случайного события может принимать значения:

1) $-1 \leq P(A) \leq 0$

2) $0 \leq P(A) \leq 2$

3) $-1 \leq P(A) \leq 1$

4) $0 \leq P(A) \leq 1$

21. Несколько событий называются независимыми в совокупности, если:

1) появление события А не изменяет вероятности события В

2) появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании

3) независимы каждые два из них и независимы каждое событие и все возможные произведения остальных

4) появление одного из них исключает появления другого в одном и том же испытании

22. Произведением $A \cdot B$ событий А и В называют событие, состоящее:

1) В появлении события А и события В

2) В появлении события А или события В

3) В появлении события A, или события B, или обоих этих событий

4) В появлении только события A

23. Сумма вероятностей событий A_1, A_2, \dots, A_n , образующих полную группу равна

1) 0

2) 2

3) 0,5

4) 1

24. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна:

1) сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$

2) сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

3) разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий: $P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

4) произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)P_a(B)$

25. Вероятность совместного появления двух независимых событий равна:

1) сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$

2) сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

3) произведению вероятностей этих событий: $P(AB) = P(A)P(B)$

4) произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)P_a(B)$

26. Вероятность появления хотя бы одного из событий A_1, A_2, \dots, A_n , независимых в совокупности, равна:

1) сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$

2) сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

3) разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий: $P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

4) произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)P_a(B)$

27. Вероятность совместного появления двух событий равна:

1) сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$

2) сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

3) разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий: $P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

4) произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)P_a(B)$

28. Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна:

1) сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$

2) сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

3) разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий: $P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$

4) произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило: $P(AB) = P(A)P_A(B)$

29. Два события называются несовместными, если:

1) появление одного из них исключает появления другого в одном и том же испытании

2) появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании

30. Два события называются совместными, если:

1) появление одного из них исключает появления другого в одном и том же испытании

2) появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании

31. Формула полной вероятности (ввести номер без скобки): 1

$$1) P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A),$$

$$\text{где } P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_n) = 1$$

$$2) P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{где } P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

$$3) P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad \text{где } q = 1 - p; \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$4) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x); \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

$$5) P(k_1; k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'); \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

32. Формула Бернулли (ввести номер без скобки): 3

$$1) P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A),$$

$$\text{где } P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_n) = 1$$

$$2) P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{где } P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

$$3) P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad \text{где } q = 1 - p; \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$4) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x); \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

$$5) P(k_1; k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'); \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

33. Формула Байеса (ввести номер без скобки): 2

$$1) P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A), \\ \text{где } P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_n) = 1$$

$$2) P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{где } P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

$$3) P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad \text{где } q = 1 - p; \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$4) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x); \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

$$5) P(k_1; k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'); \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

34. Интегральная формула Лапласа (ввести номер без скобки): 5

$$1) P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A), \\ \text{где } P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_n) = 1$$

$$2) P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{где } P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

$$3) P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad \text{где } q = 1 - p; \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$4) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x); \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

$$5) P(k_1; k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'); \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

35. Локальная формула Лапласа (ввести номер без скобки): 4

$$1) P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A), \\ \text{где } P(B_1) + P(B_2) + \dots + P(B_n) = 1$$

$$2) P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{P(A)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$\text{где } P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \dots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

$$3) P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } q = 1 - p; C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$4) P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x); \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

$$5) P(k_1; k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'); \quad x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

Вопросы части В

36. В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.

Эталон: 0,1

37. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков.

Эталон: 0,5

38. В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 5 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота появления нестандартных деталей.

Эталон: 0,05

39. При стрельбе из винтовки относительная частота попадания в цель оказалась равной 0,85. Найти число попаданий, если всего было произведено 120 выстрелов.

Эталон: 102

40. Из пяти букв разрезанной азбуки составлено слово "книга". Ребенок не умеющий читать, рассыпал эти буквы, а затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово "книга". (Ввести ответ в виде простой дроби)

Эталон: 1/120

41. На отрезке L длины 20 см помещен меньший отрезок l длины 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок.

Эталон: 0,5

42. Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру и набрал ее наудачу. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра.

Эталон: 0,1

43. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашены. Сборщик наудачу выбрал 3 детали. Найти вероятность того, что детали окрашены. (записать ответ в виде простой дроби)

Эталон: 120/455

44. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены 4 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей нет бракованных.

Эталон: 0,65

45. Устройство состоит из 5 элементов, из которых 2 изношены. При включении устройства включаются случайным образом 2 элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

Эталон: 0,3

46. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго - 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадут оба стрелка

Эталон: 0,56

47. В ящике 2 белых и 3 черных шара. Из ящика вынимают подряд 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

Эталон: 0,1

48. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго - 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень никто не попадет .

Эталон: 0,06

49. В студии телевидения 3 телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.

Эталон: 0,936

50. Сумма вероятностей противоположных событий равна: _____

Эталон: 1

51. Случайные события могут быть:

- 1) Достоверными
- 2) Невозможными
- 3) Крайними
- 4) Равномерными
- 5) Равновозможными

52. Какие из перечисленных событий являются достоверными

- 1) Монета, брошенная на гладкую жесткую поверхность, встала на ребро
- 2) На игральном кубике кости выпало 7 очков
- 3) На игральном кубике выпало от одного до шести очков
- 4) Номер открытой страницы в книге - дробное число
- 5) Номер открытой страницы в книге не меньше единицы
- 6) На игральной кости выпало четное число очков
- 7) На игральной кости выпало целое число очков

53. Какие из перечисленных событий являются невозможными

- 1) Монета, брошенная на гладкую жесткую поверхность, встала на ребро
- 2) На игральном кубике кости выпало 7 очков
- 3) На игральном кубике выпало от одного до шести очков
- 4) Номер открытой страницы в книге - дробное число
- 5) Номер открытой страницы в книге не меньше единицы
- 6) На игральной кости выпало четное число очков
- 7) На игральной кости выпало целое число очков

54. Какова, по вашему мнению, вероятность события: Число дней в следующем месяце не превысит 31.

Эталон: 1

55. Какова, по вашему мнению, вероятность события: Длина любого слова в книге меньше 30 букв.

Эталон: 1

56. Какова, по вашему мнению, вероятность события: На морозе вода в стакане никогда не замерзнет.

Эталон: 0

57. Какова, по вашему мнению, вероятность события: У вас в ванной живет красный крокодил в синюю полоску.

Эталон: 0

58. Предположим, что вероятность встретить по дороге домой черную кошку равна 0,1, а вероятность встретить злую собаку равна 0,3. Найдите вероятность того, что по дороге домой повстречаются и черная кошка, и злая собака.

Эталон: 0,03

59. Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 35% общего количества электроламп, второй – 50% и третий – 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80% и третьего – 90%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Какова вероятность того, что купленная в магазине лампа является стандартной.

Эталон: 0,78

60. В магазин поступили электролампы, произведенные 2 заводами. Среди них 80% изготовленные- 1 заводом, а остальные-2. известно, что 10% ламп 1-го завода и 20% ламп 2-го завода содержат скрытый дефект. Какова вероятность приобрести в этом магазине лампу без дефекта.

Эталон: 0,88

61. В магазин поступили электролампы, произведенные 2 заводами. Среди них 80% изготовленные- 1 заводом, а остальные-2. известно, что 10% ламп 1-го завода и 20% ламп 2-го завода содержат скрытый дефект. Какова вероятность приобрести в этом магазине лампу с дефектом.

Эталон: 0,12

62. Запасная деталь может находиться в одной из трех партий с вероятностями 0,2; 0,5; 0,3 соответственно. Вероятность того, что деталь проработает положенное время без ремонта 0,9; 0,8; 0,7. Определить вероятность того, что деталь, проработавшая положенное время, взята из второй партии.(ответ округлить до трех знаков после запятой)

Эталон: 0,506

63. С первого автомата поступает на сборку 80% деталей, а со второго – 20% деталей. На первом автомате брак составляет 1%, а на втором – 5%. Проверенная деталь оказалась бракованной. Какова вероятность, что она изготовлена на первом автомате.(ответ округлить до трех знаков после запятой)

Эталон:0,444

64. Найти вероятность того, что при 4-х подбрасываниях игральной кости 5 очков появится два раза.(ответ округлить до трех знаков после запятой)

Эталон: 0,116

65. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из 5 посеянных семян взойдут пять семян.(ответ округлить до трех знаков после запятой)

Эталон: 0,328

66. Какие из следующих событий образуют полную группу (да/нет)

1) опыт – два выстрела по мишени. События:

A_1 – два попадания в мишень

A_2 – хотя бы один промах по мишени (**да**)

2) опыт – бросание двух игральных костей. События:

B_1 – сумма очков на верхних гранях больше трех

B_2 – сумма очков на верхних гранях равна трем (**нет**)

3) опыт – посажено четыре зерна. События:

C_1 – взошло одно зерно

C_2 – взошло два зерна

C_3 – взошло три зерна

C_4 – взошло четыре зерна (**нет**)

4) опыт – покупатель посещает три магазина. События:

D_1 – покупатель купит товар хотя бы в одном магазине

D_2 – покупатель не купит товар ни в одном магазине(**да**)

67. Являются ли несовместными следующие события: (да/нет)

1) опыт – три выстрела по мишени. События:

A_1 – хотя бы одно попадание по мишени

A_2 – хотя бы один промах по мишени(**нет**)

2) опыт – бросание двух игральных костей. События:

B_1 – хотя бы на одной кости появилось три очка

B_2 – появление четного числа очков на каждой кости (**да**)

3) опыт – бросание двух монет. События:

C_1 – появление двух гербов

C_2 – появление двух цифр (**да**)

4) опыт – извлечение двух шаров из урны, содержащей белые и черные шары.

События:

D_1 – взято два белых шара

D_2 – оба извлеченных шара одного цвета (**нет**)

5) опыт – покупка двух лотерейных билетов. События:

E_1 – выиграют два билета

E_2 – выиграет хотя бы один билет

E_3 – выиграет только один лотерейный билет (**нет**)

68. Над событиями можно производить следующие операции

- 1) **сумма событий**
- 2) разность событий
- 3) **произведение событий**
- 4) частное событий
- 5) **отрицание события**

69. Применяемые формулы в схеме Бернулли.

Вероятность наступления события А: (поставить в соответствие)

- 1) $P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(k-1)$
- 2) $P_n(k+1) + P_n(k+2) + \dots + P_n(n)$
- 3) $P_n(k) + P_n(k+1) + \dots + P_n(n)$
- 4) $P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(k)$
- 5) $1 - P_n(0)$

- а) более k раз
- б) менее k раз
- в) хотя бы один раз
- г) не более k раз
- д) не менее k раз

Эталон: 1-б; 2-а; 3-д; 4-г; 5-в

70. Какие из ниже перечисленных свойств верны:

- 1) Вероятность достоверного события равна "0"
- 2) **Вероятность достоверного события равна "1"**
- 3) **Вероятность невозможного события равна "0"**
- 4) Вероятность невозможного события равна "1"
- 5) **Сумма вероятностей противоположных событий равна "1"**
- 6) Сумма вероятностей противоположных событий равна "0"

Тема 3.1 Понятие ДСВ. Закон распределения ДСВ.

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7): Какую величину называют случайной? Приведите примеры случайных величин. Какая случайная величина называется дискретной? Непрерывной? Приведите примеры дискретных и непрерывных случайных величин. Сформулируйте закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Чему равна сумма вероятностей всех возможных значений случайной величины?

Практическое занятие 7. Закон распределения ДСВ (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач:

1. Найти ряд распределения случайной величины X – числа выпадений 6-ти очков при одном бросании игральной кости.

2. Монета бросается 5 раз. Составить закон распределения ДСВ X – числа появлений герба.

3. В партии из 8-ми деталей 5 стандартных. Наудачу взяты 4 детали. Построить ряд распределения числа стандартных деталей среди отобранных

4. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.

5. Игра состоит в набрасывании колец на колышки. Игрок получает четыре кольца и бросает по одному из этих колец до первого попадания на колышек. Вероятность

попадания при каждом бросании равна 0,1. Найти ряд распределения случайной величины X – числа неизрасходованных игроком колец.

6. Фермер содержит 15 коров, 5 из которых дают удои более, чем по 4 500 л молока в год. Случайным образом отобрано 3 коровы. Найти закон распределения случайной величины X – числа коров, дающих высокие удои среди отобранных.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Два бомбардировщика поочередно сбрасывают бомбы на цель до первого попадания. Вероятность попадания в цель первым бомбардировщиком равна 0,7, вторым – 0,8. Вначале сбрасывает бомбы первый бомбардировщик. Составить первые четыре члена закона распределения дискретной случайной величины X – числа сброшенных бомб обоими бомбардировщиками. (т. е. ограничится возможными значениями X , равными 1, 2, 3, 4)

2. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных

3. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Составить закон распределения дискретной случайной величины X – числа патронов выданных стрелку.

Тема 3.2. Числовые характеристики ДСВ и их свойства

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7): Математическое ожидание ДСВ - Что такое математическое ожидание случайной величины? Могут ли значения случайной величины быть положительными, а математическое ожидание этой величины – отрицательным? В чем вероятностный смысл математического ожидания? Сформулируйте свойства математического ожидания.

Дисперсия ДСВ - Что такое дисперсия случайной величины? Сформулируйте свойства дисперсии. По каким формулам можно вычислить дисперсию дискретной случайной величины? Что такое среднее квадратическое отклонение? Чем дисперсия отличается от среднего квадратического отклонения? Сформулируйте теорему о среднем квадратическом отклонении суммы взаимно независимых случайных величин. Дайте определения начального и центрального теоретических моментов.

