

УДК 523.34

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕФРАКЦИИ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА НАКЛОНОВ АТМОСФЕРНЫХ СЛОЕВ

*А.И. Нефедьева, Ю.А. Нефедьев, Н.Ю. Вараксина,  
С.А. Дёмин, К.О. Чуркин, А.О. Андреев*

### Аннотация

В статье рассмотрен метод определения параметров рефракции с учетом наклонов граничащих друг с другом атмосферных слоев. В качестве примера вычислены параметры рефракции на нескольких зенитных расстояниях и для различных моделей атмосферы. В результате было получено, что вблизи Земли слои атмосферы с точностью от  $\pm 0.18$  до  $\pm 0.32$  угл. мин имеют наклоны в плоскости меридиана с севера на юг в пределах одной минуты дуги. Наклоны уменьшаются практически равномерно с увеличением высоты и равны  $0^\circ$  на высотах 9 км. Наклон слоев изменяется на обратный и достигает максимума 1 угл. мин на высотах 20 км. Далее наклоны постепенно уменьшаются и становятся равными  $0^\circ$  на высотах 30 км.

**Ключевые слова:** параметры рефракции, наклоны слоев атмосферы, астрометрические наблюдения, звездные каталоги.

### Введение

Фундаментальные исследования в области астрономической рефракции ведутся в Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта (АОЭ) Казанского университета много лет [1–6]. В 1925 г. М.А. Грачев и Т.А. Банахевич [7] определили систематические ошибки, зависящие от зенитных расстояний в меридианных наблюдениях. М.А. Грачев предположил, что эти аномалии рефракции возникают вследствие наклона поверхности Земли к югу в области расположения АОЭ, при этом слои атмосферы одинаковой плотности считались параллельными земной поверхности [8].

Изменение широты отмечено также на телескопах Бамберга и ЗТЛ-180. Талькотовские пары наблюдались на малых зенитных расстояниях, а рефракционные пары – на больших зенитных расстояниях. Наблюдения были редуцированы с целью исключения инструментальных ошибок и рефракции. Но значительные систематические ошибки, зависящие от зенитных расстояний, остались. В данном случае можно предположить, что эти ошибки связаны не с наклоном земной поверхности, а с наклоном атмосферных слоев одинаковой плотности. В работе [9] был произведен предварительный анализ влияния наклонов слоев атмосферы на параметры рефракции, но выбор точек земной поверхности ограничивался только территорией бывшего СССР. В настоящем исследовании мы расширили географию пунктов наблюдений, охватив по возможности весь земной шар. Однако следует отметить, что 80% земного шара покрыто водой, в связи с чем пункты наблюдений располагаются достаточно равномерно только на европейско-азиатской территории.

### 1. Алгоритм вычисления наклонов слоев одинаковой плотности

Для изучения вопроса о наклонах оптических поверхностей осуществлялся анализ данных о распределении в атмосфере изобарических поверхностей (поверхностей одинакового давления) над определенными пунктами земной поверхности. Нами было выбрано 52 таких пунктов.

Для каждой выбранной изобарической поверхности (1000, 850, 700, 500, 400, 300, 150, 100, 50, 30, 20, 10 мбар) были вычислены высоты относительно геоида Земли. Для этого использовалась барометрическая формула [9]:

$$H_j - H_i = -\frac{R^0(T_j - T_i)}{g(\lg T_j - \lg T_i)} \lg \frac{P_j}{P_i},$$

где  $R^0$  – газовая константа,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $P_i$ ,  $P_j$  и  $T_i$ ,  $T_j$  – давления и температуры на поверхности геоида и изобарических поверхностях соответственно,  $H_i$  – высоты самых низких границ атмосферы. С вероятностью 90% [4] над выбранными точками на изобарических поверхностях были взяты значения температуры.

Плотности воздуха  $\rho'_j$  и  $\rho'_{j+1}$  на нижней и верхней высотах слоев между граничащими изобарическими поверхностями вычислялись по следующим формулам:

$$\rho'_j = \frac{P_j}{10R^0T_j},$$

$$\rho'_{j+1} = \rho'_j \exp(-a_j \Delta H'_j),$$

где  $\Delta H'_j$  – расстояния между границами слоев. Индекс  $a_j$  в последней формуле определялся для каждого слоя. Более тонкие слои были получены путем разделения высот между двумя соседствующими изобарическими поверхностями. Здесь и далее штрихом будет обозначена привязка к более тонким атмосферным слоям.