Практическое занятие 8. Дискретные случайные величины (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач:

1. Найти математическое ожидание случайной величины X , заданной законом распределения:

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

Ответ: $M(X) = 0,535$

2. Найти математическое ожидание случайной величины Z , если известны математические ожидания X и Y :

- $Z=3X+4Y$,
- $Z=X-4$
- $Z=2-2Y$ если $M(X)=2$, $M(Y)=6$.

Ответ: $M(Z) = 30$, $M(Z) = 2$, $M(Z) = -10$

3. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$; $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=8$.

Ответ: $x_3 = 21$; $p_3 = 0,2$

4. Дан перечень возможных значений дискретной случайной величины X : $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$, а также известны математические ожидания этой величины и ее квадрата: $M(X)=2,3$, $M(X^2)=5,9$.

Найти вероятности, соответствующие возможным значениям X .

Ответ: $p_1 = 0,2$; $p_2 = 0,3$; $p_3 = 0,5$

5. Найти математическое ожидание произведения числа очков, которые могут выпасть при одном бросании двух игральных костей.

Ответ: 12,25

6. Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 20 билетов, причем вероятность выигрыша по одному билету равна 0,3.

Ответ: 6 билетов.

7. Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины

А) $Z=X+3Y$,

Б) $Z= Y-2X$

В) $Z= X - 4$ если известно, что $D(X)=5$, $D(Y)=6$.

Ответ: $D(Z)=59$, $D(Z)=26$, $D(X)=5$

8. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

а) X 4,3 5,1 10,6

p 0,2 0,3 0,5 ; .

Ответ: $D(X)\approx 248,95$, $\sigma(X)\approx 15,78$.

9. Найти дисперсию дискретной случайной величины X -числа отказов элемента некоторого устройства в десяти независимых опытах, если вероятность отказа элемента в каждом опыте равна 0,9.

Ответ: $D(X)=0,9$

10. Бросают 12 игральных костей. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X – суммы числа очков, которые могут появиться на всех выпавших гранях.

Ответ: $M(X)=42$, $D(X)=35$, $\sigma(X)=5,92$.

11. Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2 , причем $x_2 > x_1$. Вероятность того, что X примет значение x_1 , равна 0,6. Найти закон распределения величины X , если математическое ожидание и дисперсия известны: $M(X)=1,6$; $D(X)=0,24$.

Ответ : $x_1=1$; $x_2=2$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти математическое ожидание случайной величины X , заданной законом распределения:

X 0,13 0,47 0,4

p 0,2 0,3 0,5

2. Найти математическое ожидание случайной величины Z , если известны математические ожидания X и Y :

а) $Z=X-6Y$,

б) $Z=2X+4$

v) $Z=2-3Y$ если $M(X)=3, M(Y)=7$.

3. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1=3$ с вероятностью $p_1=0,3$; $x_2=5$ с вероятностью $p_2=0,4$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X)=9$.

4. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	131	140	160	18
p	0,05	0,10	0,25	0,60.

Ответ: $D(X) \approx 248,95, \sigma(X) \approx 15,78$.

5. Найти дисперсию дискретной случайной величины X - числа появлений события A в двух не зависимых испытаниях, , если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что $M(X)=0,9$.

Ответ: $D(X)=0,495$

Тема 3.3. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел.

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7): Какие теоремы носят название закона больших чисел? Сформулируйте неравенство Чебышева, теорему Чебышева. В чем сущность теоремы Чебышева. Ее значение для практики? Сформулируйте теорему Бернулли. Ее значение для практики?

Тема 3.4. Понятие НСВ. Числовые характеристики НСВ.

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7): Какую функцию называют «функцией распределения»? Сформулируйте свойства функции распределения. Как связаны функция распределения и плотность распределения? Сформулируйте свойства плотности распределения. Как определить вероятность попадания непрерывной случайной величины в интервал?

Тема 3.5 Законы распределения вероятностей НСВ.

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7): Какое распределение вероятностей называется равномерным. Числовые характеристики равномерного распределения. Формула нахождения вероятности попадания в интервал равномерно распределенной случайной величины. Какое распределение вероятностей называется нормальным. Числовые характеристики нормального распределения. Нормальная кривая. Формула нахождения вероятности попадания в интервал нормально распределенной случайной величины. Какое распределение вероятностей называется показательным. Числовые характеристики показательного распределения. Формула нахождения вероятности попадания в интервал показательно распределенной случайной величины

Практическое занятие 9. Непрерывные случайные величины (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Решение задач:

1. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 2 \\ (x-2)^2 & , 2 < x \leq 4 \\ 1 & , x > 4 \end{cases}$$

Найти:

А) плотность распределения вероятностей $f(x)$;

Б) построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$;

В) по известной функции $F(x)$ и по найденной функции $f(x)$ найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, не меньшее 2,1 и меньшее 2,5. Ответ: $P=0,24$

2. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 2 \\ 0,5x & , 2 < x \leq 4 \\ 1 & , x > 4 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение:

А) меньше 0,2

Б) меньше трех

В) не меньше трех

Г) не меньше пяти

Ответ: а) 0; б) 0,5; в) 0,5; г) 0

3. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq \pi/6 \\ 3\sin 3x & , \pi/6 < x \leq \pi/3 \\ 0 & , x > \pi/3 \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq \pi/6 \\ -\cos 3x & , \pi/6 < x \leq \pi/3 \\ 0 & , x > \pi/3 \end{cases}$$

4. Плотность распределения непрерывной случайной величины X задана в интервале $(0,1)$ равенством $f(x) = C \arctg x$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти постоянный параметр C .

Ответ: $C = 4/(\pi - \ln 4)$.

5. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ x^2 & , 0 < x \leq 1 \\ 1 & , x > 1 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25; 0,75)$.

Ответ: $P = 0,5$

6. Случайная величина X , все возможные значения которой принадлежат интервалу $(0,3)$, задана в этом интервале дифференциальной функцией распределения $f(x) = (2/9)x$. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение величины X .

Ответ: $M(x) = 2$; $D(x) = 0,5$; $\sigma(x) \approx 0,7071$.

7. Найти математическое ожидание случайной величины X заданной плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq -c \\ (1/c)(1+x/c) & , -c < x \leq 0 \\ (1/c)(1-x/c) & , 0 \leq x \leq c \\ 0 & , x > c \end{cases}$$

Ответ: $M(x) = 0$

8. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq A \\ (x^3)/8 & , A < x \leq B \\ 1 & , x > B \end{cases}$$

Найти значения A и B, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Ответ: A = 0 ; B = 2; M(x) = 1,5; D(x) = 0,15; $\sigma(X) \approx 0,387$

9. Автобусы идут строго по расписанию. Интервал движения 7 мин. Найти: а) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее двух минут; б) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус не менее трех минут; в) математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины X – времени ожидания пассажира.

10. Показательное распределение задано при $x \geq 0$ плотностью $f(x) = 5e^{-5x}$. Требуется: а) записать выражение для функции распределения; б) найти вероятность того, что в результате испытания X попадает в интервал (1;4); в) найти вероятность того, что в результате испытания $X \geq 2$; г) вычислить M(X), D(X), $\sigma(X)$.

11. Длина X некоторой детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону распределения, и имеет среднее значение 20 мм и среднее квадратическое отклонение – 0,2 мм.

Необходимо:

- записать выражение плотности распределения;
- найти вероятность того, что длина детали будет заключена между 19,7 и 20,3 мм;
- найти вероятность того, что величина отклонения не превышает 0,1 мм;
- определить, какой процент составляют детали, отклонение которых от среднего значения не превышает 0,1 мм;
- найти, каким должно быть задано отклонение, чтобы процент деталей, отклонение которых от среднего не превышает заданного, повысился до 54%;
- найти интервал, симметричный относительно среднего значения, в котором будет находиться X с вероятностью 0,95.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 1 \\ C(x^2-x) & , 1 < x \leq 2 \\ 0 & , x > 2 \end{cases}$$

Найти: а) постоянную C

б) вероятность попадания СВ X в интервал (1/2; 3/2).

2. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \leq 1 \\ (3x^2-2x)/c & , 1 < x \leq 4 \\ 0 & , x > 4 \end{cases}$$

Найти: а) постоянную C

б) математическое ожидание

в) дисперсию

г) среднее квадратическое отклонение

3. Детали, выпускаемые цехом, по размеру диаметра распределены по нормальному закону. Стандартная длина диаметра детали равна $a=35$, среднее квадратическое отклонение $\sigma=4$. Требуется:

а) составить функцию плотности вероятностей;

б) найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали будет больше $a=34$ и

меньше $\beta=40$.

в) найти вероятность того, что диаметр детали отклонится от стандартной длины не больше чем на $\delta=2$

4. Заданы математическое ожидание $a = 4$ и среднеквадратическое отклонение $s = 6$ нормально распределенной случайной величины. Требуется:

- 1) написать плотность распределения вероятностей и схематично построить ее график
- 2) найти вероятность того, что X примет значение из интервала $(5; 9)$

Тема 3.6 Системы двух случайных величин.

Устный опрос (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7): Сформулируйте понятие системы нескольких случайных величин. Что называют законом распределения вероятностей двумерной случайной величины? Какую функцию называют 2 функцией распределения двумерной случайной величины? Сформулируйте свойства функции распределения двумерной случайной величины. Как определить вероятность попадания случайной точки в полуполосу? Как определить вероятность попадания случайной точки в прямоугольник?

Практическое занятие 10. Проверочная работа «Случайные величины» (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Вариант 1

1. Вероятность работы каждого из четырех комбайнов без поломок в течении определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа комбайнов, работавших безотказно.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 4X - 2Y$, если

$$D(X) = 4, D(Y) = 6, M(X) = 5, M(Y) = 3.$$

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)

б) Функцию плотности вероятностей

в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x^2 / \pi^2 & \text{при } 0 < x \leq \pi \\ 1 & \text{при } x > \pi. \end{cases}$$

$$a = 1, b = 2.$$

Вариант 2

1. Вероятность рождения в семье мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины X – числа мальчиков в семьях, имеющих четырех детей.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,2	0,25	0,3	0,15	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 2X - 4Y$, если $D(X) = 4$, $D(Y) = 6$, $M(X) = 5$, $M(Y) = 3$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:
а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)
б) Функцию плотности вероятностей
в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ (64/81) x^2 & \text{при } 0 < x \leq 9/8 \\ 1 & \text{при } x > 9/8. \end{cases} \quad a = 0.5, b = 0.9.$$

Вариант 3

1. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетил 3 покупателя.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,05	0,15	0,2	0,4	0,2

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 3X + 5Y$, если $D(X) = 4$, $D(Y) = 6$, $M(X) = 5$, $M(Y) = 3$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:
а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)
б) Функцию плотности вероятностей
в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 1/6(x^2 - x) & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad a = 1, b = 2.$$

Вариант 4

1. В группе из 10 спортсменов 6 мастеров спорта. Отбирают 3-х спортсменов. Составить закон распределения случайной величины X – числа мастеров спорта из отобранных спортсменов.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,15	0,2	0,25	0,25	0,15

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 4X + 2Y$, если $D(X) = 5$, $D(Y) = 4$, $M(X) = 6$, $M(Y) = 5$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:
- вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)
 - Функцию плотности вероятностей
 - Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ 16/25 x^2 & \text{при } 0 < x \leq 5/4 \\ 1 & \text{при } x > 5/4. \end{cases} \quad a = 0.5, b = 1.$$

Вариант 5

1. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X, Y независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 3Y$, если $D(X) = 4, D(Y) = 6, M(X) = 5, M(Y) = 3$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

- вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)
- Функцию плотности вероятностей
- Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x^2/e^2 & \text{при } 0 < x \leq e \\ 1 & \text{при } x > e. \end{cases} \quad a = 1, b = 2.$$

Вариант 6

1. На конноспортивных соревнованиях необходимо преодолеть четыре препятствия с вероятностями. Равными соответственно 0,9; 0,8; 0,7; 0,6. При первой неудаче спортсмен в дальнейших состязаниях не участвует. Составить закон распределения случайной величины X – числа взятых препятствий.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,2	0,4	0,3	0,05	0,05

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X, Y независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X - Y$, если $D(X) = 4, D(Y) = 6, M(X) = 5, M(Y) = 3$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

- вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)
- Функцию плотности вероятностей

в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 3 \\ (x^4 - 81)/175 & \text{при } 3 < x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad a = 3.2, b = 3.5.$$

Вариант 7

1. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,8 и третьим – 0,7. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в цель, если каждый стрелок производит по одному выстрелу.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,25	0,3	0,2	0,15	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X, Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 3X - 4$, если $D(X) = 8, M(X) = 8$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)

б) Функцию плотности вероятностей

в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x^4/16 & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases} \quad a = 1, b = 1.5.$$

Вариант 8

1. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Составить закон распределения случайной величины X – количества выстрелов, если вероятность попадания 0.25.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,1	0,15	0,25	0,35	0,15

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X, Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 4X + 3$, если $D(X) = 8, M(X) = 8$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)

б) Функцию плотности вероятностей

в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ (x - 1)^2/25 & \text{при } 1 < x \leq 6 \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases} \quad a = 2, b = 4.$$

Вариант 9

1. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течении часа первый станок не потребует регулировки 0,9, второй – 0,8, третий – 0,75, четвертый – 0,7.

Составить закон распределения случайной величины X – числа станков, которые в течении часа не потребуют регулировки.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,4	0,3	0,2	0,08	0,02

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = X + 6$, если $D(X) = 8$, $M(X) = 8$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)

б) Функцию плотности вероятностей

в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ (x + 2)^3 / 216 & \text{при } -2 < x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad a = -1, b = 3.$$

Вариант 10

1. Автомобиль встретит 4 светофора, каждый из которых пропустит его с вероятностью 0,5. Составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров до первой остановки машины.

2. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,05	0,1	0,15	0,25	0,45

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

3. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и Дисперсию случайной величины $Z = 2X + 7$, если $D(X) = 8$, $M(X) = 8$.

4. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти:

а) вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)

б) Функцию плотности вероятностей

в) Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ (x^3 - x)/60 & \text{при } 1 < x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases} \quad a = 1, b = 2.$$

Тестовый контроль (ОК1, ОК2, ОК 3, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)

Раздел 3. Случайные величины

Вопросы части А

1. Величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперед неизвестное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены, называют

1) вероятной

2) возможной

3) случайной

4) постоянной

2. Математическое ожидание равно:

1) Вероятности попадания в интервал

2) **Среднему значению случайной величины**

3) Наибольшему значению случайной величины

4) Наименьшему значению случайной величины

3. Математическое ожидание отклонения равно:

1) 1

2) 1/2

3) -1/2

4) **0**

4. Дисперсия определяет:

1) Как рассеяны возможные значения вокруг математического ожидания(да)

2) Как рассеяны возможные значения на числовой прямой(нет)

5. Среднее квадратическое отклонение ДСВ равно:

1) **Квадратному корню из дисперсии**

2) Квадратному корню из математического ожидания

3) Сумме начального и центрального момента порядка 2

4) Произведению начального и центрального момента порядка 2

6. Среднее квадратическое отклонение НСВ X равно

1) Сумме начального и центрального момента порядка 2

2) Произведению начального и центрального момента порядка 2

3) Квадратному корню из математического ожидания

4) **Квадратному корню из дисперсии**

7. Разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием называется:

1) дисперсией

2) **отклонением**

3) центральным моментом порядка 2

4) начальным моментом порядка 2

8. Функцией распределения случайной величины X называют функцию $F(X)$, определяющую:

1) вероятность того, что случайная величина X примет значение, большее x
 $F(X)=P(X>x)$

2) вероятность того, что случайная величина X примет значение, равное x
 $F(X)=P(X=x)$

3) **вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее x**
 $F(X)=P(X<x)$

4) вероятность того, что случайная величина X примет значение, не большее x
 $F(X)=P(X\leq x)$

5) вероятность того, что случайная величина X примет значение, не меньшее x
 $F(X)=P(X\geq x)$

9. Плотностью распределения вероятностей НСВ называют:

- 1) интеграл от функции распределения
- 2) первую производную от функции распределения**
- 3) вторую производную от функции распределения
- 4) дифференциал от функции распределения

10. Вероятность того, что НСВ X примет одно определенное значение равна:

- 1) 0,5
- 2) 1
- 3) -1
- 4) 0**

11. Законом распределения дискретной двумерной случайной величины называют:

- 1) свойства математического ожидания и дисперсии
- 2) суммарную вероятность всех возможных значений
- 3) перечень возможных значений этой величины и их вероятностей**
- 4) свойства функции распределения

12. Непрерывной называется случайная величина, которая:

- 1) принимает отдельные, изолированные возможные значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка
- 2) принимает все возможные значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка**
- 3) принимает бесконечное множество значений
- 4) принимает одинаковые значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка

13. Функцией распределения двумерной случайной величины (X, Y) называют функцию $F(X, Y)$, определяющую

- 1) для каждой пары чисел x, y вероятность того, что X примет значение меньше x , и при этом Y примет значение меньше y**
- 2) для каждой пары чисел x, y вероятность того, что X примет значение больше x , и при этом Y примет значение больше y
- 3) для каждой пары чисел x, y вероятность того, что X примет значение равное x , и при этом Y примет значение равное y
- 4) для каждой пары чисел x, y вероятность того, что X примет значение неменьшее x , и при этом Y примет значение не большее y

14. Какая из ниже приведенных формул позволяет найти дисперсию НСВ

1) $\int_a^b xf(x)dx$

2) $\int_a^b x^2 f(x)dx - M^2(X)$

3) $\int_a^b f(x)dx$

4) $\sqrt{D(X)}$

5) $F(a) - F(b)$

6) $F'(X)$

Эталон: 2

15. Какая из ниже приведенных формул позволяет найти вероятность попадания НСВ X в интервал (a, b) :

1) $\int_a^b xf(x)dx$

2) $\int_a^b x^2f(x)dx - M^2(X)$

3) $\int_a^b f(x)dx$

4) $\sqrt{D(X)}$

5) $F'(X)$

Эталон: 3

16. Какая из ниже приведенных формул позволяет найти математическое ожидание НСВ

1) $\int_a^b xf(x)dx$

2) $\int_a^b x^2f(x)dx - M^2(X)$

3) $\int_a^b f(x)dx$

4) $\sqrt{D(X)}$

5) $F(a) - F(b)$

6) $F'(X)$

Эталон: 1

17. Какая из ниже приведенных формул позволяет найти среднее квадратическое отклонение НСВ

1) $\int_a^b xf(x)dx$

2) $\int_a^b x^2f(x)dx - M^2(X)$

3) $\int_a^b f(x)dx$

4) $\sqrt{D(X)}$

5) $F(a) - F(b)$

6) $F'(X)$

Эталон: 4

18. Какая из ниже приведенных формул позволяет найти плотность распределения НСВ

1) $\int_a^b xf(x)dx$

2) $\int_a^b x^2 f(x)dx - M^2(X)$

3) $\int_a^b f(x)dx$

4) $\sqrt{D(X)}$

5) $F(a) - F(b)$

6) $F'(X)$

Эталон: 6

19. Какая из ниже приведенных формул позволяет найти вероятность попадания НСВ X в интервал (a, b) :

1) $\int_a^b xf(x)dx$

2) $\int_a^b x^2 f(x)dx - M^2(X)$

3) $\sqrt{D(X)}$

4) $F(a) - F(b)$

5) $F'(X)$

Эталон: 4

20. Вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение, заключенное в интервале (a,b), равна:

1) приращению плотности распределения на этом интервале $P(a < X < b) = f(b) - f(a)$
(нет)

2) приращению функции распределения на этом интервале $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$ (да)

21. Математическое ожидание постоянной величины равно

1) нулю

2) единице

3) самой постоянной

4) бесконечности

22. Дисперсия постоянной величины равна

1) нулю

2) единице

3) самой постоянной

4) бесконечности

23. Интеграл от плотности распределения $f(x)$ непрерывной случайной величины

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx =$$

- 1) 0
- 2) 1**
- 3) ∞
- 4) -1

24. Две случайные величины называются _____, если закон распределения одной из них не зависит от того, какие возможные значения приняла другая величина.

- 1) зависимыми
- 2) независимыми**
- 3) взаимно независимыми
- 4) изолированно независимыми
- 5) взаимно зависимыми

25. Несколько случайных величин называются _____, если законы распределения любого числа из них не зависят от того, какие возможные значения приняли остальные величины

- 1) зависимыми
- 2) независимыми
- 3) взаимно независимыми**
- 4) изолированно независимыми
- 5) взаимно зависимыми

26. Математическое ожидание $M(X)$ числа появлений события A в n независимых испытаниях равно

- 1) сумме числа испытаний и вероятности появления события в каждом испытании
- 2) среднему значению вероятности появления события в каждом испытании
- 3) произведению числа испытаний на вероятность появления события в каждом испытании**
- 4) произведению числа испытаний на вероятности появления и не появления события в одном испытании

27. Дисперсия $D(X)$ числа появлений события A в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность p появления события постоянна равна

- 1) сумме числа испытаний и вероятности появления события в каждом испытании
- 2) среднему значению вероятности появления события в каждом испытании
- 3) произведению числа испытаний на вероятность появления события в каждом испытании
- 4) произведению числа испытаний на вероятности появления и не появления события в одном испытании**

28. Дисперсия разности двух независимых случайных величин равна

- 1) разности дисперсий этих величин
- 2) сумме дисперсий этих величин**
- 3) произведению дисперсий этих величин
- 4) частному дисперсий этих величин

29. Дисперсия суммы двух независимых случайных величин равна

- 1) разности дисперсий этих величин
- 2) сумме дисперсий этих величин**

- 3) произведению дисперсий этих величин
- 4) частному дисперсий этих величин

30. Математическое ожидание суммы двух независимых случайных величин равно

- 1) **сумме математических ожиданий этих величин**
- 2) разности математических ожиданий этих величин
- 3) произведению математических ожиданий этих величин
- 4) частному математических ожиданий этих величин

31. Математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин равно

- 1) сумме математических ожиданий этих величин
- 2) разности математических ожиданий этих величин
- 3) **произведению математических ожиданий этих величин**
- 4) частному математических ожиданий этих величин

32. Пусть случайная величина задана законом распределения.

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Тогда

- 1) $M(X) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)(p_1 + p_2 + \dots + p_n)$
- 2) $M(X) = (x_1 + p_1)(x_2 + p_2) \dots (x_n + p_n)$
- 3) **$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$**
- 4) $M(X) = x_1 p_1 - x_2 p_2 - \dots - x_n p_n$

33. Дисперсия равна

- 1) $D(X) = M(X) + M(X^2)$
- 2) $D(X) = M(X^2) + M(X)$
- 3) $D(X) = M(X) - M(X^2) + (M(X))^2$
- 4) **$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$**

Эталон: 4

34. Дисперсией называется

- 1) $D(X) = M[(X) + M(X^2)]$
- 2) $D(X) = M[X - M(X)]^2$
- 3) $D(X) = M(X) - [M(X^2) + M(X)]^2$
- 4) **$D(X) = M[(X^2) - M(X)]^2$**

Эталон: 2

35. Среднее квадратическое отклонение суммы конечного числа взаимно независимых случайных величин равно

- 1) **сумме квадратов средних квадратических отклонений этих величин**

- 2) квадратному корню из суммы квадратов средних квадратических отклонений этих величин
 3) квадратному корню из произведения квадратов средних квадратических отклонений этих величин
 4) произведению квадратов средних квадратических отклонений этих величин

Вопросы части В

36. Найти математическое ожидание случайной величины X , заданной законом распределения

X	-4	6	10
P	0,2	0,3	0,5

Эталон: 6

37. Найти математическое ожидание случайной величины Z , если известны математические ожидания X и Y :

$$Z = X + 2Y, M(X) = 5, M(Y) = 3$$

Эталон: 11

38. Найти дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения

X	-5	2	3	4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Эталон: 15,21

39. Случайные величины X и Y независимы. Найти дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известно, что $D(X) = 5, D(Y) = 6$

Эталон: 69

40. Найти дисперсию дискретной случайной величины X - числа появлений события A в пяти не зависимых испытаниях, если вероятности появления событий A в каждом испытании равна 0,2

Эталон: 0,8

41. Непрерывную случайную величину можно задать используя:

- 1) функцию распределения $F(X)$
- 2) все возможные значения и их вероятности
- 3) плотность распределения $f(X)$
- 4) среднее квадратическое отклонение
- 5) математическое ожидание
- 6) дисперсию

42. Какие из свойств функции распределения справедливы:

- 1) Значения функции распределения принадлежат отрезку $[0;1]$
- 2) Значения функции распределения принадлежат отрезку $[-1;1]$
- 3) $F(X)$ - возрастающая функция, т.е. $F(X_2) > F(X_1)$, если $X_2 > X_1$
- 4) $F(X)$ - неубывающая функция, т.е. $F(X_2) \geq F(X_1)$, если $X_2 > X_1$
- 5) $F(X)$ - убывающая функция, т.е. $F(X_2) < F(X_1)$, если $X_2 < X_1$

43. Если все возможные значения непрерывной случайной величины X принадлежат интервалу (a,b) , то $F(X) = 0$ при:

- 1) $x < a$

- 2) $x > a$
- 3) $x = a$
- 4) $x = -a$

44. Какие из свойств плотности распределения справедливы:

1) Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах отминус бесконечности до плюс бесконечности равен 0

2) **Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах отминус бесконечности до плюс бесконечности равен 1**

3) $f(X)$ - отрицательная функция, т.е. $f(X) < 0$

4) $f(X)$ - положительная функция, т.е. $f(X) > 0$

5) **$f(X)$ - неотрицательная функция, т.е. $f(X) \geq 0$**

45. Если все возможные значения непрерывной случайной величины X принадлежат интервалу (a, b) , то $F(X) = 1$ при:

1) $x < b$

2) **$x > b$**

3) **$x = b$**

4) $x = -b$

46. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(X) = \begin{cases} 0 & x < -0,5 \\ x + 0,5 & -1/2 < x \leq 1/2 \\ 1 & x > 0,5 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $(0, 2)$

Эталон: 2

47. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения

$$0 \quad x < A$$

$$F(X) = x^3 / 8A \quad A < x \leq B$$

$$1 \quad x > B$$

Найти значения A и B . Ответ ввести через запятую без пробела

Эталон: 0,2

48. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = 2x$ в интервале $(0, 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание НСВ X . Ответ ввести в виде простой дроби

Эталон: 2/3

49. Что относится к числовым характеристикам случайных величин:

1) **Математическое ожидание**

2) Вероятность

3) Закон распределения

4) **Дисперсия**

5) **Среднее квадратичное отклонение**

6) Плотность распределения

50. Какие из свойств математического ожидания справедливы:

- 1) $M(C)=0$
- 2) $M(C)=C$
- 3) $M(CX)=CM(X)$
- 4) $M(CX)=C+M(X)$
- 5) $M(XY)=M(X)M(Y)$
- 6) $M(X+Y)=M(X)+M(Y)$
- 7) $M(X+Y)=M(X)+M(X)M(Y)+M(Y)$

51. Какие из свойств дисперсии справедливы:

- 1) $D(C)=0$
- 2) $D(C)=C$
- 3) $D(CX)=CD(X)$
- 4) $D(CX)=C^2D(X)$
- 5) $D(CX)=C+D(X)$
- 5) $D(XY)=D(X)D(Y)$
- 6) $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$
- 7) $D(X-Y)=D(X)+D(Y)$

52. Поставить в соответствие

- 1) дисперсия
- 2) среднее квадратическое отклонение
- 3) центральный момент порядка k
- 4) начальный момент порядка k

a) $\sqrt{D(X)}$

b) $M(X^k)$

c) $M[(X - M(X))^k]$

d) $M[X - M(X)]^2$

Эталон: 1-d; 2-a; 3-c; 4-b

53. Найти математическое ожидание случайной величины $Z = 3X - 4$, если $M(X) = 8$

Эталон: 20

54. Найти дисперсию случайной величины $Z = 3X - 4$, если $D(X) = 8$

Эталон: 72

55. Найти дисперсию $D(2)$

Эталон: 0

56. Найти математическое ожидание $M(2)$

Эталон: 2

57. Поставить в соответствие

1) $x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$

$$2) \int_a^b xf(x)dx$$

$$3) \int_a^b x^2f(x)dx - M^2(X)$$

$$4) M(X^2) - (M(X))^2$$

- a) дисперсия ДСВ
 б) дисперсия НСВ
 с) математическое ожидание ДСВ
 д) математическое ожидание НСВ

Эталон: 1-с; 2-д; 3-б; 4-а

58. ДСВ X имеет два возможных значения x_1 и x_2 . Вероятность того, что X примет значение x_1 равна 0.2. Найти вероятность возможного значения x_2 .