Для каждой изобарической поверхности была выбрана точка над соответствующим географическим пунктом с наименьшим значением плотности  $\rho_j^0$ . Затем над выбранными точками находились разницы  $\Delta H_j^0$  между высотой слоя с плотностью  $\rho_j^0$  и высотой слоя с плотностью  $\rho_j$ :

$$\Delta H_j^0 = \frac{\ln \rho_j - \ln \rho_j^0}{a_j},$$

где  $\rho_j$  – плотность определенной изобарической поверхности.

Высоты границ атмосферных слоев оптических поверхностей над геоидом равны

$$H'_j = H_j + \Delta H_j^0.$$

Используя  $H'_j$ , вычислялись наклоны  $B'_j$  границ атмосферных слоев оптических поверхностей. На основе значений  $B'_j$  строились модели атмосферы. Как оказалось, оптические поверхности вблизи Земли над территорией России наклонены в среднем с севера на юг на 1 угл. мин. С высотой наклон уменьшается приблизительно до высоты 9 км, затем направление наклона меняется на противоположное, то есть с юга на север, возрастает примерно до высоты 20 км, достигая величины 1 угл. мин, затем постепенно уменьшается до нуля на высотах 30 км.

### 2. Метод определения аномалий рефракции на основе классического подхода с учетом наклона слоев одинаковой плотности

Для определения аномалий рефракции использовался классический метод с учетом глобальных наклонов слоев атмосферы одинаковой плотности.

Нами вычислены углы падения и преломления на оптических поверхностях нескольких лучей на разных зенитных расстояниях. Мы пришли к выводу, что в наблюдениях склонений и наблюдениях широты возникают систематические ошибки за счет наклонов. Более значительными оказались ошибки для наклонов нижних плотных слоев атмосферы, чем для наклонов верхних более разреженных слоев атмосферы. Эти систематические ошибки раньше не учитывались и полностью входили в фундаментальные каталоги звезд. Их можно выявить из сравнения наземных каталогов, например, с космическим каталогом Hipparcos.

Для определения ошибок необходимо использовать формулы для последовательного вычисления углов падения  $\xi_j$  и углов рефракции  $\xi'_j$  лучей света, проходящих в земную атмосферу с границ тонких слоев между двумя соседствующими границами оптических поверхностей, разделенных по высоте на  $m$  равных частей. Число  $m$  подбиралось опытным путем с тем условием, чтобы окончательное значение наклонов границ слоев не изменялось с дальнейшим увеличением данного параметра. Это осуществлялось с той целью, чтобы учесть преломление луча в земной атмосфере, принимая во внимание самые тонкие атмосферные слои, влияющие на рефракционные параметры.

Значения плотности атмосферы на границах тонких слоев можно найти по следующей формуле:

$$\rho'_{j+1} = \rho'_j \exp(-a_j \Delta H'_j),$$

где  $\rho'_j$  и  $\rho'_{j+1}$  – плотности воздуха на низких и высоких границах тонких слоев соответственно,  $\Delta H'_j$  – толщины тонких слоев,  $\Delta H'_j = (H_{j+1} - H_j)/m$ ,  $m$  изменяется с высотой от юга к западу.

Полярные координаты места наблюдения: радиус-вектор  $R$  и геоцентрическая широта  $\psi_0$  – определялись по известным формулам:

$$\psi_0 = \varphi_0 - \arctg \frac{Ae^2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0}{A(1 - e^2 \sin^2 \varphi_0) + h_0 \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_0}},$$

$$R = \sqrt{A^2(1 - e^2 \sin^2 \varphi_0 + h_0) + \left( \frac{e^2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_0}} \right)^2},$$

где  $A = 6378.140$  км – большая полуось земного эллипсоида,  $\varphi_0$  – геодезическая широта,  $e^2 = 0.006693422$  – значение квадрата эксцентриситета земного эллипсоида,  $h_0$  – высота точки наблюдения над уровнем моря.

Рефракционный коэффициент  $n_j$  вычислялся для каждого тонкого слоя по формуле

$$n_j = 1 + c_j \rho'_j,$$

$$c_j = c_0 \frac{1 + P_j(57.9 \cdot 10^{-8} - 9.3250 \cdot 10^{-4} T_j^{-1} + 0.25844 T_j^{-2})}{1.0004614352},$$

где  $c_0 = (n_{00} - 1)/\rho_{00} = 0.22680298$ ,  $n_{00}$  и  $\rho_{00}$  – рефракционный коэффициент и плотность воздуха на уровне моря для  $P_i = 1013.25$  мбар,  $T_i = 288.15$  К,  $\lambda = 0.55$  мк.

Наклоны границ тонких слоев находились из выражения

$$B'_{j+1} = B'_j + \Delta B'_j,$$

где  $\Delta B'_j = (B_{j+1} - B_j)/m$ .  $B_j$  – наклон границы оптической поверхности  $j$ .

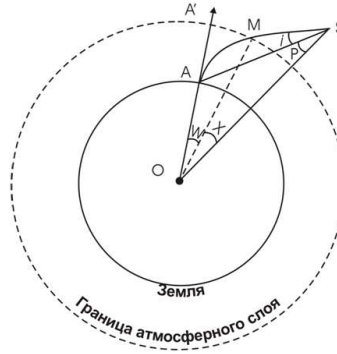


Рис. 1. Траектория движения луча в земной атмосфере

Угол падения лучей  $\xi_{j+1}$  и угол рефракции  $\xi'_{j+1}$  для  $j+1$  слоя определялись из следующих выражений:

$$\sin \xi_{j+1} = \frac{n_j R_j \sin (\xi_j + B'_j - \sigma)}{n_{j+1} R_{j+1} [\cos (B'_{j+1} - \sigma) + \operatorname{ctg} \xi'_{j+1} \sin (B'_{j+1} - \sigma)]}, \quad (1)$$

где  $R_{j+1} = R_j + \Delta H'_j$ ,  $\sigma = \varphi - \psi = 11.5' \sin 2\varphi$ ,  $\xi_0 = Z_{\text{obs}} - B'_0$ ,  $Z_{\text{obs}}$  – наблюдаемое зенитное расстояние,  $B'_0$  – наклон самых низких границ атмосферных слоев, и

$$\operatorname{ctg} \xi'_{j+1} = \sqrt{\frac{n_j^2 - n_{j+1}^2 \sin^2 \xi_{j+1}}{n_{j+1} \sin \xi_{j+1}}}. \quad (2)$$

Для нахождения  $\xi_{j+1}$  использовался метод итераций. Вначале мы положили, что  $\xi'_{j+1} = \xi_j$ , и, подставляя это значение в правую часть выражения (1), находили  $\sin \xi_{j+1}$ . Найденное значение подставлялось в формулу (2) и определялся  $\operatorname{ctg} \xi'_{j+1}$ . Затем проводилась вторая итерация. Используя значение  $\operatorname{ctg} \xi'_{j+1}$  в формуле (1), вычисляли для второго шага итерации  $\sin(\xi_{j+1})_2$  и подставляли данное значение в (2). Подобным образом выполнялась третья итерация, в результате которой определялись окончательные величины  $\sin(\xi_{j+1})_3$  и  $\operatorname{ctg}(\xi'_{j+1})_3$ , откуда  $\xi_{j+1} = \arcsin(\sin(\xi_{j+1})_3)$ ,  $\xi'_{j+1} = \operatorname{arctg}(1/\operatorname{ctg}(\xi'_{j+1})_3)$ .

Для определения астрономической рефракции необходимо последовательно проводить от слоя к слою вычисления углов  $\xi_{j+1}$  и  $\xi'_{j+1}$  до границы преломляющей атмосферы.  $\xi_N$  – окончательное значение угла падения луча света на границе преломляющих слоев атмосферы Земли. Предварительно находим истинное зенитное расстояние  $Z_0$  луча.

Рассмотрим рис. 1. Здесь  $O$  – центр Земли,  $A$  – точка наблюдения,  $M$  – точка входа луча в атмосферу,  $S$  – звезда. Из треугольников  $OAS$  и  $OMS$  будем иметь

$$W + X + 180^\circ - (Z_0 + B'_0 - \sigma) + p = 180^\circ, \quad (3)$$

$$X + 180^\circ - (\xi_N - \sigma) + i + p = 180^\circ. \quad (4)$$

Значение истинного зенитного расстояния получается из уравнений (3) и (4):

$$Z_0 = \xi_N + W - B'_0 - i,$$

величиной  $i$  пренебрегаем вследствие ее малости.

Значение астрономической рефракции есть

$$r = Z_{\text{obs}} - Z_0 = Z_{\text{obs}} - W + B'_0 - \xi_N,$$

где  $W$  – угол между радиус-вектором точки наблюдения и радиусом-вектором точки входа луча в преломляющую земную атмосферу.