Эталон: 0,8

59. Производятся 20 независимых испытаний. Математическое ожидание появления успеха равно 4. Найти вероятность появления события в каждом испытании.

Эталон: 0,2

60. Производятся 20 независимых испытаний. Вероятность появления события в каждом испытании 0,6. Найти математическое ожидание появления успеха в этих испытаниях.

Эталон: 12

61. Производятся 20 независимых испытаний. Вероятность появления события в каждом испытании 0,6. Найти дисперсию появления успеха в этих испытаниях.

Эталон: 4,8

62. Случайная величина задана плотностью распределения. Найти постоянную C.

$$0, \quad x \leq 1$$

$$f(x) = 2C(x-1), \quad 1 < x \leq 3$$

$$0, \quad x > 3$$

Эталон: 0,25

63. ДСВ X принимает три возможных значения: $x_1=1$ с вероятностью $p_1=0.2$; $x_2=2$ с вероятностью p_2 ; $x_3=5$ с вероятностью 0.3. Найти p_2 .

Эталон: 0,3

64. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

$$X \quad 1 \quad 3$$

$$P \quad 0,4 \quad 0,6$$

Найти начальный момент первого порядка

Эталон: 2,2

65. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

$$X \quad 1 \quad 3$$

$$P \quad 0,4 \quad 0,6$$

Найти начальный момент второго порядка

Эталон: 5,8

66. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3
P	0,4	0,6

Найти начальный момент третьего порядка

Эталон: 16,6

67. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	3	5
P	0,2	0,8

Найти центральный момент первого порядка

Эталон: 0

68. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	3	5
P	0,2	0,8

Найти центральный момент второго порядка

Эталон: 0,64

69. Случайная величина задана функцией распределения.

$$0 \quad \text{при } x \leq 0$$

$$F(x) = x^2/16 \quad \text{при } 0 < x \leq 2$$

$$1 \quad \text{при } x > 2.$$

Найти плотность распределения:

$$0 \quad \text{при } x \leq 0$$

$$f(x) = \underline{\quad} \quad \text{при } 0 < x \leq 2$$

$$0 \quad \text{при } x > 2. \quad (\text{ввести недостающее значения в виде простой дроби}).$$

Эталон: $x/8$

70. Случайная величина задана функцией распределения.

$$0 \quad \text{при } x \leq 0$$

$$F(x) = x^2/e \quad \text{при } 0 < x \leq e$$

$$1 \quad \text{при } x > e.$$

Найти плотность распределения:

$$0 \quad \text{при } x \leq 0$$

$$f(x) = \underline{\quad} \quad \text{при } 0 < x \leq e$$

$$0 \quad \text{при } x > e. \quad (\text{ввести недостающее значения в виде простой дроби}).$$

Тема 4.1 Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины

Устный опрос (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9): Дайте определение генеральной совокупности, выборочной совокупности. В чем суть выборочного метода. Какие способы отбора вы знаете, охарактеризуйте их. Дайте определение дискретного вариационного ряда. В каких случаях целесообразно строить дискретный вариационный ряд. Дайте определение интервального вариационного ряда. В каких случаях целесообразно строить интервальный вариационный ряд. Дайте определение полигона частот, гистограммы частот. Что относят к характеристикам положения вариационного ряда, формулы для нахождения. Что относят к показателям вариации, формулы для нахождения.

Практическое занятие 11. Группировка статистических данных, выборочные характеристики (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Решение задач:

1. Постройте дискретный вариационный ряд для выборки объема $n = 30$, полученной в программе *Excel* по следующему алгоритму:

1) В ячейке А1 введите формулу

$$=ЦЕЛОЕ(СЛЧИС()*6)$$

2) Ячейку А1 протяните маркером заполнения до ячейки А30.

3) Выделите диапазон ячеек А1:А30, с помощью правой кнопки мыши скопируйте в буфер, затем выделите диапазон В1:В30. с помощью правой кнопки мыши выберите из контекстного меню пункт «Специальная вставка» и в окне «Специальная вставка» отметьте «Значения» и нажмите кнопку «ОК».

При каждом изменении на листе значения в диапазоне А1:А30 будут изменяться, а в В1:В30 будут оставаться

неизменными. Поэтому можно удалить данные в диапазоне А1:А30. Удалите столбец А. В диапазоне А1:А30 получим 30 случайных целых чисел.

2. Постройте интервальный вариационный ряд для выборки объема $n = 60$, полученной в программе *Excel* по следующему алгоритму:

1) В ячейке А1 введите формулу =НОРМОБР(СЛЧИС();5;2).

2) Ячейку А1 протяните маркером заполнения до ячейки А60.

3) Выделите диапазон ячеек А1:А60, с помощью правой кнопки мыши скопируйте в буфер, затем выделите диапазон В1:В60. с помощью правой кнопки мыши выберите из контекстного меню пункт «Специальная вставка» и в окне «Специальная вставка» отметьте «Значения» и нажмите кнопку «ОК».

4) Удалите столбец А. Данные из диапазона В1:В60 переместятся в диапазон А1:А60.

3. Вычислить основные статистические характеристики (среднее значение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду, медиану, асимметрию, эксцесс) совокупности данных в электронной таблице Microsoft Excel:

- непосредственно по формулам (см. конспект лекций);
- используя соответствующие функции Excel;
- используя инструмент анализа данных Описательная статистика.

Задачи для самостоятельного решения

Заполнить таблицу и провести сравнительный анализ:

Таблица : Сравнение статистических показателей (характеристик), вычисленных различными способами

Показатели	Значения показателей, вычисленные с использованием
------------	--

	Формул статистики	Функций Excel		Инструмента Описательная статистика
		Функция	Значение	

Тема 4.2 Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины

Устный опрос (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9): Какие требования предъявляют к оценкам параметров? Зависят ли результаты определения статистик от метода вычислений? Определите понятия «точечная», «интервальная» оценка. По каким свойствам устанавливается качество оценки. Влияет ли (как и почему, если влияет) выбор числа опытов n на расчетные значения статистик?

Практическое занятие 12. Точечные оценки и доверительные интервалы для параметров распределения (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Решение задач:

1. По данной выборке вычислить оценку S^2

20.3	15.4	17.2	19.2	23.3	18.1	21.9	15.3	16.8	13.2	20.4	16.5	19.7	20.5
14.3	20.1	16.8	14.7	20.8	19.5	15.3	19.3	17.8	16.2	15.7	22.8	21.9	12.5
10.1	21.1	18.3	14.7	14.5	18.1	18.4	13.9	19.8	18.5	20.2	23.8	16.7	20.4
19.5	17.2	19.6	7.8	21.3	17.5	19.4	17.8	13.5	17.8	11.8	18.6	19.1	

2. По выборке примера 1 вычислить оценки максимального правдоподобия для математического ожидания a и дисперсии σ^2 из условия максимума функционала правдоподобия вида:

$$-\frac{n}{2}\ln(2\pi) - n\ln(\sigma) - \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - a)^2}{2\sigma^2}$$

предполагая при этом, что выборка порождена случайной величиной, подчиняющейся нормальному распределению.

3. Предполагая, что выборка порождена случайной величиной, имеющей показательное распределение, вычислить оценку максимального правдоподобия для параметра α , используя команду Поиск решения.

Рекомендация: Оценку максимального правдоподобия осуществлять из условия максимума функционала

$$n\ln(\alpha) - \alpha \sum_{i=1}^n x_i$$

При ограничении $\alpha > 0$.

3; 1; 3; 1; 4; 1; 2; 4; 0; 3; 0; 2; 2; 0; 1; 1; 4; 3; 1; 1; 4; 2; 2; 1; 1; 2; 1; 0; 3; 4; 1; 3; 2; 7; 2; 0; 0; 1; 3; 3; 1; 2; 1; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 5; 1; 2; 4; 2; 0; 2; 3; 1; 2; 5.

Задачи для самостоятельного решения

Используя функции Excel, вычислите интервальные оценки для примеров

- По выборке объема $n = 9$ найдено среднее значение $\bar{x} = 1.5$. Считая, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с $\sigma = 2$, определить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью $\gamma = 0.95$.
- По выборке объема $n = 9$ из нормально распределенной генеральной совокупности найдены значения $\bar{x} = 1.5$ и $s = 2$. Построить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью $\gamma = 0.95$

- 3) По выборке объема $n = 20$ из нормально распределенной генеральной совокупности вычислено значение дисперсии выборки $dv = 1.5$. Построить интервальную оценку для параметра σ^2 надежности $\gamma = 0.96$.

Тема 4.3 Проверка статистических гипотез

Устный опрос (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9): Определите понятие «гипотеза», «критерий проверки гипотезы», «ошибки первого и второго рода». Влияет ли выбор уровня значимости α на надежность оценки? Как изменение уровня значимости влияет на вероятность совершения ошибки первого и второго рода? Какие критерии проверки гипотез вам известны? Каким образом могут быть определены критические точки в разных ситуациях? Опишите наиболее употребляемые распределения статистик, используемых для проверки гипотез. В каких случаях применяют односторонние и двусторонние критерии? Определите понятие «мощность критерия».

Практическое занятие 13. Проверка статистических гипотез (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Решение задач:

1. Выборочные данные о диаметре валиков (мм), изготовленных автоматом 1 и автоматом 2, приведены в столбцах А, В документа Excel. Предварительным анализом установлено, что размер валиков, изготовленных каждым автоматом, имеет нормальное распределение с дисперсиями $\sigma^2_x = 5 \text{ мм}^2$ (автомат 1) и $\sigma^2_y = 7 \text{ мм}^2$ (автомат 2). Необходимо проверить нулевую гипотезу $H_0: a_x = a_y$ при альтернативной гипотезе $H_1: a_x \neq a_y$.

	А	В
1	Автомат 1	Автомат 2
2	182,3	185,3
3	183,0	185,6
4	181,8	184,8
5	181,4	186,2
6	181,8	185,8
7	181,6	184,0
8	183,2	185,2
9	182,4	184,2
10	182,5	184,2
11	179,7	
12	179,9	
13	181,9	
14	182,8	
15	183,4	
16	Среднее	Среднее
17	182,0	185,0

2. Выборочные данные о расходе сырья при производстве продукции по старой и новой технологии приведены в столбцах А, В документа Excel (рис 6). Предполагая, что расход сырья по старой и новой технологии распределен по нормальному закону и имеет одинаковую дисперсию, проверить статистическую гипотезу $a_x = a_y$ при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

	А	В
	Старая технология	Новая технология
1	308	308
2	308	304
3	307	306
4	308	306
5	304	306
6	307	304
7	307	304
8	308	306
9	307	306
10		304
11		303
12		304
13		303
14		

3. Выборочные данные о расходе сырья при производстве продукции по старой и новой технологии приведены в столбцах А, В документа Excel (см. прим.2). Предполагая, что расход сырья по старой и новой технологии распределен по нормальному закону, нужно проверить статистическую гипотезу $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Из двух партий изделий, изготовленных на двух одинаково настроенных станках, известны малые выборки, объемы которых $n_1 = 12$ и $n_2 = 15$. Получены следующие результаты:

Контролируемый размер изделий первого станка	3,4	3,5	3,8	3,9
Число изделий	2	4	5	1
Контролируемый размер изделий второго станка	3,2	3,4	3,7	
Число изделий	4	3	8	

Проверьте нулевую гипотезу о равенстве средних размеров изделий при уровне значимости 0,05.

3. Сгенерируйте две нормально распределенные случайные величины с одинаковыми параметрами. Выявить, достоверны ли отличия при сравнении данных выборки 1 и выборки 2 в двух вариантах постановки задачи:

- 1) группы состоят из наблюдений за различными объектами
- 2) группы составлены по результатам обследования различными методами.

Тема 4.4 Основы дисперсионного анализа

Устный опрос (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9): Что такое дисперсионный анализ? Однофакторный (односторонний) дисперсионный анализ. Требования для проведения данного анализа в Microsoft Excel относительно категориальных данных. Что такое сумма

квадратов ошибок? Дайте определения терминам «внутригрупповая сумма квадратов» и «межгрупповая сумма квадратов». Однофакторный дисперсионный анализ и анализ регрессии. Индикаторы. Двухфакторный дисперсионный анализ. Модель влияния для двухфакторного дисперсионного анализа. Как определить величину достоверности аппроксимации R^2 ?

Практическое занятие 14. Дисперсионный анализ (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК 2.3)

Решение задач:

1. Определить с уровнем $\alpha = 0,05$ значимость различия производительности труда в трех бригадах рабочих-токарей, рассмотренных в примере 4.4 за десять дней работы (табл. 1, за каждый день приведено среднее число изготовленных за час деталей на одного

Таблица 1

Дни	1-я бригада	Число работавших	2-я бригада	Число работавших	3-я бригада	Число работавших
1	13	3	15	6	15	9
2	14	4	13	6	17	9
3	15	4	14	7	16	9
4	14	5	13	7	17	11
5	16	4	16	8	16	10
6	13	5	15	8	18	10
7	12	5	14	8	19	12
8	13	4	14	9	16	11
9	14	6	16	7	17	12
10	15	5	15	7	15	12

рабочего и число работавших в этот день рабочих в бригаде).

2. Определить с уровнем $\alpha = 0,05$ значимость различия производительности труда в трех бригадах рабочих-токарей за десять дней работы (табл. 2, за каждый день приведено

Таблица 2

Дни	1-я бригада	2-я бригада	3-я бригада
1	13	15	15
2	14	13	17
3	15	14	16
4	14	13	17
5	16	16	16
6	13	15	18
7	12	14	19
8	13	14	16
9	14	16	17
10	15	15	15

среднее число изготовленных за час деталей на одного рабочего).

3. При выращивании помидоров на тридцати участках применялись пять сортов семян и шесть технологий выращивания. В табл. приведены показатели урожайности помидоров. Влияют ли факторы (сорт семян и технология выращивания) на урожайность продукции?

	Техно- логия 1	Техно- логия 2	Техно- логия 3	Техно- логия 4	Техно- логия 5	Техно- логия 6
Сорт А	138	131	126	135	134	142
Сорт Б	128	144	124	128	134	126
Сорт В	130	126	129	135	136	136
Сорт Г	145	134	144	140	148	145
Сорт Д	120	140	130	125	129	127

4. При выращивании помидоров на тридцати участках применялись пять видов удобрений и шесть технологий выращивания. Каждый участок был разбит на четыре делянки, т.е. каждой паре уровней факторов (вид удобрений, технология выращивания) соответствуют четыре значения показателя урожайности (табл.). Влияют ли факторы (вид удобрений и технология выращивания) на урожайность продукции?

	Техноло- гия 1	Техноло- гия 2	Техноло- гия 3	Техноло- гия 4	Техноло- гия 5	Техноло- гия 6
Вид А	133	142	134	140	140	144
	147	133	148	132	146	145
	137	141	127	142	136	144
	128	124	138	134	131	134
Вид Б	127	137	120	127	127	127
	130	123	128	126	122	138
	131	131	146	125	144	126
	132	141	144	124	122	122
Вид В	121	122	149	127	120	127
	128	145	131	127	129	125
	137	145	144	142	146	139
	128	131	125	141	125	148
Вид Г	131	137	123	127	123	124
	123	138	144	146	135	125
	139	136	122	122	142	139
	137	127	131	120	129	125
Вид Д	149	148	132	143	131	127
	136	141	120	128	142	135
	129	149	125	135	131	145
	135	129	146	126	130	133

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить с уровнем $\alpha = 0,05$ значимость различия производительности труда в двух бригадах рабочих за десять дней работы (табл.), за каждый день приведено среднее число изготовленных за час деталей на одного рабочего и число работавших в этот день рабочих в бригаде).

Задача 1										
-----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

День	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-я бригада	13	14	14	15	14	14	15	14	16	16
Число работавших	7	8	6	6	8	6	7	8	7	7
2-я бригада	15	17	16	13	14	14	17	15	15	15
Число работавших	5	6	4	6	4	5	4	5	4	5
Задача 2										
День	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-я бригада	13	14	15	13	16	13	14	16	15	14
Число работавших	6	7	6	7	6	7	8	6	6	7
2-я бригада	13	16	16	15	16	13	15	17	14	15
Число работавших	5	6	5	4	6	4	6	5	6	5

2. Определить с уровнем $\alpha = 0,05$ значимость различия производительности труда в трех бригадах рабочих- токарей за десять дней работы (табл.), за каждый день приведено среднее число изготовленных за час деталей на одного рабочего).

Задача 1										
День	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-я бригада	13	13	16	16	13	15	15	15	14	14
2-я бригада	16	16	13	13	13	15	15	16	15	16
3-я бригада	17	15	15	16	13	18	17	15	18	14
Задачат 2										
День	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-я бригада	13	13	16	14	14	16	15	15	13	16
2-я бригада	17	16	17	17	13	16	15	13	13	16
3-я бригада	17	13	16	17	16	18	13	18	16	15

3. При подготовке к соревнованиям двадцати спортсменов-многоборцев, имевших близкие спортивные результаты, применялись четыре рациона питания и четыре методики тренировок. В табл. приведены показатели в баллах, полученные спортсменами на соревнованиях. Влияют ли факторы (рацион питания и методика тренировок) на достижения спортсменов?

Вариант 1				
	методика 1	методика 2	методика 3	методика 4
рацион А	1187	1139	1153	1174
рацион В	1080	1220	1191	1067
рацион В	1101	1267	1220	1096
рацион Г	1134	1151	1254	1216
Вариант 2				
	методика 1	методика 2	методика 3	методика 4
рацион А	1121	1008	1160	1149
рацион Б	1209	1106	1169	1223
рацион В	1132	1125	1245	1283
рацион Г	1182	1145	1212	1110

Тема 4.5 Корреляционно-регрессионный анализ

Устный опрос (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9: Определите понятие «уравнение регрессии». Назовите ситуации, в которых может быть полезно линейное уравнение регрессии. Что имеется в виду, когда говорится «регрессионная модель линейна? Для каких целей могут быть использованы уравнения регрессии? Опишите процедуру оценивания «метод наименьших квадратов». Что такое «система нормальных уравнений». По каким формулам определяются коэффициенты линейной регрессии от одного фактора?

Практическое занятие 15. Линейная корреляция (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Решение задач:

1. Для определения зависимости между сменной добычей угля на одного рабочего (переменная Y , измеряемая в тоннах) и мощностью угольного пласта (переменная X , измеряемая в метрах) на 10 шахтах были проведены исследования, результаты которых представлены таблицей 1.1.

Таблица 1.1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
y_i	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8

Требуется:

1. Определите производительность труда шахтера, если толщина угольного слоя равна: а) 8.5 метров (интерполяция данных); б) 14 метров (экстраполяция данных).
2. Вычислить выборочный коэффициент корреляции
3. Вычислить оценки $s_{b_0}^2, s_{b_1}^2$ для дисперсий коэффициентов b_0, b_1 , определенных в пункте 1.
4. Вычислить коэффициенты уравнения линейной регрессии по пространственной выборке таб. 1.1, используя функции Excel.

Сравните вычисленные значения b_0, b_1, s с значениями, полученными в пункте 1 и 3 (оформите таблицей).

5. Построить интервальной оценки для функции парной линейной регрессии
6. По данным таблицы 1.1 оценить на уровне $\alpha = 0.05$ значимость уравнения регрессии $\hat{y}(x) = -2.75 + 1.016 \cdot x$, построенного в пункте 1.

Практическое занятие 16. Нелинейная корреляция(ОК2, ОК3, ОК5, ОК7, ОК9, ПК 1.4)

В таблице 2.1 приведены значения независимой переменной X (доход американской семьи в тысяч долларов) и значения зависимой переменной Y (доля расходов на товары длительного пользования в процентах от общей суммы расходов).

Таблица 2.1

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	10	13.4	15.4	16.5	18.6	19.1

Требуется:

1. Используя пространственную выборку таблицы 2.1 необходимо построить уравнение нелинейной регрессии вида $\hat{y} = b_0 \cdot x^b$
2. Используя команду «Добавить линию тренда» вычислить коэффициент детерминации R^2 .
3. Используя пространственную выборку таблицы 2.1 и команду «Добавить линию тренда» построить шесть уравнений нелинейной регрессии (полиномиальное уравнение строится при $m = 2$ и $m = 3$).
4. Определить для каждого уравнения коэффициент детерминации R^2 (значение выводится), приведенный коэффициент детерминации \hat{R}^2 (значение вычисляется) и по максимальному значению \hat{R}^2 найти наилучшее уравнение нелинейной регрессии.

Задачи для самостоятельного решения

1. На основании имеющихся данных определить параметры линейного уравнения регрессии между уровнем кормления и продуктивностью коров, рассчитать коэффициенты корреляции и детерминации. Вычислить оценки $s_{b_0}^2, s_{b_1}^2$ для дисперсий коэффициентов b_0, b_1 . Построить интервальной оценки для функции парной линейной регрессии. Оценить существенность величины коэффициентов корреляции и регрессии при уровне значимости 0,05.

№	Удой молока на фуражную корову, ц	Расход кормов на фуражную корову, цкорм.ед
1	31,2+N	33,6+N
2	44,3+N	39,7+N
3	54,5+N	50,2+N
4	34,8+N	36,1+N
5	46,9+N	41,2+N

6	37,2+N	39,0+N
7	50,0+N	45,6+N
8	34,2+N	37,4+N
9	35,0+N	38,4+N
10	38,0+N	40,2+N
11	53,8+N	55,7+N
12	42,6+N	45,3+N
13	39,2+N	40,6+N
14	46,4+N	51,1+N
15	51,6+N	56,2+N
16	36,5+N	38,4+N

Где N номер студента по списку.

2. На основании имеющихся данных

1. Построить диаграмму рассеяния.

2. Убедиться в наличии тенденции (тренда) в заданных значениях и возможности принятия гипотезы об экспоненциальном тренде. Построить уравнение нелинейной регрессии

3. Используя команду «Добавить линию тренда» вычислить коэффициент детерминации R^2 .

4. Используя пространственную выборку таблицы 2.1 и команду «Добавить линию тренда» построить шесть уравнений нелинейной регрессии (полиномиальное уравнение строится при $m = 2$ и $m = 3$).

5. Определить для каждого уравнения коэффициент детерминации R^2 (значение выводится), приведенный коэффициент детерминации \hat{R}^2 (значение вычисляется) и по максимальному значению \hat{R}^2 найти наилучшее уравнение нелинейной регрессии.

x	2	2	3	3	4	4	5	5
y	0.6+N	0.75+N	0.8+N	0.9+N	1.2+N	1+N	1.1+N	1.6
x	6	6	7	7	8	8	9	9
y	1.7+N	2+N	2.2+N	2.6+N	2.9+N	3+N	3.8+N	4+N

Где N номер студента по списку.

Тестовый контроль (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Раздел 4. Математическая статистика

Вопросы части А

1. Операция, заключенная в расположении значений признака по возрастанию называется:

- 1) сортировкой опытных данных
- 2) фиксацией опытных данных

3) ранжированием опытных данных

4) определением опытных данных

2. Признак, принимающий в каждой группе одно и то же значение, называется

1) решением

2) вариантом

3) условием

4) константой

3. Полигон частот - это ломаная, отрезки которой:

1) соединяют точки $(x_1;n_1)$, $(x_2;n_2)$,..., $(x_k;n_k)$

2) соединяют точки $(x_1;n_1/n)$, $(x_2;n_2/n)$,..., $(x_k;n_k/n)$

3) соединяют точки, равноудаленные друг от друга

4) соединяют частичные интервалы

4. Формула Стерджесса определяет:

1) относительную частоту

2) число интервалов

3) объем совокупности

4) объем выборочной совокупности

5. Медианой $Me(x)$ дискретного вариационного ряда называется:

1) вариант, делящий ряд на две равные части

2) вариант, делящий ряд на несколько частей

3) вариант, делящий ряд на четыре равные части

4) наибольший вариант

6. Выборки какого типа не существует

1) типическая

2) аналитическая

3) серийная

4) механическая

7. Какой тип выборки проводится через определенный интервал:

1) типическая

2) серийная

3) механическая

4) собственно случайная

8. Число элементов в каждой группе вариационного ряда называется:

1) частотой группы

2) частотой решений

3) совокупностью условий

4) частотой варианта

9. Частостью (относительной частотой) варианта называется:

1) отношение частоты данного варианта к объему совокупности

2) отношение объема совокупности к частоте данного варианта

3) отношение частоты данного варианта к числу интервалов

4) сумма вариантов

10. Последовательность вариантов, расположенных в возрастающем порядке называется:
- 1) стремительным рядом
 - 2) относительным рядом
 - 3) вариационным рядом**
 - 4) упорядоченным рядом
11. Модой $M_o(x)$ дискретного вариационного ряда называется:
- 1) вариант, имеющий наименьшую частоту
 - 2) вариант, имеющий наибольшую частоту**
 - 3) вариант, имеющий среднюю частоту
 - 4) наименьший вариант
12. Какой тип выборки может быть пропорциональным:
- 1) типическая**
 - 2) серийная
 - 3) механическая
 - 4) комбинированная
13. Оценка, определяемая двумя числами называется:
- 1) двойной
 - 2) удаленной
 - 3) сторонней
 - 4) интервальной**
14. Отношение суммы произведений вариантов на соответствующие частоты к объему совокупности называется:
- 1) модой дискретного вариационного ряда
 - 2) медианой дискретного вариационного ряда
 - 3) средней арифметической дискретного вариационного ряда**
 - 4) размахом вариации
15. Фигура, состоящая из прямоугольников с основанием h (длина частичного интервала) и высотами n_i (частота варианта) называется:
- 1) полигоном частот
 - 2) полигоном относительных частот
 - 3) гистограммой частот**
 - 4) графиком частот
16. $W = X_{\max} - X_{\min}$ называется:
- 1) размах вариации**
 - 2) дисперсия ряда распределения
 - 3) среднее квадратическое отклонение
 - 4) средняя арифметическая
17. $h = (X_{\max} - X_{\min})/k$
- 1) частота варианта
 - 2) длина частичного интервала**
 - 3) длина вариационного ряда
 - 4) объем совокупности
18. Дисперсия признака это