Угол  $W$  определяется из выражения  $W = \sum_j W_j$ , где

$$W_j = \frac{ds_j \sin(\xi_j + B'_j - \sigma)}{R_{j+1}},$$

$ds_j$  – дуга траектории луча внутри тонкого воздушного слоя

$$ds_j = -R_j \cos(\xi_j + B'_j - \sigma) + \sqrt{R_j^2 \cos^2(\xi_j + B'_j - \sigma) + R_{j+1}^2 - R_j^2}.$$

### 3. Анализ астрономической рефракции для различных моделей атмосферы

Значения астрономической рефракции, полученные ранее в работе [9], уточнены для зенитных расстояний  $+10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $80^\circ$  и для различных моделей атмосферы (различных наклонов воздушных слоев одинаковой плотности). Произведено сравнение указанных параметров с табличными значениями рефракции. Оказалось, что параметры аномальной рефракции зависят от зенитного расстояния и принятых наклонов границ атмосферных слоев. При сравнении использовались следующие модели атмосферы.

1. Модель  $B_1$  – стандартная атмосфера GOST 4401-81.
2. Модель  $B_2$  – стандартная атмосфера, но границы атмосферных слоев вблизи Земли имеют наклон  $2'$  от севера к югу, который медленно уменьшается до высоты 8 км, затем с высоты 15 км воздушные слои одинаковой плотности опять получают наклон с направлением от юга на север, этот наклон медленно увеличивается от  $2'$  до высоты 28 км и затем уменьшается до  $0'$  на высоте 40 км.
3. Модель  $B_3$  – с наклоном только нижних воздушных слоев, как в модели  $B_2$ . Границы верхних воздушных слоев параллельны геоиду.
4. Модель  $B_4$  – наклон границ атмосферных слоев вблизи Земли с севера на юг равен  $1'$ , он медленно уменьшается до  $0'$  на высоте 9 км. С высоты 9 км направление наклонов изменяется на обратное, он медленно увеличивается до  $1'$  на высоте 15 км, затем уменьшается до  $0'$  на высоте 30 км.
5. Модель  $B_5$  – стандартная атмосфера, но с высоты 9 до 30 км имеются наклоны границ воздушных слоев, как в модели  $B_4$ .
6. Модель  $B_6$  – эта модель является обратной к модели  $B_2$ , то есть меняются знаки перед значениями наклонов атмосферных слоев.
7. Модель  $B'_2$  – нижние граничные слои атмосферы имеют наклон, как в модели  $B_2$ , но с высоты 9 км наклон границ атмосферных слоев появляется от юга на север и медленно увеличивается до  $2'$  на высоте 19 км и затем уменьшается до  $0'$  на высоте 31 км.

8. Модель  $B'_6$  – эта модель по сути является обратной к модели  $B'_2$ .

Полученные значения аномалий рефракции приведены в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что влияние на рефракцию наклонов верхних воздушных слоев одинаковой плотности не компенсирует полностью влияние наклонов нижних границ атмосферных слоев.

Таким образом, если наклонения верхних границ атмосферных слоев находятся на довольно большой высоте, как в моделях  $B_2$ – $B_6$ , то они компенсируют только порядка 15% влияния нижних слоев. Если наклон более верхних слоев воздуха начинается с небольшой высоты (модели  $B'_2$ – $B'_6$ ), тогда воздействие на рефракцию наклонов более низких границ атмосферных слоев компенсирует только порядка

Табл. 1  
Аномалии астрономической рефракции обуславливаемые различными наклонами границ атмосферных слоев ( $\times 10^{-3}$ , сек дуги)

$Z$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B'_2$	$B'_6$
20°	1	1	0	0	0		
30°	11	15	0	0	-10		
40°	14	28	10	0	-12	16	-17
50°	20	30	10	0	-20		
60°	35	47	10	0	-37		
70°	80	103	2	-1	-71	52	-52
80°	320	384	21	-3	-320		

50% воздействия верхних границ атмосферных слоев. Следовательно, необходимо вводить соответствующие поправки в наблюдаемые аномалии рефракции, обусловленные влиянием наклонов воздушных слоев одинаковой плотности, такие поправки особенно необходимы в наблюдениях современных высокоточных телескопов.