- 1) отклонение отдельных значений признака от их средних значений
 - 2) **квадрат отклонения значений признака от их среднего значения**
 - 3) средний квадрат отклонения значений признака от среднего значения
 - 4) квадрат отклонения среднего значения от значений признака
19. Модой в ряду распределения является
- 1) значение признака, делящее ряд ранжированных значений на две равные части
 - 2) наибольшее значение признака
 - 3) наибольшая частота
 - 4) **значение признака, которое встречается чаще других**
20. Статистическая гипотеза это
- 1) предположение о необходимом соотношении генеральной и выборочной совокупности
 - 2) предположение об алгоритмах расчета параметров выборочной совокупности
 - 3) **предположение о статистической характеристике или о законе распределения генеральной совокупности**
 - 4) предположение о возможных ошибках выборки
21. Ошибка первого рода представляет собой
- 1) **отказ от верной нулевой гипотезы**
 - 2) принятие ложной нулевой гипотезы
 - 3) ошибка при расчете фактического значения критерия
 - 4) ошибка в формулировке вывода относительно выдвинутой нулевой гипотезы
22. Ошибка второго рода представляет собой
- 1) отказ от верной нулевой гипотезы
 - 2) **принятие ложной нулевой гипотезы**
 - 3) ошибка при расчете фактического значения критерия
 - 4) ошибка в формулировке вывода относительно выдвинутой нулевой гипотезы
23. Критической областью называют
- 1) совокупность значений критерия, при которых не может быть принята ни нулевая, ни альтернативная гипотеза
 - 2) область принятия решений
 - 3) совокупность значений критерия, при которых принимается нулевая гипотеза
 - 4) **совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают**
24. Если все результаты наблюдений уменьшить на постоянную величину A , то дисперсия
- 1) **не измениться**
 - 2) уменьшится на величину A
 - 3) увеличится на величину A
 - 4) предсказать изменение нельзя
25. Если все результаты наблюдений уменьшить на постоянную величину A , то средняя арифметическая
- 1) не измениться
 - 2) уменьшится на величину A
 - 3) **увеличится на величину A**
 - 4) предсказать изменение нельзя
26. Коэффициент вариации можно исчислить по формуле

а) $V = \frac{P}{X}$

б) $V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100$

в) $V = \frac{x}{\sum f} \cdot 100$

г) $V = \frac{\sqrt{D}}{\bar{x}} \cdot 100$

Ответ: б)

27. При корреляционной зависимости определенному значению факторного признака соответствует

- 1) одно значение результативного признака
- 2) **несколько значений результативного признака**
- 3) среднее значение результативного признака
- 4) среднее значение дисперсии

28. Метод наименьших квадратов применяется для

- 1) количественной оценки тесноты связи
- 2) аналитического выражения связи
- 3) **оценки параметров уравнения регрессии**
- 4) установления причинно-следственных отношений между признаками

29. Корреляционное отношение используется для

- 1) определения факторной вариации
- 2) определение остаточной вариации
- 3) определение общей вариации
- 4) **определение тесноты связи**

30. При значении коэффициента корреляции равном 1 связь

- 1) обратная
- 2) **прямая**
- 3) отсутствует
- 4) интегральная

31. Линейный коэффициент корреляции применяется для оценки

- 1) формы связи
- 2) направление связи
- 3) **тесноты связи**
- 4) линии связи

32. Какие способы определения вида уравнения регрессии используют

- 1) **графический способ**
- 2) способ сопоставления параллельных рядов
- 3) перебор различных видов уравнений
- 4) метод группировок

33. Какой этап построения уравнения регрессии является первым

- 1) расчет параметров уравнения связи
- 2) интерпретация коэффициентов уравнения связи
- 3) **оценка значимости уравнения связи, его параметров и показателей тесноты связи**

4) определение вида уравнения

34. Линейный коэффициент корреляции можно определить по следующей формуле

$$1) r = \frac{n\sigma_x\sigma_y}{\sum(X - \bar{x})(Y - \bar{y})}$$

$$2) r = \frac{n\sum(X - \bar{x})}{(Y - \bar{y})\sigma_x\sigma_y}$$

$$3) r = \frac{\sum(X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{n\sigma_x\sigma_y}$$

$$4) r = \frac{\sum(X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{n(\sigma_x - \sigma_y)}$$

Эталон: 3

35. Уравнением линейной зависимости имеет вид

$$1) y_x = b_0 + b_1x$$

$$2) y_x = b_0 - b_1x$$

$$3) y_x = b_0^2 + b_1x$$

$$4) y_x = b_1 + b_0x$$

Эталон: 1

36. Точечная оценка характеристики генеральной совокупности -..

- 1) статистика, распределенная по нормальному закону
- 2) **число, определяемое по выборке**
- 3) определяется двумя числами, границами интервала
- 4) статистика, распределенная по равномерному закону

37. Интервальная оценка характеристики генеральной совокупности -..

- 1) статистика, распределенная по нормальному закону
- 2) число, определяемое по выборке
- 3) **определяется двумя числами, границами интервала**
- 4) статистика, распределенная по равномерному закону

38. Точечная оценка математического ожидания

- 1) **математическое ожидание**
- 2) относительная частота
- 3) выборочная дисперсия
- 4) эксцесс

39. Точечная оценка вероятности

- 1) математическое ожидание
- 2) **относительная частота**
- 3) выборочная дисперсия
- 4) эксцесс

40. При оценке параметров распределения доверительным называют интервал

- 1) **который покрывает неизвестный параметр с заданной надежностью**
- 2) который имеет наибольшую частоту
- 3) который определяет критическую область
- 4) который оказывает влияние на изменчивость средних значений

41. При проверке статистических гипотез, основную выдвигаемую гипотезу называют
- 1) основной
 - 2) начальной
 - 3) исходной
 - 4) **нулевой**
42. Ошибка первого рода означает
- 1) вероятность принятия H_1 , если верна гипотеза H_0 (**да**)
 - 2) вероятность принятия H_0 , если верна гипотеза H_1 (**нет**)
43. Ошибка второго рода означает
- 1) вероятность принятия H_1 , если верна гипотеза H_0 (**нет**)
 - 2) вероятность принятия H_0 , если верна гипотеза H_1 (**да**)
44. Какая гипотеза не будет являться статистической
- 1) генеральная совокупность распределена по закону Пуассона
 - 2) дисперсии двух нормальных совокупностей равны между собой
 - 3) **на Марсе есть жизнь**
 - 4) средние двух нормальных совокупностей равны между собой
45. На практике дисперсионный анализ применяют, чтобы установить
- 1) область принятия гипотезы
 - 2) корреляционную функцию
 - 3) выборочное уравнение регрессии
 - 4) **оказывает ли существенное влияние некоторый качественный фактор на изучаемую величину**

Вопросы части В

46. Вариационные ряды бывают
- 1) **интервальные**
 - 2) моментные
 - 3) прерывные
 - 4) непрерывные
 - 5) **дискретные**
47. Для количественной оценки тесноты связи используют
- 1) **линейный коэффициент корреляции**
 - 2) **эмпирическое корреляционное соотношение**
 - 3) **коэффициент детерминации**
 - 4) индекс корреляции
48. При графическом изображении вариационных рядов используют
- 1) **полигон частот**
 - 2) график частот
 - 3) **гистограмму частот**
 - 4) схему вариант
 - 5) числовые характеристики рядов
49. Какие из свойств средней арифметической справедливы
- 1) **$\overline{X \pm Y} = \overline{X} \pm \overline{Y}$**

$$2) \overline{X \pm Y} = \bar{X} \cdot \bar{Y}$$

$$3) \bar{Z} = \overline{CX} = \frac{C\bar{X}}{2}$$

$$4) \bar{Z} = \overline{CX} = C\bar{X}$$

$$5) \bar{Z} = \overline{X \pm C} = \bar{X} \pm C$$

$$6) \bar{C} = C$$

$$7) \bar{C} = 0$$

Эталон: 1, 4, 5, 6

50. Какие из свойств выборочной дисперсии справедливы

$$1) D(X \pm C) = D(X) \pm C$$

$$2) D(X \pm C) = D(X)$$

$$3) D(CX) = CD(X)$$

$$4) D(CX) = C^2D(X)$$

$$5) D(C) = C$$

$$6) D(C) = 0$$

$$7) D(C) = C^2$$

Эталон: 2, 4, 6

51. К характеристикам положения вариационного ряда относятся

1) **средняя арифметическая**

2) размах вариации

3) дисперсия

4) коэффициент асимметрии

5) **медиана**

52. К характеристикам положения вариационного ряда относятся

1) среднее линейное отклонение

2) **мода**

3) **медиана**

4) начальный момент s-го порядка

5) центральный момент s-го порядка

53. К показателям вариации относятся

1) **размах вариации**

2) средняя арифметическая

3) **дисперсия**

4) **среднее линейное отклонение**

5) мода

54. К показателям вариации относятся

1) медиана

2) **коэффициент вариации**

3) **коэффициент эксцесса**

4) мода

5) коэффициент корреляции

55. Качество оценки числовых характеристик генеральной совокупности по элементам выборочной совокупности устанавливается по свойствам

1) **состоятельность**

2) **несмещенность**

3) детерминантность

4) линейность

5) эффективность

56. Поставить в соответствие

1) $\frac{\sum x_i n_i}{n}$

2) $\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 n_i}{n}$

3) $\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 n_i}{n}}$

4) $\frac{n}{n-1} D(X)$

а) дисперсия

б) средняя

с) исправленная выборочная дисперсия

д) среднеквадратическое отклонение

Эталон: 1-б, 2-а, 3-д, 4-с

57. Поставить в соответствие

1) $\frac{\sum x_i^s n_i}{n}$

2) $\frac{\sum (x_i - \bar{x})^s n_i}{n}$

3) $\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 n_i}{n}}$

4) $\frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%$

а) среднеквадратическое отклонение

б) коэффициент вариации

с) начальный момент s-го порядка

д) центральный момент s-го порядка

Эталон: 1-с, 2-д, 3-а, 4-б

58. Поставить в соответствие

1) $\frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100\%$

2) $\frac{\sum (x_i - \bar{X})^3 n_i}{n \sigma^3}$

3) $\frac{\sum (x_i - \bar{X})^4 n_i}{n \sigma^4} - 3$

4) $\frac{\sum x_i n_i}{n}$

а) эксцесс

б) коэффициент вариации

с) коэффициент асимметрии

д) средняя арифметическая

Эталон: 1-б, 2-а, 3-д, 4-с

59. При оценке числовых характеристик генеральной совокупности по элементам выборочной совокупности различают

1) **точечные оценки**

- 2) вероятностные оценки
- 3) доверительные оценки
- 4) **интервальные оценки**
- 5) квадратические оценки

60. Виды корреляций относительно формы связи

- 1) простая или парная
- 2) множественная
- 3) **линейная**
- 4) **нелинейная**
- 5) положительная
- 6) отрицательная
- 7) частная корреляция

61. Виды корреляций относительно характера корреляции

- 1) простая или парная
- 2) множественная
- 3) линейная
- 4) нелинейная
- 5) **положительная**
- 6) **отрицательная**
- 7) частная корреляция

62. Виды регрессии относительно формы зависимости

- 1) простая регрессия
- 2) множественная, или частная регрессия
- 3) непосредственная регрессия
- 4) косвенная регрессия
- 5) нонсенс-регрессия
- 6) **линейная регрессия**
- 7) **нелинейная регрессия**

63. Виды регрессии относительно числа явлений(переменных), учитываемых в регрессии

- 1) **простая регрессия**
- 2) **множественная, или частная регрессия**
- 3) непосредственная регрессия
- 4) косвенная регрессия
- 5) нонсенс-регрессия
- 6) линейная регрессия
- 7) нелинейная регрессия

64. Средний стаж работы рабочих АО составил 5 лет. Дисперсия стажа работы 4 года. Чему равен коэффициент вариации.

Эталон: 40

65. Дисперсия стажа нескольких рабочих 9 лет. Коэффициент вариации 30%. Чему равняется средний стаж рабочих.

Эталон: 10

66. Средний стаж рабочих 6 лет. Коэффициент вариации 20%. Чему равняется дисперсия стажа рабочих

Эталон: 1,44

67. В бригаде шесть человек, имеющих стаж работы 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10 лет. Определите медиану.

Эталон: 6

68. Распределение семей по размеру совокупного дохода на члена семьи представлено в таблице. Определить моду среднедушевого дохода семей

Доход	650	800	1100	1300	1600	Свыше 1600
Кол-во семей	5	12	42	19	10	12

Эталон: 1100

69. Генеральная совокупность задана таблицей распределения

x_i	2	4	5	6
n_i	8	9	10	3

Найти генеральную среднюю.

Эталон: 4

70. выборочная совокупность задана таблицей распределения

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	15	3

Найти выборочную среднюю.