### Заключение

Таким образом, подтверждается вывод, сделанный в [9], что если пары звезд с разных сторон зенита наблюдаются на зенитных расстояниях 70°, ошибка в широте для аномалий рефракции, обусловленная наклонами границ атмосферных слоев, будет порядка 0.1". Соответственно, значения широт, вычисленных на основе наблюдений рефракционных пар  $\varphi_R$ , оказываются большими, чем широты, вычисляемые по наблюдениям талькотовских пар  $\varphi_T$ . Очевидно, что систематические ошибки между широтами  $\varphi_R$  и  $\varphi_T$  обусловлены влиянием наклонов границ атмосферных слоев. Для этого случая можно записать приближенную формулу:  $\Delta r = -0.0175 i Z$ , где  $\Delta r = \varphi_R - \varphi_T$ ,  $i$  – среднее число наклонов воздушных слоев,  $Z$  – зенитное расстояние. Вычисление значений наклонов не противоречит данным, полученным на основе аэрологических наблюдений. Аномалии рефракции зависят от наклонов границ воздушных слоев во всех наземных звездных каталогах.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности.

### Summary

*A.I. Nefedeva, Yu.A. Nefedev, N.Yu. Varaksina, S.A. Demin, K.O. Churkin, A.O. Andreev.*  
The Method of Determination of Refraction Parameters Based on Analysis of Slopes of the Atmospheric Layers.

In this article we propose a method for determination of refraction parameters taking into account the slopes of the adjacent atmospheric layers. The refraction parameters at several zenith distances and for different models of the atmosphere were calculated for illustration. As a result it was obtained that near the Earth the layers of the atmosphere have slopes in the meridian plane from north to south within one arcminute with an accuracy of  $\pm 0.18 \div \pm 0.32$  arcminute. The slopes decrease uniformly proportional to the height and are 0° at 9 km. The slopes of the layers change to the reverse ones and reach a maximum of 1 arcminute at heights of 20 km. Then the slopes decrease gradually and go to 0° at heights of 30 km.

**Keywords:** refraction parameters, slopes of the atmospheric layers, astrometric observations, star catalogues.

**Литература**

1. *Нефедьева А.И.* Наблюдения рефракционных пар в Астрономической обсерватории им. Энгельгардта // Предварительные результаты исследований колебаний широт и движения полюсов Земли. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – С. 44–48.
2. *Нефедьева А.И.* Аномалия рефракции // Современные проблемы позиционной астрометрии. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. – С. 110–116.
3. *Нефедьева А.И.* Астрономическая рефракция. Часть 1 // Изв. АОЭ. – 1968. – № 36. – С. 3–169.
4. *Нефедьева А.И.* Астрономическая рефракция. Часть 2 // Изв. АОЭ. – 1973. – № 40. – С. 3–45.
5. *Нефедьева А.И.* Редукции в астрономическую рефракцию // Изв. АОЭ. – 1978. – № 44. – С. 136–159.
6. *Нефедьева А.И.* Наклоны слоев одинаковой плотности над территорией Советского Союза // Изв. АОЭ. – 1988. – № 53. – С. 59–75.
7. *Грачев М., Банахевич Т.* Рефракционное постоянное и широта Энгельгардтовской обсерватории // Publ. de l'observat. astron. Engelgard. – 1925. – № 11. – С. 5–21.
8. *Нефедьев Ю.А., Нефедьева А.И.* Теория аномалий астрономической рефракции, вызванных глобальным наклоном слоев воздуха одинаковой плотности (оптических поверхностей) // Современные проблемы и методы астрометрии и геодинамики. – СПб.: ИПА РАН, 1996. – С. 67–69.
9. *Nefedjev Yu.A., Nefedjeva A.I.* Determination of refraction anomalies made by classical method taking into account global inclinations of airstratas of identical density // Astronomische Nachrichten. – 2005. – V. 326, No 8. – P. 773–776.

Поступила в редакцию  
08.04.14

---

**Нефедьева Антонина Ивановна** – доктор физико-математических наук, заслуженный профессор Казанского федерального университета, г. Казань, Россия.

E-mail: [sky0606@mail.ru](mailto:sky0606@mail.ru)

**Нефедьев Юрий Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной физики и МФП, директор Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [star1955@mail.ru](mailto:star1955@mail.ru)

**Вараксина Наталья Юрьевна** – кандидат физико-математических наук, ассистент, младший научный сотрудник Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [vnu\\_357@mail.ru](mailto:vnu_357@mail.ru)

**Дёмин Сергей Анатольевич** – старший преподаватель кафедры вычислительной физики и МФП, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [serge\\_demin@mail.ru](mailto:serge_demin@mail.ru)

**Чуркин Константин Олегович** – аспирант кафедры вычислительной физики и МФП, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [konstantinch-n87@mail.ru](mailto:konstantinch-n87@mail.ru)

**Андреев Алексей Олегович** – студент Института физики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия.

E-mail: [alexey-andreev93@mail.ru](mailto:alexey-andreev93@mail.ru)