Эталон: 2

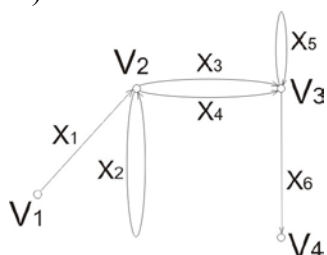
Тема 5.1 Основные понятия теории графов

Устный опрос (ОК1, ОК5, ОК9): Для каких целей используются графы? Сформулируйте понятие графа. Как представляется граф геометрически? Что представляют собой ориентированные и неориентированные графы? В каких случаях и почему используются ориентированные и неориентированные графы? Какие вершины называют смежными? Какие вершины называют инцидентными? Что называют степенью, полустепенью исхода(захода) вершины? Какие разновидности графов вы знаете? Что называют маршрутом? Что входит в понятие " цепь "?

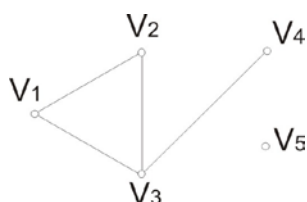
Решение задач (ОК1, ОК5, ОК9, ПК 1.2)

1. Определить степени (полустепени) вершин

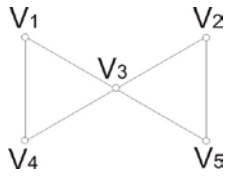
А)



Б)



2. Определить: Маршрут, цепь, цикл, простую цепь, простой цикл.



1. V_1, V_3, V_1, V_4
2. V_1, V_4, V_3, V_2, V_5
3. $V_1, V_3, V_5, V_2, V_3, V_4, V_1$
4. V_1, V_3, V_4, V_1
5. $V_1, V_3, V_5, V_2, V_3, V_4$

3. Приведите пример ориентированного и неориентированного графа. Для заданных вершин u, v найдите все цепи и простые цепи их связывающие.

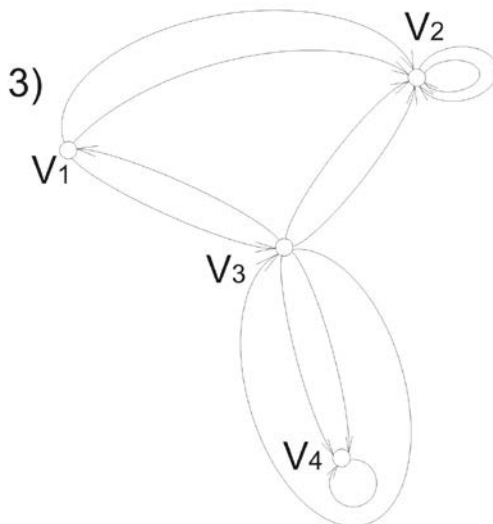
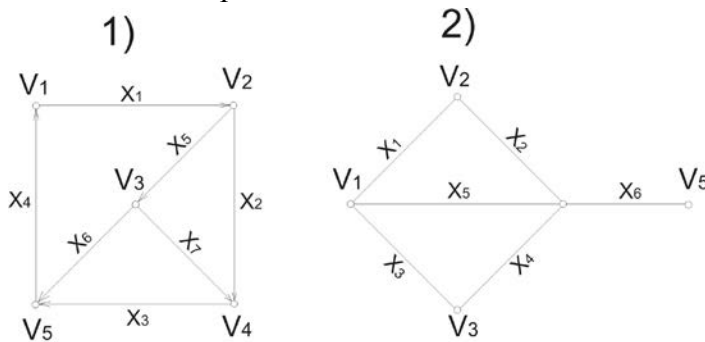
4. Приведите пример ориентированного и неориентированного графа. Для заданной вершины v постройте цикл (контур), простой цикл (простой контур) ее содержащий

Тема 5.2 Матричное задание графов

Устный опрос (ОК1, ОК5, ОК9): Дайте определение матрицы смежности. Как составляется матрица смежности графа, орграфа, псевдографа? Дайте определение матрицы инцидентности. Как составляется матрица инцидентности графа, орграфа?

Решение задач (ОК1, ОК5, ОК9, ПК 1.2)

1. Найти матрицы смежности и инцидентций для графов.



Промежуточная аттестация

Вопросы к экзамену

1. Основные правила комбинаторики (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
2. Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
3. Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями(ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
4. Случайные события и операции над ними. Классическая формула вероятности. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
5. Статистическая и геометрическая вероятность. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
6. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
7. Формула полной вероятности. Формула Байеса (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
8. Формула Бернулли(ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
9. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теоремы Лапласа(ОК1, ОК2, ОК6, ОК7)
10. Законы распределения ДСВ(ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
11. Определение ДСВ. Закон распределения ДСВ (определение). (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
12. Законы распределения ДСВ(ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
13. Математическое ожидание и его свойства. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
14. Определение дисперсии. Формула для вычисления дисперсии (вывод) (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
15. Дисперсия и ее свойства . Среднее квадратическое отклонение. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
16. Неравенство Чебышева . Теорема Чебышева (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
17. Определение НСВ. Функция распределения и ее свойства (со следствиями). График функции распределения. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
18. Плотность распределения. Свойства плотности распределения. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
19. Вероятность попадания случайной величины в интервал (a,b).Числовые характеристики НСВ. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
20. Законы распределения НСВ(ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
21. Системы двух случайных величин (геометрическое истолкование). Закон распределения двумерной случайной величины. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
22. Функция распределения двумерной случайной величины, ее свойства. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7)
23. Выборочный метод. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
24. Дискретный вариационный ряд(порядок построения) (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
25. Интервальный вариационный ряд (порядок построения). (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
26. Графическое изображение вариационных рядов. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
27. Характеристики положения вариационного ряда(ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
28. Показатели вариации(ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
29. Статистическое оценивание числовых характеристик (точечная оценка, свойства) (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
30. Статистическое оценивание числовых характеристик (интервальная оценка, доверительный интервал) (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
31. Статистическая гипотеза, нулевая гипотеза, конкурирующая гипотеза, ошибки первого и второго рода(ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
32. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
33. Дисперсионный анализ(ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)

34. Корреляционная зависимость. Виды корреляций. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
35. Коэффициент корреляции, свойства. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
36. Основные методы оценки коэффициента корреляции. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
37. Линейное уравнение регрессии, отыскание параметров. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
38. Нелинейное уравнение регрессии, отыскание параметров. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9)
39. Понятие графа. Разновидности графов (ОК1, ОК5, ОК9)
40. Матричное задание графов (ОК1, ОК5, ОК9)

Практические задания к экзамену

1. Читатель в поисках нужной книги обходит три библиотеки. Вероятность того, что она имеется в очередной библиотеке, равна 0,3. Найти вероятность того, что читатель нашел книгу. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
2. В первой урне 10 деталей. Из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
3. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
4. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80 % . Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут не менее четырех. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
5. Три студента сдают экзамен. Вероятность того, что отдельный студент сдаст экзамен на «отлично», равна для первого студента 0,7, для второго – 0,6, для третьего – 0,2. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан на «отлично»: а) только одним студентом; б) хотя бы одним студентом. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
6. У пользователя на рабочем столе компьютера находится две папки с файлами. В первой папке 16 файлов, причем 4 из них имеют размер менее 500 килобайт. Во второй папке 20 файлов, из них 5 файлов размером менее 500 килобайт. Пользователь переложил из первой папки во вторую один файл, после чего открывает файл из второй папки. Найти вероятность того, что будет открыт файл размером менее 500 килобайт. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
7. Вероятность работы каждого из четырех комбайнов без поломок в течении определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа комбайнов, работавших безотказно. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
8. На предприятии имеется три автомобиля. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,9, второго – 0,7, третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течении определенного времени будут безотказно работать: а) все автомобили; б) хотя бы один автомобиль. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
9. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,05	0,15	0,2	0,4	0,2

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X . (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
10. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя.

11. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X - 4Y$, если $D(X) = 4$, $D(Y) = 6$, $M(X) = 5$, $M(Y) = 3$. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
12. Станок автомат делает детали. Вероятность того, что деталь окажется бракованной 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется ровно 4 бракованных. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
13. Всхожесть семян составляет 80%. Какова вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдут от 650 до 760. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
14. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$. Найти: (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
- вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)
 - Функцию плотности вероятностей
 - Математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение
- $$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 1/6(x^2 - x) & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases} \quad a = 1, b = 2.$$
15. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $a = 15$ и дисперсией $D = 4$.
Найти: (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
- вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(9; 19)$;
 - вероятность того, что абсолютная величина отклонения X -а окажется меньше $\delta = 0,1$
16. Непрерывная случайная величина распределена по экспоненциальному закону с параметром $\lambda = 2.5$. Найти плотность вероятности, функцию распределения и числовые характеристики непрерывной случайной величины, а так же вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в интервал $(0.1; 0.2)$. (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
17. Среднее значение длины бруска равно 4 м, а среднее квадратическое отклонение 0,2 м. Оцените вероятность того, что длина наугад взятого бруска окажется не менее 3,5 м и не более 4,5 м (ОК1, ОК2, ОК 5, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
18. Магазин получил 1000 бутылок лимонада. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найти вероятность того, что магазин получит разбитых бутылок:
- ровно две;
 - менее двух;
 - более двух;
 - хотя бы одну. (ОК1, ОК2, ОК6, ОК7, ПК 1.1, ПК1.2)
19. По списку на предприятии числится 40 рабочих, которые имеют следующие разряды: 1,5,2,4,3,4,6,4,5,1,2,2,3,4,5,3,4,5,2,1,4,5,5,4,3,4,6,1,2,4,4,3,5,6,4,3,3,1,3,4.
Построить дискретный вариационный ряд и найти характеристики, опираясь на формулы математической статистики. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)
20. По выборке объема $n = 50$ найдено среднее значение $\bar{x} = 3,5$. Считая, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с $\sigma = 3,5$, определить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью 95%. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

21. По выборке объема $n = 25$ из нормально распределенной генеральной совокупности вычислено значение $s = 0,8$. Построить интервальную оценку для дисперсии надежности $\gamma = 0.95$. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)
22. Используя пространственную выборку необходимо построить уравнение нелинейной регрессии вида $\hat{y} = b_0 \cdot x^{b_1}$ (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	10	12.4	14.4	16.7	18.65	19.12	19.64	21.2

23. Постройте гистограмму частот, найдите среднюю заработную плату работников одного из цехов промышленного предприятия, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации методом сумм. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Зарботная плата, у. е.	50-75	75- 100	100- 125	125-150	150- 175	175-200	200- 225
Число работников	12	23	35	37	19	15	9

24. Имеются следующие данные об урожайности озимой пшеницы в 40 обследованных хозяйствах: 27,1 18,2 16,3 22 24,3 24,8 33 27,3 28,5 15,1 19,5 28,1 25,1 26,7 28,4 29,6 23,7 18 31 19,8 26 23,5 20,2 25,1 22,8 27 20,4 24 29,5 22,9 19,9 27 25,3 23,9 21,5 23,1 21,1 22,6 25,8 23,8
- 1) Определите размах вариации урожайности
 - 2) Постройте интервальный вариационный ряд с равными интервалами, выделив 6 групп хозяйств по величине урожайности.
 - 3) Изобразите ряд графически с помощью гистограммы распределения, преобразуйте последнюю в полигон распределения.
 - 4) По накопленным частотам постройте кумуляту и огиву распределения 40 хозяйств по величине урожайности. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)
25. Известны следующие данные о результатах сдачи абитуриентами вступительных экзаменов на I курс вуза в 2001 г. (баллов): 18, 16, 20, 17, 19, 20, 17, 17, 12, 15, 20, 18, 19, 18, 18, 16, 18, 14, 14, 17, 19, 16, 14, 19, 12, 15, 16, 20.
- Постройте: а) ряд распределения абитуриентов по результатам сдачи ими вступительных экзаменов, выделив четыре группы абитуриентов с равными интервалами;
- б) ряд, делящий абитуриентов на поступивших и не поступивших в вуз, учитывая, что проходной балл составил 15 баллов.
- в) укажите, по какому группировочному признаку построен каждый из этих рядов распределения: атрибутивному или количественному. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

26. Имеются следующие данные об урожайности озимой пшеницы в 40 обследованных хозяйствах: 27,1 18,2 16,3 22 24,3 24,8 33 27,3 28,5 15,1 19,5 28,1 25,1 26,7 28,4 29,6 23,7 18 31 19,8 26 23,5 20,2 25,1 22,8 27 20,4 24 29,5 22,9 19,9 27 25,3 23,9 21,5 23,1 21,1 22,6 25,8 23,8
- 1) Определите размах вариации урожайности
 - 2) Постройте интервальный вариационный ряд с равными интервалами, выделив 6 групп хозяйств по величине урожайности.
 - 3) Изобразите ряд графически с помощью гистограммы распределения, преобразуйте последнюю в полигон распределения.

4) По накопленным частотам постройте кумуляту и огиву распределения 40 хозяйств по величине урожайности. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3) Для данного дискретного вариационного ряда найти характеристики положения вариационного ряда (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Размер заработной платы, руб.	1000	1200	1300	1400	1500	1600	итого
Число рабочих, имеющих такую з/п	5	10	20	30	25	10	100

27. Для данного дискретного вариационного ряда найти показатели вариации (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

Размер заработной платы, руб.	1000	1200	1300	1400	1500	1600	итого
Число рабочих, имеющих такую з/п	5	10	20	30	25	10	100

28. По выборке объема $n = 16$ из нормально распределенной генеральной совокупности вычислено значение $s = 18$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0.95. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

29. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания аномально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны $\sigma=4$, $\bar{x}_g = 10.2$, $n=16$ (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

30. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания аномально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны $\sigma=5$, $\bar{x}_g = 16.8$, $n=25$ (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

31. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором получены следующие результаты (в мм): 92, 94, 103, 105, 106. Найти: 1) выборочную среднюю длину стержня; 2) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

32. Даны две независимые выборки объема 11 и 14, извлеченные из нормальных совокупностей X, Y . Известны также исправленные дисперсии, равные соответственно 0,75 и 0,4. Необходимо проверить нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при уровне значимости $\gamma=0,05$. Конкурирующую гипотезу выбрать по желанию. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

33. Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 10 мм. Используя односторонний критерий с $\alpha=0,05$, проверить эту гипотезу, если в выборке из n шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а дисперсия известна и равна 1 мм. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

34. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением $\sigma=0,2$ извлечена выборка объема $n=25$ и по ней найдена выборочная средняя $x_{cp} = 21,04$. Проверить нулевую гипотезу $H_0: a=a_0=21$, при конкурирующей гипотезе $H_1: a \neq 21$ и уровне значимости $0,1$. (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

35. Данные опыта приведены в таблице

X	2	4	6	8	10	12	14
Y	4.5	7.0	8.0	7.5	9.0	8.5	9.5

Полагая, что X и Y связаны зависимостью вида $y = a + bx$ найти коэффициенты a и b методом наименьших квадратов (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

36. Дана таблица результатов наблюдений (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

X	2	4	6	8	10	12	14
Y	4.5	7.0	8.0	7.5	9.0	8.5	9.5

Найти выборочный коэффициент корреляции и оценить при уровне значимости $0,05$

37. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по следующим данным и оценить его качество (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

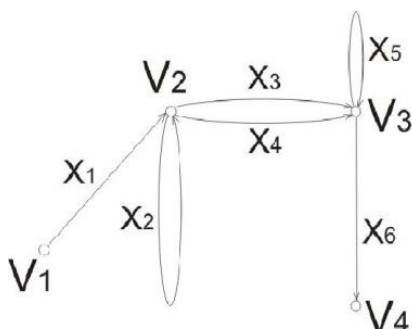
X	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Y	10	12	14	16	18	205

38. Дана таблица результатов наблюдений (ОК4, ОК 5, ОК8, ОК9, ПК 1.4, ПК2.3)

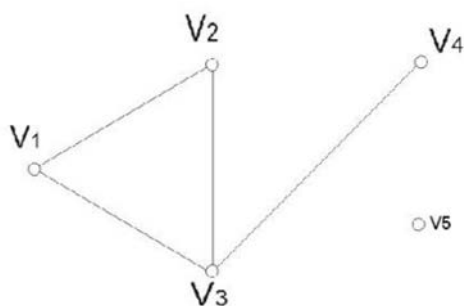
X	3	6	9	12	15	18
Y	7.0	8.0	7.5	9.0	8.5	8.0

Найти выборочный коэффициент корреляции и оценить при уровне значимости $0,05$

39. Для данного орграфа найти матрицу смежности и инцидентности (ОК1, ОК5, ОК9, ПК 1.2)



40. Для данного графа найти матрицу смежности и инцидентности (ОК1, ОК5, ОК9, ПК 1.2)



7. Регламент дисциплины.

Зачет нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Зачет проводится в устной форме по вопросам по всем темам курса. Обучающемуся дается время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций.

Компетенции	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения (баллы)			
		2	3	4	5
ОК-1	Знать значение теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК-2	Знать основы теории вероятностей и математической статистики	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Не умеет Демонстрирует частичные	Демонстрирует частичные умения без	Умеет применять знания на практике в	Демонстрирует высокий уровень умений

		умения, допуская грубые ошибки	грубых ошибок	базовом объёме	
ОК 3	Знать основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать методы математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК- 4	Знать основы теории вероятностей и математической статистики	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК- 5	Знать основы теории вероятностей и математической статистики	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень знаний

	Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК-6	Знать основы теории вероятностей и математической статистики	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК-7	Знать основы теории вероятностей и математической статистики	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК-8	Знать основные методы статистической обработки экспериментальных, и	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний

	имитационных данных, оценки их точности и надежности		грубых ошибок		
	Уметь использовать методы математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ОК- 9	Знать основы теории вероятностей и математической статистики; основные понятия теории графов	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ПК 1.1	Знать основы теории вероятностей и математической статистики	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объеме	Демонстрирует высокий уровень умений
ПК 1.2	Знать основы теории	Не знает	Демонстрирует	Знает	Демонстрирует

	вероятностей и математической статистики; основные понятия теории графов	Допускает грубые ошибки	рует частичные знания без грубых ошибок	достаточно в базовом объёме	ует высокий уровень знаний
	Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень умений
ПК 1.4	Знать основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская грубые ошибки	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень умений
ПК 2.3	Знать основы теории вероятностей и математической статистики;	Не знает Допускает грубые ошибки	Демонстрирует частичные знания без грубых ошибок	Знает достаточно в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень знаний
	Уметь использовать методы математической статистики; использовать возможности вычислительной техники и	Не умеет Демонстрирует частичные умения, допуская	Демонстрирует частичные умения без грубых ошибок	Умеет применять знания на практике в базовом объёме	Демонстрирует высокий уровень умений

	программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	грубые ошибки			
--	---	---------------	--	--	--

8. Таблица соответствия компетенций, критериев оценки их освоения и оценочных средств

Шифр компетенции	Расшифровка компетенции	Показатель формирования компетенции для данной дисциплины	Оценочные средства	Этапы формирования компетенции
ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	Знать значение теории вероятностей и математической статистики в профессиональной деятельности Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Устный опрос по теме 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1-3.6	1 этап
			Практическое занятие 1-10	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Устный опрос по теме 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1-3.6	1 этап
			Практическое занятие 1-10	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	Знать основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности Уметь использовать методы математической статистики	Устный опрос по теме 3.1-3.6	1 этап
			Практическое занятие 7-10	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для	Знать основы теории вероятностей и математической статистики Уметь использовать	Устный опрос по теме 4.1-4.5	1 этап
			Практическое занятие 11-16	2 этап

	эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Тестирование	3 этап
ОК 5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Устный опрос по теме 3.1-3.6, 4.1-4.5	1 этап
			Практическое занятие 7-16	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 6	Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Устный опрос по теме 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1-3.6	1 этап
			Практическое занятие 1-10	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.	Знать основные понятия комбинаторики; основы теории вероятностей и математической статистики Уметь пользоваться расчетными формулами, таблицами, графиками при решении статистических задач;	Устный опрос по теме 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1-3.6	1 этап
			Практическое занятие 1-10	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	Знать основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности Уметь использовать методы математической статистики	Устный опрос по теме 4.1-4.5	1 этап
			Практическое занятие 11-16	2 этап
			Тестирование	3 этап
ОК 9	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики; основные понятия теории графов Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Устный опрос по теме 4.1-4.5, 5.1, 5.2	1 этап
			Практическое занятие 11-16	2 этап
			Тестирование	3 этап

ПК 1.1	Собирать данные для анализа использования и функционирования информационной системы, участвовать в составлении отчетной документации, принимать участие в разработке проектной документации на модификацию информационной системы.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Устный опрос по темам 1.1, 1.2, 2.1, 2.2	1 этап
			Практическое занятие 1-6	2 этап
			Тестирование	3 этап
ПК 1.2	Взаимодействовать со специалистами смежного профиля при разработке методов, средств и технологий применения объектов профессиональной деятельности.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики; основные понятия теории графов Уметь вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики	Устный опрос по теме 3.1-3.6, 5.1, 5.2	1 этап
			Практическое занятие 7-10	2 этап
			Тестирование	3 этап
ПК 1.4	Участвовать в экспериментальном тестировании информационной системы на этапе опытной эксплуатации, фиксировать выявленные ошибки кодирования в разрабатываемых модулях информационной системы.	Знать основные методы статистической обработки экспериментальных, и имитационных данных, оценки их точности и надежности Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Устный опрос по темам 4.1-4.5	1 этап
			Практическое занятие 11-16	2 этап
			Тестирование	3 этап
ПК 2.3	Применять методики тестирования разрабатываемых приложений.	Знать основы теории вероятностей и математической статистики Уметь использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения при решении прикладных задач математической статистики	Устный опрос по темам 4.1-4.5	1 этап
			Практическое занятие 11-16	2 этап
			Тестирование	3 этап

9. Методические указания для обучающихся при освоении дисциплины

Работа на практических занятиях предполагает активное участие в дискуссиях и решении задач. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале

проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них.

При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например на сайте <http://dic.academic.ru>.

Подготовка по теме 1.1 «Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.13-16].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 1.2 «Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.13-16].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Подготовка по теме 2.1 «Вероятность случайного события» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.16-27, 36-43].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 2.1 «Вероятность сложного события» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.30-33, 47-51, 52-55].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Тестирование проводится после ознакомления с материалом тем 1.1, 1.2., 2.1, 2.2. Обучающийся выполняет тестирование, рассчитанное по времени на 30 минут, на бумажном носителе. Тест включает в себя задания разного типа: на выбор одного или нескольких правильных ответов, на соответствие, краткий и числовой ответ. Для прохождения теста дается одна попытка. Далее сверяются и обсуждаются результаты с определением правильных ответов.

Подготовка по теме 3.1 «Понятие ДСВ. Закон распределения ДСВ» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.58-62].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 3.2 «Числовые характеристики ДСВ и их свойства» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.63-65, 70-74].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 3.3 «Центральная предельная теорема. Закон больших чисел» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.120-123].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 3.4 «Понятие НСВ. Числовые характеристики НСВ» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.67-69, 75-78].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 3.5 «Законы распределения вероятностей» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.83-96].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 3.6 «Системы двух случайных величин» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.104-108].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Тестирование проводится после ознакомления с материалом тем 3.1-3.6. Обучающийся выполняет тестирование, рассчитанное по времени на 30 минут, на бумажном носителе. Тест включает в себя задания разного типа: на выбор одного или нескольких правильных ответов, на соответствие, краткий и числовой ответ. Для прохождения теста дается одна попытка. Далее сверяются и обсуждаются результаты с определением правильных ответов.

Подготовка по теме 4.1 «Выборочные аналоги закона распределения и числовых характеристик случайной величины» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.128-141].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 4.2 «Статистическое оценивание числовых характеристик случайной величины» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.144-161].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 4.3 «Проверка статистических гипотез» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.164-180].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 4.4 «Основы дисперсионного анализа» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.184-191].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Подготовка по теме 4.5 «Корреляционно-регрессионный анализ» проводится по конспектам лекций и источникам литературы [1, с.193-200, 203-208].

Устный опрос по этой теме проводится в форме беседы.

Решение задач проводится в группе с обсуждением хода решения, применяемых способов и формул, проверкой результатов и проведением работы над ошибками.

Тестирование проводится после ознакомления с материалом тем 4.1-4.5. Обучающийся выполняет тестирование, рассчитанное по времени на 30 минут, на бумажном носителе. Тест включает в себя задания разного типа: на выбор одного или нескольких правильных ответов, на соответствие, краткий и числовой ответ. Для прохождения теста дается одна попытка. Далее сверяются и обсуждаются результаты с определением правильных ответов.

Промежуточная аттестация по этой дисциплине проводится в форме экзамена. При подготовке к экзамену необходимо опираться, прежде всего, на лекции, а также на источники, которые разбирались на занятиях в течение семестра. В каждом билете экзамена содержится два вопроса.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1. Основная литература

1. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: Учебное пособие / Белько И.В., Морозова И.М., Криштапович Е.А. - М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - 299 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011748-5
<http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=3>
2. Математическая статистика: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 205 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-009520-2, 500 экз.
<http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=6>
3. Основы теории вероятностей: Учебник/Г.А.Соколов, 2-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 340 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-006728-5, 400 экз.
<http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=7>
4. Гулай, Т.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.А. Гулай, А.Ф. Долгополова, Д.Б. Литвин, С.В. Мелешко. - 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. - 260 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=514780>

10.2. Дополнительная литература

1. Теория вероятностей. Примеры и задачи/Васильчик М.Ю., Аркашов Н.С., Ковалевский А.П. и др., 2-е изд. - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 124 с.: ISBN 978-5-7782-2487-2
2. Типовые задачи математической статистики/Неделько С.В., Неделько В.М., Миренкова Г.Н. - Новосибир.: НГТУ, 2014. - 52 с.: ISBN 978-5-7782-2481-0
3. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс] : Учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 8-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2013. - 432 с. - ISBN 978-5-394-01943-2. <http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=18>
4. Интернет-ресурс: <http://www.mathematics.ru/> - раздел «Открытого колледжа» по математическим дисциплинам.

11. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Принтер и ксерокс для создания раздаточных материалов.

УЛК -1, ауд 402, 412, 373, 369	Математических дисциплин	Аудитория 1-402: Проектор, экран, акустика, компьютер DualCore Intel Pentium E2180 2000 MHz
---	-----------------------------	--

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и

включает учебники, учебные пособия, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов среднего профессионального образования нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям.

12. Методы обучения для обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими обучающимися, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

Условия обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья:

- учебные аудитории, в которых проводятся занятия со студентами с нарушениями слуха, оборудованы мультимедийной системой (ПК и проектор), компьютерные тифлотехнологии базируются на комплексе аппаратных и программных средств, обеспечивающих преобразование компьютерной информации доступные для слабовидящих формы (укрупненный текст);
- в образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения: кейс-метод, метод проектов, исследовательский метод, дискуссии в форме круглого стола, конференции, метод мозгового штурма.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС СПО по специальности 09.02.04 «Информационные системы (в экономике)».

Автор: Рязанова А.Н

Рецензент: к.т.н., доцент кафедры

информационные системы Галиуллин Л.А